

Nom, Prénom : CORRECTION

7 avril 2023

Évaluation : suites (Sujet A)

Tous les exercices sont à faire sur une feuille à part.
La calculatrice est autorisée.
Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (4 points) : Pour chaque suite ci-dessous, dire si la suite est définie explicitement ou par récurrence, et si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre :

a) $a_0 = 1, a_{n+1} = 5 \times a_n$

c) pour $n > 0, c_n = 2n + 1$

b) $b_0 = -15, b_{n+1} = b_n - 3$

d) $d_0 = 6, d_{n+1} = \frac{d_n - 3}{n + 4}$

Exercice 2 (7 points) : Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,5u_n + 5$.

1. Calculer puis représenter les 4 premiers termes de cette suite.

• $u_1 = 6.0$

• $u_2 = 8.0$

• $u_3 = 9.0$

• $u_4 = 9.5$

2. Quel semble être le sens de variations de u ?

Elle semble être croissante.

3. Montrer que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

4. On définit la suite v telle que pour tout $n \geq 0, v_n = u_n - 10$.

(a) Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3 .

• $v_0 = -4$

• $v_1 = -2$

• $v_2 = -1$

• $v_3 = -0,5$

(b) Quelle semble être la nature de la suite v ?

Elle semble être géométrique de raison 0,5

(c) [BONUS] Le démontrer en calculant $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

$$\begin{aligned}\frac{v_{n+1}}{v_n} &= \frac{u_{n+1} - 10}{u_n - 10} \\ &= \frac{0,5u_n - 5}{u_n - 10} \\ &= 0,5 \frac{u_n - 10}{u_n - 10} \\ &= 0,5\end{aligned}$$

Donc v est géométrique de raison 0,5.

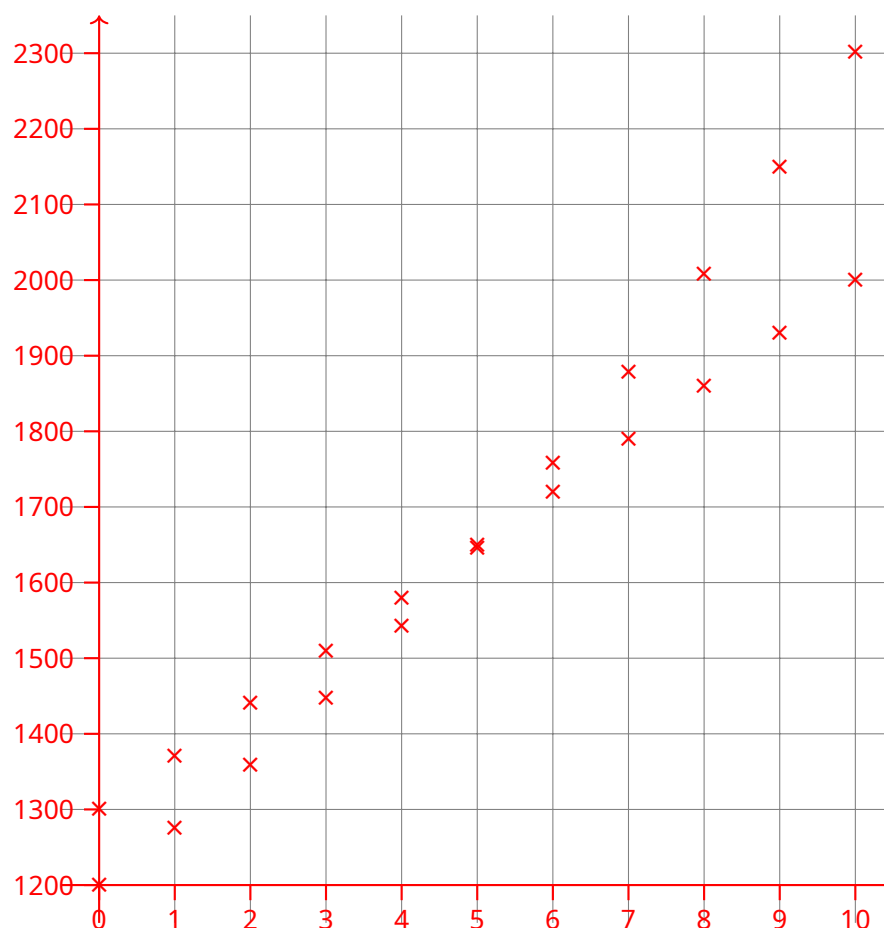
Exercice 3 (5 points) : Deux entreprises nous font des offres différentes pour notre salaire mensuel :

- L'entreprise A nous propose de commencer à 1300€, avec une augmentation de 70€ par an.
- L'entreprise B nous propose de commencer à 1200€. Chaque année, notre salaire augmentera de 8%, avant de diminuer de 20€.

1. Vérifier que l'offre de l'entreprise B correspond bien à une augmentation la première année.

2. On appelle a la suite correspondant à l'entreprise A, et b celle correspondant à l'entreprise B.
Donner une définition des suites a et b .

3. Représenter dans un repère l'évolution de ces deux suites durant 10 ans.



4. Combien d'années faut-il pour que le salaire de l'entreprise B dépasse celui de l'entreprise A ?

Exercice 4 (4 points) : On lâche un poids en chute libre, à 100m du sol. On modélise sa chute par les deux suites v et p suivantes :

- v_n représente la *vitesse* au bout de n secondes : elle est définie par $v_0 = 0$, et pour $n \geq 0$, $v_{n+1} = v_n + 9,8$.
- p_n représente la *position* au bout de n secondes : elle est définie par $p_0 = 100$, et pour $n \geq 0$, $p_{n+1} = p_n - v_{n+1}$.

1. Quelle est la nature de la suite v ?
2. Calculer v_1 , v_2 et v_3 . Quel est le sens de variation de v ?
3. Au bout de combien de temps (à la seconde près) l'objet va-t'il toucher le sol ?

Nom, Prénom : CORRECTION

7 avril 2023

Évaluation : suites (Sujet B)

Tous les exercices sont à faire sur une feuille à part.
La calculatrice est autorisée.
Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (4 points) : Pour chaque suite ci-dessous, dire si la suite est définie explicitement ou par récurrence, et si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre :

a) $a_0 = -15, a_{n+1} = a_n - 5$

c) $c_0 = 6, c_{n+1} = \frac{2c_n}{n+5}$

b) $b_0 = 1, b_{n+1} = 3 \times b_n$

d) pour $n > 0, d_n = 5n - 1$

Exercice 2 (7 points) : Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,5u_n + 13$.

1. Calculer puis représenter les 4 premiers termes de cette suite.

• $u_1 = 14.0$

• $u_2 = 20.0$

• $u_3 = 23.0$

• $u_4 = 24.5$

2. Quel semble être le sens de variations de u ?

Elle semble être croissante.

3. Montrer que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

4. On définit la suite v telle que pour tout $n \geq 0, v_n = u_n - 26$.

(a) Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3 .

• $v_0 = -12$

• $v_1 = -6$

• $v_2 = -3$

• $v_3 = -1,5$

(b) Quelle semble être la nature de la suite v ?

Elle semble être géométrique de raison 0,5

(c) [BONUS] Le démontrer en calculant $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

$$\begin{aligned}\frac{v_{n+1}}{v_n} &= \frac{u_{n+1} - 26}{u_n - 26} \\ &= \frac{0,5u_n - 13}{u_n - 26} \\ &= 0,5 \frac{u_n - 26}{u_n - 26} \\ &= 0,5\end{aligned}$$

Donc v est géométrique de raison 0,5.

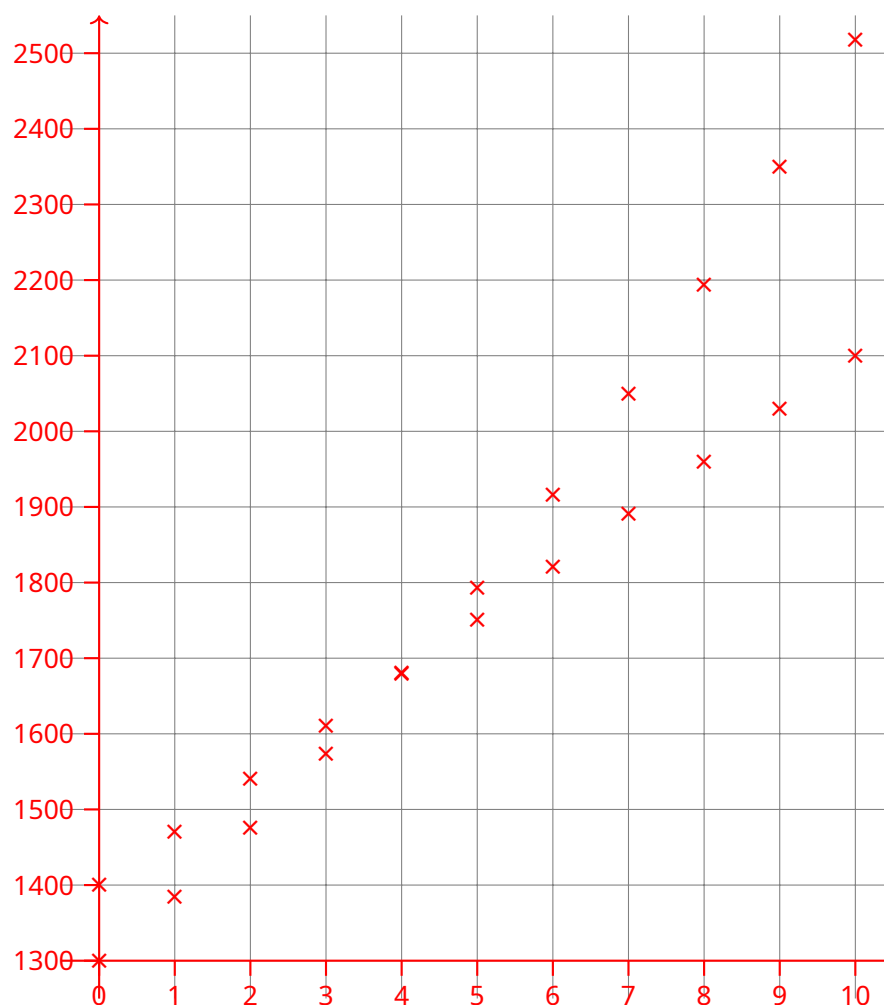
Exercice 3 (5 points) : Deux entreprises nous font des offres différentes pour notre salaire mensuel :

- L'entreprise A nous propose de commencer à 1400€, avec une augmentation de 70€ par an.
- L'entreprise B nous propose de commencer à 1300€. Chaque année, notre salaire augmentera de 8%, avant de diminuer de 20€.

1. Vérifier que l'offre de l'entreprise B correspond bien à une augmentation la première année.

2. On appelle a la suite correspondant à l'entreprise A, et b celle correspondant à l'entreprise B. Donner une définition des suites a et b .

3. Représenter dans un repère l'évolution de ces deux suites durant 10 ans.



4. Combien d'années faut-il pour que le salaire de l'entreprise B dépasse celui de l'entreprise A ?

Exercice 4 (4 points) : On lâche un poids en chute libre, à 150m du sol. On modélise sa chute par les deux suites v et p suivantes :

- v_n représente la *vitesse* au bout de n secondes : elle est définie par $v_0 = 0$, et pour $n \geq 0$, $v_{n+1} = v_n + 9,8$.
- p_n représente la *position* au bout de n secondes : elle est définie par $p_0 = 150$, et pour $n \geq 0$, $p_{n+1} = p_n - v_{n+1}$.

1. Quelle est la nature de la suite v ?
2. Calculer v_1 , v_2 et v_3 . Quel est le sens de variation de v ?
3. Au bout de combien de temps (à la seconde près) l'objet va-t'il toucher le sol ?