

Chapitre 5 : Règles de calcul (partie 2)

Propriété : Double distributivité

Si a, b, c et d sont quatre nombres réels, on a

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

On dit que l'expression de gauche est **factorisée**, et que l'expression de droite est **développée**.

Propriété : Identités remarquables

Si a et b sont des nombres réels, on a

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ces égalités sont à connaître par cœur !

Démonstration. On va prouver l'égalité 1, en utilisant la double distributivité :
Soient a et b deux nombres réels. Alors :

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b \\ &= a^2 + a \times b + a \times b + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

□

Propriété

Si a et b sont des nombres réels, on a :

$$(ab)^2 = a^2b^2 \quad \text{et} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

Propriété

Si a et b sont des nombres réels, on a :

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Montrer que les deux égalités et l'inégalité ci-dessus sont vérifiées pour $a = 9$ et $b = 16$:

- $\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = 12$, et $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$
- $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{0,5625} = 0,75$, et $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4} = 0,75$

- $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$, et $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

Propriété : Produit nul

Si un produit est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple

Résoudre l'équation $(x - 3)(2x + 4) = 0$:

- On sait que $(x - 3)(2x + 4) = 0$. Donc on a $x - 3 = 0$ ou $2x + 4 = 0$.
- Si $x - 3 = 0$, alors $x = 3$.
- Si $2x + 4 = 0$, alors $x = -2$.
- L'ensemble de solutions de cette équation est donc $\{-2; 3\}$.