

Activité : le paradoxe de Saint-Petersbourg

On considère le jeu de « Pile ou face » suivant :

Le joueur gagne le double de sa mise en cas de victoire (« Pile »), et perd sa mise en cas de défaite (« Face »).
Le joueur peut rejouer tant que sa réserve d'argent le lui permet.

Pierre, qui dispose d'une réserve de 1000€, décide de jouer de la manière suivante :

- Il mise 1€ au départ du jeu ;
- Tant qu'il perd, il rejoue une partie en doublant sa mise ;
- Il arrête si il gagne, ou si il n'a plus assez d'argent.

1. Que se passe-t'il si Pierre joue et fait Face-Face-Face-Pile ?
2. Afin de simuler une partie, on propose la fonction (incomplète) ci-dessous :

```
def jeu():  
    from random import randint  
    victoire = False  
    mise = 1  
    reserve = 1000  
    while REMPLACE_MOI_DANS_LA_QUESTIION_3:  
        reserve = reserve - mise  
        # La variable tirage représente un lancé de la pièce : elle vaut .... si  
        # le résultat est Pile, et .... sinon.  
        tirage = randint(0,1)  
        # Si le résultat du lancé est .....  
        if tirage == 0:  
            # Pierre gagne deux fois sa mise  
            reserve = reserve + 2 * mise  
            victoire = True  
        else:  
            # .....  
            mise = mise * 2  
    return reserve - 1000
```



Rappel : les lignes commençant par # sont des commentaires : elle seront ignorées par le programme. Elle servent à décrire le comportement du programme pour le lecteur.

Écrire dans les pointillés des commentaires une description en français de ce que le programme modélise.

3. Retrouver, dans l'énoncé, la condition à vérifier dans la boucle while de la fonction.
Recopier et compléter la fonction dans spyder.
4. Que représente la valeur renvoyée par la fonction ?
.....
5. Écrire un programme qui simule l'exécution de n parties, n étant un nombre choisi par l'utilisateur, et qui renvoie la fréquence de parties avec un gain positif d'argent.
6. Effectuer plusieurs simulations afin de conjecturer une valeur approchée de la probabilité de gagner de l'argent.