Chapitre 4 : Polynômes de degré 2 et 3

Définition : Polynôme de degré 2

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction pouvant s'écrire sous la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Où a, b et c sont des nombres constants.

Définition: Racines

Une fonction de degré 2 peut parfois (mais pas tout le temps) s'écrire sous la forme

$$f(x) = a \times (x - r_1) \times (x - r_2)$$

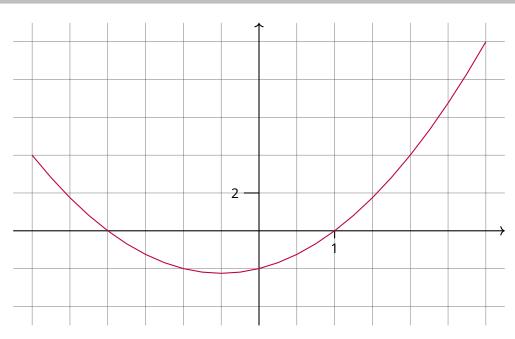
Dans ce cas, on dit que r_1 et r_2 sont les **racines** de f.

Exemple

Si on développe l'expression (x+2)(x-1), on obtient x^2+x-2 . On dit que la fonction $f(x)=x^2+x-2$ s'écrit aussi f(x)=(x+2)(x-1), et a pour racines -2 et 1.

Propriété

Si r_1 et r_2 sont les racines d'une fonction de degré 2 f, on a $f(r_1) = f(r_2) = 0$.



graphe de la fonction f(x) = (x + 2)(x - 1)

Propriété: Courbe d'une fonction de degré 2

Si $f(x) = ax^2 + bx + c$ est une fonction de degré 2, on peut trouver certaines propriétés de sa courbe :

- Si a>0, les "bras" de la courbe sont dirigés vers le haut. Sinon, ils sont dirigés vers le bas.
- Le point le plus bas (si a > 0) ou haut (si a < 0) de la courbe a pour abscisse $-\frac{b}{2a}$.
- La courbe est symétrique par rapport à l'axe $x = -\frac{b}{2a}$.

Si on a de plus la forme factorisée de la fonction $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, on sait que les points $(r_1;0)$ et $(r_2;0)$ font partie de la courbe.

Propriété

Pour résoudre l'équation $x^2 = a$:

- Si a > 0, il y a deux solutions : $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.
- Si a = 0, il n'y a qu'une solution : x = 0.
- Si a < 0, il n'y a pas de solution.

Propriété

L'unique solution de l'équation $x^3=a$ est $x=\sqrt[3]{a}$, appelée la **racine troisième de** a. De plus,

- Si a > 0, x > 0
- Si a = 0, x = 0
- Si a < 0, x < 0