

# Chapitre 7 : Fractions

## 1 L'écriture fractionnaire

### Cours : écriture fractionnaire

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres, avec  $b$  non égal à 0. Le quotient de  $a$  par  $b$  est le nombre qui, multiplié par  $b$ , donne  $a$ .

On peut le noter :

- $a \div b$  : c'est l'écriture **décimale**.
- $\frac{a}{b}$  : c'est l'écriture **fractionnaire**.  
 $a$  est le **numérateur**.  
 $b$  est le **dénominateur**.



On ne peut **jamais** diviser par 0.

### Exemple

Le quotient de 8 par 9 est  $\frac{8}{9}$ , et on a  $\frac{8}{9} \times 9 = 8$ .

### Cours : Fractions

Lorsque  $a$  et  $b$  sont des nombres *entiers*, on dit que  $\frac{a}{b}$  est une **fraction**.

## 2 Simplifier des fractions

### Cours

Si on **multiplie** ou **divise** le numérateur **et** le dénominateur d'un quotient par le **même** nombre (différent de 0), la valeur du quotient reste la même.

Si  $a$ ,  $b$ , et  $k$  sont trois nombres, avec  $b \neq 0$  et  $k \neq 0$ , alors

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

### Exemple

$$\frac{24}{30} = \frac{24 \div 6}{30 \div 6} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3,5}{6} = \frac{3,5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{7}{12}$$

## Cours

Pour **simplifier** une fraction, il faut écrire une autre fraction qui lui est égale, mais dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

Pour simplifier au *maximum* une fraction, il faut utiliser le *PGCD*, vu au chapitre 1. On dit alors que la fraction est **irréductible**.

### Exemple

Pour simplifier  $\frac{36}{15}$  :

- 36 et 15 sont divisible par 3.
- Donc on a  $\frac{36}{15} = \frac{36 \div 3}{15 \div 3} = \frac{12}{5}$

### Exemple

Pour simplifier  $\frac{84}{70}$  :

- On a  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$  et  $70 = 2 \times 5 \times 7$ . Donc  $\text{PGCD}(84, 70) = 2 \times 7 = 14$ .
- Donc on a  $\frac{84}{70} = \frac{84 \div 14}{70 \div 14} = \frac{6}{5}$ .

## 3 Comparaison de fractions

## Cours

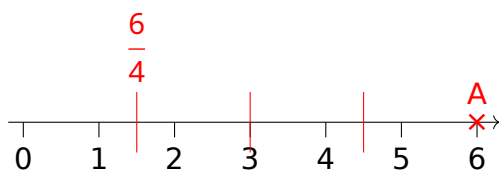
Pour placer une fraction  $\frac{a}{b}$  sur une droite graduée, on peut :

- Calculer la valeur de  $\frac{a}{b}$  ;
- Placer un point A d'abscisse  $a$ , et diviser le segment [OA] en  $b$  parties égales.

### Exemple

Pour placer  $\frac{6}{4}$ , on peut :

- Calculer  $\frac{6}{4} = 1,5$
- Placer le point A d'abscisse 6, et diviser le segment [OA] en 4 parties égales.



## Cours : Comparer des fraction

Pour comparer des fractions, il faut qu'elles aient le même **dénominateur**. On les compare alors par leur numérateur.

### Exemple

$$\frac{8}{5} < \frac{9}{5}, \text{ car } 8 < 9.$$

### Méthode

Si on veut comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur.

Pour comparer  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  :

On multiplie le numérateur et le dénominateur de  $\frac{a}{b}$  par  $d$ , et le numérateur et le dénominateur de  $\frac{c}{d}$  par  $b$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d} \quad \text{et} \quad \frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b}$$

$$b \times d = d \times b$$

### Exemple

Si on veut comparer  $\frac{12}{10}$  et  $\frac{8}{6}$  :

$$\frac{12}{10} = \frac{12 \times 6}{10 \times 6} = \frac{72}{60} \quad \text{et} \quad \frac{8}{6} = \frac{8 \times 10}{6 \times 10} = \frac{80}{60}$$

Donc  $\frac{12}{10} < \frac{8}{6}$ .

## Avancé

### Méthode : Comparer des fractions

Pour comparer deux fractions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$ , on peut mettre le dénominateur de ces fractions au **PPCM** de  $c$  et  $d$ .

#### Exemple

On voudrait comparer  $\frac{17}{90}$  et  $\frac{19}{110}$ .

- $90 = 2 \times 5 \times 11$  et  $110 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ , donc  
PPCM(90, 110) =  $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 990$ .
- On a  $90 \times 11 = 990$  et  $110 \times 9 = 990$ . Donc

$$\begin{aligned}\frac{17}{90} &= \frac{17 \times 11}{90 \times 11} = \frac{187}{990} \\ \frac{19}{110} &= \frac{19 \times 9}{110 \times 9} = \frac{171}{990}\end{aligned}$$

$$\text{Donc } \frac{17}{90} > \frac{19}{110}.$$