

On présente la preuve suivante d'une propriété de cours :

### Propriété

Si X et Y sont des évènements, on a

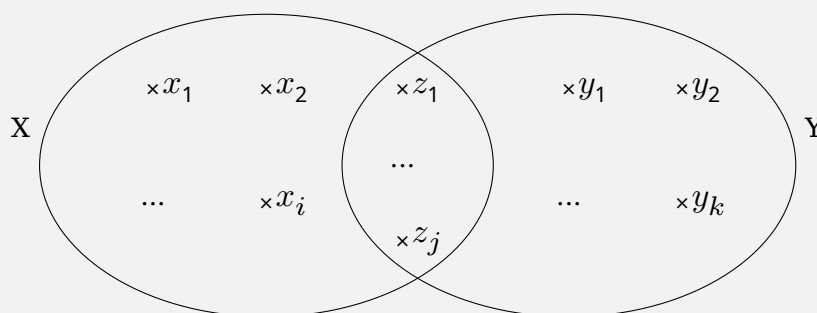
$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

### Démonstration :

On note :

- $x_1; \dots; x_i$  les issues qui sont dans X mais pas dans Y;
- $y_1; \dots; y_k$  les issues qui sont dans Y mais pas dans X;
- $z_1; \dots; z_j$  les issues qui sont dans X et dans Y.

On fait un schéma représentant la situation :



Ainsi on a :

	Uniquement dans X	Uniquement dans Y	Dans X <b>ET</b> dans Y
$P(X) =$	$P(x_1) + \dots + P(x_i) +$		$P(z_1) + \dots + P(z_j)$
$P(Y) =$		$P(y_1) + \dots + P(y_k) +$	$P(z_1) + \dots + P(z_j)$
$P(X \cap Y) =$			$P(z_1) + \dots + P(z_j)$
$P(X \cup Y) =$	$P(x_1) + \dots + P(x_i) +$	$P(y_1) + \dots + P(y_k) +$	$P(z_1) + \dots + P(z_j)$

Et donc :

$$\begin{aligned} P(X) + P(Y) &= P(x_1) + \dots + P(x_i) + P(y_1) + \dots + P(y_k) + P(z_1) + \dots + P(z_j) + P(z_1) + \dots + P(z_j) \\ &= P(X \cup Y) + P(X \cap Y) \end{aligned}$$

Donc

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

Répondre aux questions suivantes, portant sur la démonstration ci-dessus :

1. Quelles sont les issues qui appartiennent à  $A \cap B$ ? .....
2. Quelles sont les issues qui appartiennent à  $A \cup B$ ? .....
3. Quand on calcule la somme  $P(X) + P(Y)$ , quelles sont les issues dont les probabilités sont comptées deux fois?