

## Encadrement de $\sqrt{2}$

1. Montrer que  $\sqrt{2}$  est une solution de l'équation  $x^2 - 2 = 0$  :
2. On veut pouvoir, en python, calculer rapidement le résultat de  $x^2 - 2$  pour n'importe quel  $x$ . On veut donc une fonction, qui prend  $x$  en entrée et renvoie  $x^2 - 2$ .  
Recopier la fonction suivante dans l'éditeur, et la compléter :

```
def f(x):
    return ... # compléter ici
```

3. on va faire afficher 100 valeurs de  $f$  pour  $x$  entre 1 et 2.
  - Quel est alors l'écart entre chaque valeur de  $x$ ? .....
  - On appelle cet écart le pas.
  - Recopier le code suivant dans l'éditeur, et le compléter :

```
a = 1
b = 2
N = 100
pas = ...
for i in range(...):
    x = a + ... * pas
    print("x = ", x, "f(x) = ", f(x))
```

- Donner alors une approximation de  $\sqrt{2}$  : .....

4. On veut maintenant généraliser la méthode ci-dessus : on utilise donc une **fonction**

```
def affiche_valeurs(a, b, N):
    pas = ...
    for i in range(N):
        x = a + i * pas
        print("x = ", x, "f(x) = ", f(x))
```

Comment calcule-t-on alors le pas correct pour que  $x$  aille de  $a$  à  $b$  ?

5. Modifier la fonction ci-dessus afin qu'elle s'arrête dès que  $f(x)$  dépasse 0.  
L'utiliser alors pour déterminer une valeur de  $\sqrt{2}$  au millième près : .....
6. On veut maintenant visualiser la fonction  $f$  : Recopier le code suivant dans l'éditeur :

```
import matplotlib.pyplot as plt

# representation affiche N + 1 valeur de f(x) entre a et b.
def representation(a, b, N):
    pas = ...
    for i in range(N+1):
        x = a + i * pas
        plt.plot(x, f(x), 'b.')

representation(0, 2, 100)
plt.plot([0,2], [0,0], 'r--')
plt.show()
```

- Si on veut que  $x$  prenne  $N + 1$  valeurs entre  $a$  et  $b$ , quelle doit être la valeur du pas ?  
.....
- Compléter alors le programme ci-dessus.
- Lancer le programme, et lire une approximation de  $\sqrt{2}$  sur l'image obtenue.  
Quelle est la précision de l'approximation ? .....