

地月循环轨道动力学建模与计算研究

张文博, 成 跃, 王宁飞

(北京理工大学宇航学院, 北京 100081)

摘 要: 根据地月循环轨道的概念,按照生成第二类周期轨道的弧段进行分类,并讨论了其共振性与对称性在轨道设计与应用中的作用。然后归纳了三种循环轨道的动力学建模与计算方法及其轨道延拓策略,最后总结了三种方法的利弊和应用轨道类型。对地月系统循环轨道的研究和分析,能够为我国未来载人登月工程提供一种新的思路与理论支持。

关键词: 地月循环轨道; 圆型限制性三体问题; 轨道动力学

中图分类号: V412 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2015)05-0510-08

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2015.05.004

Dynamics Modeling and Calculation of Cycler Trajectories in the Earth-Moon System

ZHANG Wen-bo, CHENG Yue, WANG Ning-fei

(School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The cycler trajectory concept in the earth-moon system is an alternative approach to developing and maintaining large-scale space transportation with long duration and low cost for manned lunar mission, and its trajectory design is the first step to achieve the architecture. First, the desired orbits are classified by using orbit arcs generated by the second species according to the cycler trajectory concept in the earth-moon system. Then the functions of its resonance and symmetry in the design and application of cycler trajectories are discussed. Furthermore, three kinds of methods for dynamics modeling and calculation of cycler trajectories are concluded as well as their pros and cons. The continuation strategies are also introduced for generating families of cycler trajectories. This study and survey about cycler trajectories in the earth-moon system could provide a new insight and reference for the manned lunar landing project of China in future.

Key words: Cycler trajectories in the earth-moon system; Circular restricted three-body problem; Orbit dynamics

0 引 言

自美国“阿波罗”载人登月计划成功实施以来,国内外学者对载人登月轨道设计进行了大量研究,例如:自由返回轨道^[1-3]、混合轨道^[2]以及多段自由返回轨道^[4]。但这些轨道都是为单次载人登月任务设计的。为了满足多次任务的需求,1985年阿波罗11号登月任务宇航员Aldrin^[5]提出了循环轨道的概念,它为长期持续的大规模星际探测、资源开发、载人工程提供了

一种切实有效的解决方案。随后,掀起了循环轨道的研究热潮,大多集中在地球和火星之间的循环轨道方案^[6-8]。Uphoff^[9]将循环轨道推广到地月系统,提出了具有每月两次出航和归航窗口的地月 Backflip 型循环轨道;在国内,杨雷等^[10]也提出了地月系统循环轨道的空间站系统方案设计及其特定的载人登月模式;但以上研究并没有给出轨道的求解方法。加州大学欧文分校飞行力学与控制实验室^[11]将轨道分为低能轨道与高能轨道,全局搜索了地月系统卫月共振的循环轨

道,提供了一种有效的计算方法,由于条件苛刻,只搜索到一条适合载人工程的轨道。在国内还鲜有对地月系统循环轨道设计方面的研究。轨道的设计是实现方案的基础,因此轨道建模与计算的研究对今后载人登月循环轨道方案的系统设计有重要的作用。

本文系统地总结了地月循环轨道动力学建模与计算方法方面的研究成果,首先阐述了这一轨道的概念及性质,然后从轨道分类出发详述了不同类别循环轨道动力学与建模方面的进展情况。

1 循环轨道的基本概念

循环轨道的概念并没有严格统一的定义。总结文献[5, 12 - 14]对循环轨道的含义和特点的描述,循环轨道为周期性的连续往返于两个星体或多个星体间,在星体附近绕飞而不做停留的轨道。运行在这种轨道上的飞行器不需要轨道机动或只需进行少量轨道机动。一般而言,循环轨道的方案需要两种飞行器^[14],一种是运行在循环轨道上星际转移飞行器,被称为循环飞行器或“太空旅馆”;另一种是实现星体表面与星际转移轨道间人员和物资交换的飞行器,被形象地比喻为“出租车”。文献[15]中,将运送人员和运送物资的飞行器分为两类,分别叫做“出租车”和“货运飞行器”,因为运送物资飞行器的时间和过载约束要求宽松,可以选择更低能量的轨道来执行任务。

在地月系统中,循环飞行器在地心大椭圆轨道上做周期运动;每个周期内,有一次或多次机会绕飞地球和月球。当循环飞行器经过地球时,“出租车”在地心大椭圆轨道上与其交会对接进行人员物资交换;当经过月球时,“出租车”与循环飞行器需要在月心双曲线轨道上进行交会对接。双曲交会窗口窄,速度快,风险高,是循环轨道方案的最大缺点。但对于多次长期任务来说,由于循环飞行器的重复使用,维持其在轨飞行只需很少的燃料,相比于其他方案不需要消耗大量燃料多次将大型的循环飞行器从地面运送到地月转移入轨点,取而代之的是使用相对小型的“出租车”进行人员物资的交换,节省了入轨燃料,所以循环轨道方案被认为是一种经济长期的任务方案。

2 地月循环轨道的分类

在地月系统中,循环轨道是地月限制性三体问题下往返于地月间的一类周期轨道。庞加莱^[16]最早对这类周期轨道进行了研究,他详细描述了三体问题的摄动保持性问题以及摄动构建方法。在限制性三体问题中,当质量分数 $\mu \rightarrow 0$ 时,该系统下的周期轨道收敛于二体的非退化周期轨道。变形生成的连续碰撞轨道,由开普勒椭圆弧与碰撞奇点组成,这些奇点可以由近次天体的近似开普勒轨道替代。庞加莱将这类轨道命名为第二类周期轨道;而将 $\mu \rightarrow 0$ 时变形为不包含碰撞奇点的开普勒轨道的周期轨道命名为第一类周期轨道。在地月系统中,第二类周期轨道相比第一类周期轨道有更近的近月点,这对于循环轨道任务来说具有更高的工程应用价值。

Hénon^[17]对组成连续碰撞轨道的弧段进行了分类,定义惯性系下起止于不同奇点的弧段为 S 弧,起止于相同奇点的弧段为 T 弧。例如,弧 $\widehat{M_1PM_2}$ 属于 S 弧,弧 $\widehat{M_1PM_1}$ 属于 T 弧,如图 1 所示。本文定义由奇点进入圆轨道区域内的弧段为内圈弧,由奇点进入圆轨道区域外的弧段为外圈弧;这里把具有相同长半轴与偏心率的辅助开普勒椭圆命名为同形辅助开普勒椭圆。为了进一步分析地月系统循环轨道的动力学原理与轨道性质,本文对由 S 弧或 T 弧构建的第二类周期轨道进行了分类,如表 1 所示。历年来各学者所研究的第二类周期轨道类型如表 2 所示。

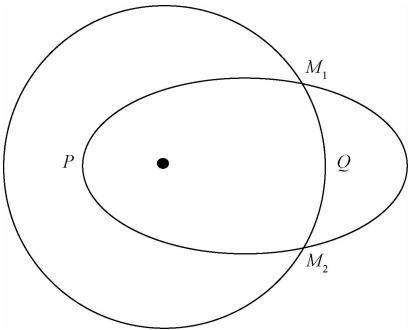


图 1 与次天体圆轨道相交于不同两点的辅助开普勒椭圆轨道

Fig. 1 Supporting ellipse that intersects the unit circle at two distinct points

能有效对循环轨道进行设计并分析其运动规律。

4 循环轨道建模与计算方法

与其他载人登月轨道的建模最大的不同点在于地月循环轨道需要考虑轨道的周期性问题。在构建满足任务需求的周期轨道过程中,最关键的两个步骤是轨道的初值猜测与修正。

4.1 基于椭圆轨道的建模与计算方法

忽略月球的影响,航天器将在开普勒轨道上运动。根据任务需求,可以设计确定的二体轨道,将二体轨道的运动状态作为初值转化到三体模型下进行修正,得到预期的周期轨道^[32]。就 μ 来说,相当于从 $\mu = 0$ 直接修正到实际的地月系统的 μ 值,那么当轨道的近月点高度较低时,这种二体轨道的运动状态则不是理想的初值,难以通过修正得到预期的轨道。所以通过椭圆轨道修正出的预期的周期轨道通常都是第一类周期轨道。

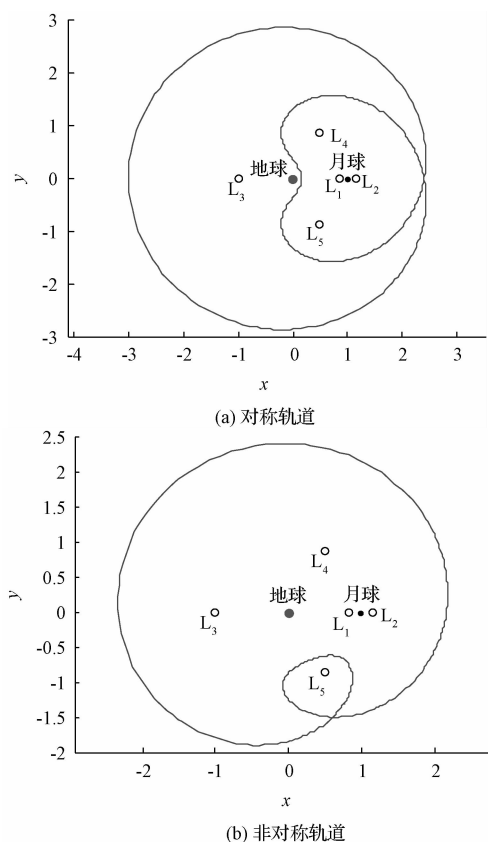


图3 地月系统1-2共振轨道

Fig.3 1-2 resonant orbits in the earth-moon system

由轨道的共振关系与载人在轨时间约束可以确定轨道的长半轴,此外还需要选择轨道的偏心率与近地点辐角才能确定初始的平面二体轨道。为了降

低初值的敏感性保持二体轨道在三体系统中的开普勒特性,偏心率与近地点辐角的选择必须使轨道近月点在月球影响球外。确定好初始二体轨道后,选取其上任意一点作为初值均可修正得到预期轨道。为了简化计算,一般选择近地点^[33]或者远地点^[11]作为初值。文献[34]推导出了初始二体轨道的近月点的解析解,选取近月点为初值。若初始二体轨道的拱线在地月连线上,那么得到的轨道一般为对称轨道,如图3(a)所示;反之,得到的轨道一般为非对称轨道,如图3(b)所示。

若循环轨道具有共振性,那么循环轨道在惯性系与旋转系下均为周期轨道,即在一个周期后,航天器在惯性系下又回到初始位置,这将给导航带来极大的便利。为保证轨道的共振关系,轨道修正时必须固定轨道的周期。对于对称轨道,只需选取半周期轨道采用单重打靶法进行修正,使初末端状态均在地月连线上,且速度垂直于地月连线。对于非对称的轨道,易出现数值不稳定的现象,通常采用多重打靶法,使初末状态一致。

通过上述方法得到的周期轨道通常比较“宽松”,即近月点在月球影响球之外,达不到循环轨道的任务需求。通常采用固定 μ ,以Jacobi常数 C_J 为延拓参数进行单参数延拓的方法来降低近月点距离,然而得到新的轨道往往破坏了原有轨道的共振关系。

4.2 基于圆锥曲线拼接法的建模与计算方法

基于椭圆轨道修正的方法对第一类周期轨道有比较理想的结果,然而对第二类周期轨道效果不佳。基于圆锥曲线拼接的方法能够快速构建近地点与近月点高度都较低的第二类周期轨道。根据载人的任务需求,既要使轨道要绕过地球和月球,又要保证地月循环轨道的尺度不宜过大。保持月球近旁转向前后地心开普勒轨道段同形是一种可行的解决方案,满足此条件的轨道即A类与C类周期轨道。

Edery^[35]在拼接模型基础上进一步推导,得到近旁转向前后地心轨道长半轴和偏心率变化的解析解,以长半轴为例,有

$$\frac{1}{a_2} = \frac{1}{a_1} + \frac{4V_M v_\infty \cos \gamma}{\mu_E (1 + r_p v_\infty^2 / \mu_M)} \quad (1)$$

式中: μ_E 为地球引力常数, γ 为月球地心速度 V_M 与近月点 r_p 的夹角。若要使近旁转向前后地心轨道长半轴相等,那么必须满足如下关系式:

$$\mathbf{V}_M \perp \mathbf{r}_p \quad (2)$$

由庞加莱给出的第二类周期轨道的性质,当 $\mu \rightarrow 0$ 时,奇点出现在辅助开普勒椭圆与圆轨道的交点处,Perko^[18]给出了 AI 类、AII 类以及 C 类轨道的时间条件。

AI 类:

$$T_{M_1PM_2} + 2\pi(k-1)a_{sc}^{3/2} = 2m\pi \mp T_{M_2QM_1} \quad (3)$$

AII 类:

$$2\pi ka_{sc}^{3/2} - T_{M_1PM_2} = 2m\pi \pm T_{M_2QM_1} \quad (4)$$

C 类:

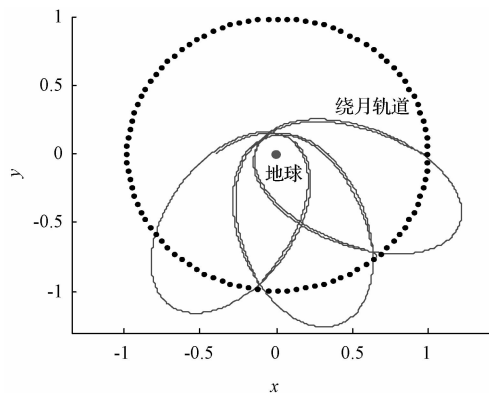
$$2\pi ka_{sc}^{3/2} = 2m\pi \quad (5)$$

式中: m 为月球绕地球运动的整圈数, k 为航天器绕地球运动的整圈数, $T_{M_1PM_2}$ 为航天器在椭圆弧 $\widehat{M_1PM_2}$ 上的运行时间, $T_{M_2QM_1}$ 为月球在圆弧 $\widehat{M_2QM_1}$ 上的运行时间, a_{sc} 为航天器轨道的长半轴。通过时间条件可以确定 A 类轨道的长半轴和偏心率,以及 C 类轨道的长半轴。C 类轨道的偏心率可以根据拼接条件迭代得到。

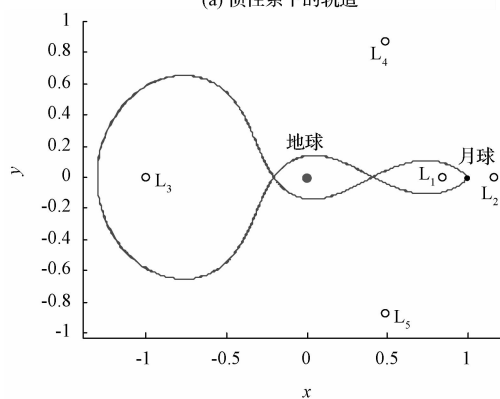
由求得辅助开普勒椭圆的长半轴和偏心率以及碰撞奇点的位置,可以在惯性坐标系中确定辅助开普勒椭圆轨道。辅助开普勒椭圆轨道的近地点离月球距离较远,如果以近地点状态作为三体模型的初值,其敏感性较低,但在三体系统下积分,容易生成碰撞轨道,而得不到期望的结果。一种解决方法是将运动方程正则化^[36];另一种解决方法是将近月点状态作为初值。

然而地月系统 μ 值相对较大导致近月点不一定在辅助开普勒椭圆与圆轨道的交点处,上述时间条件存在关于 μ 的不可忽略的高阶截断误差,所以根据式(3)、式(4)的时间条件通过以上步骤直接在地月系统求解 A 类轨道时,只能得到如图 4、图 5 的轨道,而得不到如图 6 的轨道,此问题可以通过轨道延拓或者偏置近月点位置解决。根据式(5)的时间条件直接在地月系统求解 C 类轨道时,一般得不到整数倍的月球周期轨道,如图 7 所示。为了保持共振关系,通常采用拟弧长延拓法对求解的轨道进行延拓,由于出现分岔而无法得到周期为月球周期整数倍的同簇轨道,在惯性系下会出现漂移现象。

B 类轨道最典型的例子是双月旁转向轨道,由美国航天专家 Farquhar^[37] 针对探测地磁场的任务提出。Howell^[38] 实验室对此类轨道的建模及机理做了系统的研究;在国内,罗宗富^[39] 对其做了详细的综述。双月旁转向轨道设计初衷是通过第一次月



(a) 惯性系下的轨道



(b) 旋转系下的轨道

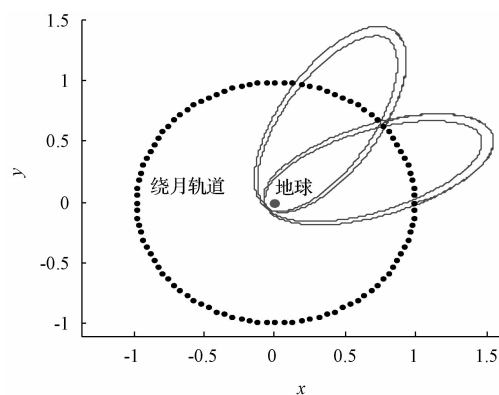
图 4 AI 类轨道 ($k=2, m=1$)

Fig. 4 Type AI orbits ($k=2, m=1$)

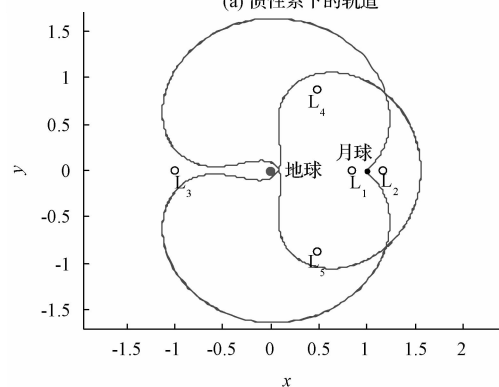
球近旁转向转换到大尺度的地心轨道,通过第二次月球近旁转向回到初始的小尺度的轨道,并保证一定周期关系,成为“太阳同步”周期轨道。若变换到更大尺度的地心椭圆轨道将延长在轨时间,对载人任务是不利的,一般不适合循环轨道方案。然而值得一提的是 Uphoff^[9] 将平面型双月近旁转向轨道延伸到三维空间,提出了一种每半月一次窗口的 Backflip 型轨道并介绍了将其应用到循环轨道的方案。这种轨道的求解方法是根据月球近旁转向前后设计的轨道约束利用雅可比常数匹配法搜索可行的初值,然后进行修正,但实现 Uphoff 提出的循环轨道方案需要中途多次机动变轨。

4.3 基于小 μ 延拓的建模与计算方法

由于基于椭圆轨道修正方法的局限性以及基于圆锥曲线拼接方法建模的特殊性,无法得到其他类型的第二类周期轨道。而 Font^[25] 以及 Barrabés 和 Gómez^[40] 提出的渐进近似匹配方法能有效全局搜索小 μ 共振型的连续碰撞轨道, Casoliva^[11] 在此模型上通过分阶段的单参数延拓方法,将 μ 修正到地月



(a) 惯性系下的轨道



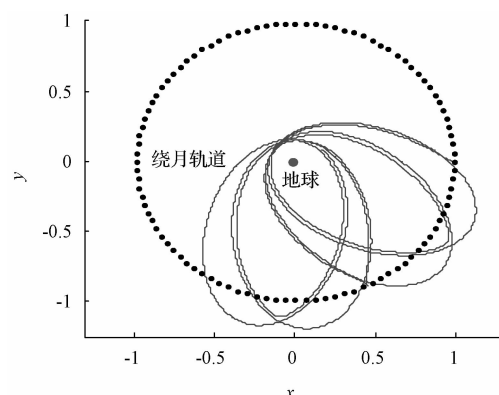
(b) 旋转系下的轨道

图 5 AII 类轨道 ($k=2, m=1$)

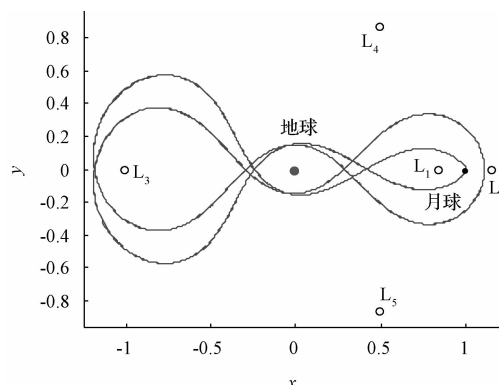
Fig. 5 Type AII orbits ($k=2, m=1$)

真实 μ 值,得到地月系统的卫月共振第二类周期轨道,然后根据近地点、近月点、轨道稳定性等约束条件来选择满足任务需求的轨道。

Font^[25] 定义了次天体附近的一个邻域球,其半径为 μ^α ,选取邻域球面上一点作为初值,对初值向前向后积分,若此点经过邻域球外圈轨道和邻域球内圈轨道分别回到邻域球面上同一点,并且运行周期满足共振关系,那么邻域上的这一点就是期望的共振型第二类周期轨道的可行解。Font^[25] 定义邻域球面上的一点在邻域球外经过外圈轨道回到邻域球面的映射为外映射,而在邻域球内经过内圈轨道回到邻域球面的映射为内映射。文献[25, 40]分析了内外映射的匹配条件,这些条件可以表达为关于 μ 的解析展开式,然后推导出了匹配条件与初值的关系。若邻域球上的一点为满足条件的初值,那么初值可以表示成关于 μ 的解析展开式,该解析式的误差为 $\mu^{1-\alpha}$ 且 $\alpha \in (1/3, 1/2)$ 。Barrabés 和 Gómez 给出了此初值的平面表达式^[40],随后给出了三维空间的表达式^[41-42]。当 $\mu < 10^{-6}$ 时,很容易得到初始的周期轨道,然后以 μ 作为延拓参数,对轨道进行修



(a) 惯性系下的轨道



(b) 旋转系下的轨道

图 6 一个周期内两次月球近旁转向近月点
相对位置不同的 AI 类轨道

Fig. 6 Type AI orbits with different perilune in one period

正,即可得到地月真实 μ 值的循环轨道,如图 8 所示。

基于小 μ 延拓方法的优点是可以得到满足约束条件的所有类型的轨道。然而结果对初值比较敏感,且搜索域较宽,只有保证步长足够小才能不漏掉可行的轨道,所以通过此方法求解轨道需要进行较长时间的数值运算。

5 结束语

基于椭圆轨道修正的方法仅对第一类周期轨道有比较理想的结果。基于圆锥曲线拼接的方法能根据轨道二体特性有效构造第二类周期轨道,且收敛迅速,计算效率高,然而仅能构造特殊的 A 类、B 类、C 类轨道。基于小 μ 延拓的方法能够对所有类别的轨道进行全局搜索,但收敛速度较慢,计算效率较低。循环轨道建模与计算的研究为以后载人登月循环轨道方案的系统设计奠定了基础。

对于多次长期任务,循环飞行器的重复使用,使

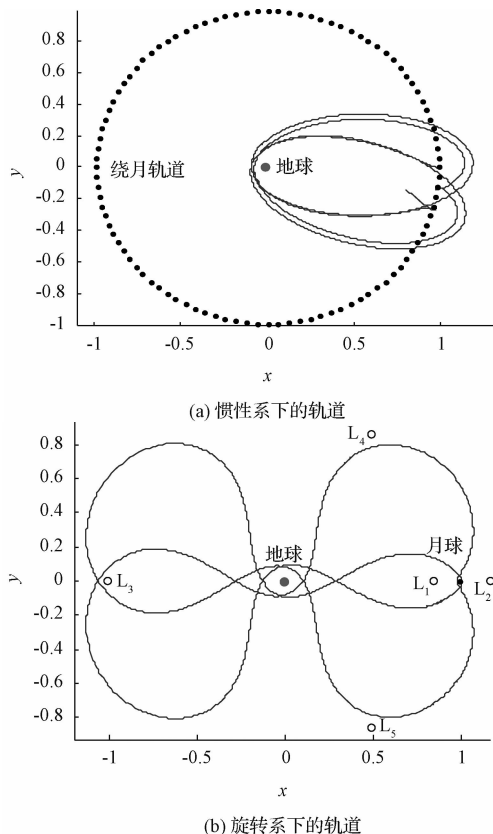
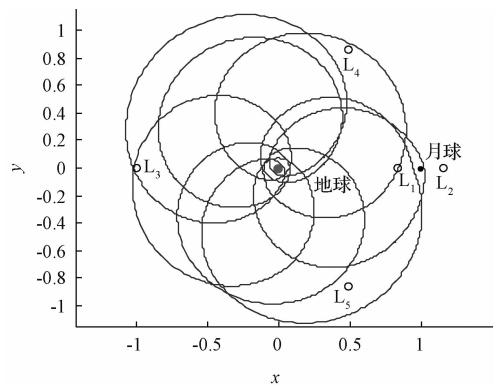
图 7 C 类轨道 ($k=2, m=1$)Fig. 7 Type C orbits ($k=2, m=1$)

图 8 共振关系为 7-3 的共振循环轨道

Fig. 8 7-3 resonant cyclical orbit

方案成本降低,但也存在双曲交会的任务难点。因此,循环轨道是一类高风险低成本的轨道方案,今后还可以进一步开展如下工作:

1) 精确模型下各种摄动对循环设计的稳定性影响分析;

2) 循环轨道入轨优化与空间大椭圆、双曲交会对接研究;

3) 基于循环轨道的地月空间站载人月球探测

方案设计。

参 考 文 献

- [1] Schwaniger A J. Trajectories in the earth-moon space with symmetrical free return properties[M]. Washington: National Aeronautics and Space Administration, 1963.
- [2] Berry R L. Launch window and translunar, lunar orbit, and transearth trajectory planning and control for the Apollo 11 lunar landing mission[C]. The 8th Aerospace Sciences Meeting, West Germany, January 19-21, 1970.
- [3] Jesick M, Ocampo C. Automated generation of symmetric lunar free-return trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34 (1): 98-106.
- [4] Li J, Gong S, Baoyin H. Generation of multisegment lunar free-return trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36 (3): 765-775.
- [5] Aldrin B. Cycler trajectory concepts[C]. SAIC Presentation to the Interplanetary Rapid Transit Study Meeting, California, USA, October 28, 1985.
- [6] Byrnes D V, Longuski J M, Aldrin B. Cycler orbit between earth and Mars[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1993, 30 (3): 334-336.
- [7] McConaghy T T, Longuski J M. Analysis of a class of earth - Mars cycler trajectories[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 41 (4): 622-628.
- [8] Russell R P, Ocampo C A. Systematic method for constructing earth-Mars cyclers using free-return trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27 (3): 321-335.
- [9] Uphoff C, Crouch M. Lunar cycler orbits with alternating semi-monthly transfer windows[J]. AAS Paper, 1991, 91-105.
- [10] 杨雷, 向开恒, 童科伟, 等. 基于地月周期重访轨道空间站的载人月球探测方案设想[J]. 载人航天, 2013, 19 (5): 47-51. [Yang Lei, Xiang Kai-heng, Tong Ke-wei, et al. A manned lunar exploration system architecture based on earth-moon cycler orbit space station[J]. Manned Spaceflight, 2013, 19 (5): 47-51.]
- [11] Casoliva J, Mondelo J M, Villac B F, et al. Two classes of cycler trajectories in the earth-moon system[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33 (5): 1623-1640.
- [12] Russell R P. Global search and optimization for free-return earth-Mars cycler[D]. Austin: University of Texas at Austin, 2004.
- [13] Niehoff J, Friedlander A, Mcadams J. earth-Mars transport cycler concepts[C]. The 42nd International Astronautical Congress, Montreal, Canada, October 5-11, 1991.
- [14] Friedlander A L, Niehoff J C, Byrnes D V, et al. Circulating transportation orbits between earth and Mars[C]. AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Virginia, USA, August 18-20, 1986.
- [15] Landau D F, Longuski J M. Human exploration of Mars via

- earth-Mars semicyclers[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44 (1): 203 – 210.
- [16] Poincaré H. New methods of celestial mechanics, history of modern physics and astronomy [M]. New York: Springer – Verlag, 1992.
- [17] Hénon M. Generating families in the restricted three – body problem [M]. New York: Springer, 1997.
- [18] Perko L. Periodic orbits in the restricted three-body problem: existence and asymptotic approximation [J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1974, 27 (1): 200 – 237.
- [19] Guillaume P. Linear analysis of one type of second species solutions [J]. *Celestial Mechanics*, 1975, 11 (2): 213 – 254.
- [20] Guillaume P. The restricted problem: an extension of Breakwell-Perko's matching theory [J]. *Celestial Mechanics*, 1975, 11 (4): 449 – 467.
- [21] Bruno A. On periodic flybys of the moon [J]. *Celestial Mechanics*, 1981, 24 (3): 255 – 268.
- [22] Henrard J. On Poincaré's second species solutions [J]. *Celestial Mechanics*, 1980, 21 (1): 83 – 97.
- [23] Marco J P, Niederman L. Construction of the second species solutions for the planar circular restricted three – body problem [J]. *Annales Henri Poincaré*, 1995, 62: 211 – 249.
- [24] Bolotin S, MacKay R. Periodic and chaotic trajectories of the second species for the n-centre problem [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2000, 77 (1): 49 – 75.
- [25] Font J, Nunes A, Simó C. Consecutive quasi-collisions in the planar circular RTBP [J]. *Nonlinearity*, 2002, 15 (1): 115.
- [26] Bolotin S, MacKay R. Nonplanar second species periodic and chaotic trajectories for the circular restricted three-body problem [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2006, 94 (4): 433 – 449.
- [27] Font J, Nunes A, Simó C. A numerical study of the orbits of second species of the planar circular RTBP [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2009, 103 (2): 143 – 162.
- [28] Tisserand F. Treatise on celestial mechanics [M]. Paris: Gauthier – Villars, 1891.
- [29] Yam C H, Davis D C, Longuski J M, et al. Saturn impact trajectories for Cassini end-of-mission [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2009, 46 (2): 353 – 364.
- [30] Strange N, Russell R, Buffington B. Mapping the V-infinity globe [J]. *AAS Paper*, 2007, 07 – 277.
- [31] Haapala A F. Trajectory design using periapse maps and invariant manifolds [D]. Indiana: Purdue University, 2010.
- [32] Broucke R A. Periodic orbits in the restricted three-body problem with earth-moon masses [R]. Pasadena, USA: California Institute of Technology, 1968.
- [33] Vaquero M, Howell K C. Design of transfer trajectories between resonant orbits in the restricted three-body problem with application to the earth-moon system [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2012, 145: 469 – 488.
- [34] 何胜茂, 彭超, 高扬. 地月系统平面开普勒卫月共振轨道 [C]. 中国宇航学会深空探测技术专业委员会第十届学术年会, 太原, 8月3 – 6日, 2013. [He Sheng-mao, Peng Chao, Gao Yang. Planar keplerian resonant orbits in the earth-moon system [C]. The 10th Committee of Deep Space Exploration Technology CSA (Chinese Society of Astronautics), Taiyuan, August 3 – 6, 2013.]
- [35] Edery A. Analytical expressions for the semimajor axis and eccentricity after a lunar gravity assist [R]. Lanham, Maryland: ai-solutions Inc, 2002.
- [36] Celletti A, Stefaneli L, Lega E, et al. Some results on the global dynamics of the regularized restricted three-body problem with dissipation [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2011, 109 (3): 265 – 284.
- [37] Farquhar R W. The flight of ISEE-3/ICE: origins, mission history, and a legacy [J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 2001, 49 (1): 23 – 74.
- [38] Marsh S M, Howell K C. Double lunar swingby trajectory design [C], AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Minnesota, USA, August 15 – 17, 1988.
- [39] 罗宗富, 孟云鹤, 汤国建. 双月旁转向轨道的动力学与建模研究 [J]. *宇航学报*, 2012, 33 (10): 1361 – 1369. [Luo Zong-fu, Meng Yun-he, Tang Guo-jian. Dynamics and modeling of double lunar-swingby trajectories [J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33 (10): 1361 – 1369.]
- [40] Barrabés E, Gómez G. A note on second species solutions generated from p-q resonant orbits [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2004, 88 (3): 229 – 244.
- [41] Barrabés E, Gomez G. Spatial p-q resonant orbits of the RTBP [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2002, 84 (4): 387 – 407.
- [42] Barrabés E, Gómez G. Three-dimensional p-q resonant orbits close to second species solutions [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2003, 85 (2): 145 – 174.

作者简介:

张文博(1986 –),男,博士生,主要从事航天器轨道设计与优化方向的研究。

通信地址:北京市海淀区中关村南大街5号北京理工大学宇航学院11教研室(100081)

电话:(010)68918107

邮箱:bitvip@bit.edu.cn

王宁飞(1963 –),男,教授,博士生导师,主要从事航空宇航推进领域的研究。(本文通信作者)

通信地址:北京市海淀区中关村南大街5号北京理工大学宇航学院11教研室(100081)

电话:(010)68913623

邮箱:wangningfei@bit.edu.cn