Modélisation d'un jeu de données par une variable aléatoire

Othmane AJDOR

2018-2019

Table des matières

1 Identificiation de modele

1.1 A : Temps de transfert de données entre 2 ordinateurs

- Loi normale (proche d'une valeur plus que les autres)
- Exponentielle décalée (dispositif sans usure)
- Support infini

1.2 B : Nombre d'appel par heuere une hotline d'un FAI

Loi de poisson.
C'est un cas discret, le nombre d'appel est un entier, donc ca peut pas etre exponentiel.

1.3 C : Chiffre d'affaire annuel des entreprises clientes d'une banque

Loi normale, on se place ici dans un interval $[-\infty, +\infty]$.

1.4 D : Nombre de clients qu'il faut appeler avant d'en trouver un qui veut bien prendre 15' pour répondre à un questionnaire

Loi géometrique

1.5 E : Résultat d'un sondage sur des pieces sortant d'un chaine de production : sont elles aux normes ou pas ?

Loi binomiale

1.6 F : Poids d'une population de poulets âgés de 3 mois dans un elevage

Loi normale

1.7 G : Nombre de feux de circulation que l'on a au vert sur un parcours donné

Loi binomiale, indépendance des feux, nombre de feux fixé.
Les feux ont les memes durées, soit le même p.

1.8 H : Bruit de quantification sur 16 bits d'un signal sonore normalisé sur une plage $[-1, 1]$

Précision finie sur les bits (quantification).
Bruit de quantification = erreur causé par la quantification. Continu de support limité.
Loi uniforme.

1.9 I : Taille de défauts $>$ à 20 mm sur la surface d'une cuve

Loi exponentielle Pour la taille des défauts, on commence à 20 et on regarde la taille des défauts supérieurs à 20mm. On commence donc à un début d'intervale (ici $[20, +\infty]$). Or les défauts d'une taille de 10 metres par exemple sont quasi impossible.

Continu, support limité à partir de 20mm. Loi normale tronquée.

Loi de parité

1.10 J : Résultats d'un dé à 20 faces

Loi uniforme discrete

1.11 K : Nombre de pieces issues d'une chaine de production avant d'en trouver une defectueuse

Loi géometrique

2 Méthodologie

2.1 Discret

Pour des probabilités ou des valeurs qu'on peut compter, par exemple le lancé d'un dé

2.2 Continu

Sur des intervales infinis, par exemple le temps d'attente qu'un bus arrive ou le chiffre d'affaires des entreprises.

2.3 Support

Valeurs négatives ?
Le dé à 20 faces est un support fini. Le nombre de feu rouges aussi.
Le poids ne peut pas etre négatif. Or la loi normale peut etre negative.
Or si on s'eloigne de quelques ecarts types, la proba tombre à 0.

3 Lois

3.1 Loi normale

Les valeurs extremes n'ont pas de sens, par exemple le poids ou la taille de défauts. Il existe beaucoup de facteurs qui peuvent changer le resultat.

3.2 Loi exponentielle

Pour la taille des défauts, on commence à 20 et on regarde la taille des défauts supérieurs à 20mm. On commence donc à un début d'intervale (ici $[20, +\infty])$. Or les défauts d'une taille de 10 metres par exemple sont QUASI impossible. Pour des durées de vie, pour des dispositifs sans usure.

3.3 Loi de poisson

Loi binomiale avec un n grand et un p tres petit ressemble à une loi de poisson.

3.4 Loi géometrique

Discrete, elle caracterise l'obtention d'un résultat positif apres une succession de tentatives, le cas du questionnaire.

3.5 Loi bernoulli

Cas spécial de la loi binamiale où $B(1,p) = B(p)$, soit n = 1.
Son résultat est binaire (= 1 ou = 0).

3.6 Loi binomiale

Somme de Bernoulli où on s'interesse à un ensemble de résultat au lieu d'un seul.

4 Recap des lois

Loi et Symbole $X \rightsquigarrow$	Probabilités	$E(X)$	$Var(X)$	Fonction caractéristique $\varphi_X(t) = E(e^{itX})$
Bernouilli $\mathcal{B}(p)$	$P(X=0) = 1-p$ $P(X=1) = p$	p	$p(1-p)$	$1-p+pe^{it}$
Binomiale $\mathcal{B}(n,p)$	$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \mathbb{1}_{\{0,\dots,n\}}(k)$	np	$np(1-p)$	$(1-p+pe^{it})^n$
Binomiale négative $\mathcal{BN}(n,p)$	$P(X=k) = C_{k-1}^{n-1} p^n (1-p)^{k-n} \mathbb{1}_{\{n,\dots\}}(k)$	$\frac{n}{p}$	$\frac{n(1-p)}{p^2}$	$\left(\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}\right)^n$
Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$	$P(X=k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} \mathbb{1}_{\mathbb{N}}(k)$	λ	λ	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$
Géométrique $\mathcal{G}(p)$	$P(X=k) = p(1-p)^{k-1} \mathbb{1}_{\mathbb{N}^*}(k)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}$
Hypergéométrique $\mathcal{H}(N,m,n)$ $(m,n) \in \{1,\dots,N\}^2$	$P(X=k) = \frac{C_m^k C_{N-m}^{n-k}}{C_N^n} \mathbb{1}_{\{0,\dots,\min(m,n)\}}(k)$	$\frac{nm}{N}$	$\frac{nm(N-n)(N-m)}{N^2(N-1)}$	