

## Chapitre 4 : Polynômes de degré 2 et 3

### Définition : Polynôme de degré 2

Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction pouvant s'écrire sous la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres constants.

### Définition : Racines

Une fonction de degré 2 peut *parfois* (mais pas tout le temps) s'écrire sous la forme

$$f(x) = a \times (x - r_1) \times (x - r_2)$$

Dans ce cas, on dit que  $r_1$  et  $r_2$  sont les **racines** de  $f$ .

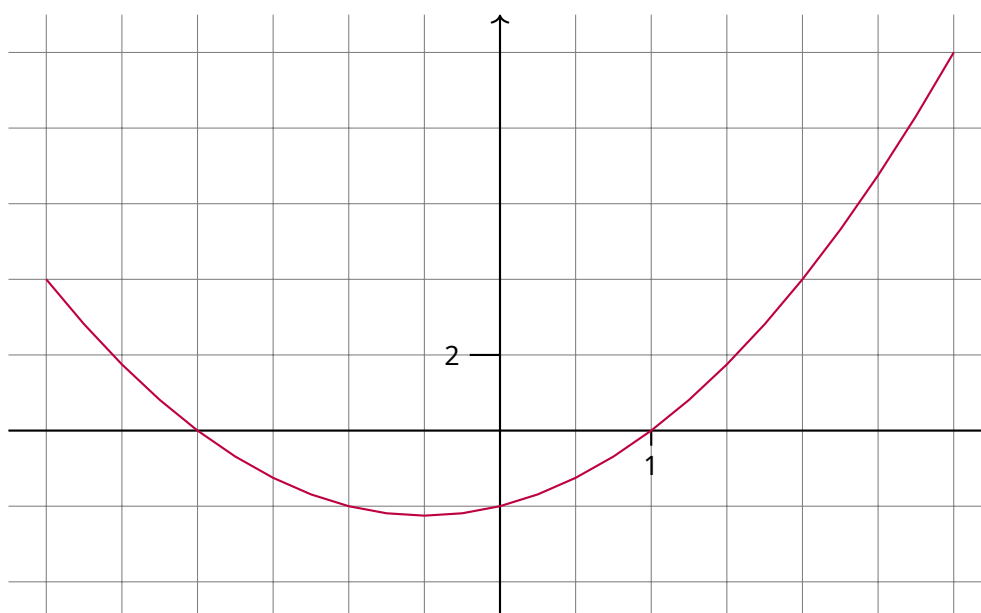
### Exemple

Si on développe l'expression  $(x + 2)(x - 1)$ , on obtient  $x^2 + x - 2$ .

On dit que la fonction  $f(x) = x^2 + x - 2$  s'écrit aussi  $f(x) = (x + 2)(x - 1)$ , et a pour racines  $-2$  et  $1$ .

### Propriété

Si  $r_1$  et  $r_2$  sont les racines d'une fonction de degré 2  $f$ , on a  $f(r_1) = f(r_2) = 0$ .



graphe de la fonction  $f(x) = (x + 2)(x - 1)$

**Propriété : Courbe d'une fonction de degré 2**

Si  $f(x) = ax^2 + bx + c$  est une fonction de degré 2, on peut trouver certaines propriétés de sa courbe :

- Si  $a > 0$ , les "bras" de la courbe sont dirigés vers le haut. Sinon, ils sont dirigés vers le bas.
- Le point le plus bas (si  $a > 0$ ) ou haut (si  $a < 0$ ) de la courbe a pour abscisse  $-\frac{b}{2a}$ .
- La courbe est symétrique par rapport à l'axe  $x = -\frac{b}{2a}$ .

Si on a de plus la forme factorisée de la fonction  $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$ , on sait que les points  $(r_1; 0)$  et  $(r_2; 0)$  font partie de la courbe.

**Propriété**

Pour résoudre l'équation  $x^2 = a$  :

- Si  $a > 0$ , il y a deux solutions :  $x = \sqrt{a}$  ou  $x = -\sqrt{a}$ .
- Si  $a = 0$ , il n'y a qu'une solution :  $x = 0$ .
- Si  $a < 0$ , il n'y a pas de solution.

**Propriété : Produit nul**

Si on a  $(ax + b)(cx + d) = 0$ , alors

- Ou bien  $ax + b = 0$ , et alors  $x = -\frac{b}{a}$  ;
- Ou bien  $cx + d = 0$ , et alors  $x = -\frac{d}{c}$

**Exemple**

- Si on a  $x(x + 1) = 0$ , alors on a deux solutions :
  - Ou bien  $x = 0$  ;
  - Ou bien  $x + 1 = 0$ , et alors  $x = -1$ .
- Si on a  $(2x + 4)(10x - 5) = 0$ , alors on a deux solutions :
  - Ou bien  $2x + 4 = 0$ , et alors  $x = -2$  ;
  - Ou bien  $10x - 5 = 0$ , et alors  $x = 0,5$ .

**Propriété**

L'unique solution de l'équation  $x^3 = a$  est  $x = \sqrt[3]{a}$ , appelée la **racine troisième de  $a$** .  
De plus,

- Si  $a > 0$ ,  $x > 0$
- Si  $a = 0$ ,  $x = 0$
- Si  $a < 0$ ,  $x < 0$