

# Chapitre 2 : Ensembles de nombres

## 1 Ensembles usuels

### Définition : Entiers

- Un nombre entier naturel est un nombre entier positif ou nul. On note l'ensemble des nombres entiers naturels  $\mathbb{N}$ .
- Un nombre entier relatif est un nombre entier positif, négatif ou nul. On note l'ensemble des nombres entiers relatifs  $\mathbb{Z}$ .

### Remarque

Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif : on note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

### Définition : Nombres décimaux et rationnels

- Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire  $\frac{a}{10^n}$ , où  $a$  est un nombre entier relatif et  $n$  est un entier naturel. On note l'ensemble des nombres décimaux  $\mathbb{D}$ .
- Un nombre rationnel est un nombre pouvant s'écrire  $\frac{a}{b}$ , où  $a$  est un nombre entier relatif et  $b$  est un entier naturel non nul. On note l'ensemble des nombres rationnels  $\mathbb{Q}$ .

### Remarque

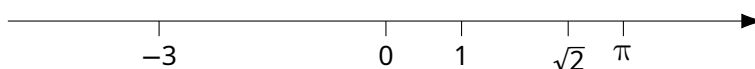
- Tout entier relatif est un nombre décimal.
- Tout nombre décimal est un nombre rationnel.

On note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ .

### Définition : Nombre réel

On a deux manières de définir les nombres réels :

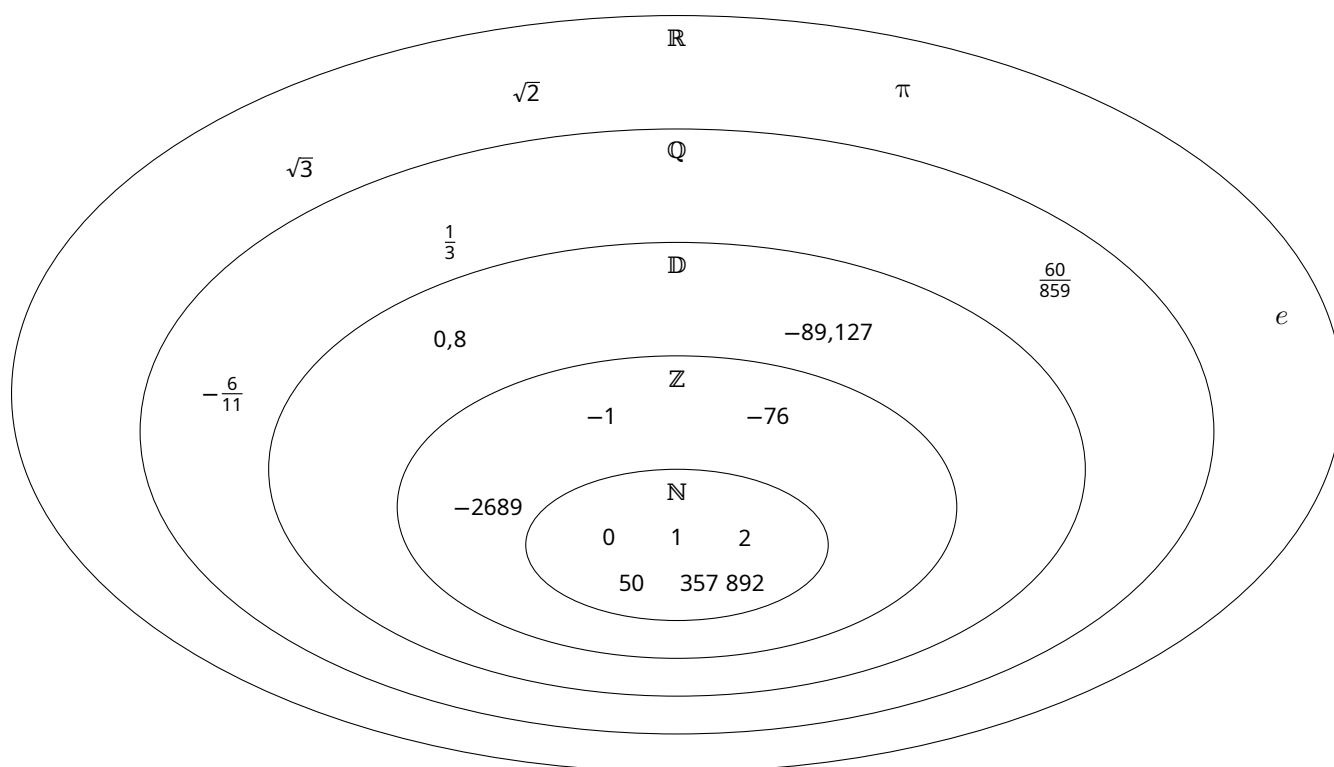
- Si on considère une droite graduée, l'ensemble des abscisses des points de cette droite forme l'ensemble des nombres réels.
- Alternativement, un nombre réel est un nombre qui peut s'écrire comme un entier suivi d'un nombre fini ou infini de chiffres après la virgule.



On note l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$ .

### Remarque

Tout nombre rationnel est un nombre réel.  
On note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .



### Exemple

- Exemple d'entiers naturels : 0 ; 1 ; 2 ; 50 ; 357 ; 892 ...
- Exemple d'entiers relatifs mais pas naturels : -1 ; -76 ; -2689 ...
- Exemple de nombres décimaux mais pas d'entiers relatifs : 0,8 ; -89,127 ...
- Exemple de nombres rationnels mais pas décimaux :  $\frac{6}{11}$  ;  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{60}{859}$  ...
- Exemple de nombres réels mais pas rationnels :  $\sqrt{2}$  ;  $\sqrt{3}$  ;  $\pi$  ;  $e$  ...

## 2 Intervalles

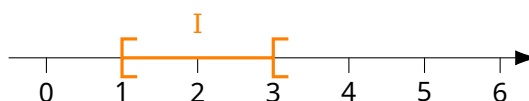
### Définition : Intervalle de $\mathbb{R}$

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que  $a \leq b$ .

- L'**intervalle**  $[a;b]$  est l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $x \geq a$  et  $x \leq b$ .  
On dit que  $a$  et  $b$  sont les **bornes** de cet intervalle.  
L'**amplitude** de cet intervalle est  $b - a$ .
- L'**intervalle**  $] - \infty; b]$  est l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $x \leq b$ .
- L'**intervalle**  $[a; +\infty[$  est l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $x \geq a$ .

Pour exclure une des bornes d'un intervalle, il faut utiliser un crochet tourné vers l'extérieur.  
Ainsi  $[a;b[$  est l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $x \geq a$  et  $x < b$ .

### Exemple



Sur la droite ci-dessus, I est l'intervalle  $[1,3[$ .

Ainsi :

- I contient par exemple 1, 2 ou encore 1,5.

- I ne contient pas 3, 0 ou encore 5,6.

### 3 Vocabulaire des ensembles

#### Définition : Ensemble, éléments

Un **ensemble** contient des **éléments**.

Si  $e$  est un élément dans  $E$ , on note  $e \in E$ .

Si un élément  $e$  n'est pas dans  $E$ , on note  $e \notin E$ .

#### Exemple

- $1 \in \{1,2,3\}$ ,  $2 \in \{1,2,3\}$ , et  $3 \in \{1,2,3\}$ . En revanche,  $4 \notin \{1,2,3\}$ .

#### Définition : intersection, union

Soient  $A$  et  $B$  deux ensembles. On note

- $A \cap B$  l'**intersection** de  $A$  et de  $B$ , l'ensemble dont les éléments sont dans  $A$  et dans  $B$ .  
On prononce « A **inter** B ».
- $A \cup B$  l'**union** de  $A$  et de  $B$ , l'ensemble dont les éléments sont dans  $A$  ou dans  $B$ .  
On prononce « A **union** B ».

#### Exemple

- $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$
- $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$
- $[-1;+\infty[ \cap ]-\infty;1] = [-1;1]$

#### Définition : sous-ensemble

Si tous les éléments de  $B$  sont dans  $A$ , on dit que  $B$  est un **sous-ensemble** de  $A$ , et on note

$B \subset A$

Sinon, on note  $B \not\subset A$ .

#### Exemple

- $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2,4\} \not\subset \{1,2,3\}$ , car  $4 \notin \{1,2,3\}$ .
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$