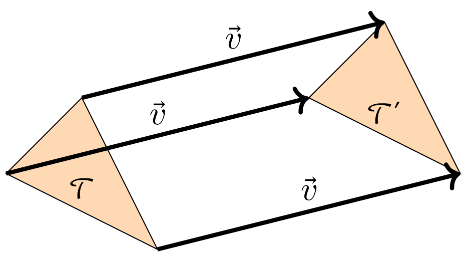
Chapitre 3 : Généralités sur les vecteurs

Définition : Vecteurs

Toute translation du plan est associée à un **vecteur**, qui représente le déplacement des points occasionné par la translation. Un vecteur est entièrement déterminé par :

- Sa **direction**.
- Son **sens**.
- Sa longueur, qu'on appelle sa **norme**.

Exemple

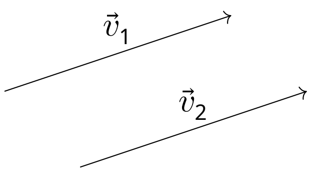


Sur la figure ci-contre, le triangle $\mathcal{T}'$ est l'image du triangle $\mathcal{T}$ par la translation de vecteur $\vec{v}$.

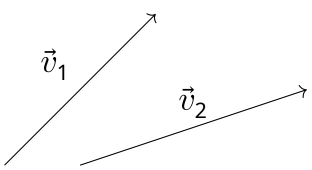
Définition : Égalité de vecteurs

Deux vecteurs sont **égaux** si ils ont la même direction, le même sens et la même norme. Dans ce cas, ils correspondent à la même translation.

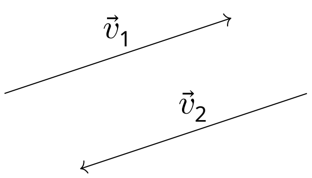
Exemple



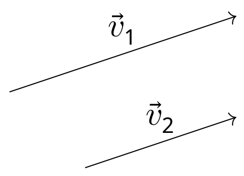
Les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont *égaux*.



Les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont *différents* : leur direction n'est pas la même.



Les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont *différents* : leur sens n'est pas le même.



Les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont *différents* : leur norme n'est pas la même.

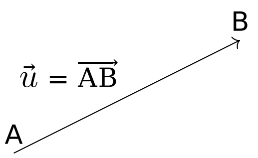
Définition : Vecteur nul

Il n'y a qu'un seul vecteur dont la norme est 0. On l'appelle le **vecteur nul**, et on le note $\vec{0}$.

Définition : Vecteurs opposés

Si deux vecteurs ont la même direction, la même norme, mais des sens différents, on dit qu'ils sont **opposés**.

Vocabulaire

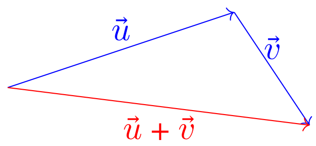


Si une translation de vecteur $\vec{u}$ envoie le point A sur le point B, on peut appeler le vecteur de cette translation $\boxed{\overrightarrow{AB}}$. On dit alors que $\overrightarrow{AB}$ est un **représentant** de $\vec{u}$.

Définition : Somme de vecteurs

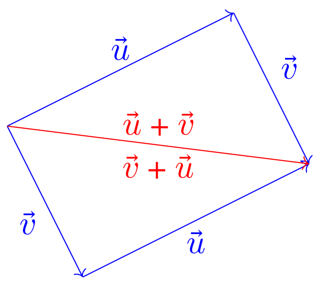
Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Si on enchaîne les translations correspondant à $\vec{u}$ et à $\vec{v}$, on obtient une nouvelle translation.
Le vecteur qui lui est associé est appelé la **somme de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$**. On la note $\boxed{\vec{u} + \vec{v}}$.

Exemple



Remarque

L'ordre de la somme n'importe pas : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$.



Définition : Soustraction de vecteurs

Soustraire un vecteur revient à additionner son opposé :

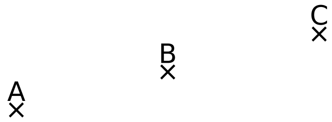
$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$$

Définition : Multiplication de vecteurs

On peut multiplier un vecteur $\vec{u}$ par un nombre réel x : le vecteur obtenu a

- La même direction, le même sens que $\vec{u}$.
- Une norme qui est x fois celle de $\vec{u}$.

Exemple



Ici $\overrightarrow{AC} = 2 \times \overrightarrow{AB}$. Inversement, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Propriété : Relation de Chasles

Soient A, B et C trois points. On a

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$