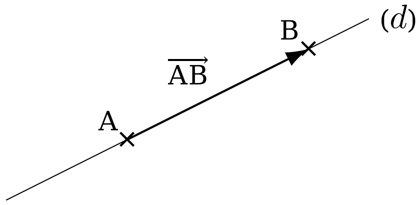
Chapitre 8 : Équations de droites

Définition : Vecteur directeur

Si on dispose d'une droite (d) et de deux points A et B sur cette droite, alors $\overrightarrow{AB}$ est **un vecteur directeur** de (d).



Propriété

Si on dispose d'un point A et d'un vecteur $\vec{u}$,
La droite (d) passant par A de vecteur directeur u est constituée de tous les points M vérifiant :

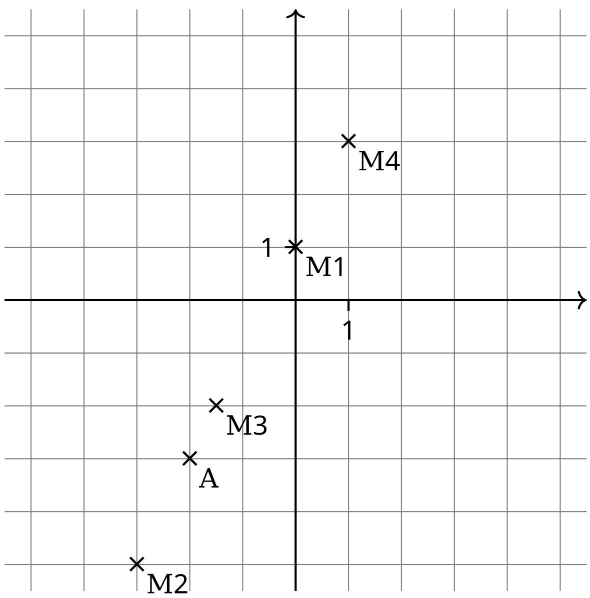
$\vec{u}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

Autrement dit, une droite peut être définie par un point et un vecteur.

Exemple

On donne $A(-2;-3)$ et $\vec{u}\binom{1}{2}$. Comme vecteurs colinéaires à $\vec{u}$, on a par exemple $\binom{2}{4}$, $\binom{-1}{-2}$, $\binom{0{,}5}{1}$ ou encore $\binom{3}{6}$: On peut donc placer

- M_1 tel que $\overrightarrow{AM_1} = \binom{2}{4}$
- M_2 tel que $\overrightarrow{AM_2} = \binom{-1}{-2}$
- M_3 tel que $\overrightarrow{AM_3} = \binom{0{,}5}{1}$
- M_4 tel que $\overrightarrow{AM_4} = \binom{3}{6}$



On voit que ces points s'alignent pour former une droite.

Définition : Équation cartésienne d'une droite

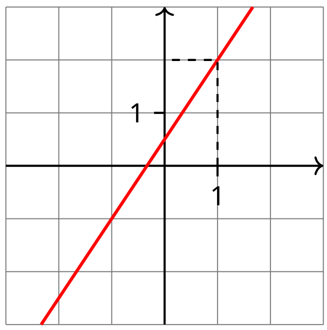
Soient a, b et c trois nombres réels, tels qu'au moins l'un des nombres a et b est non nul.
Alors l'ensemble des solutions de l'équation

$$ax + by + c = 0$$

forme une droite, dont le vecteur directeur est $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.
L'équation $ax + by + c = 0$ est appelée **l'équation cartésienne** de la droite.

Exemple

$3x - 2y + 1 = 0$ est l'équation cartésienne de la droite (d) représentée ci-contre.
En effet, le point de coordonnées $(1;2)$ appartient à la droite, car $3 \times 1 - 2 \times 2 + 1 = 0$.



Propriété

- Si a , b et c sont des nombres réels, $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite définie par $ax + by + c = 0$.
- Inversement, si (d) est une droite dont $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur, on peut trouver $c \in \mathbb{R}$ tel que $ax + by + c = 0$ est une équation cartésienne de (d).