

Exercices : variations de suites

Exercice 1.

Le Kelvin, de symbole K, est une mesure de la température. On l'obtient à partir des degrés Celsius en ajoutant 273,15.

Pour dégager de l'énergie, un réacteur nucléaire doit faire chauffer une barre de matériaux radioactif, généralement de l'uranium.

Pour une barre de a cm de longueur, on admet les propriétés suivantes :

- La température initiale de la barre est de 320K ;
- Chaque seconde, la température de la barre augmente de $0,3a\%$;
- puis, si la barre est à x degrés, elle perd $0,2 \times (x - 293\text{K})$ de température.

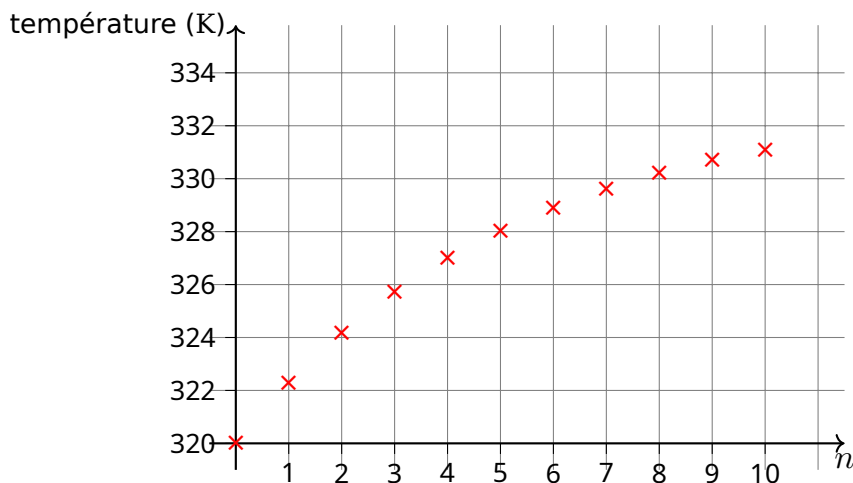
On cherche donc à savoir quelle serait la taille idéale d'une barre d'uranium.

1. Si la barre fait 5m de longueur, calculer la température de la barre après 2 secondes : 1455,8K
2. On appelle T la suite qui décrit la température de la barre : au bout de n secondes, la température de la barre est T_n .

Écrire alors une définition de la suite T :

- $T_0 = 320$
- $T_{n+1} = T_n \times (1 + a/100) \times 0,8 + 58,6$

3. Si la barre fait 10cm, noter l'évolution de la température sur le repère suivant :



4. Montrer que cette suite n'est ni arithmétique ni géométrique.
5. À l'aide de la calculatrice, faire une hypothèse sur la température maximale atteinte dans le cas $a = 10$ cm. $332,95\text{K} = 39,8^\circ\text{C}$
6. Pour quelle longueur de la barre la température reste-elle toujours à 320K ? (indice : écrire l'équation obtenue sachant que $T_0 = T_1$)
Ainsi la température augmente si $a > 7,03125$
7. Quelle doit être la longueur de la barre pour que la température maximale atteinte soit 1000K ?