Cours chapitre 1

Règles de calcul

1 Calculs avec des fractions

Définition : Inverse

L'**inverse** d'un nombre non nul a est $\dfrac{1}{a}$.

Si a et b sont non nuls, l'**inverse** de la fraction $\dfrac{a}{b}$ est $\dfrac{b}{a}$.

Définition : Fraction irréductible

La fraction $\dfrac{a}{b}$ est **irréductible** si on ne peut pas la simplifier.
Autrement dit, a et b n'ont pas de facteur premier en commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

- Différentes écritures pour un rationnel : Lorsque b est non nul, pour $k \neq 0$, $\boxed{\dfrac{a \times k}{b \times k} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{a \div k}{b \div k}}$

  On utilise cette égalité pour **simplifier** une fraction ou **réduire au même dénominateur** deux fractions.
- Position du signe « moins » : lorsque b est non nul, $\boxed{\dfrac{-a}{b} = \dfrac{a}{-b} = -\dfrac{a}{b}}$
- Égalité de fractions : lorsque b et d sont non nuls, $\boxed{\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \text{ si et seulement si } a \times d = b \times c}$
- Additionner ou soustraire deux fractions de même dénominateur : lorsque b est non nul, $\boxed{\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b} = \dfrac{a+c}{b}}$

  Si les deux fractions ont des dénominateurs différents, il faut les réduire au même dénominateur pour pouvoir les additionner.
- Multiplier un nombre par une fraction : lorsque b est non nul, $\boxed{c \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{c \times a}{b}}$
- Multiplier deux fractions : lorsque b et d sont non nuls, $\boxed{\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times b}{c \times d}}$
- Diviser par une fraction : Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse : lorsque a et b sont non nuls, $\boxed{\dfrac{x}{\frac{a}{b}} = x \div \dfrac{a}{b} = x \times \dfrac{b}{a}}$

2 Calculs algébriques

Vocabulaire

L'**opposé** de x est $-x$.   L'**inverse** de x est $\frac{1}{x}$.   Le **carré** de x est x^2.

Notation

$3 \times x = 3x$ $x \times y = xy$ $6 \times (x+2) = 6(x+2)$ $(x-1) \times (x+7) = (x-1)(x+7)$

Règle des signes

$x \times y = xy$ $-x \times y = -xy$ $x \times (-y) = -xy$ $(-x) \times (-y) = xy$

Devant les parenthèses :

- S'il y a un signe « + » devant des parenthèses, supprimer les parenthèses et **garder** les signes.
- S'il y a un signe « − » devant des parenthèses, supprimer les parenthèses et **changer** les signes.

Définition :

- **Développer** un produit signifie le transformer en une somme algébrique.
- **Réduire** une expression développée signifie l'écrire sous la forme d'une somme algébrique contenant le moins de termes possible.
- **Factoriser** une somme algébrique signifie la transformer en produit.

Propriété : Distributivité simple

Pour tous nombres a, b et k :

$$k \times (a+b) = ka + kb \qquad \text{(développement)}$$
$$ka + kb = k \times (a+b) \qquad \text{(factorisation)}$$

3 Résolution d'équations et d'inéquations

Propriété : Résolution d'équations

Si on effectue une *même opération de base* (addition, soustraction, multiplication, division), en excluant la division par 0, des **deux côtés de l'équation**, on obtient une équation équivalente (les solutions restent les mêmes).

Exemple

$$\begin{aligned} 3x + 7 &= x + 15 & & \\ 3x &= x + 8 & & \text{(on soustrait 7)} \\ 2x &= 8 & & \text{(on soustrait } x\text{)} \\ x &= 4 & & \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Propriété : Résolution d'inéquations

Les mêmes règles que pour la résolution d'équation s'appliquent, **SAUF** :
Si on effectue une multiplication ou une division par un nombre **strictement négatif** des deux côtés de l'inéquation, on obtient une inéquation équivalente (qui a les mêmes solutions) **à condition de changer le signe de l'inéquation** (inférieur devient supérieur ou inversement).

Exemple

$$\begin{aligned}
-x+2 &\leq x+6 \\
-x &\leq x+4 && \text{(on soustrait 2)} \\
-2x &\leq 4 && \text{(on soustrait } x\text{)} \\
x &\geq -2 && \text{(on divise par } -2 \text{ : le signe de l'inéquation change !)}
\end{aligned}$$

4 Valeur absolue et distance

Définition : Valeur absolue

Si x est un nombre négatif, on note $|x|$ et on appelle **valeur absolue** de x la distance à zéro de x.
C'est-à-dire :

- Si $x \geq 0$, $|x| = x$.
- Si $x < 0$, $|x| = -x$.

Exemple

$|2| = 2$ $|5{,}3| = 5{,}3$ $|-9| = 9$ $|-7{,}1| = 7{,}1$

Définition : distance sur une droite graduée

Soient A un point d'abscisse a, et B un point d'abscisse b, positionés sur une droite graduée.
Alors la distance entre A et B est : $|a-b|$.