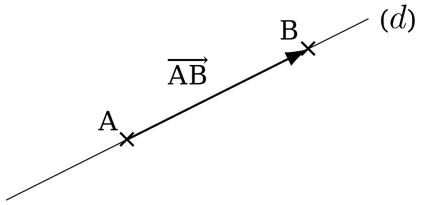
Chapitre 8 : Équations de droites

Définition : Vecteur directeur

Si on dispose d'une droite (d) et de deux points A et B sur cette droite, alors $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ est **un vecteur directeur** de (d).



Propriété

Si on dispose d'un point A et d'un vecteur $\vec{u}$,
La droite (d) passant par A de vecteur directeur u est constituée de tous les points M vérifiant :

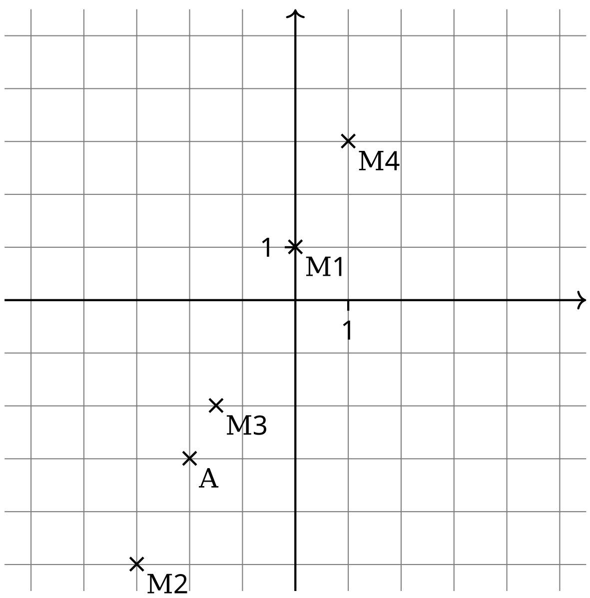
$\vec{u}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ sont colinéaires

Autrement dit, une droite peut être définie par un point et un vecteur.

Exemple

On donne $\mathrm{A}(-2;-3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$. Comme vecteurs colinéaires à $\vec{u}$, on a par exemple $\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0,5\\1\end{pmatrix}$ ou encore $\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$: On peut donc placer

- M_1 tel que $\overrightarrow{\mathrm{AM}_1} = \begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$
- M_2 tel que $\overrightarrow{\mathrm{AM}_2} = \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$
- M_3 tel que $\overrightarrow{\mathrm{AM}_3} = \begin{pmatrix}0,5\\1\end{pmatrix}$
- M_4 tel que $\overrightarrow{\mathrm{AM}_4} = \begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$



On voit que ces points s'alignent pour former une droite.

Définition : Équation cartésienne d'une droite

Soient a, b et c trois nombres réels, tels qu'au moins l'un des nombres a et b est non nul.
Alors l'ensemble des solutions de l'équation

$$ax + by + c = 0$$

forme une droite, dont le vecteur directeur est $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.
L'équation $ax + by + c = 0$ est appelée **l'équation cartésienne** de la droite.

Exemple

$3x - 2y + 1 = 0$ est l'équation cartésienne de la droite (d) représentée ci-contre.
En effet, le point de coordonnées (1;2) appartient à la droite, car $3 \times 1 - 2 \times 2 + 1 = 0$.