第四章　狭义相对论基础

4.1　惯性系 K 和 K' 的坐标轴互相平行，K' 相对 K 以速度 $u=0.60c$ 沿 x 轴正方向运动，$t=t'=0$ 时，两坐标原点恰好重合。若 K 系中 $t=2.0\times10^{-8}$s 时在 $x=3.0$m、$y=2.0$m、$z=1.0$m 处发生一个事件，求该事件在 K' 系中的时空坐标。

解　由洛仑兹变换

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=-0.75\ \text{m}$$

$$y'=y=2.0\ \text{m}$$

$$z'=z=1.0\ \text{m}$$

$$t'=\frac{t-ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=1.75\times10^{-8}\ \text{s}$$

4.2　相对于地球，飞船A 的速度为 2.4×10^8m/s，飞船 B 的速度 1.5×10^8m/s，沿同一方向飞行。求：(1) A 相对 B 的速度；(2) B 相对 A 的速度。

解　(1)以地球为 K 系，B 为 K' 系，则 $u=1.5\times10^8$ m/s
$v_A=2.4\times10^8$ m/s　故 A 相对 B 的速度为

$$v_A'=\frac{v_A-u}{1-uv_A/c^2}=1.5\times10^8\ \text{m/s}$$

(2)以地球为 K 系，A 为 K' 系，则 $u=2.4\times10^8$m/s，$v_B=1.5\times10^8$ m/s，故 B 相对 A 的速度为

$$v_B'=\frac{v_B-u}{1-uv_B/c^2}=-1.5\times10^8\ \text{m/s}$$

4.3　一原子核以 $0.50c$ 的速度离开观察者，并以 $0.80c$ 的速度(相对原子核)向前发射一个电子，又向后发射一个光子。求：(1)电子相对观察者的速度；(2)光子相对观察者的速度。

解　(1)以观察者为 K 系，原子核为 K' 系，则 $u=0.50\ c$，v_x'

$=0.8\,c$，故相对观察者，电子速度为

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = 0.93\,c$$

(2)光子 $v_x' = -c$，$u = 0.5\,c$，故光子相对观察者速度为

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = -c$$

这是光速不变原理的必然结果。

4.4 已知光在静水中的速度为$\frac{v}{n}$，n 为水的折射率。求在流速为 u 的水中光的速度。

解 以实验室为 K 系，流水为 K' 系，则光在 K' 系中速度为 $v_x' = \frac{c}{n}$(流水相对 K' 系为静水)，实验室观察到光在流速 u 的水中的光速为

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + u(\frac{c}{n})/c^2} = \frac{c + nu}{n + u/c}$$

4.5 相对于地球，飞船 A 以 $0.80\,c$ 向正北飞行，飞船 B 以 $0.60\,c$ 正西飞行。求飞船 A 相对飞船 B 的速度。

解 以地球为 K 系，B 为 K' 系，正东为 x 轴正方向，正北为 y 轴正方向，则 $u = -0.60c$，A 在 K 系中速度为 $v_x = 0$，$v_y = 0.8c$，$v_z = 0$，A 在 K' 系中的速度为

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = 0.60\,c$$

$$v_y' = \frac{v_y\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2} = 0.64\,c$$

$$v_z' = \frac{v_z\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2} = 0$$

故 $$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2} = 0.88\,c$$

v方向为东偏北　　$\theta=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{v_y'}{v_x'}=46°51'$

4.6　观察者与米尺之间沿尺长方向有相对运动，现观察者测得米尺的长度为 0.60m，求此米尺相对观察者的运动速度。

解　静长 $l_0=1.0\ \mathrm{m}$，　$l=0.60\ \mathrm{m}$

因　　　　$l=l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$

故观察者相对米尺的速度为

$$u=c\sqrt{1-\left(\frac{l}{l_0}\right)^2}=0.8\,c=2.4\times10^8\ \mathrm{m/s}$$

4.7　静长 2.5m 的汽车以 30 m/s 的速度作匀速直线运动按狭义相对论，地面观察者测得的汽车长度比静长短多少？

解：　观察者测得车长

$$l=l_0\sqrt{1-u^2/c^2}\approx l_0\left(1-\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}\right)$$

汽车缩短为

$$l_0-l=\frac{l_0}{2}\frac{u^2}{c^2}=1.25\times10^{-14}\ \mathrm{m}$$

4.8　与铁道平行有一块长 2.0m、高 1.2m 的竖直广告牌，若在以 0.80 c 的速度沿铁道运动的高速列车上测量，此广告牌长多少？高多少？

解　长为

$$l=l_0\sqrt{1-u^2/c^2}=1.2\ \mathrm{m}$$

高为　　　　　　$h=1.2\ \mathrm{m}$

4.9　惯性系 K 和 K' 的坐标轴互相平行。一根米尺在 K' 系中静止，与 ox' 轴成 30°角，而在 K 系中该米尺与 ox 轴成 45°角，求：(1)K' 系相对于 K 系的运动速度；(2)在 K 系中，该米尺长多少？

解　(1)K' 中，尺静长 $l_0=1.0\mathrm{m}$

$$l_{0x}=l_0\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m}$$

$$l_{oy} = l_0 \sin 30° = 0.50 \text{ m}$$

在 K 系中

$$l_y = l_{0y} = 0.50 \text{ m}$$

$$l_x = l_{0x}\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

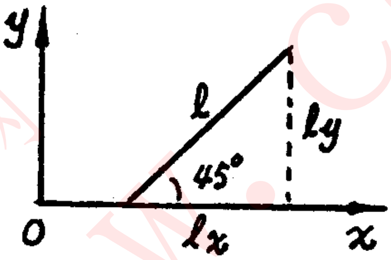
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

由图知， $l_x = l_y \text{ctg} 45° = 0.50 \text{ m}$

故 $u = \sqrt{\frac{2}{3}}c = 0.816\, c$

(2) K 系中米尺长为

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = 0.71 \text{ m}$$



解 4.9 图

4.10 一天体正以 $0.80\,c$ 的速度离开地球，地球上测得该天体闪光的周期为 120h，在与此天体相对静止的参照系中测量，该天体的闪光周期为多少？

解 与天体相对静止的参照系中测得为原时 Δt_0。

因 $$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

故 $$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1 - u^2/c^2} = 72 \text{ h}$$

4.11 在实验室中，一粒子以 $0.80\,c$ 的速度飞行 3.0 m 后衰变掉。求：(1)在实验室参照系中，此粒子的寿命；(2)在与此粒子相对静止的参照系中，此粒子的寿命。

解 (1)实验室中粒子寿命为

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = 1.25 \times 10^{-8} \text{ s}$$

(2)在与粒子相对静止的参照系中为原时 Δt_0，故

$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1 - u^2/c^2} = 0.75 \times 10^{-8} \text{ s}$$

4.12 μ子的平均寿命原时为 2.2×10^{-6} s。由于宇宙射线与大气作用，在 1.00×10^{4} m 的高空产生了速度（相对地面）为 0.998 c 的 μ子，问这些 μ子是否可能到达地面？

解 μ子在地面参照系中寿命为

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 3.48\times10^{-5}\ \mathrm{s}$$

能飞行距离为

$$\Delta x = v_x\Delta t = u\Delta t = (0.998\times3\times10^{8}\times3.48\times10^{-5})\ \mathrm{m}$$

$$= 1.04\times10^{4}\ \mathrm{m} > 1.00\times10^{4}\ \mathrm{m}$$

故能到达地面。

4.13 地球上某地先后受到两个雷击，时间间隔 1s。在相对地球沿两雷击连线方向作匀速直线运动的飞船中测量，这两个雷击相隔 2 s。求这两个雷击在飞船参照系中的空间间隔。是否存在一个惯性系，这两个雷击的时间隔为 0.9 s?

解 以地球为 K 系，飞船为 K' 系。在 K 系中，两雷击时间间隔为原时 $\Delta t_0=1$ s，飞船中测出 $\Delta t'=2$ s，因

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

故飞船速度为

$$u = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t'}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

因地面系中，两雷击发生于同一地点，按洛仑兹变换

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' + ut_2'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - \frac{x_1' + ut_1'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{(x_2'-x_1') + u(t_2'-t_1')}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 0$$

故这两雷击在飞船参照系中的空间间隔为

$$x_2' - x_1' = -u(t_2'-t_1') = -u\Delta t' = -5.20\times10^{8}\ \mathrm{m}$$

4.14 实验室中，速度为 $0.9\,c$ 的 π 介子在衰变前前进了 55 m，求 π 介子在相对静止的参照系中的寿命。

解 实验室参照系中，π 介子寿命

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = 1.85 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}$$

π 介子在相对静止参照系中的寿命为原时 Δt_0，故

$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1 - u^2/c^2} = 2.61 \times 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

4.15 地面上，一运动员以 10m/s 的速度沿 100 m 直线跑道从起点跑到终点。求在相对地面以 $0.80\,c$ 的速度沿跑道方向飞行的飞船上测量，运动员跑了多长距离，用了多少时间？

解 以地面为 K 系，飞船为 K' 系，设起跑和到达终点这两个事件的时空坐标在 K 系中为$(x_1\ t_1)$和$(x_2\ t_2)$，在 K' 系中为$(x_1'\ t_1')$和$(x_2'\ t_2')$，则已知 $u=0.80c$，$x_2-x_1=100$ m，$v_x=10$m/s。地面系中所需时间为

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{v_x} = 10\ \mathrm{s}$$

K' 系中跑的距离为

$$\begin{aligned} x_2' - x_1' &= \frac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \\ &= \frac{(x_2-x_1)-u(t_2-t_1)}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = -4.0\times10^{9}\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

所用时间为

$$\begin{aligned} t_2' - t_1' &= \frac{t_2 - ux_2/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{t_1 - ux_1/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= \frac{(t_2 - t_1) - u(x_2 - x_1)/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= 16.7\ \mathrm{s} \end{aligned}$$

4.16 惯性系 K 与 K' 的坐标轴互相平行，K' 系相对 K 系沿 x 轴正方向作匀速直线运动。在 K 系中的 x 轴上发生两个同时事

件，空间间隔 1.0 m。在 K' 系中，这两个事件的空间间隔为 2.0 m。求在 K' 系中，这两个事件的时间间隔。

解　两事件的空间间隔为 $x_2-x_1=1.0$ m，和 $x_2'-x_1'=2.0$ m，在 K 系中同时，故 $t_2=t_1$。由洛伦兹变换

$$x_2'-x_1'=\frac{x_2-ut_2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}-\frac{x_1-ut_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=\frac{x_2-x_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

故

$$u=c\sqrt{1-\left(\frac{x_2-x_1}{x_2'-x_1'}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}c$$

在 K' 系中两事件的时间间隔为

$$t_2'-t_1'=\frac{t_2-ux_2/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}-\frac{t_1-ux_1/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$
$$=-5.77\times10^{-9}\ \mathrm{s}$$

4.17　一列静长为 120 m 的列车以 30 m/s 的速度在地面上作匀速直线运动。列车上的观察者测得两个雷同时击中车头和车尾。求地面观察者测得这两个雷击的时间间隔，车头先击中还是车尾先击中？

解　以地为 K 系，车为 K' 系，车前进方向为 x 轴正方向。设在两参照系中，车头雷击事件的时空坐标为 (x_1,t_1) 和 (x_1',t_1')，车尾雷击事件的时空坐标为 (x_2,t_2) 和 (x_2',t_2')。由洛仑兹变换

$$t_2-t_1=\frac{(t_2'-t_1')+u(x_2'-x_1')/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

已知 $t_2'=t_1'$，$x_2'-x_1'=-l_0$

故

$$t_2-t_1=\frac{u(-l_0)/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=-4.0\times10^{-14}\ \mathrm{s}$$

尾先击中。

4.18　静长 100 m 的飞船以 1.8×10^8 m/s 的速度相对地面作

匀速直线运动。宇航员测得一粒子从船尾发射后，经过 4.0×10^{-7} s 击中船头靶子。求：(1)粒子相对飞船的速度；(2)粒子相对地面的速度；(3)在地面参照系中，粒子从发射到中靶所经过的空间距离；(4)在地面参照系中，粒子从发射到中靶所经过的时间。

解 以地面为 K 系，飞船为 K' 系，x 轴正方向沿飞船前进方向。

(1)粒子相对飞船的速度

$$v_x' = \frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'} = \frac{l_0}{\Delta t'} = \frac{100}{4\times10^{-7}} = 2.5\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$$

(2)粒子相对地面的速度

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = 2.87\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$$

(3)地面参照系中，中靶与发射的空间间隔为

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + u(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 215\ \mathrm{m}$$

(4)地面参照系中，从发射到中靶的时间间隔

$$t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{v_x} = 7.5\times10^{-7}\ \mathrm{s}$$

或按洛仑兹变换求。

4.19 在地面上观测，飞船和慧星分别以 $0.60\,c$ 和 $0.80\,c$ 的速度相向而行，再经 5 s 两者将相撞，求：(1)慧星相对飞船的速度；(2)在飞船上观测，再经多少时间相撞？

解 以地面为 K 系，飞船为 K' 系，则 $u=0.60\,c$，慧星在 K 系中速度 $v_x=-0.80\,c$

(1)K' 系中慧星速度

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = 0.946\,c$$

(2)飞船测得为原时 Δt_0，地面测得为 Δt，故

$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-u^2/c^2} = 4.0\ \text{s}$$

或按洛仑兹变换求 $\Delta t_0 = t_2' - t_1' = 4.0\ \text{s}$。

4.20 当粒子的速度多大时，它的质量等于静止质量的 3 倍？

解 $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 3m_0$$

故

$$v = c\sqrt{1-(\frac{1}{3})^2} = 0.94\ c$$

4.21 静长为 l_0、静止质量为 m_0 的细杆相对地面以速度 v 运动，求在地面参照系中此杆的质量线密度。细杆运动方向分别为：(1)沿杆长方向；(2)沿垂直杆长的方向。

解 (1)沿杆长方向运动

$$l = l_0\sqrt{1-v^2/c^2}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

故 $$\rho = \frac{m}{l} = \frac{m_0}{l_0(1-v^2/c^2)}$$

(2)沿垂直杆方向运动

$$l = l_0$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

故 $$\rho = \frac{m}{l} = \frac{m_0}{l_0\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

4.22 速度为 $1.8\times10^8\text{m/s}$ 的电子，其动能和动量各多大？(已知电子的静止质量为 $9.1\times10^{-31}\text{kg}$)

解 电子动能

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

$$= m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1)$$

$$= 2.05 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

动量为

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2.05 \times 10^{-22}\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

4.23 若使粒子的速度由原来的 0.40 c 增大为原来的 2 倍，则粒子的动量增大为原来的几倍？

解 已知初速度 $v=0.40\,c$，末速度 $v'=2v=0.80c$，故末动量 p' 与初动量 p 之比为

$$\frac{p'}{p} = \frac{m_0 v' / \sqrt{1 - v'^2/c^2}}{m_0 v / \sqrt{1 - v^2/c^2}} = 3.06$$

4.24 一个粒子的动量是按经典动量公式计算所得数值的 2 倍，此粒子的速度多大？

解 按题意

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2m_0 v$$

故

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 0.866\,c$$

4.25 把电子的速度由静止加速到 $v_1=0.60\,c$，外界需对它作功多少？把电子速度由 $v_1=0.60\,c$ 加速到 $v_2=0.80\,c$，外界需对它作功多少？

解 (1)按动能定理

$$A = E_{k1} - E_{k0} = \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - m_0 c^2\right) - 0$$

$$= m_0 c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - 1\right) = 2.05 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

(2)

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$

$$= m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} - 1) - m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} - 1)$$

$$= m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}})$$

$$= 3.41 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

4.26 2 g 氢与 16 g 氧燃烧生成水，在这个化学反应过程中放出热量 2.5×10^5 J。问反应前后静止质量减少了多少？

解 放出能量所对应的质量为

$$\Delta m_0 = \frac{\Delta E}{c^2} = 2.78 \times 10^{-12}\ \mathrm{kg}$$

静质量亏损极其微小。

4.27 太阳因辐射能量，静止质量每秒钟减少 4.0×10^9 kg，求太阳的辐射功率。

解 每秒钟放出的能量

$$\Delta E = \Delta m_0 c^2 = 3.6 \times 10^{26}\ \mathrm{J}$$

辐射功率为

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = 3.6 \times 10^{26}\ \mathrm{W}$$

4.28 两个小球的静止质量均为 m_0。若其中一个以 0.60 c 的速度与另一个静止的发生完全非弹性正碰撞。求碰后粘合体的运动速度和静止质量。

解 碰撞前后总能量和总动量守恒

$$mc^2 + m_0c^2 = Mc^2$$

$$mv = MV$$

而

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

解得

$$M = \frac{9}{4}m_0$$

$$V = \frac{m}{M}v = \frac{1}{3}c = 0.33c$$

$$M_0 = M\sqrt{1 - V^2/c^2} = 2.12m_0$$

4.29 两个氘核结合成氦核。求氦的结合能。已知氘核和氦核的静止质量分别为 $m_D = 2.01355\text{u}$，$m_{He} = 4.00151\text{u}$。

解 核反应中能量守恒

$$2m_D c^2 = m_{He}c^2 + \Delta E$$

故结合能为

$$\begin{aligned}\Delta E &= (2m_D - m_{He})c^2 \\ &= (2\times 2.01355 - 4.00151)\times 1.66\times 10^{-27}\times(3.0\times 10^8)^2 \\ &= 3.82\times 10^{-12}\text{J}\end{aligned}$$

4.30 动能多大的 α 粒子（${}^4_2\text{H}$）轰击 ${}^{14}_7\text{N}$，可实现下列核反应：

$${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{H} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$$

已知 ${}^{14}_7\text{N}$、${}^4_2\text{H}$、${}^{17}_8\text{O}$ 和 ${}^1_1\text{H}$ 的静止质量分别为 $m_1 = 13.99922\text{u}$、$m_2 = 4.00151\text{u}$、$m_3 = 16.99476\text{u}$ 和 $m_4 = 1.00728\text{u}$。

解 按能量守恒定律

$$(m_1 + m_2)c^2 + E_k = (m_3 + m_4)c^2$$

因此，α 粒子的动能至少为

$$\begin{aligned}E_k &= [(m_3 + m_4) - (m_1 + m_2)]c^2 \\ &= 1.96\times 10^{-13}\text{ J}\end{aligned}$$

4.31 静止的 π^+ 介子衰变为 μ^+ 子和 ν 子（中微子），三者静止质量分别为 m_π、m_μ 和 0。求 μ^+ 子和 ν 子的动能。

解 $\pi \rightarrow \mu^+ + \nu$

能量守恒 $E_\mu + E_\nu = m_\pi c^2$

能动关系 $E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4$

$E_\nu = p_\nu c$

动量守恒 $p_\mu - p_\nu = 0$

解得

$$E_{k\mu} = E_\mu - m_\mu c^2 = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2 c^2}{2m_\pi}$$

$$E_{k\nu} = E_\nu = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c^2}{2m_\pi}$$

4.32 实验室中，能量为 E 的 γ 光子射向静止的质子。求：(1)在实验室参照系中，γ 光子的动量；(2)在实验室参照系中，系统的质心速度。

解 (1)能量与动量关系

$$E_\gamma = p_\gamma c$$

故

$$p_\gamma = \frac{E}{c}$$

(2)质心速度为

$$V_C = \frac{m_\gamma v_\gamma + m_p v_p}{m_\gamma + m_p}$$

因

$$m_\gamma v_\gamma = p_\gamma = \frac{E}{c}$$

$$m_\gamma = \frac{E}{c^2}$$

$$v_p = 0$$

故得

$$V_C = \frac{Ec}{E + m_p c^2} = \frac{c}{1 + m_p c^2/E}$$

4.33 在实验室中，质子 A 以 $0.60c$ 的速度向东运动，质子 B 以 $0.5c$ 的速度向西运动，求：(1)在实验室参照系中，质子 A 的动能和动量的大小；(2)在与质子 B 相对静止的参照系中，质子 A 的动能和动量的大小。

解 (1)以实验室为 K 系，x 轴指向正东方，则 K 系中质子 A 速度为 $v = v_x = 0.60c$，动量为

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0.75 m_0 c$$

动能为

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right)$$

$$= 0.25\ m_0c^2$$

(2)以 B 为 K' 系，则 $u = -0.50\ c$，质子 A 在与 B 相对静止的参照系中速度为

$$v' = v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = 0.846c$$

动量为

$$p' = m'v' = \frac{m_0v'}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}} = 1.59\ m_0c$$

动能为

$$E_k' = m'c^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}} - 1\right)$$

$$= 0.876\ m_0c^2$$