第三篇 热 学

第七章 气体分子动理论

7.1 已知氦气的摩尔质量为 $\mu=4.00\times10^{-3}\text{kg/mol}$，求：(1)氦分子的质量 m；(2)标准态下氦气的摩尔体积；(3)标准态下氦气的分子数密度 n；(4)标准态下氦气的密度 ρ。

解 (1)He 分子质量

$$m=\frac{\mu}{N_0}=\frac{4.00\times10^{-3}}{6.02\times10^{23}}\text{ kg}=6.64\times10^{-27}\text{ kg}$$

(2)标准态下，He 可视为理想气体，摩尔体积为

$$V=\frac{RT_0}{p_0}=\frac{8.31\times273}{1.013\times10^5}=22.4\times10^{-3}\text{ m}^3/\text{mol}$$

(3)标准态下分子数密度

$$n=\frac{N_0}{V}=\frac{p_0}{kT_0}=2.69\times10^{25}/\text{m}^3$$

(4)标准态下密度

$$\rho=\frac{\mu}{V}=nm=\frac{p_0\mu}{RT_0}=0.179\text{ kg/m}^3$$

7.2 计算下列一组粒子的平均速率、方均根速率和平均平动动能。设粒子等同，每一粒子质量为 $m=7.0\times10^{-10}\text{kg}$。

$v_i/(\text{m/s})$	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0
N_i	210	390	585	724	608	430	246	132

解 平均速率为

$$\bar{v}=\frac{\sum N_iv_i}{\sum N_i}=42.2\text{ m/s}$$

方均根速率为

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{\sum N_i v_i^2}{\sum N_i}} = 45.8 \text{ m/s}$$

平均平动动能为

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{\sum N_i(\frac{1}{2}mv_i^2)}{\sum N_i} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = 7.34 \times 10^{-7}\text{J}$$

7.3 水银气压计玻璃管截面的面积为 $2.00\times10^{-4}\text{m}^2$。当大气压为 760mmHg 时，水银柱液面离玻璃管顶端 120mm。若少量氦气进入玻璃管后，水银柱下降 160mm。设温度 $T=300\text{K}$ 保持恒定。求：(1)进入玻璃管的氦气的质量 M；(2)进入玻璃管的氦分子数 N；(3)单位体积中的氦分子数目 n。

解 (1)混入 He 后管内 He 压强为

$$p = 160 \times \frac{1.013 \times 10^5}{760}\text{Pa} = 2.13 \times 10^4 \text{ Pa}$$

体积为

$$V = [(0.120 + 0.160) \times 2.00 \times 10^{-4}]\text{m}^3 = 5.60 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

故进入管内的 He 质量

$$M = \frac{pV\mu}{RT} = 1.91 \times 10^{-6}\text{ kg}$$

(2)He 分子数为

$$N = \frac{M}{\mu}N_0 = 2.88 \times 10^{20}$$

(3)分子数密度为

$$n = \frac{N}{V} = 5.14 \times 10^{24}/\text{m}^3$$

7.4 设想每秒钟有 $n=10^{23}$个氧分子，以速率 $v=500\text{m/s}$ 沿着与器壁法线成 $\theta=45°$角的方向撞在面积为 $S=2\times10^{-4}\text{m}^2$ 的器

壁上。求这群分子作用在 S 上的压强 。

解 按动量定理,这群分子对器壁的平均冲力为

$$F = [mv\cos 45^\circ - (-mv\cos 45^\circ)]n$$
$$= 2nmv\cos 45^\circ$$

产生的压强为

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2nmv\cos 45^\circ}{S} = 1.88 \times 10^4\ \text{Pa}$$

7.5 $V=2.0\times10^{-3}\text{m}^3$ 的容器内装有 1mol 氢气,测出压强 $p=10\times10^5\text{Pa}$。求这时氢气的分子平均平动动能和方均根速率。

解 氢气温度为

$$T = \frac{pV}{R} = 241\ \text{K}$$

分子平均平动动能为

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT = [\frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 241]\text{J} = 4.98 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

方均根速率为

$$\sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_{2\times10^{-3}}}} = 1.73 \times 10^3\ \text{m/s}$$

7.6 温度 $T=400\text{K}$ 时,(1)1mol 氢气分子总的平动动能、转动动能和内能各为多少?(2)1mol 氦气,又各为多少?

解 (1)氢气:

总平动动能为

$$E_t = \sum \varepsilon_{ti} = N_0(\frac{3}{2}kT)$$
$$= \frac{3}{2}RT = 4.99 \times 10^3\ \text{J}$$

总转动动能为

$$E_r = \sum \varepsilon_{ri} = N_0(kT)$$
$$= RT = 3.32 \times 10^3\ \text{J}$$

内能为

$$E = \frac{5}{2}RT = E_t + E_r = 8.31 \times 10^3\ \text{J}$$

(2)氦气：

$$E = E_t = \frac{3}{2}RT = 4.99 \times 10^3\ \text{J}$$

$$E_r = 0$$

7.7 某些恒星的温度达到 10^8K，在这温度下物质已不以原子形式存在，只有质子存在。试求：(1)质子的平均平动动能是多少电子伏特？(2)质子的方均根速率多大？(质子质量 $m = 1.67 \times 10^{-27}$kg)。

解 (1)平均平动动能为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT = 2.07 \times 10^{-15}\text{J} = 1.29 \times 10^4\ \text{eV}$$

(2)方均根速率为

$$\sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1.57 \times 10^6\ \text{m/s}$$

7.8 标准态下的 22.4L 氧气和 22.4L 氦气混合，求：(1)氦分子的平均动能；(2)氧分子的平均动能；(3)氦气所具有内能占系统总内能的百分比。

解 (1)氦原子的平均动能为

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{3}{2}kT$$

$$= \left(\frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273\right)\text{J} = 5.66 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

(2)氧分子的平均动能

$$\bar{\varepsilon}_2 = \frac{5}{2}kT = 9.42 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

(3)He 和 O_2 的量各为 1mol，故氦的内能与总内能之比为

$$\frac{E_1}{E} = \frac{\frac{3}{2}RT}{\frac{3}{2}RT + \frac{5}{2}RT} = 37.5\%$$

7.9 若能量为 10^{12}eV 的宇宙射线粒子射入一氖管后，其能量全部被氖气分子吸收。现知氖管中有氖气 0.01mol。如果有 10^4 个宇宙粒子射入氖管，问氖气的温度升高多少？

解 氖气内能增量＝10^4 个宇宙粒子的能量

$$\nu \frac{i}{2} R\Delta T = 10^4 \varepsilon$$

故温度升高为

$$\Delta T = \frac{2 \times 10^4 \varepsilon}{\nu R i} = 1.3 \times 10^{-2}\text{K}$$

7.10 证明理想气体的 pV 乘积值恒等于内能 E 的 $\frac{2}{i}$（i 为理想气体分子的自由度）。

解 理想气体内能为

$$E = \nu \frac{i}{2} RT$$

理想气体状态方程

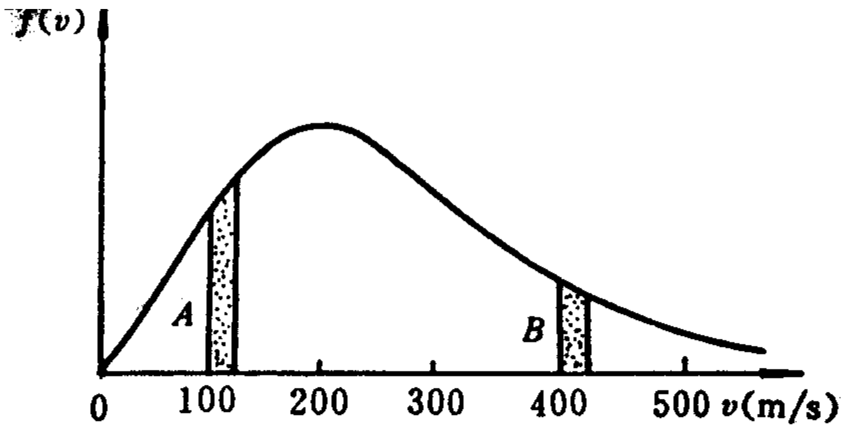
$$pV = \nu RT$$

故

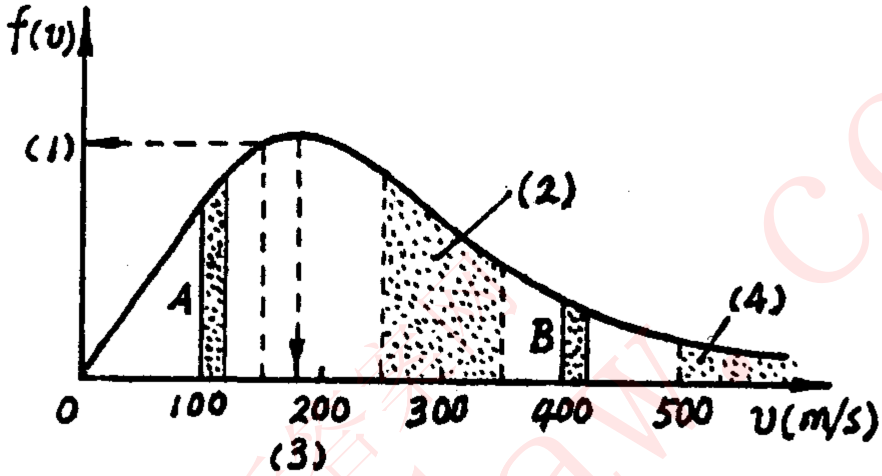
$$pV = \frac{2}{i} E$$

7.11 下图表示某气体分子的速率分布曲线，试在图中标出：(1)速率在 150m/s 附近单位速率间隔内的分子数占总分子数的比率；(2)速率在 250～350m/s 的分子数占总分子数的比率；(3)最概然速率；(4)速率大于 500m/s 的分子数占总分子数的比率；(5)两底边相等的(均等于 Δv)A、B 两个阴影面积不等，说明了什么？

解 (1)、(2)、(3)、(4)见解 7.11 图所示



题 7.11 图



解 7.11 图

(5)说明 $v=100\text{m/s}$ 附近单位速率间隔内的分子数占总分子数的比率较大,$v=400\text{m/s}$ 附近的较小。

7.12 0.20g 氢气盛于 3.0L 的容器中,测得压强为 8.31×10^4Pa,求:(1)分子的最概然速率、平均速率和方均根速率;(2)速率在 1000～1001m/s 之间的分子数 ΔN。

解 氢气温度为

$$T=\frac{pV}{\frac{M}{\mu}R}=300\ \text{K}$$

总分子数为

$$N=N_0\frac{M}{\mu}=6.02\times10^{22}$$

(1)最概然速率为

$$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}=1.58\times10^3\ \text{m/s}$$

平均速率为

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=1.78\times10^{3}\ \mathrm{m/s}$$

方均根速率为

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=1.93\times10^{3}\ \mathrm{m/s}$$

(2)速率在 $v=1000\mathrm{m/s}$ 到 $v+\Delta v=1001\mathrm{m/s}$ 之间的分子数为

$$\begin{aligned}\Delta N&=Nf(v)\Delta v\\&=4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2\Delta v\\&=4\pi N\left(\frac{\mu}{2\pi RT}\right)^{3/2}e^{-\frac{\mu v^2}{2RT}}v^2\Delta v\\&=2.31\times10^{19}\end{aligned}$$

7.13 求速率在 $v_p\sim1.01v_p$ 之间的气体分子占总分子数的比率。

解 Δv 较小时速率在 v 到 $v+\Delta v$ 之间分子占总分子数的比率为

$$\frac{\Delta N}{N}\approx f(v)\Delta v=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-\frac{v^2}{v_p^2}}\frac{v^2}{v_p^3}\Delta v$$

由题意知，本题 $v=v_p,\Delta v=0.01v_p$，代入上式计算得

$$\frac{\Delta N}{N}=0.83\%$$

7.14 在什么温度下，处于平衡态时，氢气分子的最概然速率为 1000m/s，试求出此温度时氢气分子的平均速率和方均根速率。

解 因为

$$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

故氢气温度为

$$T = \frac{\mu v_p^2}{2R} = 120\ \mathrm{K}$$

此时平均速率为

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 1.13 \times 10^3\ \mathrm{m/s}$$

方均根速率为

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1.23 \times 10^3\ \mathrm{m/s}$$

7.15 根据麦克斯韦速率分布律，求气体分子速率倒数的平均值$(\overline{\frac{1}{v}})$。

解

$$(\overline{\frac{1}{v}}) = \int_0^\infty \frac{1}{v} f(v)\mathrm{d}v$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{v} 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \mathrm{d}v$$

因
$$\int_0^\infty v\mathrm{e}^{-\alpha v^2}\mathrm{d}v = \frac{1}{2\alpha}$$

故
$$(\overline{\frac{1}{v}}) = \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} = \frac{4}{\pi \bar{v}}$$

7.16 电子气由 N 个自由电子构成，电子速率在 $v \sim v+\mathrm{d}v$ 之间的概率为

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \begin{cases} Av^2\mathrm{d}v & (0<v<v_0) \\ 0 & (v>v_0) \end{cases}$$

式中 A 为常量。(1)作出速率分布函数曲线；(2)用 v_0 定出 A；(3)求 v_p、$\bar{v}$ 和$\sqrt{\overline{v^2}}$；(4)求速率在 0 到$\frac{v_0}{2}$之间的电子的方均根速率。

解 (1)速率分布函数曲线如解 7.16 图所示

(2)归一化

$$\int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v = \int_0^{v_0} Av^2\mathrm{d}v = 1$$

解得

$$A = \frac{3}{v_0^3}$$

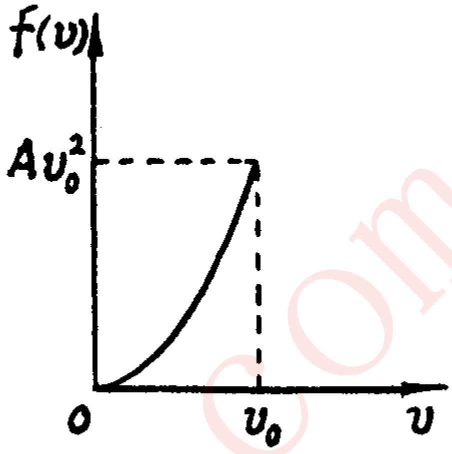
(3)由图知

$$v_p = v_0$$

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} vf(v)\mathrm{d}v$$

$$= \int_0^{v_0} vAv^2\mathrm{d}v$$

$$= \frac{A}{4}v_0^4 = \frac{3v_0}{4}$$



解 7.16 图

$$\sqrt{\overline{v^2}} = [\int_0^{\infty} v^2 f(v)\mathrm{d}v]^{1/2}$$

$$= [\int_0^{v_0} v^2 Av^2\mathrm{d}v]^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{5}}v_0$$

(4)设所求用符号$\sqrt{\overline{V^2}}$表示

$$\overline{V^2} = \frac{\int_{(v=0)}^{(v=\frac{v_0}{2})} v^2\mathrm{d}N}{\int_{(v=0)}^{(v=\frac{v_0}{2})}\mathrm{d}N} = \frac{\int_0^{\frac{v_0}{2}} v^2 f(v)\mathrm{d}v}{\int_0^{\frac{v_0}{2}} f(v)\mathrm{d}v} = \frac{\int_0^{\frac{v_0}{2}} v^2 Av^2\mathrm{d}v}{\int_{v_0}^{\frac{v_0}{2}} Av^2\mathrm{d}v} = \frac{3v_0^2}{20}$$

故

$$\sqrt{\overline{V^2}} = \sqrt{\frac{3}{20}}v_0$$

7.17 体积为 V 的容器内盛有质量分别为 M_1 和 M_2 的两种不同单原子理想气体，此混合气体处于平衡态时，容器中两种组分气体的内能相等，均为 E。求：(1)这两种气体分子的平均速率 $\bar{v}_1$ 与 $\bar{v}_2$ 之比；(2)容器中混合气体的压强。

解 (1)设混合物温度 T,按题意

$$\frac{M_1}{\mu_1}\frac{3}{2}RT=\frac{M_2}{\mu_2}\frac{3}{2}RT=E$$

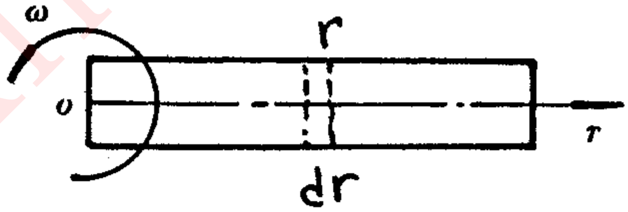
故两种分子平均速率之比为

$$\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2}=\frac{\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu_1}}}{\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu_2}}}=\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}=\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$$

(2)设混合气体的分子数密度为 n,两种气体的分子数密度分别为 n_1 和 n_2,则混合气体的压强为

$$\begin{aligned}p&=nkT=(n_1+n_2)kT\\&=\left(\frac{M_1}{\mu_1}+\frac{M_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V}\\&=\left(\frac{2E}{3RT}+\frac{2E}{3RT}\right)\frac{RT}{V}=\frac{4E}{3V}\end{aligned}$$

7.18 一个充气的管子,绕其一端以角速率 ω 旋转,求管内气体密度的平衡分布 $\rho(r)$。(提示:以管子为参照系,气体处于一个等效外力场中)



题 7.18 图

解 以管子为参照系,r 处一个分子受等效势力

$$F=m\omega^2 r$$

r处. $dp=\frac{dF}{s}=\frac{dM\cdot a}{s}=\frac{\rho dV\cdot a}{s}$

$=\frac{\rho\cdot s dr\cdot a}{s}=\rho\cdot a\cdot dr,$ (9

等效势能 ε_p 与势力 F 关系为

$$F=-\frac{d\varepsilon_p}{dr}$$

$a=\omega^2 r.$

设 $r=0$ 处 $\varepsilon_p=0$,则

又. $pV=\nu RT=\frac{M}{\mu}RT$

$$\int_0^{\varepsilon_p}d\varepsilon_p=\int_0^r -m\omega^2 r dr$$

$p=\frac{\rho RT}{\mu}=\frac{\rho kT}{m}$, $dp=\frac{kT}{m}$

$dp=\rho\omega^2 r dr=\frac{kT}{m}d\rho.$ $\int^{\rho}\frac{d\rho}{\rho}=\int^{r}\frac{m\omega^2}{kT}r dr.$ $\rho=\rho_0 e^{\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}}$

等效势能为

$$\varepsilon_p = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2$$

气体分子在外力场中的分布

$$n = n_0 e^{\frac{-\varepsilon_p}{kT}} = n_0 e^{\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}}$$

等号两边同乘分子质量 m，即得气体密度分布

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}}$$

7.19 设空气的温度为 0℃，平均摩尔质量为 0.0289kg/mol，问上升到什么高度时，大气压降为地面气压的 75%？

解 等温气压公式

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$$

故

$$h = -\frac{RT}{\mu g}\ln\frac{p}{p_0} = 2.3\times 10^3\ \mathrm{m}$$

7.20 微粒悬浮在水中。已知微粒密度为 $1.19\mathrm{g/cm^3}$，水的密度为 $1.00\mathrm{g/cm^3}$，微粒半径 $r=0.212\times10^{-6}\mathrm{m}$，水温为 27℃。求高度相差 $40\times10^{-6}\mathrm{m}$ 的两层中粒子数密度之比。

解 设微粒体积 V、密度 ρ、水密度 ρ_0，则微粒受力

$$F = \rho V g - \rho_0 V g = \frac{4\pi r^3}{3}(\rho-\rho_0)g$$

微粒在高 h 处势能为

$$\varepsilon_p = \frac{4\pi r^3}{3}(\rho-\rho_0)gh$$

高 h 处微粒数密度

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} = n_0 e^{-\frac{1}{kT}\left[\frac{4}{3}\pi r^3(\rho-\rho_0)gh\right]}$$

高 $h+\Delta h$ 处微粒数密度

$$n' = n_0 e^{-\frac{1}{kT}\left[\frac{4}{3}\pi r^3(\rho-\rho_0)g(h+\Delta h)\right]}$$

因此高度差 $\Delta h=40\times10^{-6}$m 两层中粒子数密度之比为

$$\frac{n}{n'}=e^{\frac{1}{kT}\left[\frac{4}{3}\pi r^3(\rho-\rho_0)g\Delta h\right]}=2.05$$

7.21 高 10.0m 的容器内装有氮气，并在重力场中处于平衡态，其温度为 $T=300$K。求容器顶部与底部的气体压强之比。

解 等温气压公式

$$\frac{p}{p_0}=e^{-\frac{\mu gh}{RT}}=0.999$$

7.22 若氖气分子的有效直径为 2.04×10^{-8}cm，问在温度为 600K、压强为 1mmHg 时，一个氖气分子在一秒钟内的平均碰撞次数是多少？已知氖气的摩尔质量 $\mu=20.2\times10^{-3}$kg/mol。

解

$$\bar{Z}=\sqrt{2}\,\pi d^2 n\bar{v}$$

$$n=\frac{p}{kT}=\left(\frac{1.013\times10^5/760}{1.38\times10^{-23}\times600}\right)/\text{m}^3=1.61\times10^{22}/\text{m}^3$$

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=797\ \text{m/s}$$

n、$\bar{v}$ 代入 $\bar{Z}$，式得平均碰撞频率为

$$\bar{Z}=2.36\times10^6/\text{s}$$

7.23 真空管的真空度为 1.0×10^{-5}mmHg。求 27℃时单位体积中的分子数及分子的平均自由程（设分子有效直径 $d=3.0\times10^{-10}$m）。

解 单位体积中分子数为

$$n=\frac{p}{kT}=3.22\times10^{17}/\text{m}^3$$

平均自由程为

$$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n}=7.8\ \text{m}\gg\text{真空管线度}$$

故分子实际平均自由程为真空管线度。

7.24　一氢分子(有效直径为 1.0×10^{-10}m)以方均根速率从炉中($T=4000$K)逸出，进入冷的氩气室中，室内氩气的分子数密度为 $4.0\times10^{25}/\mathrm{m}^3$。氩气分子的有效直径为 3.0×10^{-10}m。求：(1)氢分子的方均根速率；(2)氢分子与氩分子都视为球体，它们相碰时，中心之间靠得最近的距离；(3)最初阶段，这个氢分子每秒钟受到的碰撞次数。(可视为氢分子以方均根速率运动，氩原子静止。)

解　(1)氢分子的分均根速率

$$\sqrt{\overline{v_1^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu_1}}=7.1\times10^3\ \mathrm{m/s}$$

(2)靠得最近距离为

$$\frac{d_1}{2}+\frac{d_2}{2}=2.0\times10^{-10}\ \mathrm{m}$$

(3)氩温度低，氩分子可视为静止，H_2 和 Ar 分子相对速率近视于氢分子速率，互碰中心距离 $\frac{d_1+d_2}{2}$，故最初阶段，这个氢分子每秒钟受到碰撞次数为

$$\bar{Z}=\pi\left(\frac{d_1+d_2}{2}\right)^2 n_2\sqrt{\overline{v_1^2}}$$

$$=[3.14\times(2.0\times10^{-10})^2\times4.0\times10^{25}\times7.1\times10^3]/\mathrm{s}$$

$$=3.6\times10^{10}/\mathrm{s}$$

7.25　如图有两块相互接触的厚板，其厚度分别为 L_1 和 L_2，导热系数分别为 κ_1 和 κ_2，表面温度分别为 T_1 和 T_2，$T_1>T_2$。求稳态条件下界面处的温度 T。

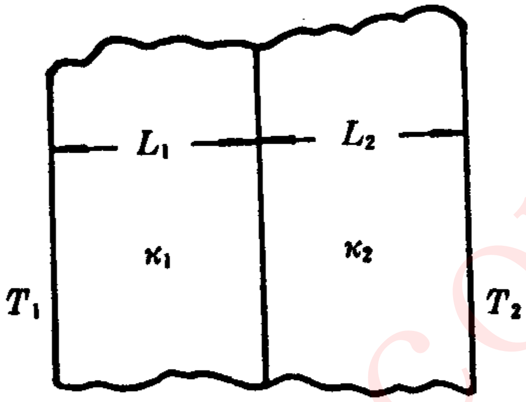
解　稳态条件下，两板中单位时间内通过单位横截面的热量相等

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S\mathrm{d}t}=-\kappa_1\frac{T-T_1}{L_1}=-\kappa_2\frac{T_2-T}{L_2}$$

故界面温度为

$$T=\frac{\kappa_1 L_2 T_1+\kappa_2 L_1 T_2}{\kappa_1 L_2+\kappa_2 L_1}$$

7.26 一绝缘铜棒的温度梯度为-2.5×10^2K/m。(1)求相距 5cm 的两点之间的温度差;(2)确定每秒钟通过垂直于棒的单位横截面积的热量。已知铜的导热系数为3.84×10^2W/(m·K)。



题 7.25 图

解

(1)相距 $\Delta z=0.05$m,温度差为

$$\Delta T\approx\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\Delta z=-12.5\ \mathrm{K}$$

(2)每秒钟通过垂直于棒的单位横截面积的热量

$$I=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S\mathrm{d}t}=-\kappa\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}$$
$$=9.6\times10^4\ \mathrm{W/m^2}$$

7.27 在一截面为$4.5\times10^{-3}\mathrm{m}^2$的管子中,氩气的分子数密度随坐标 x 线性变化:

$$n=n_0-6.45\times10^{23}x\ \mathrm{(SI)}$$

设无外力场作用,求分子流密度(单位时间内,通过单位横截面的分子数)和每秒钟扩散的气体质量。

解 分子流密度 j 是单位时间内通过单位横截面的分子数,即

$$j=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(\frac{M}{m})}{\mathrm{d}S\mathrm{d}t}$$

由扩散定律知

$$\frac{dM}{dSdt} = -D\frac{d\rho}{dx}$$

而

$$n = \frac{\rho}{m}$$

故

$$j = -D\frac{dn}{dx} = [-1.57 \times 10^{-5} \times (-6.45 \times 10^{23})]/(m^2 \cdot s)$$

$$= 1.01 \times 10^{19}/(m^2 \cdot s)$$

(2)每秒钟扩散质量

$$\frac{dM}{dt} = jmS = (1.01 \times 10^{19} \times \frac{40.0 \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} \times 4.5 \times 10^{-3})\ kg/s$$

$$= 3.02 \times 10^{-9}\ kg/s$$

7.28 氨的粘滞系数为 0.92×10^{-5}kg/(m·s)。求:(1)标准态下,氨分子的平均自由程;(2)氨分子的有效直径。

解 (1)因 $\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}$,而标准态下密度为

$$\rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 17.0 \times 10^{-3}}{8.31 \times 273}\ kg/m^3$$

$$= 0.759\ kg/m^3$$

平均速率为

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 583\ m/s$$

故平均自由程为

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\rho\bar{v}} = 6.24 \times 10^{-8}\ m$$

(2)由于

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

故分子有效直径为

$$d=\sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi p\bar{\lambda}}}=3.66\times 10^{-10}\text{ m}$$

7.29 由实验测定，标准态下，氧的扩散系数为 1.81×10^{-5} m^2/s。根据这些数据，求标准态下氧分子的平均自由程和有效直径。

解

$$D=1.81\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s},\quad p=1.013\times 10^5\text{ Pa}$$

$$T=273\text{ K}\quad \mu=32.0\times 10^{-3}\text{ kg/mol}$$

故

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=425\text{ m/s}$$

因

$$D=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}$$

故平均自由程为

$$\bar{\lambda}=\frac{3D}{\bar{v}}=1.28\times 10^{-7}\text{ m}$$

又因

$$\bar{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

所以，分子有效值直径为

$$d=\sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\bar{\lambda}p}}=2.56\times 10^{-10}\text{ m}$$

7.30 保温瓶胆两壁间距 $l=4\times 10^{-3}$m，其间充满 27℃的氮气。已知氮分子的有效直径 $d=3.1\times 10^{-10}$ m，问瓶胆内的压强降到多少以下时，氮气的导热系数才会比大气压下的数值低？

解 当$\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}>l$时，导热系数 κ 随压强降低而减小，故

$$p < \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 l} = 2.4 \text{ Pa}$$

7.31 将 20mol N_2 不断压缩，(1)它将接近多大体积？(2)假设这时 N_2 分子紧密排列，试估计 N_2 分子的线度；(3)此时由于分子间引力而产生的附加压强多大？设 N_2 始终遵循范德瓦尔斯方程。已知 N_2 的范德瓦斯常数为 $a=0.141 \text{ Pa}\cdot\text{m}^6/\text{mol}^2$ $b=39\times10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$

解 (1)$p\to\infty$时体积趋向

$$V = \nu b = 7.8 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

(2)设分子线度为 l，分子数 νN_0，故

$$\nu N_0 l^3 = \nu b$$

得

$$l = \left(\frac{b}{N_0}\right)^{1/3} = 4.0 \times 10^{-10} \text{ m}$$

(3)此时体积为 $V=\nu b$，故附加压强为

$$p = a\left(\frac{\nu}{V}\right)^2 = \frac{a}{b^2} = 9.3 \times 10^7 \text{ Pa}$$

7.32 已知 CO_2 的范德瓦尔斯常数 $a=3.592 \text{ atm}\cdot\text{L}^2/\text{mol}^2$，$b=4.27\times10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$。若 0℃时 CO_2 的摩尔体积为 0.55L，求压强 p。(1)将 CO_2 视为范德瓦尔斯气体；(2)假设将 CO_2 视为理想气体。

解 (1)视为范德瓦尔斯气体，因

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

故

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} = 3.27 \times 10^6 \text{ Pa}$$

(2)视为理想气体

$$p = \frac{RT}{V} = 4.12 \times 10^6 \text{ Pa}$$