# Chapitre 7: Fractions

### 1 L'écriture fractionnaire

#### Cours : écriture fractionnaire

Soient a et b deux nombres, avec b non égal à 0. Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

On peut le noter :

- a ÷ b : c'est l'écriture décimale.
- $\frac{a}{b}$ : c'est l'écriture **fractionnaire**.

a est le numérateur.

b est le dénominateur.



On ne peut **jamais** diviser par 0.

### **Exemple**

Le quotient de 8 par 9 est  $\frac{8}{9}$ , et on a  $\frac{8}{9} \times 9 = 8$ .

#### **Cours: Fractions**

Lorsque a et b sont des nombres *entiers*, on dit que  $\frac{a}{b}$  est une **fraction**.

## 2 Simplifier des fractions

#### **Cours**

Si on *multiplie* ou *divise* le numérateur *et* le dénominateur d'un quotient par le *même* nombre (différent de 0), la valeur du quotient reste la même.

Si a, b, et k sont trois nombres, avec b  $\neq$  0 et k  $\neq$  0, alors

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

### **Exemple**

$$\frac{24}{30} = \frac{24 \div 6}{30 \div 6} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3.5}{6} = \frac{3.5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{7}{12}$$

### Cours

Ī

Pour **simplifier** une fraction, il faut écrire une autre fraction qui lui est égale, mais dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

Pour simplifier au maximum une fraction, il faut utiliser le PGCD, vu au chapitre 1. On dit alors que la fraction est **irréductible**.

### **Exemple**

Pour simplifier  $\frac{36}{15}$ :

- 36 et 15 sont divisible par 3.
- Donc on a  $\frac{36}{15} = \frac{36 \div 3}{15 \div 3} = \frac{12}{5}$

### **Exemple**

Pour simplifier  $\frac{84}{70}$ :

- On a  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$  et  $70 = 2 \times 5 \times 7$ . Donc PGCD(84, 70) =  $2 \times 7 = 14$ .
- Donc on a  $\frac{84}{70} = \frac{84 \div 14}{70 \div 14} = \frac{6}{5}$ .

## 3 Comparaison de fractions

### Cours

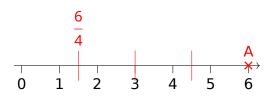
Pour placer une fraction  $\frac{a}{b}$  sur une droite graduée, on peut :

- Calculer la valeur de  $\frac{a}{b}$ ;
- Placer un point A d'abscisse a, et diviser le segment  $[\mathrm{OA}]$  en b partie égales.

## **Exemple**

Pour placer  $\frac{6}{4}$ , on peut :

- Calculer  $\frac{6}{4} = 1.5$
- Placer le point A d'abscisse 6, et diviser le segment [OA] en 4 parties égales.



## **Cours: Comparer des fraction**

Pour comparer des fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur. On les compare alors par leur numérateur.

## **Exemple**

$$\frac{8}{5} < \frac{9}{5}$$
, car 8 < 9.

### Méthode

Si on veut comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Pour comparer  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$ :

On multiplie le numérateur et le dénominateur de  $\frac{a}{h}$  par d, et le numérateur et le dénominateur de  $\frac{c}{d}$  par b.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d}$$
 et  $\frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b}$ 

$$b \times d = d \times b$$

### **Exemple**

Si on veut comparer  $\frac{12}{10}$  et  $\frac{8}{6}$ :

$$\frac{12}{10} = \frac{12 \times 6}{10 \times 6} = \frac{72}{60} \quad \text{et} \quad \frac{8}{6} = \frac{8 \times 10}{6 \times 10} = \frac{80}{60}$$

Donc 
$$\frac{12}{10} < \frac{8}{6}$$

## **Avancé**

### **Méthode: Comparer des fractions**

Pour comparer deux fractions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$ , on peut mettre le dénominateur de ces fractions au **PPCM** de c et d.

### **Exemple**

On voudrait comparer  $\frac{17}{90}$  et  $\frac{19}{110}$ .

- $90 = 2 \times 5 \times 11$  et  $110 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ , donc PPCM(90, 110) =  $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 990$ .
- On a  $90 \times 11 = 990$  et  $110 \times 9 = 990$ . Donc

$$\frac{17}{90} = \frac{17 \times 11}{90 \times 11} = \frac{187}{990}$$
$$\frac{19}{110} = \frac{19 \times 9}{110 \times 9} = \frac{171}{990}$$

Donc 
$$\frac{17}{90} > \frac{19}{110}$$
.