7 avril 2023

Nom, Prénom :

Évaluation : suites (Sujet A)

Tous les exercices sont à faire sur une feuille à part.

La calculatrice est autorisée.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (4 points) : Pour chaque suite ci-dessous, dire si la suite est définie explicitement ou par récurrence, et si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre :

a)
$$a_0 = 1$$
, $a_{n+1} = 5 \times a_n$

c) pour
$$n > 0$$
, $c_n = 2n + 1$

b)
$$b_0 = -15$$
, $b_{n+1} = b_n - 3$

d)
$$d_0 = 6$$
, $d_{n+1} = \frac{d_n - 3}{n+4}$

Exercice 2 (7 points): Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0.5u_n + 5$.

- 1. Calculer puis représenter les 4 premiers termes de cette suite.
- 2. Quel semble être le sens de variations de u?
- 3. Montrer que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- 4. On définit la suite v telle que pour tout $n \ge 0$, $v_n = u_n 10$.
 - (a) Calculer v_0 , v_1 , v_2 et v_3 .
 - (b) Quelle semble être la nature de la suite v?
 - (c) [BONUS] Le démontrer en calculant $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

Exercice 3 (5 points): Deux entreprise nous font des offres différentes pour notre salaire mensuel:

- L'entreprise A nous propose de commencer à 1300€, avec une augmentation de 70€ par an.
- L'entreprise B nous propose de commencer à 1200€. Chaque année, notre salaire augmentera de 8%, avant de diminuer de 20€.
- 1. Vérifier que l'offre de l'entreprise B correspond bien à une augmentation la première année.
- 2. On appelle a la suite correspondant à l'entreprise A, et b celle correspondant à l'entreprise B. Donner une définition des suites a et b.
- 3. Représenter dans un repère l'évolution de ces deux suites durant 10 ans.
- 4. Combien d'années faut-il pour que le salaire de l'entreprise B dépasse celui de l'entreprise A?

Exercice 4 (4 points) : On lâche un poids en chute libre, à 100m du sol. On modélise sa chute par les deux suites v et p suivantes :

- v_n représente la vitesse au bout de n secondes : elle est définie par $v_0=$ 0, et pour $n\geq$ 0, $v_{n+1}=v_n-$ 9,8.
- p_n représente la *position* au bout de n secondes : elle est définie par $p_0=$ 0, et pour $n\geq$ 0, $p_{n+1}=p_n-v_{n+1}$.
- 1. Quelle est la nature de la suite v?
- 2. Calculer v_1 , v_2 et v_3 . Quel est le sens de variation de v?
- 3. Au bout de combien de temps (à la seconde près) l'objet va-t'il toucher le sol?

Évaluation : suites (Sujet B)

Tous les exercices sont à faire sur une feuille à part.

La calculatrice est autorisée.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (4 points) : Pour chaque suite ci-dessous, dire si la suite est définie explicitement ou par récurrence, et si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre :

a)
$$a_0 = -15$$
, $a_{n+1} = a_n - 5$

c)
$$c_0 = 6$$
, $c_{n+1} = \frac{2c_n}{n+5}$

b)
$$b_0 = 1$$
, $b_{n+1} = 3 \times b_n$

d) pour
$$n > 0$$
, $d_n = 5n - 1$

Exercice 2 (7 points): Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0.5u_n + 13$.

- 1. Calculer puis représenter les 4 premiers termes de cette suite.
- 2. Quel semble être le sens de variations de u?
- 3. Montrer que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- 4. On définit la suite v telle que pour tout $n \ge 0$, $v_n = u_n 26$.
 - (a) Calculer v_0 , v_1 , v_2 et v_3 .
 - (b) Quelle semble être la nature de la suite v?
 - (c) [BONUS] Le démontrer en calculant $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

Exercice 3 (5 points): Deux entreprise nous font des offres différentes pour notre salaire mensuel:

- L'entreprise A nous propose de commencer à 1400€, avec une augmentation de 70€ par an.
- L'entreprise B nous propose de commencer à 1300€. Chaque année, notre salaire augmentera de 8%, avant de diminuer de 20€.
- 1. Vérifier que l'offre de l'entreprise B correspond bien à une augmentation la première année.
- 2. On appelle a la suite correspondant à l'entreprise A, et b celle correspondant à l'entreprise B. Donner une définition des suites a et b.
- 3. Représenter dans un repère l'évolution de ces deux suites durant 10 ans.
- 4. Combien d'années faut-il pour que le salaire de l'entreprise B dépasse celui de l'entreprise A?

Exercice 4 (4 points) : On lâche un poids en chute libre, à 150m du sol. On modélise sa chute par les deux suites v et p suivantes :

- v_n représente la vitesse au bout de n secondes : elle est définie par $v_0=$ 0, et pour $n\geq$ 0, $v_{n+1}=v_n-$ 9,8.
- p_n représente la position au bout de n secondes : elle est définie par $p_0=$ 0, et pour $n\geq$ 0, $p_{n+1}=p_n-v_{n+1}$.
- 1. Quelle est la nature de la suite v?
- 2. Calculer v_1 , v_2 et v_3 . Quel est le sens de variation de v?
- 3. Au bout de combien de temps (à la seconde près) l'objet va-t'il toucher le sol?