

## Chapitre 6 : Suites numériques

### Définition : Suite numérique

Une **suite numérique** est une liste ordonnée et numérotée de nombres. On la numérote généralement à partir de 0 ou de 1.

Les éléments de cette liste sont appelés des **termes**.

Le numéro de chaque élément est appelé son **indice**.

### Remarque

Le  $n$ -ième terme de la liste  $u$  peut être noté  $u_n$  ou  $u(n)$ .

### Définition : Définition fonctionnelle

Une suite est définie de manière **fonctionnelle** ou **explicite** si le terme d'indice  $n$  peut être calculé sans connaître les termes précédents.

### Exemple

La suite  $u_0 = 3, u_1 = 7, u_2 = 11, u_3 = 15, \dots$  Peut être définie par la formule  $u_n = 3 + 4 \times n$  : c'est une définition fonctionnelle.

### Définition : Définition par récurrence

Une suite  $u$  est définie **par récurrence** si on dispose :

- du terme initial  $u_0$  (ou  $u_1$ )
- d'une manière de calculer  $u_{n+1}$  à partir de  $u_n$

### Exemple

On peut définir la suite  $v$  par récurrence :

- $v_1 = 4$
- $v_{n+1} = v_n + n$

On a alors :

- $v_1 = 4$
- $v_2 = v_1 + 1 = 4 + 1 = 5$
- $v_3 = v_2 + 2 = 5 + 2 = 7$
- $v_4 = v_3 + 3 = 7 + 3 = 10$
- $\dots$

### Définition : Suite arithmétique

Une suite est **arithmétique** si on passe au terme suivant en ajoutant toujours la même valeur. Cette valeur est appelée la **raison** de la suite.

**Définition : Suite géométrique**

Une suite est **géométrique** si on passe au terme suivant en multipliant toujours par la même valeur.

Cette valeur est appelée la **raison** de la suite.

**Exemple**

- Soit  $u$  une suite arithmétique de raison 3, telle que  $u_0 = 2$ .

On a alors

- $u_0 = 2$
- $u_1 = u_0 + 3 = 2 + 3 = 5$
- $u_2 = u_1 + 3 = 5 + 3 = 8$
- $u_3 = u_2 + 3 = 8 + 3 = 11$

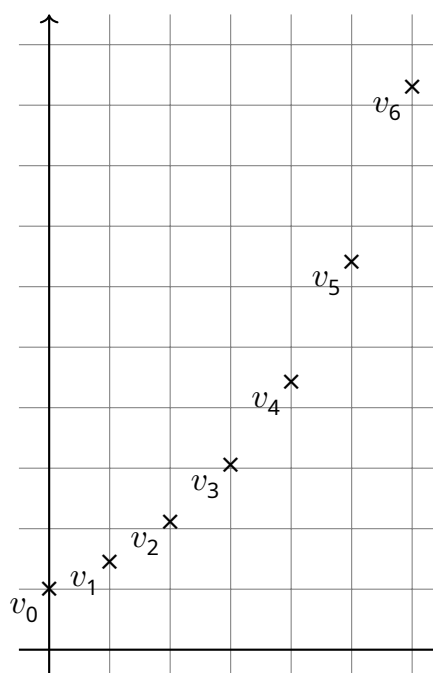
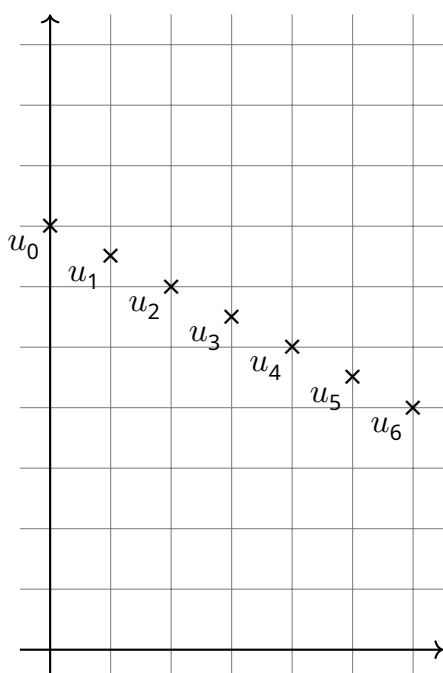
- Soit  $v$  une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ , telle que  $v_0 = 1$ .

On a alors

- $v_0 = 1$
- $v_1 = v_0 \times \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
- $v_2 = v_1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
- $v_3 = v_2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

**Propriété : Représentation graphique**

- Si une suite est représentée par un nuage de points alignés, elle est arithmétique.
- Si une suite est représentée par un nuage de points exponentiel, elle est géométrique.

**Exemple**

La suite  $u$  est arithmétique, tandis que la suite  $v$  est géométrique.

**Propriété : Sens de variation**

- Si une suite est arithmétique de raison  $r$ , alors
  - Si  $r > 0$ , la suite est **croissante**.
  - Si  $r = 0$ , la suite est **constante**.
  - Si  $r < 0$ , la suite est **décroissante**.
- Si une suite est géométrique de raison  $r$ , alors
  - Si  $r > 1$ , la suite est **croissante**.
  - Si  $r = 1$ , la suite est **constante**.
  - Si  $r < 1$ , la suite est **décroissante**.