

# Cours de Mathématiques

5ème

2021-2022

# Chapitre 1

## Multiples, diviseurs, nombres premiers

### Cours

Si on a trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que

$$a \times b = c$$

On dit que

- $a$  et  $b$  sont des **diviseurs** de  $c$ .
- $c$  est un **multiple** de  $a$  et de  $b$ .
- On dit que  $c$  est **divisible** par  $a$  et  $b$ .

### Exemple

- 2 est un **diviseur** de 6.
- 7 est un **diviseur** de 21.
- 6 est un **multiple** de 2.
- 6 est un **multiple** de 3.
- 48 est un **multiple** de 4.

### Cours : Critères de divisibilité

Parfois, on peut rapidement savoir si un nombre est un diviseur d'un autre nombre.

- Si le dernier chiffre d'un nombre est **pair**, ce nombre est un multiple de 2.
- Si la somme des chiffres d'un nombre est **un multiple de 3**, ce nombre est un multiple de 3.
- Si le dernier chiffre d'un nombre est **0 ou 5**, ce nombre est un multiple de 5.
- Si la somme des chiffres d'un nombre est **un multiple de 9**, ce nombre est un multiple de 9.

### Exemple

- 1244 est un multiple de 2, car 4 est un multiple de 2.
- 546 est un multiple de 3, car  $5 + 4 + 6 = 15$ , qui est un multiple de 3.
- 200, 15, 35... Sont des multiples de 5.

- 279 est un multiple de 9, car  $2 + 7 + 9 = 18$  est un multiple de 9.

## Cours

Une **division euclidienne** se fait entre deux nombres entiers  $a$  et  $b$ . Il en résulte un **quotient** et un **reste**.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ : & \text{quotient} \\ \hline \text{reste} & \end{array}$$

$$a = b \times \text{quotient} + \text{reste}$$

On obtient le quotient en soustrayant  $b$  aux chiffres de  $a$ .

## Exemple

Faisons par exemple la division euclidienne de 377 par 12 :

$$\begin{array}{r} 0 \times 12 = 0 \rightarrow \begin{array}{r} 3 \ 7 \ 7 \\ - \ 0 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 12 = 36 \rightarrow \begin{array}{r} 3 \ 7 \\ - \ 3 \ 6 \\ \hline \end{array} \\ 1 \times 12 = 12 \rightarrow \begin{array}{r} 1 \ 7 \\ - \ 1 \ 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 \\ \\ \\ 031 \\ 5 \end{array}$$

On obtient ainsi un **quotient** de 31, et un **reste** de 5.

## Cours

Un **nombre premier** est un nombre qui n'a que 1 et lui-même comme diviseurs.

Note : il y a une infinité de nombres premiers.

## Exemple

2, 3, 5 et 7 sont des nombres premiers.

On peut obtenir tous les nombres premiers entre 1 et 100 en utilisant un crible d'Eratosthène :

### Règles :

- Barrer le nombre 1.
- Entourer le 2 (premier nombre non barré), puis barrer tous ses multiples.
- Entourer le premier nombre ni entouré ni barré, et barrer tous ses multiples.
- Répéter la consigne précédente, jusqu'à ce que tous les nombres soient soit entourés soit barrés.

<del>1</del>	(2)	(3)	<del>4</del>	(5)	<del>6</del>	(7)	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
(11)	<del>12</del>	(13)	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	(17)	<del>18</del>	(19)	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>22</del>	(23)	<del>24</del>	<del>25</del>	<del>26</del>	<del>27</del>	<del>28</del>	(29)	<del>30</del>
(31)	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	(37)	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
(41)	<del>42</del>	(43)	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	(47)	<del>48</del>	<del>49</del>	<del>50</del>
<del>51</del>	<del>52</del>	(53)	<del>54</del>	<del>55</del>	<del>56</del>	<del>57</del>	<del>58</del>	(59)	<del>60</del>
(61)	<del>62</del>	<del>63</del>	<del>64</del>	<del>65</del>	<del>66</del>	(67)	<del>68</del>	<del>69</del>	<del>70</del>
(71)	<del>72</del>	(73)	<del>74</del>	<del>75</del>	<del>76</del>	<del>77</del>	<del>78</del>	(79)	<del>80</del>
<del>81</del>	<del>82</del>	(83)	<del>84</del>	<del>85</del>	<del>86</del>	<del>87</del>	<del>88</del>	(89)	<del>90</del>
<del>91</del>	<del>92</del>	<del>93</del>	<del>94</del>	<del>95</del>	<del>96</del>	(97)	<del>98</del>	<del>99</del>	<del>100</del>

### Cours : Décomposition en nombres premiers

Tout nombre peut être **décomposé** en un produit de nombres premiers.  
Pour trouver tous les diviseurs premiers d'un nombre, il faut essayer de diviser ce nombre par *tous* les nombres premiers qui lui sont inférieurs, jusqu'à n'avoir que des nombres premiers.

#### Exemple

- On veut décomposer 15 en nombres premiers :
  - 15 n'est pas un multiple de 2.
  - 15 est un multiple de 3 : on écrit  $15 = 3 \times 5$ .
  - 3 et 5 sont tous les deux premiers, donc on peut s'arrêter là.
- On veut décomposer 18 en nombres premiers :
  - 18 est un multiple de 2 : on écrit  $18 = 2 \times 9$ .
  - 9 n'est pas un multiple de 2.
  - 9 est un multiple de 3 : on écrit  $18 = 2 \times 3 \times 3$ .
  - 2 et 3 sont tous les deux premiers, donc on peut s'arrêter là.

On remarque que le même nombre premier peut apparaître **plusieurs fois** dans la décomposition !
- On veut décomposer 231 en nombres premiers :
  - Grâce aux Critères de divisibilité, on peut déterminer que 231 est un multiple de 3 : on écrit  $231 = 3 \times 77$ .
  - 77 n'est pas un multiple de 2.

- 77 n'est pas un multiple de 3.
- 77 n'est pas un multiple de 5.
- 77 est un multiple de 7 : on écrit  $231 = 3 \times 7 \times 11$ .
- 3, 7 et 11 sont tous premiers, donc on peut s'arrêter là.
- $32 = 2 \times 16 = 2 \times 2 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ .

## Cours

Le **PGCD** est le **Plus Grand Commun Diviseur** : c'est le plus grand nombre qui divise deux nombres donnés.

Pour le calculer :

- On fait la liste des diviseurs premiers des deux nombres.
- On prend tous les nombres qui apparaissent dans les *deux* listes, et on les multiplie entre eux.

### Exemple

On veut calculer le PGCD de 12 et de 20 (noté  $\text{PGCD}(12, 20)$ ) :

$$12 = \textcircled{2} \times \textcircled{2} \times 3$$

$$20 = \textcircled{2} \times \textcircled{2} \times 5$$

Donc  $\text{PGCD}(12, 20) = 2 \times 2 = 4$ .

### Exemple

On veut calculer le PGCD de 60 et de 126 :

$$60 = \textcircled{2} \times 2 \times \textcircled{3} \times 5$$

$$126 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times 3 \times 7$$

Donc  $\text{PGCD}(60, 126) = 2 \times 3 = 6$ .

# Chapitre 2

## Priorités opératoires

### Cours : Vocabulaire

- Le résultat d'une addition est une **somme**. Les nombres additionnés sont les **termes**.
- Le résultat d'une soustraction est une **différence**. Les nombres qui interviennent dans la soustraction sont les **termes**.
- Le résultat d'une multiplication est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**.
- Le résultat d'une division est un **quotient**.
  - Si l'opération est écrite avec le signe " $\div$ ", on dit qu'on divise un **dividende** par un **diviseur**.
  - Si l'opération est écrite comme une fraction, on dit qu'on divise un **numérateur** par un **dénominateur**.

On fera attention au vocabulaire utilisé, notamment les prépositions (de, par, entre, ...). Regarde bien les exemples ci-dessous pour savoir quoi utiliser.

### Exemple

- Dans  $6 + 3,2 = 9,2$  :
  - 6 et 3,2 sont les **termes**.
  - 9,2 est la **somme** de 6 et 3,2.
- Dans  $8,7 - 6,5 = 2,2$  :
  - 8,7 et 6,5 sont les **termes**.
  - 2,2 est la **différence** entre 8,7 et 6,5.
- Dans  $5 \times 1,2 = 6$  :
  - 5 et 1,2 sont les **facteurs**.
  - 6 est le **produit** de 5 par 1,2.
- Dans  $8 \div 5 = 1,6$  :
  - 8 est le **dividende**, 5 est le **diviseur**.
  - 1,6 est le **quotient** de 8 par 5.
- Dans  $\frac{6}{4} = 1,5$  :
  - 6 est le **numérateur**, 4 est le **dénominateur**.
  - 1,5 est le **quotient** de 6 par 4.

## Cours : Calcul sans parenthèses

- Dans une expression sans parenthèses ne contenant que des *additions* et des *soustractions*, on effectue les calculs **de la gauche vers la droite**.
- Dans une expression sans parenthèses ne contenant que des *multiplications* et des *divisions*, on effectue les calculs **de la gauche vers la droite**.

### Exemple

$$\begin{aligned} A &= 6 + 3 - 2 - 1 \\ A &= \underline{9 - 2} - 1 \\ A &= \underline{7 - 1} \\ A &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 20 \div 2 \times 3 \div 5 \\ B &= \underline{10 \times 3} \div 5 \\ B &= \underline{30 \div 5} \\ B &= 6 \end{aligned}$$

## Cours : Calcul sans parenthèses 2

Dans les autres expressions sans parenthèses, on effectue **d'abord** les *multiplications* et les *divisions*, puis les *additions* et les *soustractions*.

On dit que la multiplication et la division sont **prioritaires** par rapport à l'addition et la soustraction.

### Exemple

$$\begin{aligned} C &= 1 + 2 \times 4 - 5 \\ C &= \underline{1 + 8} - 5 \\ C &= \underline{9 - 5} \\ C &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 4 \div 2 + 3 \times 5 \\ D &= \underline{2 + 3 \times 5} \\ D &= \underline{2 + 15} \\ D &= 17 \end{aligned}$$

## Cours : Calcul avec parenthèses

Si une expression contient des morceaux entre parenthèses, on effectue **les calculs entre parenthèses en premier**.

Si il y a des parenthèses dans des parenthèses, on effectue **les calculs entre le plus de parenthèses en premier**.

⚠ Ajouter des parenthèses peut changer le résultat du calcul !

### Exemple

$$\begin{aligned} E &= 2 \times (1 + 3) \\ E &= \underline{2 \times 4} \\ E &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 3 \times (4 - (1 + 2)) \\ F &= 3 \times (4 - \underline{3}) \\ F &= \underline{3 \times 1} \\ F &= 3 \end{aligned}$$

### Exemple

Ajouter des parenthèses peut changer le résultat d'un calcul :

$$\begin{aligned} G &= \underline{3 - 2} - 1 \\ G &= \underline{1 - 1} \\ G &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= 3 - (\underline{2 - 1}) \\ H &= \underline{3 - 1} \\ H &= 2 \end{aligned}$$

## Cours : Calcul avec des fractions

Dans une fraction, on considère le numérateur et le dénominateur comme des expressions entre parenthèses.

### Exemple

$$I = \frac{\boxed{1 + 2} + 3}{1 + 1}$$

I peut aussi s'écrire  $(1 + 2 + 3) \div (1 + 1)$

$$I = \frac{\boxed{3 + 3}}{1 + 1}$$

$$I = \frac{6}{\boxed{1+1}}$$

$$I = \frac{6}{2}$$

$$I = 3$$

## Cours : Nature d'une expression

La nature d'une expression est déterminée par l'opération à effectuer en **dernier**.

### Exemple

L'expression  $4 + 5 \times 2$  est une **somme**, car on effectue l'addition en dernier.  
C'est la **somme** de 4 et du **produit** de 5 par 2.



# Chapitre 3

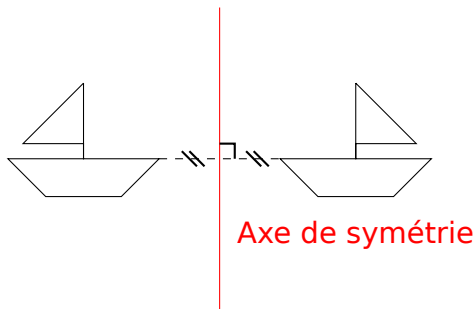
## Symétrie

### 1 Symétrie axiale

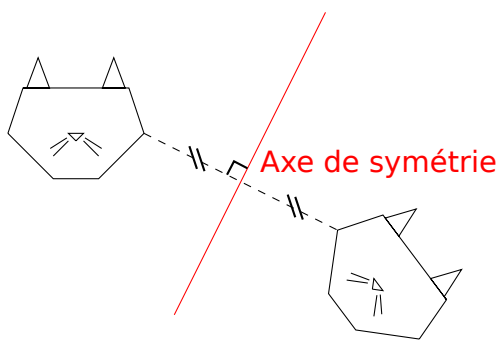
#### Cours

On dit que deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** (appelée **l'axe de symétrie**) si elles se superposent quand on plie le long de cette droite.

#### Exemple



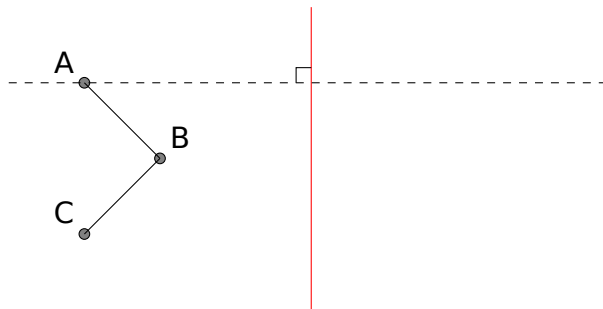
#### Exemple



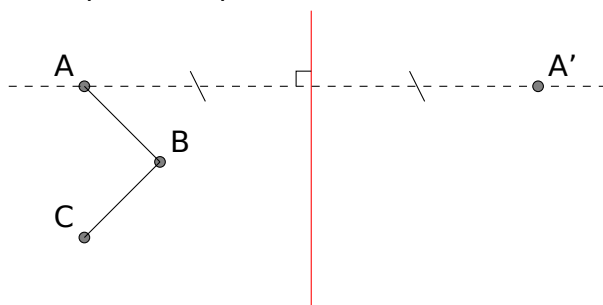
#### Méthode

Pour faire le symétrique par rapport à un axe :

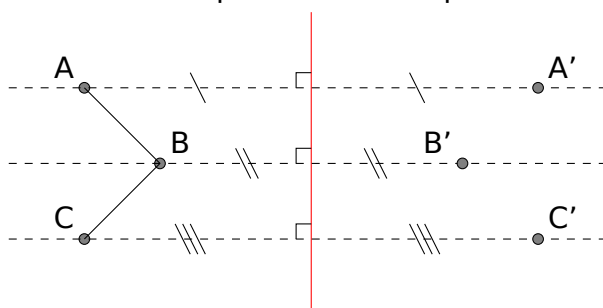
1. Pour chaque point sur la figure d'origine, trace une ligne passant par ce point, **perpendiculaire** à l'axe de symétrie.



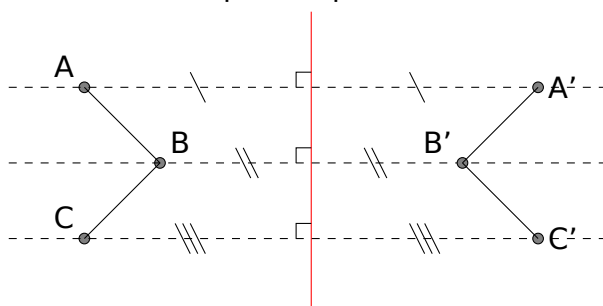
2. Puis, place un point **à la même distance** de l'autre côté de l'axe.



3. Fait de même pour les autres point :



4. Enfin, relie les points qui étaient reliés sur la figure d'origine.

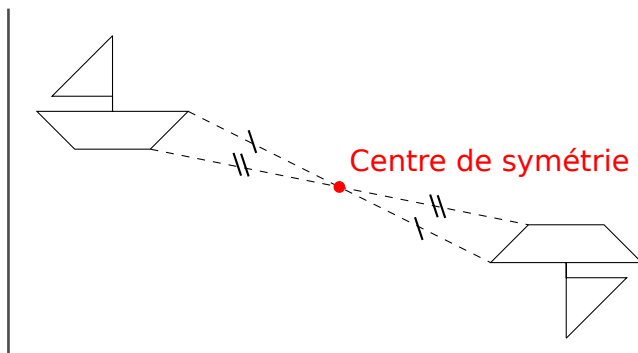


## 2 Symétrie centrale

### Cours

On dit que deux figures sont **symétriques par rapport à un point** (appelée **le centre de symétrie**) si elles se superposent quand fait un demi-tour autour du point.

### Exemple



### Méthode

Pour faire le symétrique d'un point A par rapport à un centre O :

A

O

1. Trace la droite, qui part du point et passe par le centre :

A

O

2. Place le symétrique du point A à **égale distance de O** :

A

O

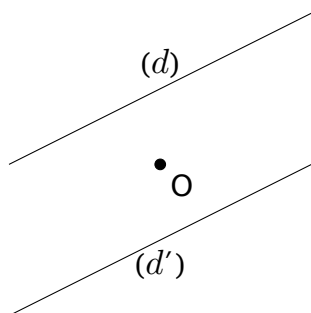
A'

Tu peux utiliser un **compas** pour cette étape !

## 3 Propriétés de la symétrie centrale

### Cours

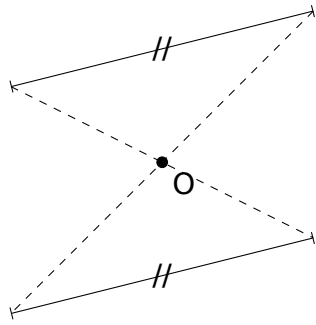
Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.



### Cours

Le symétrique d'un segment par rapport à un point a la même longueur : la symétrie

conserve les longueurs.



### Cours

Deux figures symétriques par rapport à un point ont exactement la même forme : on dit que la symétrie centrale conserve les angles.

# Chapitre 4

## Proportionnalités et tableaux

### 1 Proportionnalité

#### Vocabulaire : Grandeur

Une **grandeur** est une caractéristique qui se mesure ou se calcule.  
Par exemple le temps, la masse, la taille, le prix...

#### Cours : Proportionnalité

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** si on peut obtenir l'une en multipliant l'autre par un nombre fixé. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

#### Exemple

On va acheter des livres en librairie : chaque livre coûte 10€.

- La première grandeur est **le nombre de livres**.
- La deuxième grandeur est **le prix des livres**.

Les deux grandeurs sont donc **proportionnelles**, car il suffit de multiplier le nombre de livres par 10 pour avoir le prix.

#### Exemple

La taille d'une personne n'est pas proportionnelle à son âge : si je mesure 1,50 mètres à 15 ans, je ne ferais pas 6 mètres à 60 ans !

#### Cours : Tableau de proportionnalité

Dans un **tableau de proportionnalité**, les nombres de la première ligne sont proportionnels avec ceux de la deuxième ligne.

#### Exemple

On mesure la distance parcourue par une voiture en deux heures, en fonction de sa vitesse :

Vitesse	20km/h	50km/h	40km/h	120km/h
Distance parcourue	40km	100km	80km	240km

C'est un tableau de proportionnalité, car on obtient la deuxième ligne en multipliant

la première par deux.

## 2 Quatrième proportionnelle

### Cours : Quatrième proportionnelle

Si un tableau de proportionnalité a quatre case, dont une seule vide, alors **on peut calculer la quatrième valeur**, qu'on appelle alors **quatrième proportionnelle**.

### Méthode

Pour trouver une quatrième proportionnelle :

- Une des colonnes du tableau est remplie : on peut donc trouver le *coefficient de proportionnalité*.
- Si la valeur manquante est en bas, on **multiplie** la case au dessus par le coefficient de proportionnalité.
- Si la valeur manquante est en haut, on **divise** la case en dessous par le coefficient de proportionnalité.

### Exemple

On sait que le tableau suivant est proportionnel :

Nombre de livres achetés	5	8
Prix	20€	??

× coefficient de proportionnalité

Le coefficient de proportionnalité est

$$20 \div 5 = 4$$

Donc le prix de 8 livres est

$$8 \times 4 = 32\text{€}$$

### Remarque

On peut aussi passer d'une colonne à l'autre en multipliant/divisant par un nombre. Ce nombre change selon les colonnes.

## 3 Pourcentages

### Cours : Pourcentage

Calculer  $x\%$  (prononcé **x pour cent**) d'une quantité revient à calculer cette quantité multipliée par  $\frac{x}{100}$ .

### Exemple

On a une réduction de 15% sur un gâteau qui coûte 10€.

On paie donc 15% en moins, c'est-à-dire  $\frac{15}{100} \times 10 = 1,50\text{€}$  de moins.

### Méthode : Calculer un pourcentage

Pour calculer un pourcentage à partir d'une fraction, il faut mettre le *dénominateur* de la fraction à 100.

## 4 Durées et horaires

### Cours : Durées

- Dans une minute, il y a 60 secondes.
- Dans une heure, il y a 60 minutes.
- Dans une heure, il y a 3600 secondes.
- Dans une journée, il y a 24 heures.
- Dans une année, il y a 365 jours (sauf pendant une année bissextile).

Toutes ces grandeurs sont **proportionnelles**.

# Chapitre 5

## Nombres relatifs

### 1 Définition des nombres relatifs

#### Cours : Définition des nombres relatifs

- Un nombre **positif** est un nombre supérieur à 0. On le note avec le signe +, ou sans signe.
- Un nombre **négatif** est un nombre inférieur à 0. On le note avec le signe –.
- Les nombres positifs et négatifs forment les nombres **relatifs**.

#### Exemple

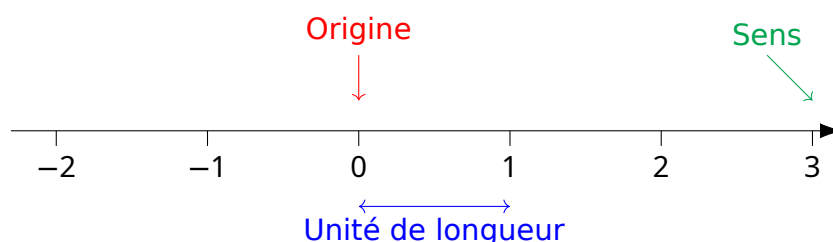
- 3,2 est un nombre positif. On peut aussi le noter +3,2.
- –5,3 est un nombre négatif.
- 0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.
- Tous ces nombres (3,2, –5,3, 0, et d'autres) sont des nombres relatifs.

### 2 Repérage sur une droite

#### Définition : Droite graduée

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a placé :

- Un point qu'on appelle une **origine**, qui porte le nombre 0 ;
- Un **sens**, représenté par une flèche ;
- Une **unité de longueur**, qu'on utilise pour marquer de nouveaux points à intervalles réguliers depuis l'origine.





## Cours : Abscisse

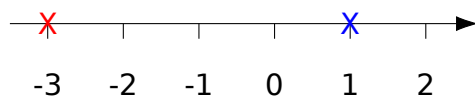
Chaque point d'une droite graduée correspond à un nombre relatif. On l'appelle **l'abscisse** de ce point.

### 3 Comparaison de nombres relatifs

#### Cours : Comparer des nombres relatifs

Lorsqu'on place deux nombres relatifs sur une droite graduée, le plus petit est celui à **gauche**.

##### Exemple



On voit que **-3** est à gauche de **1**.  
Donc -3 est plus petit que 1.

#### Méthode : Comparer des nombres relatifs

Pour comparer deux nombres relatifs :

- Si ce sont deux nombres positifs :  
On sait déjà faire.
- Si ce sont un nombre négatif et nombre positif :  
Le nombre négatif est toujours plus **petit** que le nombre positif.
- Si ce sont deux nombres négatifs :  
Le plus petit est
  - celui qui est le plus **loin** de zéro.
  - celui qui est le plus **grand** lorsqu'on enlève les signe "-".

##### Exemple

- 1 est plus petit que 6. On note  $1 < 6$ .
- 5,2 est plus grand que 5,1. On note  $5,2 > 5,1$ .
- -3 est plus grand que -4, car 3 est plus *petit* que 4. On note  $-3 > -4$ .
- -2,5 est plus petit que -2,3, car 2,5 est plus *grand* que 2,3. On note  $-2,5 > -2,3$ .

#### Rappel : comparer des nombres à virgules

Pour comparer des nombres à virgule :

- On compare les parties entières (avant la virgule). Si l'une est plus petite que l'autre, c'est fini.
- Sinon, on regarde les chiffres après la virgule un par un.  
Le premier nombre à avoir un chiffre plus petit que l'autre, ou plus de chiffres, est le plus petit.

### Exemple

On compare 25,12 et 25,13 :

- $25 = 25$ , donc on passe au premier chiffre après la virgule.
- $1 = 1$ , donc on passe au deuxième chiffre après la virgule.
- $2 < 3$ , donc  $25,12 < 25,13$ .

## 4 Repérage dans un plan

### Cours : Repère du plan

Un **repère du plan** est formé de deux droites graduées de même origine. L'une est appelée **axe des abscisses**, l'autre **axe des ordonnées**.

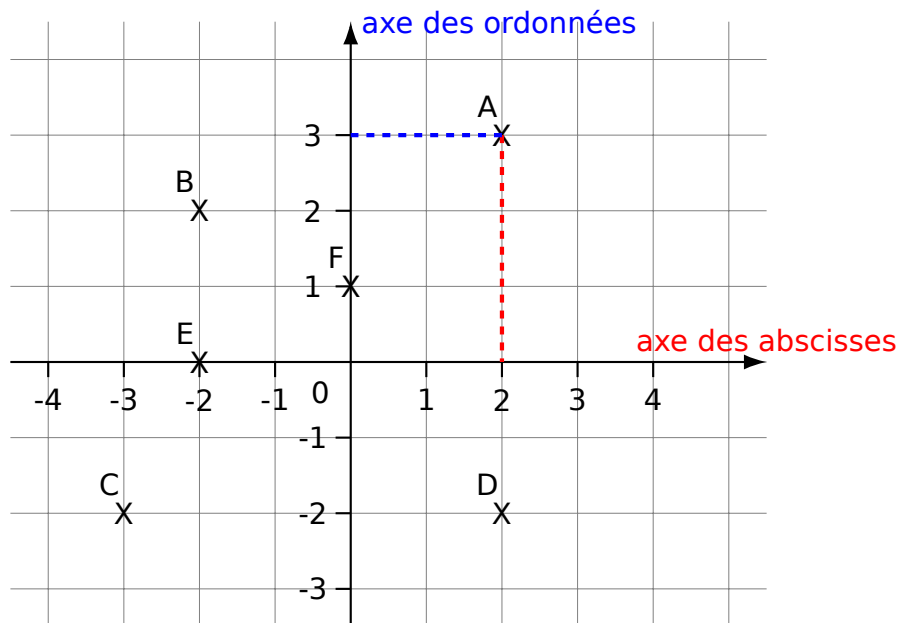
Si les droites sont perpendiculaires, on dit que le repère est **orthogonal**.

### Cours : Coordonnées

Dans un repère du plan, chaque point est repéré par deux nombres relatifs : l'un sur l'axe des abscisses, l'autre sur l'axe des ordonnées. Ce sont ses **coordonnées**.

On les note **(abscisse ; ordonnée)**.

### Exemple



- Le point A a pour coordonnées (2;3).
- Le point B a pour coordonnées (-2;2).
- Le point C a pour coordonnées (-2;-2).
- Le point D a pour coordonnées (2;-2).
- Le point E a pour coordonnées (-2;0).
- Le point F a pour coordonnées (0;1).

## Bonus : hiérarchie des nombres

On remarque que, avec les nombres relatifs, on a ajouté une nouvelle catégories de nombres !

Il existe ainsi plusieurs catégories de nombres, chacune ajoutant un nouveau *type* de nombre :

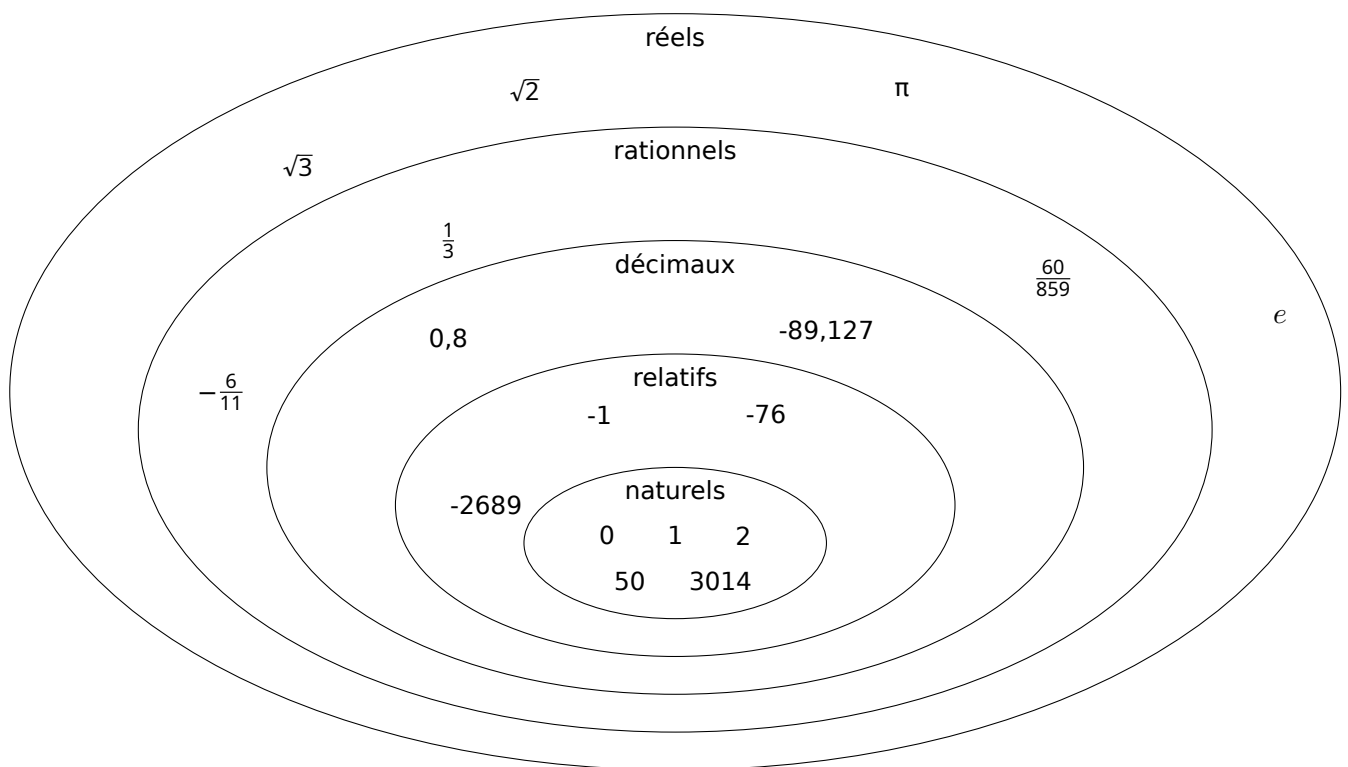
- Les nombres entiers, dits **naturels**. Ceux-ci contiennent  $0, 1, 2, \dots$ .
- Les nombres entiers **relatifs**, qui contiennent  $0, 1, 2, \dots$  mais aussi  $-1, -2, -3, \dots$ .



Dans le cours, le terme relatif s'applique aussi aux *nombres à virgules*. La plupart des mathématiciens préfèrent que les nombres relatifs ne soient que les *nombres entiers*.

- Les nombres **décimaux** : ce sont les nombres à virgules, mais qui ont seulement un nombre fini de chiffres après la virgule. Par exemple,  $2,1$ ,  $5$  ou encore  $-6,8$ .
- Les nombres **rationnels** : ce sont les fractions.
- Les nombres **réels** : ce sont tous les nombres qui peuvent se placer sur une droite. Par exemple,  $\pi$  ( $\pi$ ) n'est pas un nombre rationnel (il ne peut pas s'écrire sous forme de fraction), mais c'est un nombre réel, égal à  $3,141592\dots$

On peut schématiser cela par le diagramme suivant :



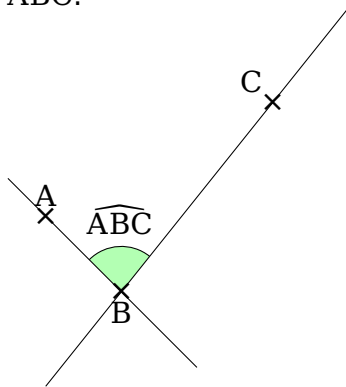
# Chapitre 6

## Angles, angles dans un triangles

### Rappel sur les angles

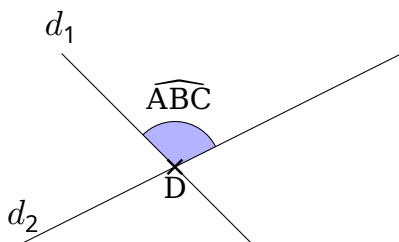
#### Rappel

Si on a trois points A, B et C, l'angle que forme les droites (AB) et (BC) est appelé  $\widehat{ABC}$ .



#### Rappel

Si on a deux droite ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) qui s'intersectent en D, l'angle que forment ces deux droite est appelé  $\widehat{d_1 D d_2}$ .



#### Rappel

Le nombre qui indique l'écartement d'un angle est appelé sa **mesure**.

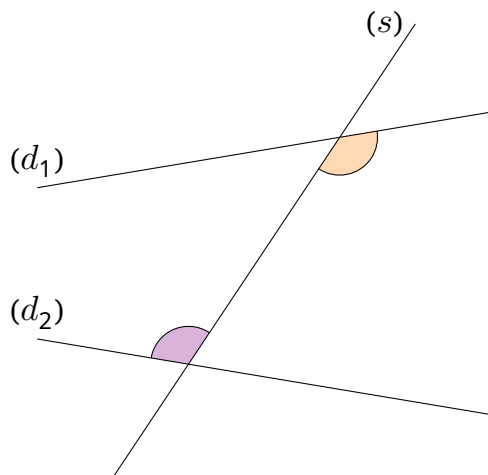
## 1 Angles alternes-internes

### Cours : Angles alternes-internes

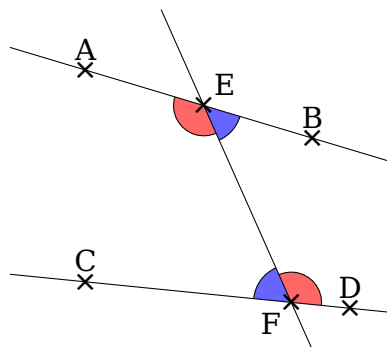
Soit ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) des droites, et ( $s$ ) une droite qui intersecte ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) en A et B. Alors, deux angles sont **alternes-internes** si :

- Ils ont pour sommet A et B.

- Ils sont chacun d'un côté différent de la droite  $(s)$ .
- Ils sont entre les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$ .



### Exemple



Sur cette figure, les angles

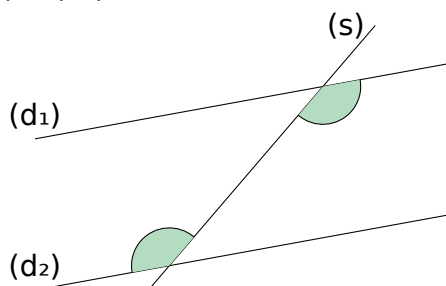
- $\widehat{FEA}$  et  $\widehat{EFD}$  sont alternes-internes.
- $\widehat{BEF}$  et  $\widehat{CFE}$  sont alternes-internes.

### Cours

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les angles alternes-internes ont la même mesure.

### Exemple

$(d_1) \parallel (d_2)$



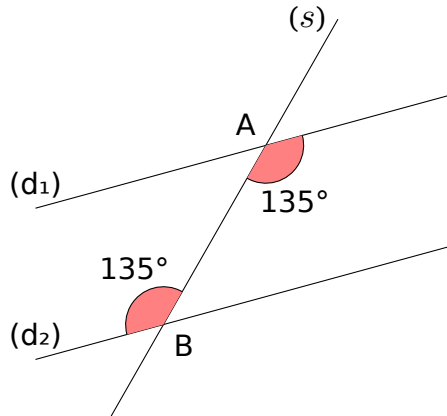
Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont parallèles, donc les angles **verts** ont la même mesure.

## 2 Droites parallèles

## Cours

Si deux droites (dont on ne sais pas encore si elles sont parallèles ou non) sont coupées par une sécante, et que les angles alternes-internes ont la même mesure, *alors* les droites sont parallèles.

### Exemple



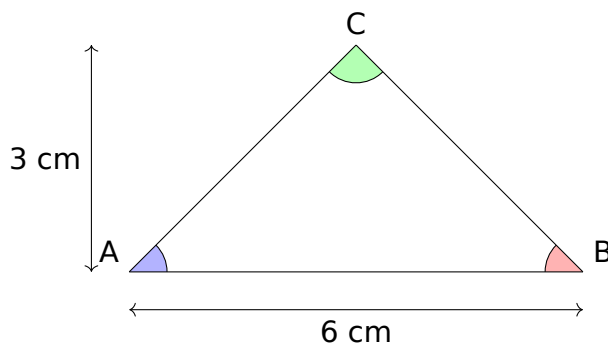
Sur la figure ci-contre, les angles  $\widehat{d_1As}$  et  $\widehat{d_2Bs}$  ont la même mesure, et sont alternes-internes. Donc, les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont parallèles.

## 3 Angles dans un triangle

### Cours

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .

### Exemple



Dans la figure ci-contre, on a

- $\widehat{ABC} = 45^\circ$
- $\widehat{BCA} = 90^\circ$
- $\widehat{CAB} = 45^\circ$

Et on retrouve bien

$$45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

# Chapitre 7

## Fractions

### 1 L'écriture fractionnaire

#### Cours : écriture fractionnaire

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres, avec  $b$  non égal à 0. Le quotient de  $a$  par  $b$  est le nombre qui, multiplié par  $b$ , donne  $a$ .

On peut le noter :

- $a \div b$  : c'est l'écriture **décimale**.
- $\frac{a}{b}$  : c'est l'écriture **fractionnaire**.  
 $a$  est le **numérateur**.  
 $b$  est le **dénominateur**.



On ne peut **jamais** diviser par 0.

#### Exemple

Le quotient de 8 par 9 est  $\frac{8}{9}$ , et on a  $\frac{8}{9} \times 9 = 8$ .

#### Cours : Fractions

Lorsque  $a$  et  $b$  sont des nombres *entiers*, on dit que  $\frac{a}{b}$  est une **fraction**.

### 2 Simplifier des fractions

#### Cours

Si on *multiplie* ou *divise* le numérateur et le dénominateur d'un quotient par le *même* nombre (différent de 0), la valeur du quotient reste la même.

Si  $a$ ,  $b$ , et  $k$  sont trois nombres, avec  $b \neq 0$  et  $k \neq 0$ , alors

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

### Exemple

$$\frac{24}{30} = \frac{24 \div 6}{30 \div 6} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3,5}{6} = \frac{3,5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{7}{12}$$

### Cours

Pour **simplifier** une fraction, il faut écrire une autre fraction qui lui est égale, mais dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

Pour simplifier au *maximum* une fraction, il faut utiliser le *PGCD*, vu au chapitre 1. On dit alors que la fraction est **irréductible**.

### Exemple

Pour simplifier  $\frac{36}{15}$  :

- 36 et 15 sont divisible par 3.
- Donc on a  $\frac{36}{15} = \frac{36 \div 3}{15 \div 3} = \frac{12}{5}$

### Exemple

Pour simplifier  $\frac{84}{70}$  :

- On a  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$  et  $70 = 2 \times 5 \times 7$ . Donc  $\text{PGCD}(84, 70) = 2 \times 7 = 14$ .
- Donc on a  $\frac{84}{70} = \frac{84 \div 14}{70 \div 14} = \frac{6}{5}$ .

## 3 Comparaison de fractions

### Cours

Pour placer une fraction  $\frac{a}{b}$  sur une droite graduée, on peut :

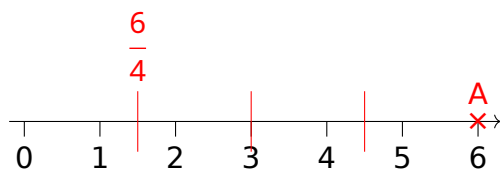
- Calculer la valeur de  $\frac{a}{b}$  ;
- Placer un point A d'abscisse  $a$ , et diviser le segment [OA] en  $b$  parties égales.

### Exemple

Pour placer  $\frac{6}{4}$ , on peut :

- Calculer  $\frac{6}{4} = 1,5$
- Placer le point A d'abscisse 6, et diviser le segment [OA] en 4 parties égales.





## Cours : Comparer des fraction

Pour comparer des fractions, il faut qu'elles aient le même **dénominateur**. On les compare alors par leur numérateur.

### Exemple

$$\frac{8}{5} < \frac{9}{5}, \text{ car } 8 < 9.$$

## Méthode

Si on veut comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur.

Pour comparer  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  :

On multiplie le numérateur et le dénominateur de  $\frac{a}{b}$  par  $d$ , et le numérateur et le dénominateur de  $\frac{c}{d}$  par  $b$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d} \quad \text{et} \quad \frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b}$$

$$b \times d = d \times b$$

### Exemple

Si on veut comparer  $\frac{12}{10}$  et  $\frac{8}{6}$  :

$$\frac{12}{10} = \frac{12 \times 6}{10 \times 6} = \frac{72}{60} \quad \text{et} \quad \frac{8}{6} = \frac{8 \times 10}{6 \times 10} = \frac{80}{60}$$

Donc  $\frac{12}{10} < \frac{8}{6}$ .

## Avancé

### Méthode : Comparer des fractions

Pour comparer deux fractions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$ , on peut mettre le dénominateur de ces fractions au **PPCM** de  $c$  et  $d$ .

#### Exemple

On voudrait comparer  $\frac{17}{90}$  et  $\frac{19}{110}$ .

- $90 = 2 \times 5 \times 11$  et  $110 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ , donc  
PPCM(90, 110) =  $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 990$ .
- On a  $90 \times 11 = 990$  et  $110 \times 9 = 990$ . Donc

$$\frac{17}{90} = \frac{17 \times 11}{90 \times 11} = \frac{187}{990}$$
$$\frac{19}{110} = \frac{19 \times 9}{110 \times 9} = \frac{171}{990}$$

Donc  $\frac{17}{90} > \frac{19}{110}$ .

# Chapitre 8

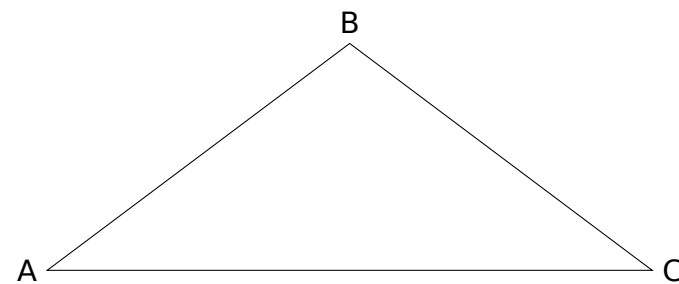
## Triangles et cercles

### 1 Inégalité triangulaire

#### Cours : Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur d'un côté est **toujours inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.

#### Exemple



$$AB = 5\text{cm}$$

$$BC = 5\text{cm}$$

$$AC = 8\text{cm}$$

On a

- $AB < BC + AC$
- $BC < AB + AC$
- $AC < AB + BC$

### 2 Médiatrice

#### Cours : Médiatrice

La **médiatrice** d'un segment  $[AB]$  est la droite qui

- Passe par le milieu de  $[AB]$ .
- Est perpendiculaire à  $[AB]$ .

Tous les points de la médiatrice sont alors **à égale distance** de A et B.

#### Cours

Dans un triangle ABC, les médiatrices des trois côtés se rencontrent **en un seul point**.

Ce point est alors **à égale distance** de A, B et C.

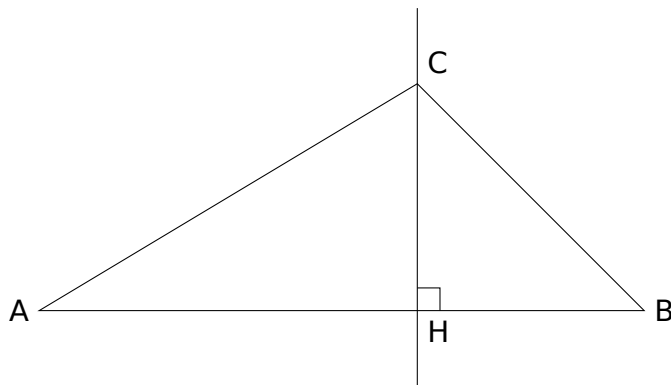
### 3 Hauteurs

#### Cours : Hauteur issue d'un sommet

Dans un triangle, la **hauteur issue d'un sommet** est la droite

- passant par ce sommet ;
- perpendiculaire au côté opposé.

#### Exemple



Ici, la hauteur issue de C est la droite (CH).

# Chapitre 9

## Calcul littéral

### 1 Expression littérale

#### Cours : Expression littérale

Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

#### Exemple

$$A = 2 \times x + 3$$

$$B = x + 2 \times y$$

sont des expressions littérales.

#### Cours : Simplification d'écriture

Pour alléger l'écriture d'une expression littérale, le signe  $\times$  peut être supprimé dans certains cas :

- Entre un nombre et une lettre :  
 $3 \times a = 3a$   
 $20 - 5 \times x = 20 - 5x$
- Entre 2 lettres :  
 $x \times y = xy$   
 $2 \times a \times b = 2ab$
- Entre un nombre et une parenthèse :  
 $2 \times (x + 3) = 2(x + 3)$   
 $5 \times (3 \times x - 1) = 5(3x - 1)$
- Entre une lettre et une parenthèse :  
 $x \times (7 + y) = x(7 + y)$   
 $6 \times x \times (2 + y) = 6x(2 + y)$
- Entre 2 parenthèses :  
 $(5 + x) \times (3 - 2y) = (5 + x)(3 - 2y)$
- $1x$  s'écrit simplement  $x$

#### Cours : Développer, factoriser

- **Développer** une expression littérale, c'est l'écrire comme une somme de termes.

- **Factoriser** une expression littérale, c'est l'écrire comme un produit de facteurs.

### Exemple

- $A = 7x + 3(x + 2)$  est une forme quelconque.
- $B = 3z + 5 - 2z + 9$  est une forme développée.
- $C = 5(g - 7)$  est une forme factorisée.
- $D = (a - 3)(a + 4)$  est une forme factorisée.

## Cours : Utilisation d'une expression littérale

Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on *remplace* dans l'expression toutes les *lettres* par leurs *valeurs*.

### Exemple

L'aire  $\mathcal{A}$  d'un rectangle peut s'écrire comme le produit de sa longueur  $L$  et de sa largeur  $l$  :

$$\mathcal{A} = L \times l$$

Si on veut calculer l'aire d'un rectangle de longueur 6 et de largeur 4, on doit donc remplacer  $L$  par 6 et  $l$  par 4 :

$$\mathcal{A} = L \times l$$

$$\mathcal{A} = 6 \times 4$$

$$\mathcal{A} = 24$$

## 2 Tester une égalité

### Cours : Égalité

- Une **égalité** est constituée de deux **membres** séparés par un signe  $=$ .
- Une égalité est **vraie** si les deux membres ont la même valeur.

### Exemple

$$\underbrace{3 \times 6}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{13 + 5}_{\text{membre de droite}}$$

Cette égalité est *vraie* car les deux membres valent 18.

$$\underbrace{1 + 2 + 18}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{5 \times 4}_{\text{membre de droite}}$$

Cette égalité est *fausse* car le membre de gauche vaut 21, tandis que le membre de droite vaut 20.

## Cours : Égalité avec des lettres

Si une égalité contient des lettres, elle peut être *vraie* pour certaines valeurs, et *fausse* pour d'autres.

### Exemple

Considérons l'égalité  $x + 6 = 19$ .

- Si  $x = 8$ , cette égalité est fausse : on a 14 à gauche et 19 à droite.
- Si  $x = 13$ , cette égalité est vraie : on a 19 des deux côtés.

## Résumé / carte mentale

### Expression littérale

Les lettres désignent des nombres.

Exemple :  $x + 2$

### Calcul de la valeur d'une expression littérale

On remplace les lettres par leurs valeurs.

Exemple : Avec  $x = 1$ ,

$$\begin{aligned}x + 2 &= 1 + 2 \\ &= 3\end{aligned}$$

### Égalité

$$\begin{array}{ccc}G & = & D \\ \text{membre de gauche} & & \text{membre de droite}\end{array}$$

### Tester une égalité

Calcul de G puis calcul de D.

- Si Résultat G = Résultat D alors l'égalité est **vraie**.
- Si Résultat G  $\neq$  Résultat D alors l'égalité est **fausse**.

# Chapitre 10

## Série de données

### 1 Effectifs, fréquence, moyenne

#### Cours : Effectif

Dans une série de données :

- L'**effectif** d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît.
- L'**effectif total** est la somme de tous les effectifs.

#### Exemple

Voici les couleurs de cheveux des élèves dans une classe :

Taille	Blond	Brun	Noir
Nombre d'élèves	5	12	7

L'*effectif* des élèves ayant les cheveux blonds est 5.

L'*effectif total* est  $5 + 12 + 7 = 24$ .

#### Cours : Moyenne

Si les données sont des nombres, la **moyenne** de la série de données est égale à la somme de toutes ces données, divisées par l'effectif total.

#### Exemple

Si les cinq notes du semestre d'un élève sont 11, 12, 10, 15 et 17, sa moyenne est

$$\frac{11 + 12 + 10 + 15 + 17}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

#### Cours : Fréquence

La **fréquence** d'une donnée est obtenue en divisant son effectif par l'effectif total :

$$\text{fréquence d'une donnée} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$$

### 2 Diagrammes et graphiques



## Cours : diagrammes

- Dans un **diagramme en bâtons**, la hauteur d'un bâton est proportionnelle à l'effectif de la donnée associée.
- Lorsqu'il y a trop de données différentes, on peut les regrouper en **classes**, et utiliser un **histogramme**.
- Dans un **diagramme circulaire**, la mesure de chaque angle est proportionnelle à l'effectif associé.

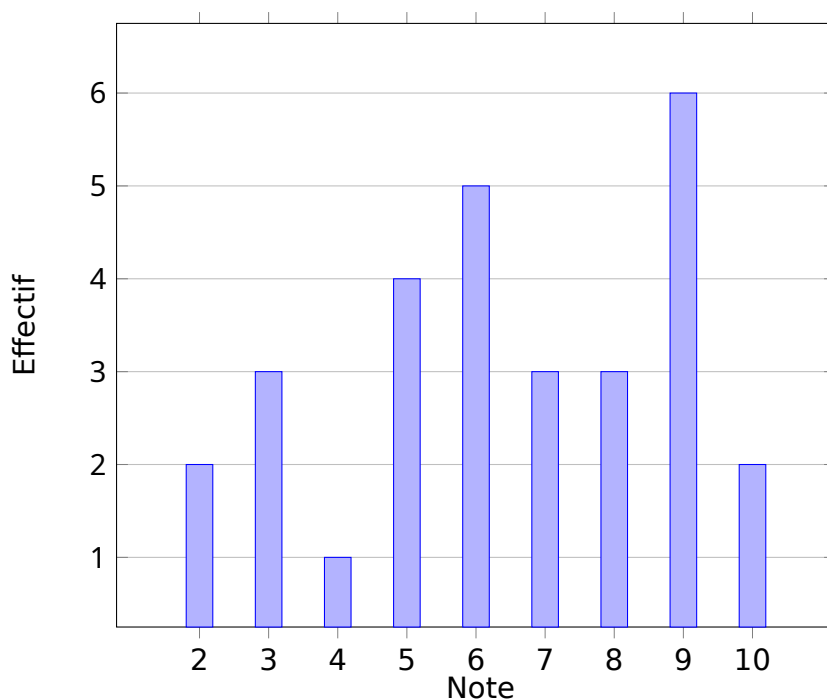
### 2.1 Diagramme en bâtons

#### Exemple

Voici les notes d'un devoir de mathématiques :

Note	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	2	3	1	4	5	3	3	6	2

À chaque note est associé un bâton : sa hauteur est le nombre d'élèves ayant obtenu cette note.

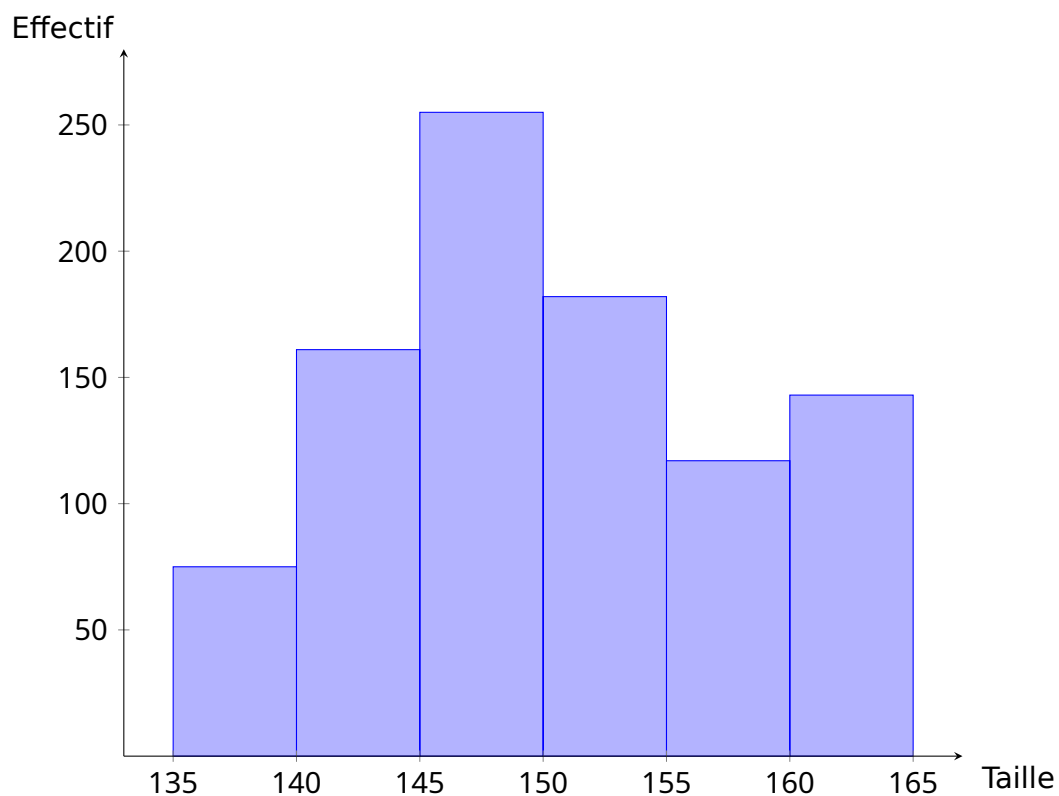


### 2.2 Histogramme

#### Exemple

On a mesuré la taille des élèves dans le collège. Comme presque toutes ces tailles sont différentes, on les a regroupé en *classes*, d'**amplitude** 5cm :

Taille (en cm) entre	135 et 139	140 et 144	145 et 149	150 et 154	155 et 159	160 et 164
Effectif	75	161	255	182	117	143

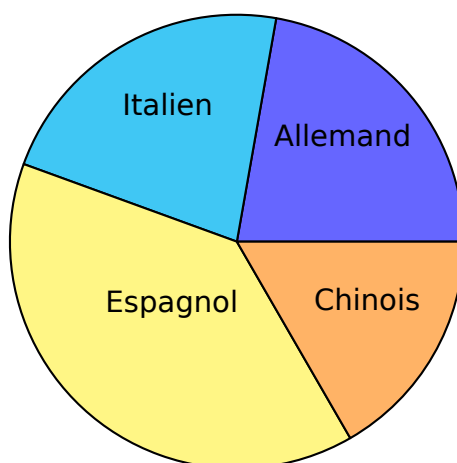


## 2.3 Diagramme circulaire

### Exemple

Voici la répartition des élèves d'un collège en LV2 :

Langue	Allemand	Italien	Espagnol	Chinois	Total
Effectif	40	40	70	30	180
Angle (en °)	80	80	140	60	360



# Chapitre 11

## Nombres relatifs (partie 2)

### 1 Addition

#### Rappel

La **distance à zéro** d'un nombre relatif est le nombre positif situé après le signe.

#### Exemple

La distance à zéro de  $+5$  est 5.

La distance à zéro de  $-2$  est 2.

#### Cours : Addition de nombres relatifs, cas 1

Si deux nombres relatifs ont le même signe, alors leur somme a :

- Le même signe que ces deux nombres.
- Pour distance à zéro, la **somme** de leur distances à zéro.

#### Exemple

- Pour calculer  $5,4 + 3,5$  :
  - Les deux nombres sont positifs, donc la somme est positive.
  - La somme de leurs distances à zéro est  $5,4 + 3,5 = 8,9$ .Donc la somme de 5,4 et 3,5 est  $+8,9$  (ou juste 8,9).
- Pour calculer  $-2 + (-7)$  :
  - Les deux nombres sont négatifs, donc la somme est négative.
  - La somme de leurs distances à zéro est  $2 + 7 = 9$ .Donc la somme de  $-2$  et  $-7$  est  $-9$ .

#### Cours : Addition de nombres relatifs, cas 2

Si deux nombres relatifs sont de signes contraires, alors leur somme a

- Le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.
- Pour distance à zéro, la **différence** de leurs distances à zéro.

### Exemple

Pour calculer  $-8 + 6$  :

- Le nombre qui à la plus grande distance à zéro est  $-8$ , donc le résultat est *négatif*.
- La différence de leurs distances à zéro est  $8 - 6 = 2$ .

Donc la somme de  $-8$  et de  $6$  est  $-2$ .

## 2 Nombres opposés

### Cours

Deux nombres sont **opposés** si leur somme est égale à zéro.

De manière équivalente, deux nombres opposés :

- Sont de signes contraires.
- Ont la même distance à zéro.

### Exemple

- $3,2$  et  $-3,2$  sont opposés.
- L'opposé de  $-4,6$  est  $+4,6$  (ou seulement  $4,6$ ).

## 3 Soustraction

### Cours

Pour **soustraire** un nombre relatif, on ajoute son opposé.

### Exemple

$$\begin{aligned} A &= -5 - 2 \\ &= -5 + (-2) \\ &= -(5 + 2) \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 3 - (-8,7) \\ &= 3 + 8,7 \\ &= 11,7 \end{aligned}$$

### Cours

Sur une droite graduée, la **distance** entre deux points est égale à la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite.

### Exemple



La distance entre **A** et **B** est égale à :

$$AB = 3,5 - (-2)$$

$$\begin{array}{l} AB = 3,5 + 2 \\ AB = 5,5 \end{array}$$

## **Chapitre 12**

# **Solides de l'espace, volume**