Chapitre 6 : Suites numériques

Définition : Suite numérique

Une **suite numérique** est une liste ordonnée et numérotée de nombres. On la numérote généralement à partir de 0 ou de 1.
Les éléments de cette liste sont appelés des **termes**.
Le numéro de chaque élément est appelé son **indice**.

Remarque

Le n-ième terme de la liste u peut être noté u_n ou $u(n)$.

Définition : Définition fonctionnelle

Une suite est définie de manière **fonctionnelle** ou **explicite** si le terme d'indice n peut être calculé sans connaître les termes précédents.

Exemple

La suite $u_0 = 3$, $u_1 = 7$, $u_2 = 11$, $u_3 = 15$, ... Peut être définie par la formule $u_n = 3 + 4 \times n$: c'est une définition fonctionnelle.

Définition : Définition par récurrence

Une suite u est définie **par récurrence** si on dispose :

- du terme initial u_0 (ou u_1)
- d'une manière de calculer u_{n+1} à partir de u_n

Exemple

On peut définir la suite v par récurrence :

- $v_1 = 4$
- $v_{n+1} = v_n + n$

On a alors :

- $v_1 = 4$
- $v_2 = v_1 + 1 = 4 + 1 = 5$
- $v_3 = v_2 + 2 = 5 + 2 = 7$
- $v_4 = v_3 + 3 = 7 + 3 = 10$
- .....

Définition : Suite arithmétique

Une suite est **arithmétique** si on passe au terme suivant en ajoutant toujours la même valeur.
Cette valeur est appelée la **raison** de la suite.

Définition : Suite géométrique

Une suite est **géométrique** si on passe au terme suivant en multipliant toujours par la même valeur.
Cette valeur est appelée la **raison** de la suite.

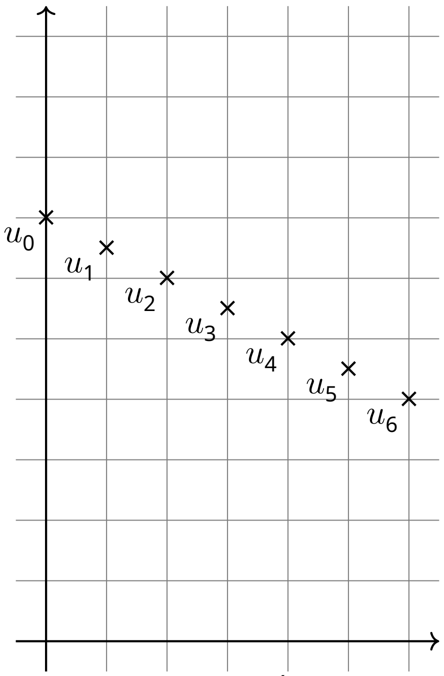
Exemple

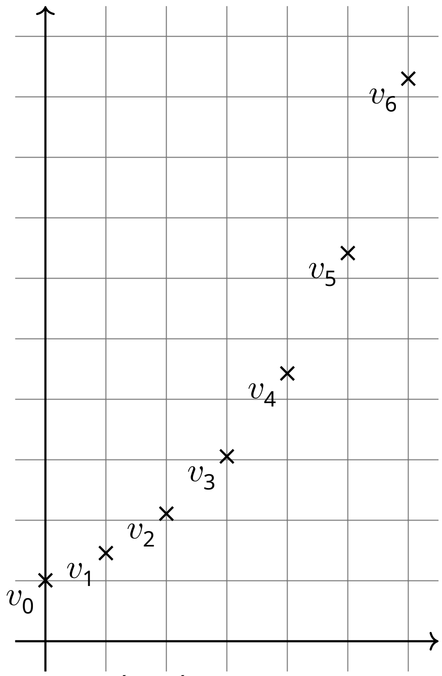
- Soit u une suite arithmétique de raison 3, telle que $u_0 = 2$.
  On a alors
  - $u_0 = 2$
  - $u_1 = u_0 + 3 = 2 + 3 = 5$
  - $u_2 = u_1 + 3 = 5 + 3 = 8$
  - $u_3 = u_2 + 3 = 8 + 3 = 11$
- Soit v une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$, telle que $v_0 = 1$.
  On a alors
  - $v_0 = 1$
  - $v_1 = v_0 \times \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
  - $v_2 = v_1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
  - $v_3 = v_2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Propriété : Représentation graphique

- Si une suite est représentée par un nuage de points alignés, elle est arithmétique.
- Si une suite est représentée par un nuage de points exponentiel, elle est géométrique.

Exemple





La suite u est arithmétique, tandis que la suite v est géométrique.

Propriété : Sens de variation

- Si une suite est arithmétique de raison r, alors
  - Si $r > 0$, la suite est **croissante**.
  - Si $r = 0$, la suite est **constante**.
  - Si $r < 0$, la suite est **décroissante**.
- Si une suite est géométrique de raison r, alors
  - Si $r > 1$, la suite est **croissante**.
  - Si $r = 1$, la suite est **constante**.
  - Si $r < 1$, la suite est **décroissante**.