Chapitre 5 : Dérivation

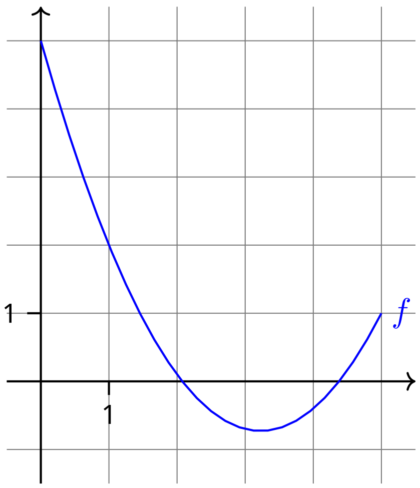
Définition : Taux d'accroissement

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, a un nombre dans I, et $h \neq 0$, tel que $a + h \in \mathrm{I}$. Alors, le rapport

$$\tau_a(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

est le **taux d'accroissement** de f entre a et $a + h$.

Exemple



Sur le graphique ci-dessus :

- $\tau_0(1) = \dfrac{f(0+1) - f(0)}{1} = \dfrac{2-5}{1} = -3$
- $\tau_1(4) = \dfrac{f(1+4) - f(1)}{4} = \dfrac{1-2}{4} = -0{,}25$

Exemple

Si f est la fonction telle que $f(x) = x^2$, on peut calculer l'expression de $\tau_a(h)$:

$$\begin{aligned}
\tau_a(h) &= \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \\
&= \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} \\
&= \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} \\
&= \frac{2ah + h^2}{h} \\
&= 2a + h
\end{aligned}$$

Remarque

Le taux d'accroissement de f entre a et b correspond à la **pente** de la droite passant par $(a; f(a))$ et $(b; f(b))$.

Définition : Nombre dérivé

Si le taux d'accroissement $\tau_a(h)$ admet une limite lorsque h tend vers 0, on dit que f est **dérivable** en a.
La limite est alors appelée le nombre dérivée de f en a : on note

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

Remarque

Le nombre dérivé de f en a correspond à la **pente** de la droite