

Multiples de 3

Tu sais peut-être déjà que, pour qu'un nombre soit multiple de 3, il faut (et suffit) que la **somme des chiffres** de ce nombre soit aussi multiple de 3. Nous allons ici en faire la preuve !

Remarque :

On ne peut pas utiliser le critère de divisibilité par 3 tout au long de cette fiche, car **c'est ce qu'on essaie de montrer !**

1 Puissance de 10

- Calcule $10 - 1 = \dots$
Est-ce un multiple de 3 ?
- Fait de même pour $100 - 1 = \dots$ et $1000 - 1 = \dots$.
Peux-tu faire une hypothèse ?
- Essaie de prouver cette hypothèse (sans utiliser le critère de divisibilité par 3 !).

Indice

On sait que $10\,000 = 10 \times 1000$.

Donc, $10\,000 - 1 = (1000 - 1) \times \dots + \dots$

Enfin, tu sais que $(1000 - 1)$ est multiple de 3 : donc, que peux-tu dire de $10\,000 - 1$? Fait de même pour $100\,000 - 1$.

Notation

On note 10^k pour dire **un 10 suivi de k zéros**.

On sait maintenant que quel que soit k , $10^k - 1$ est un multiple de 3.

2 Nombres généraux

Prenons le nombre 2 000 000.

- D'après la section précédente, on peut dire que $1\,000\,000 - 1 = 3 \times n$ (où n est un nombre que nous ne connaissons pas. En tout cas pas moi :)). Donc

$$1\,000\,000 = \dots \times n + \dots$$

- Sachant cela, écrit

$$2\,000\,000 = 3 \times \dots + \dots$$

- De même, écrit

$$3\,000\,000 = 3 \times \dots + \dots$$

Que remarques-tu ?

Prenons maintenant le nombre 5 000 010.

- On écrit $1\,000\,000 - 1 = 3 \times n$ et $10 - 1 = 3 \times m$. Donc

$$1\,000\,000 = \dots \times n + \dots \quad \text{et} \quad 10 = \dots \times m + \dots$$

- Ainsi, on peut écrire

$$5\,000\,010 = 3 \times \dots + \dots$$

Conclus.