

[CORRECTION] Évaluation : Généralités sur les fonctions (sujet B)

Exercice 1 :

1. L'image par f de -2 est 3 .
L'image par f de 2 est -1
2. Sur $[1;5]$, f est croissante.
3. Le taux de variation de f entre 2 et 5 est

$$\begin{aligned}\frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} &= \frac{2 - (-1)}{3} \\ &= \frac{3}{3} \\ &= 1\end{aligned}$$

4. L'image par g de -4 est -1
L'image par g de 2 est -1
5. Les antécédents par g de -1 sont -4 et 2 .
Les antécédents par g de 1 sont -2 et 4 .
 5 n'a pas d'antécédents par g .

x	-5	-2	2	5
$g(x)$	-4	1	-1	4

6.

Exercice 2 :

1.

$$\begin{aligned}f(x) = 0 &\Leftrightarrow 4x - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x = 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

x	-2	$\frac{1}{4}$	2
$f(x)$	$-$	0	$+$

2.

3. Le taux de variation de f entre -2 et 2 est :

$$\begin{aligned}\frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} &= \frac{(4 \times 2 - 1) - (4 \times (-2) - 1)}{2 + 2} \\ &= \frac{7 - (-9)}{4} \\ &= \frac{16}{4} \\ &= 4\end{aligned}$$

4. Le taux de variation de f entre 3 et 6 est

$$\begin{aligned}\frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} &= \frac{(4 \times 6 - 1) - (4 \times 3 - 1)}{3} \\ &= \frac{23 - 11}{3} \\ &= \frac{12}{3} \\ &= 4\end{aligned}$$

5. Soient a et b deux nombres réels. Le taux de variation de f entre a et b est alors

$$\begin{aligned}\frac{f(b) - f(a)}{b - a} &= \frac{(4 \times b - 1) - (4 \times a - 1)}{b - a} \\ &= \frac{4 \times (b - a) - 1 + 1}{b - a} \\ &= \frac{4 \times (b - a)}{b - a} \\ &= 4\end{aligned}$$

Exercice 3 :

1. On appelle x le nombre de mois écoulés.

Avec la stratégie d'origine, l'entreprise dépense 6 500€ par mois : le coût au bout de x mois est donc $6\,500 \times x$.

Avec la nouvelle stratégie, l'entreprise dépense 120 000€ initialement, puis $2\,400 + \frac{10\,800}{12} = 3\,300$ € par mois. Le coût au bout de x mois est donc $120\,000 + 3\,300 \times x$.

On cherche donc x tel que

$$\begin{aligned}6\,500x &> 120\,000 + 3\,300x \\ 3\,200x &> 120\,000 \\ x &> 37,5\end{aligned}$$

Il faut donc attendre au moins 38 mois avant que la nouvelle méthode soit meilleure.

2. L'entreprise gagne à présent $250 \times 5 = 1\,250$ € par mois. Le coût au bout de x mois est donc à présent $120\,000 + 3\,300x - 1\,250x = 120\,000 + 2\,050x$.

On cherche donc x tel que

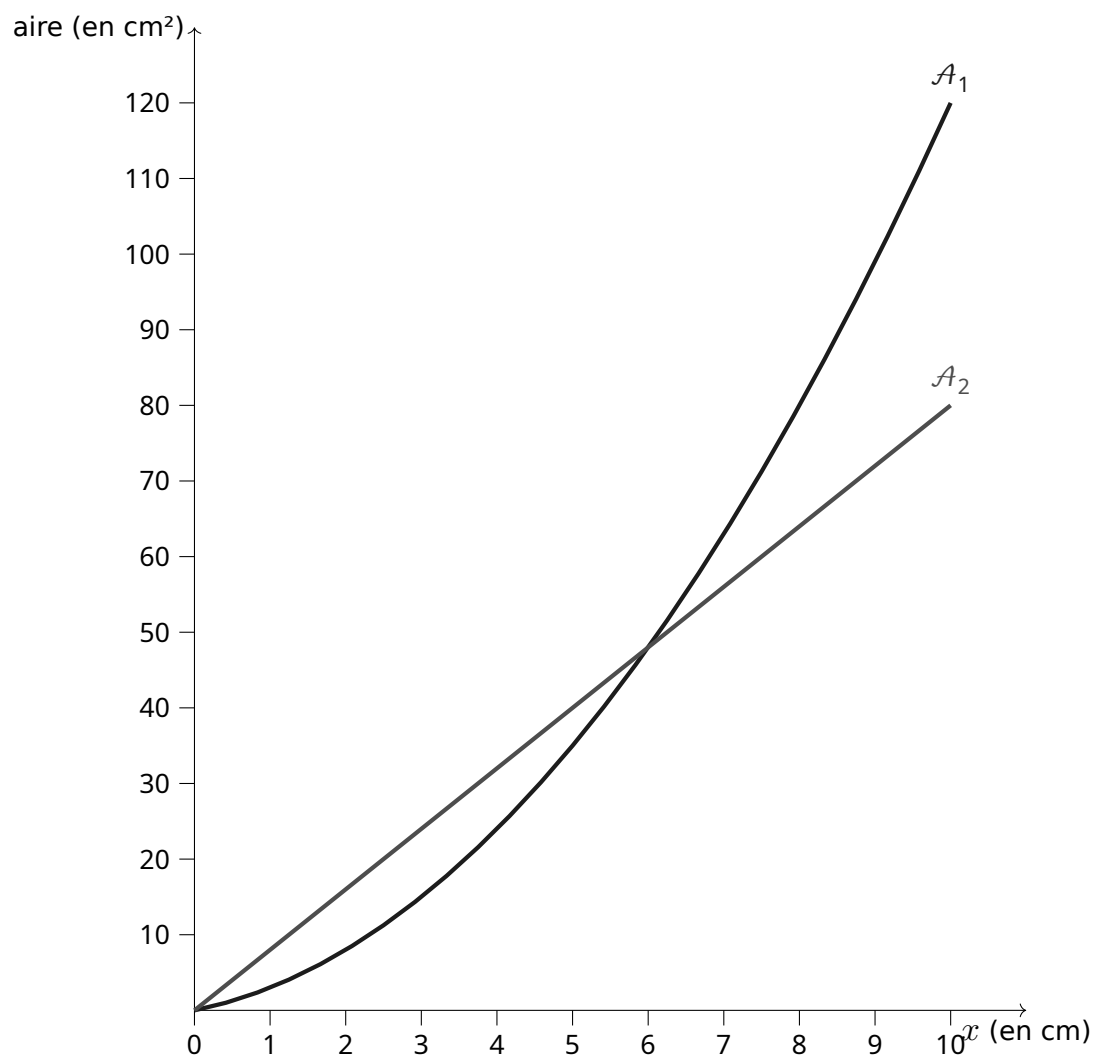
$$\begin{aligned}6\,500x &> 120\,000 + 2\,050x \\ 4\,450x &> 120\,000 \\ x &> 26,96...\end{aligned}$$

Il faut donc attendre au moins 27 mois avant que la nouvelle méthode soit meilleure.

Exercice 4 :

1. $\mathcal{A}_1(x) = x \times (x + 2) = x^2 + 2x \text{ cm}^2$

2. $\mathcal{A}_2(x) = \frac{9 \times x}{2} + \frac{7 \times x}{2} = 8x \text{ cm}^2$



4. Les deux aires sont égales lorsque $x = 6$ cm. L'aire est alors de 48 cm².