Chapitre 7 : Fonctions

Définition : Fonction, image, antécédent

Une **fonction** est un procédé qui à un nombre réel x associe un unique nombre réel $f(x)$.

- $f(x)$ est **L'image** de x par la fonction f. On représente une image par la lettre y, et on écrit alors

$$f(x) = y$$

$$x \xrightarrow{f} f(x)$$

- x est **UN antécédent** de y.

Remarque

- Il n'y a qu'une seule image pour un nombre donné.
- Il peut y avoir plusieurs antécédents pour un nombre donné.

Définition : Calcul d'image

Si on a une expression **algébrique** de la fonction f, on peut calculer l'image d'un nombre en remplaçant x par ce nombre dans l'expression de la fonction.

Exemple

Si f est la fonction qui à x associe $3x + 2$:

- $f(2) = 3 \times 2 + 2 = 8$
- Attention : si on remplace x par une expression complexe, il faut ajouter des parenthèses. Par exemple,
  $f(1 + 3) = 3 \times (1 + 3) + 2 = 3 \times 4 + 2 = 14$

Définition : Domaine de définition

L'ensemble des nombres ayant une image par la fonction f est appelé le **domaine de définition** de f. On le note $\mathcal{D}_f$.

Exemple

- Si f est la fonction qui à x associe $\frac{1}{x}$, alors x ne peut pas être 0.
  Son domaine de définition est $\mathcal{D}_f =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.
- Si f représente une longueur, x ne peut pas être négatif.
  Son domaine de définition est $\mathcal{D}_f = [0;+\infty[$.

Définition : Courbe représentative

La **courbe représentative** d'une fonction f est l'ensemble des points $(x;y)$ tels que $y = f(x)$.

Définition : fonction affine

Une **fonction affine** est une fonction définie par

$$f(x) = mx + p$$

où m et p sont des nombres réels fixés.

Remarque

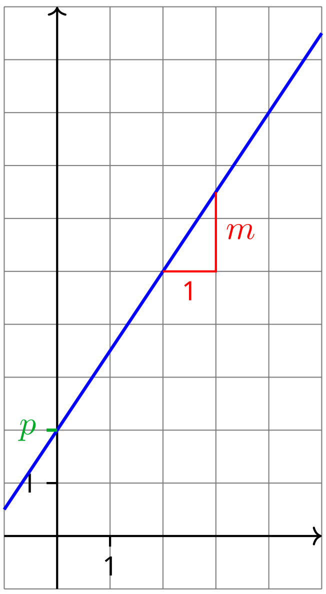
- Si $p = 0$, on a alors $f(x) = mx$, donc la fonction est **linéaire**.
- Si $m = 0$, on a alors $f(x) = p$, donc la fonction est **constante**.

Définition : Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Soit $f(x) = mx + p$ une fonction affine. Alors

- m est le **coefficient directeur** (ou la **pente**) de la droite représentative de f.
- p est l'**ordonnée à l'origine**.

Exemple



La droite ci-contre correspond à la fonction

$$\begin{aligned} f(x) &= mx + p \\ &= 1{,}5x + 2 \end{aligned}$$

Propriété : Représentation d'une fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

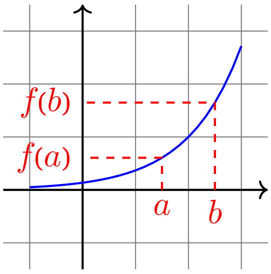
Définition : Variations d'une fonction

On considère une fonction f définie sur un intervalle I.

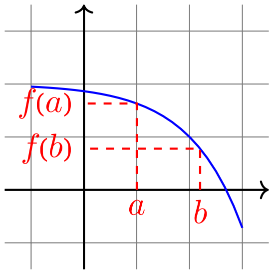
- On dit que f est **croissante** sur I si pour tout réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
- On dit que f est **décroissante** sur I si pour tout réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a

$f(a) \geq f(b)$.

Exemple



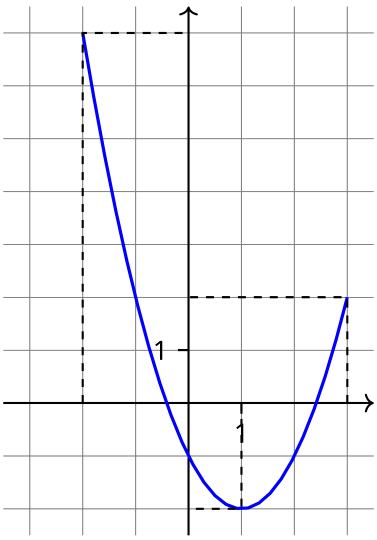
On a $a \leq b$, et $f(a) \leq f(b)$,
donc f est croissante.



On a $a \leq b$, et $f(a) \geq f(b)$,
donc f est décroissante.

Tableau de variations

Un **tableau de variations** résume les intervalles sur lesquelles la fonction est croissante ou décroissante :



x	-2		1		3
$f(x)$	7	↘	-2	↗	2