

Exercices : suites

Exercice 1. Soit u une suite géométrique de raison $q > 0$, telle que $u_1 = 4$ et $u_2 = 20$.

1. Calculer sa raison q .
2. Calculer u_0 .

Exercice 2. Soit v une suite arithmétique de raison r , telle que $v_1 = 31$ et $v_3 = 39$.

1. Calculer sa raison r .
2. Calculer v_0 .

Exercice 3. Soit r une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $r_1 = 0,01$.

1. Donner le sens de variation de r .
2. Calculer r_7 .
3. Donner l'indice du premier terme supérieur à 10.

Exercice 4. Soit u la suite définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 3u_n - 4$.

1. Calculer puis représenter les 4 premiers termes de cette suite.

$$\bullet u_0 = 3 \qquad \bullet u_1 = 5 \qquad \bullet u_2 = 11 \qquad \bullet u_3 = 29$$

2. Quel semble être le sens de variations de u ?

Elle semble être décroissante.

3. Montrer que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

4. On définit la suite v telle que pour tout $n \geq 0$, $v_n = u_n - 2$.

- (a) Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3 .

$$\bullet v_0 = 1 \qquad \bullet v_1 = 3 \qquad \bullet v_2 = 9 \qquad \bullet v_3 = 27$$

- (b) Quelle semble être la nature de la suite v ?

Elle semble être géométrique de raison 3

- (c) Le démontrer en calculant $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

$$\begin{aligned} \frac{v_{n+1}}{v_n} &= \frac{u_{n+1} - 2}{u_n - 2} \\ &= \frac{3u_n - 6}{u_n - 2} \\ &= 3 \frac{u_n - 2}{u_n - 2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Donc v est géométrique de raison 3.

Exercice 5. Soit u la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n}$.

On admet que pour tout n , $u_n \neq 6$ et donc u_n est bien défini.

1. Vérifier que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

$$\bullet u_0 = 1 \qquad \bullet u_1 = 9/5 \qquad \bullet u_2 = 45/21$$

2. On définit la suite v telle que pour tout $n \geq 0$, $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$.

- (a) Calculer v_0, v_1 et v_2 .

$$\bullet v_0 = -1/2 = -9/18$$

$$\bullet v_1 = -5/6 = -15/18$$

$$\bullet v_2 = -21/18$$

(b) Quelle semble être la nature de la suite v ?

Elle semble être arithmétique de raison $6/18 = 1/3$

(c) Le démontrer en calculant $v_{n+1} - v_n$.

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{u_{n+1} - 3} - \frac{1}{u_n - 3} \\ &= \frac{1}{\frac{9}{6-u_n} - \frac{18-3u_n}{6-u_n}} - \frac{1}{u_n - 3} \\ &= \frac{1}{\frac{3u_n-9}{6-u_n}} - \frac{1}{u_n - 3} \\ &= \frac{\frac{1}{3}(6-u_n)}{u_n - 3} - \frac{1}{u_n - 3} \\ &= \frac{2 - 1 - \frac{u_n}{3}}{u_n - 3} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{u_n - 3}{u_n - 3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Donc v est arithmétique de raison $1/3$.