$$\Delta\varphi_{总}=(\frac{3}{2}+22.66)\pi=24.16\pi$$

因此出射光为椭圆偏振光。

第十九章　电磁辐射的量子性

19.1　测量星体表面温度的方法之一是将星球看成是绝对黑体。1983 年，红外宇宙卫星(IRAS)检测了围绕在天琴座 α 星周围的固体粒子，其单色辐出度的最大值所对应的波长为 32μm，试求该粒子云的温度。

解　由维恩位移定律，该粒子云的温度为

$$T=\frac{b}{\lambda_m}=\frac{2.898\times10^{-3}}{32\times10^{-6}}=91\text{k}$$

19.2　在加热黑体的过程中，其单色辐出度的最大值所对应的波长由 690nm 变化到 500nm，问其总辐出度增加了几倍？

解　由维恩位移定律有

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{690}{500}=1.38$$

再由斯忒藩—玻尔兹曼定律得

$$\frac{M_{B2}}{M_{B1}}=\frac{T_2^4}{T_1^4}=(1.38)^4=3.63$$

故总辐出度增加了 2.63 倍。

19.3　用辐射高温计测得炉壁小孔的辐射出射度为 $2.38\times10^5\text{W/m}^2$，试求炉内温度。

解　由斯忒藩—玻尔兹曼定律，炉内温度为

$$T=\sqrt[4]{\frac{M_B}{\sigma}}=\sqrt[4]{\frac{2.38\times10^5}{5.67\times10^{-8}}}$$

$$=1431\text{K}$$

19.4　假设太阳表面温度为 5800K，直径为 13.9×10^8m　如果

认为太阳的辐射是常数，求太阳在一年内由于辐射而损失的质量为多少？

解 设太阳的表面积为 S，则一年时间内太阳向外辐射的能量为

$$E=M_B\cdot S\cdot t=\sigma T^4\cdot \pi D^2\cdot t$$
$$=5.67\times10^{-8}\times(5800)^4\times\pi\times(13.9\times10^8)^2\times365\times24\times3600$$
$$=1.23\times10^{34}\mathrm{J}$$

故一年内太阳损失的质量为

$$\Delta m=\frac{E}{c^2}=\frac{1.23\times10^{34}}{(3\times10^8)^2}=1.37\times10^{17}\mathrm{kg}$$

19.5 假设太阳和地球都可当做绝对黑体，地球在吸收太阳的辐射能的同时又发射辐射能，试估算地球表面的温度。已知太阳表面温度为 5800K，太阳半径为 6.96×10^8m，地球离开太阳的距离为 1.49×10^{11}m。

解 由斯忒藩—玻尔兹曼定律，太阳表面每秒钟每单位面积发射的总辐射能(即辐出度)为

$$M_{太}=\sigma T^4=5.67\times10^{-8}\times(5800)^4=6.42\times10^7\mathrm{W/m^2}$$

其中地球表面的为

$$M_{太}'=\frac{M_{太}\,4\pi R^2}{4\pi d^2}$$
$$=\frac{6.42\times10^7\times(6.96\times10^8)^2}{(1.49\times10^{11})^2}$$
$$=1.40\times10^3\mathrm{W/m^2}$$

由于地球温度保持恒定，因此地球每秒钟发射的辐射能应等于每秒吸收的太阳辐射能，故有

$$M_{太}'\cdot\pi R_{地}^2=M_{地}\cdot4\pi R_{地}^2$$

$$M_{地}=\frac{1}{4}M_{太}'=3.5\times10^2\mathrm{W/m^2}$$

再由斯忒藩—玻尔兹曼定律，地球表面温度为

$$T=\sqrt[4]{\frac{M_{地}}{\sigma}}=\sqrt[4]{\frac{3.5\times10^2}{5.67\times10^{-8}}}$$
$$=280\mathrm{K}$$

19.6 氦氖激光器发射波长 632.8nm 的激光。若激光器的功率为 1.0mW，试求每秒钟所发射的光子数。

解 一个光子的能量 $E=h\nu=\frac{hc}{\lambda}$，故激光器每秒钟发射的光子数为

$$N=\frac{P}{E}=\frac{p\lambda}{hc}$$
$$=\frac{10^{-3}\times6.328\times10^{-7}}{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}$$
$$=3.18\times10^{15}\text{个/s}$$

19.7 从铝中移去一个电子需要能量 4.2eV。用波长为 200nm 的光投射到铝表面上，求：

(1)由此发射出来的最快光电子和最慢光电子的动能；

(2)遏止电势差；

(3)铝的红限波长。

解 (1)由光电效应方程

$$h\nu=\frac{1}{2}mv_m^2+A$$

得最快光电子的动能为

$$E_{kmax}=\frac{1}{2}mv_m^2=h\nu-A=\frac{hc}{\lambda}-A$$
$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{2.0\times10^{-7}}-4.2\times1.6\times10^{-19}$$
$$=3.23\times10^{-19}\mathrm{J}\approx2\mathrm{eV}$$

最慢光电子的动能为

$$E_{kmin}=0$$

(2)因为 $eU_a=E_{kmax}$，故遏止电势差为

$$U_a=\frac{E_{kmax}}{e}=2\text{V}$$

(3)由红限波长定义

$$h\nu_0=\frac{hc}{\lambda_0}=A$$

$$\lambda_0=\frac{hc}{A}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{4.2\times1.6\times10^{-19}}$$

$$=2.96\times10^{-7}\text{m}$$

$$=296\text{nm}$$

19.8　在一个光电效应实验中测得，能够使钾发射电子的红限波长为 562.0nm。

(1)求钾的逸出功；

(2)若用波长为 250.0nm 的紫外光照射钾金属表面，求发射出的电子的最大初动能。

解　(1)由红限波长定义

$$A=\frac{hc}{\lambda_0}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{5.62\times10^{-7}}$$

$$=3.54\times10^{-19}\text{J}$$

$$=2.21\text{eV}$$

(2)根据光电效应方程

$$h\nu=\frac{1}{2}mv_m^2+A$$

光电子最大动能为

$$E_{kmax}=\frac{1}{2}mv_m^2=h\nu-A=\frac{hc}{\lambda}-A$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{2.5\times10^{-7}}-3.54\times10^{-19}$$

$$=4.42\times10^{-19}\text{J}$$

$$=2.76\text{eV}$$

19.9　当用锂制成的发射极来做光电效应实验时，得到下列遏止电势差

波长 λ(nm)	433.9	404.7	365.0	312.5	253.5
遏止电势差 U_a(V)	0.550	0.730	1.09	1.67	2.57

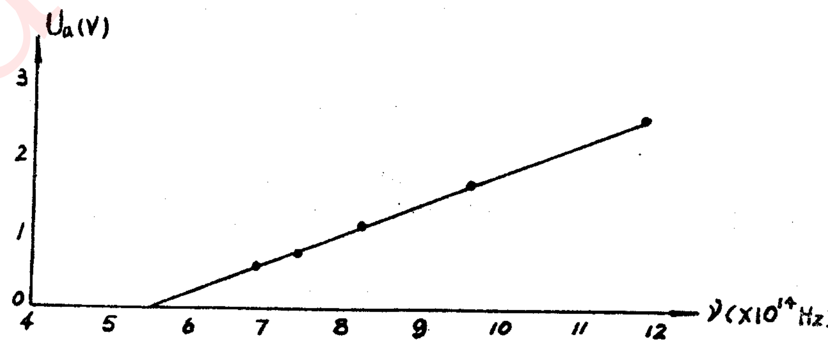
(1)试用上述数据在坐标纸上作 $U_a\sim\nu$ 图线；

(2)利用图线求出金属锂的光电效应红限波长；

(3)从这些数据求普朗克常数。

解　(1)根据光的频率和波长的关系，$\nu=\frac{c}{\lambda}$，c 为光速，将有关数据换算为

波长 λ(nm)	433.9	404.7	365.0	312.5	253.5
频率 ν($\times10^{14}$Hz)	6.91	7.41	8.22	9.60	11.8
遏止电势差 U_a(V)	0.550	0.730	1.09	1.67	2.57



解 19.9 图

作出 $U_a\sim\nu$ 图如图所示。

(2)曲线与横轴的交点即为该金属的红限频率，从图上读出

$$\nu_0\approx5.50\times10^{14}\text{Hz}$$

$$\lambda_0=\frac{c}{\nu_0}=\frac{3\times10^8}{5.50\times10^{14}}$$
$$=5.45\times10^{-7}\mathrm{m}$$
$$=545\mathrm{nm}$$

(3)斜率 $k\approx0.41\times10^{-14}$

$$h=ek=1.6\times10^{-19}\times0.41\times10^{-14}$$
$$=6.6\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$$

19.10 波长为 450nm 的光照射在两个光电管上。第一个光电管发射极的红限波长为 600.0nm，而第二个光电管发射极的逸出功比第一个光电管的大一倍。求每一个光电管中的遏止电势差。

解 由光电效应方程及红限波长、遏止电势差定义

$$h\nu=\frac{hc}{\lambda}=\frac{1}{2}mv_m^2+A \qquad ①$$

$$A=h\nu_0=\frac{hc}{\lambda_0} \qquad ②$$

$$eU_a=\frac{1}{2}mv_m^2 \qquad ③$$

联立①②③式可得

$$U_a=\frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)=\frac{hc(\lambda_0-\lambda)}{e\lambda\lambda_0}$$
$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8\times1.5\times10^{-7}}{1.6\times10^{-19}\times4.5\times10^{-3}\times6.0\times10^{-7}}$$
$$=0.69\mathrm{V}$$

第二个光电管的逸出功为 $A'=2A$，则相应的红限波长为

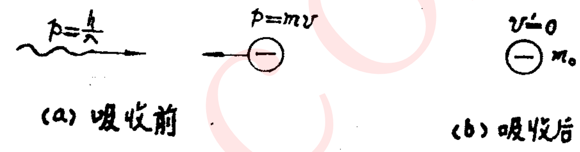
$$\lambda_0'=\frac{\lambda_0}{2}=300\mathrm{nm}$$

因为 $\lambda>\lambda_0'$，所以在波长为 450nm 的光线的照射下，第二个光电管不发射光电子，故有

$$U_a'=0$$

19.11 试证明自由电子不能有光电效应。

证明 如图所示，假设一个自由电子吸收了一个光子。



解 19.11 图

选取质心参照系，并设在质心系中光子和自由电子的总动量之和为零。由动量守恒定律，自由电子吸收光子后必然相对质心系静止，如图(*b*)所示。

再由能量守恒定律，应有

$$E_{初}=E_{末}$$

得

$$h\nu+mc^2=m_0c^2$$

这就意味着 $m_0>m$，因为电子的静止质量 m_0 不可能大于运动质量 m，所以上述假想过程不可能发生。

实际上，只有当电子束缚在固体或原子中，电子才能吸收光子而发生光电效应，此时固体或原子中的离子或原子核取走了动量，但所吸收的能量却很小，可以忽略不计。

19.12 当钠光灯发出的黄光照射某一光电池时，为了遏止所有电子到达收集器，需要 0.30V 的负电压。如果用波长 400nm 的光照射这个光电池，若要遏止电子，需要多高的电压？极板材料的逸出功为多少？

解 由 $eU_a=\frac{1}{2}mv_m^2=h\nu-A$，得

$$U_a=\frac{h\nu}{e}-\frac{A}{e}=\frac{hc}{e\lambda}-\frac{A}{e}$$

钠黄光的波长 $\lambda_1=589.3\mathrm{nm}$，$U_{a1}=0.3\mathrm{V}$，今用 $\lambda_2=400\mathrm{nm}$ 的光照射，设相应的遏止电压为 U_{a2}，则有

$$U_{a1}=\frac{hc}{e\lambda_1}-\frac{A}{e}$$

$$U_{a2}=\frac{hc}{e\lambda_2}-\frac{A}{e} \quad ②$$

联立①②解得

$$U_{a2}=U_{a1}+\frac{hc}{e}(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1})=1.30V$$

$$A=1.81eV$$

19.13 一种 X 射线光子的波长为 0.0416nm。计算这种光子的能量、动量和质量。

解 光子的波长 $\lambda=0.0416$nm，则这个光子的能量为

$$E=h\nu=\frac{hc}{\lambda}$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{4.16\times10^{-11}}$$

$$=4.78\times10^{-15}J$$

$$=29.8KeV$$

光子的动量为

$$p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}}{4.16\times10^{-11}}=1.59\times10^{-23}kg\cdot m/s$$

光子的质量为

$$m=\frac{h\nu}{c^2}=\frac{h}{c\lambda}$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}}{3\times10^8\times4.16\times10^{-11}}$$

$$=5.3\times10^{-32}kg$$

19.14 在康普顿散射中，入射 X 射线的波长为 0.040nm，求在 90°散射方向上其波长的变化。

解 在康普顿散射中，波长改变量

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi)$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times3\times10^8}(1-\cos90°)$$

$$=2.43\times10^{-12}m$$

$$=2.43\times10^{-3}nm$$

19.15 一个 0.3MeV 的 X 射线光子与一个原来静止的电子发生“对心”碰撞，求：

(1)散射光子的波长；

(2)反冲电子的能量和速度。

解 (1)“对心”碰撞时，光子作 180°方向上的散射

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi)$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times3\times10^8}(1-\cos180°)$$

$$=4.86\times10^{-3}nm$$

由题中给定条件有

$$\lambda_0=\frac{hc}{E}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{0.3\times10^6\times1.6\times10^{-19}}$$

$$=4.14\times10^{-12}m$$

$$=4.14\times10^{-3}nm$$

故有

$$\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda=9.0\times10^{-3}nm$$

(2)由能量守恒定律，反冲电子的动能为

$$E_k=\frac{hc}{\lambda_0}-\frac{hc}{\lambda}=\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda}$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8\times4.86\times10^{-12}}{4.14\times10^{-12}\times9.0\times10^{-12}}$$

$$=2.59\times10^{-14}J$$

$$=1.62\times10^5eV$$

电子的静止能量 $m_0c^2=0.511$MeV，由

$$E_k=mc^2-m_0c^2=m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1)$$

化简上式得

$$v = c\sqrt{1-\left(\frac{m_0c^2}{E_k+m_0c^2}\right)^2}$$

$$= c\sqrt{1-\left(\frac{5.11}{1.62+5.11}\right)^2}$$

$$= 0.65c$$

19.16 **已知 X 射线的能量为 0.60MeV，在康普顿散射之后波长变化了 20%，求反冲电子的能量。**

解 由 $E=\frac{hc}{\lambda}$先求出散射前 X 射线的波长

$$\lambda_0 = \frac{hc}{E}$$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{0.6\times10^6\times1.6\times10^{-19}}$$

$$= 2.07\times10^{-12}\text{m}$$

则散射后的波长为

$$\lambda = \lambda_0+\Delta\lambda = \lambda_0+0.2\lambda_0$$

$$= 1.2\lambda_0$$

$$= 2.48\times10^{-12}\text{m}$$

由能量守恒定律，反冲电子的能量为

$$E_k = E-E' = \frac{hc}{\lambda_0}-\frac{hc}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda hc}{\lambda_0\ \lambda}$$

$$= 0.2\times\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{2.48\times10^{-12}}$$

$$= 1.60\times10^{-14}\text{J}$$

$$= 0.1\text{MeV}$$

19.17 **在康普顿散射中，入射光子的波长为 0.003nm，反冲电子的速度为光速的 60%。求散射光子的波长及散射角。**

解 反冲电子的动能为

$$E_k = mc^2-m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}}-m_0c^2 = 0.25m_0c^2$$

电子能量的增加等于光子能量的损失，所以

$$0.25m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_0}-\frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h\lambda_0}{h-0.25m_0c\lambda_0}$$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{-12}}{6.63\times10^{-34}-0.25\times9.1\times10^{-31}\times3\times10^8\times3\times10^{-12}}$$

$$= 4.3\times10^{-12}\text{m}$$

$$= 4.3\times10^{-3}\text{nm}$$

由 $\Delta\lambda = \lambda-\lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi) = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\varphi}{2}$

$$\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{\Delta\lambda m_0c}{2h}$$

$$= \frac{(4.3-3.0)\times10^{-12}\times9.1\times10^{-31}\times3\times10^8}{2\times6.63\times10^{-34}}$$

$$= 0.2676$$

于是 $\sin\frac{\varphi}{2} = 0.5173$，故有

$$\varphi = 62°18'$$