

火箭返回制导动力着陆段的自适应启动方法

袁 晗¹, 王小军², 牟 宇¹, 张宏剑¹, 张普卓¹

(1. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

摘 要: 针对重复使用火箭垂直返回着陆问题, 提出了一种燃料最优的动力着陆段自适应启动方法。首先, 将燃料最优启动点对应的动力着陆轨迹的推力剖面和攻角剖面描述为解析的形式, 该解析形式中攻角剖面由状态量唯一确定, 推力剖面仅含一个待定参数。随后, 通过预测具有上述解析剖面形式的轨迹判断是否启动动力着陆。计算中引入松弛终端位置约束的策略求解推力剖面待定参数, 由终端位置约束判断是否满足燃料最优启动条件。上述策略将燃料最优启动条件的判断问题简化为单一变量求解问题, 实现了该问题的快速求解。仿真结果表明, 该方法得到的启动点与数值优化方法得到的燃料最优启动点接近, 且求解过程稳定、计算效率高。

关键词: 重复使用火箭; 返回制导; 燃料最优; 自适应启动

中图分类号: V448.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2022)07-0890-12

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2022.07.005

Adaptive Powered Descent Initiation of Rocket Return Guidance

YUAN Han¹, WANG Xiaojun², MOU Yu¹, ZHANG Hongjian¹, ZHANG Puzhuo¹

(1. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China;

2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: To solve the problem of vertical return landing of reusable rocket, an adaptive fuel-optimal powered descent initiation (PDI) approach is proposed. Firstly, two analytical forms are used to describe the profiles of the thrust and the angle of attack for the fuel-optimal powered descent trajectory of the fuel-optimal PDI state. In these forms, the angle of attack profile is determined by the current state, the thrust profile only depends on one unknown variable. Secondly, the PDI state is determined by predicting the powered descent trajectory with the above analytical profiles. The terminal position constraint is relaxed to solve the unknown variable of the thrust profile. The predicted trajectory meets the terminal position constraint means that the current state is close to the fuel-optimal PDI state. The above strategy simplifies the problem of determining the fuel-optimal PDI state into the problem of solving the single unknown variable, so as to solve the problem quickly. Finally, numerical simulations demonstrate the proposed approach is numerically stable and efficient, and achieves comparable fuel efficiency with numerical optimization approaches.

Key words: Reusable rocket; Return guidance; Fuel-optimal; Adaptive powered descent initiation

0 引 言

航天运载器的重复使用具有降低发射成本、解决落区安全的重要意义^[1], 2015 年以来美国的私营航天公司 SpaceX 和 Blue Origin 已经通过垂直起降的方式成功实现火箭一子级回收和重复使用, 验证

了垂直起降重复使用火箭(简称垂直起降火箭)在目前的技术水平下是一种技术上可行、经济上合理的运载器重复使用方案。设计垂直起降火箭返回的制导控制方案时, 通常将飞行过程划分为多个阶段分别进行设计。以不返回发射场的任务为例, 其返回飞行剖面如图 1 所示, 各阶段分别为: 调姿滑行段

收稿日期: 2021-10-26; 修回日期: 2022-02-14

基金项目: 国家自然科学基金(11402033); 中国科协学科发展项目(2019XKFZ02); 中国科协青年人才托举工程(2016QNRC001-YESS20160107); 中国科协优秀中外青年交流计划(2019293)

AB、动力减速段 BC、气动减速段 CD 和动力着陆段 DE 等^[2-3]。其中,动力着陆段具有初始状态偏差大、着陆精度要求高,且燃料消耗受制导方法影响大等特点,近年来诸多学者对动力着陆制导开展了大量的研究,通常基于在线轨迹规划^[4-5],通过间接法^[6]或直接法^[7-11]等轨迹规划方法在线生成当前状态对应的最优轨迹,从而获得制导指令输出。为降低重复使用带来的火箭运载能力损失,制导方法中通常以燃料最优作为优化目标。燃料消耗不仅受制导方法影响,还与动力着陆段的初始状态有较大关系,不合理的启动点将增加燃料消耗,甚至导致启动点的状态在动力着陆可行域之外。目前,部分研究通过单一状态量触发方法在线确定动力着陆段的启动点,如时序触发^[2]、高度触发^[11]等。然而,初始状态偏差较大时,上述方法难以保证启动点为燃料最优,且存在启动点接近可行域边界,甚至在可行域之外的风险。

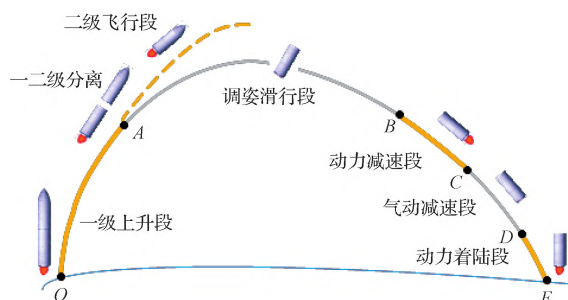


图1 典型垂直起降火箭飞行剖面

Fig.1 Typical flight

profile of vertical-takeoff-vertical-landing rockets

为解决单一状态量触发方法的不足,众多学者对动力着陆段自适应启动方法进行了研究。针对火星着陆问题,Lu 等^[6, 12]提出软着陆轨迹预测自适应启动方法,该方法通过在线预测软着陆轨迹的航程判断是否启动发动机并启动动力着陆段(简称启动发动机),软着陆轨迹为仅施加终端高度和速度约束、松弛终端水平位置约束时的燃料最优轨迹。但燃料最优启动点的动力着陆轨迹并非软着陆轨迹,且二者航程存在显著差异,故该方法难以得到燃料最优启动点。Jiang 等^[13]提出强化学习决策方法,离线训练决策是否启动发动机的神经网络策略函数,但神经网络策略函数的可解释性较差,导致目前工程上难以应用。针对火箭垂直回收问题,Wang

等^[14]和邵楠等^[15]提出多种数值优化方法,通过对气动减速段和动力着陆段联合轨迹规划寻找燃料最优启动点,但由于在线计算效率难以满足工程要求和算法收敛性难以保证,限制了该类方法的工程应用。Song 等^[4, 16]提出中间推力轨迹自适应启动方法并通过 GNC 验证飞行器“Peacock”进行了实验验证,该方法通过判断火箭能否以恒定中间推力的轨迹实现着陆判断是否启动发动机,可使启动点具有较高的鲁棒性,但难以保证启动点的燃料最优性。

针对气动减速段中在线判断燃料最优启动点的问题,本文对火箭垂直返回中的燃料最优启动点进行了研究,采用一种解析的推力剖面和攻角剖面形式描述从燃料最优启动点出发的燃料最优动力着陆轨迹(简称最优启动点的动力着陆轨迹)。结合上述剖面形式,提出了燃料最优启动点的判断条件,进而设计了一种动力着陆段自适应启动方法。仿真结果表明,该方法得到的启动点与数值优化方法得到的燃料最优启动点十分接近。

1 火箭着陆问题描述

针对研究的气动减速段和动力着陆段的制导问题,本章将给出火箭返回的动力学模型,及气动减速制导和动力减速制导的方案。

1.1 火箭返回的动力学模型

在以目标着陆点为原点的站心直角坐标系(简称站心坐标系)研究返回过程,该坐标系的 x 向为纵向, y 向为高度, z 向为横向。视地球为球形,忽略引力摄动。采用三自由度质点动力学模型,火箭的控制量为推力 T 、攻角 α 和侧滑角 β ,假定推力方向始终沿箭体轴线。动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \gamma \cos \psi \\ \dot{y} = v \sin \gamma \\ \dot{z} = -v \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{v} = -\frac{F_D + T \cos \alpha \cos \beta}{m} - g \sin \gamma + C_v \\ \dot{\gamma} = \frac{F_L - T \sin \alpha}{mv} - \frac{g}{v} \cos \gamma + C_\gamma \\ \dot{\psi} = \frac{F_Z - T \cos \alpha \sin \beta}{mv \cos \gamma} + C_\psi \\ \dot{m} = -T/v_{ex} \end{cases} \quad (1)$$

式中: v 为火箭的飞行速度; γ 为速度倾角; ψ 为航迹

偏航角; m 为火箭质量; g 为重力加速度; v_{ex} 为火箭发动机比冲; C_v , C_γ 和 C_ψ 为地球曲率、牵连加速度和 Coriolis 加速度在三个运动方向分别的影响, 具体见文献[17]; $g = g_0 R_E^2 / (R_E + y)^2$ 为重力加速度, 其中 g_0 为目标着陆点处的重力加速度, R_E 为目标着陆点处的地心距离; F_D , F_L 和 F_Z 分别为气动阻力、升力和横向力, 将其表示为

$$\begin{cases} F_D = C_D S q \\ F_L = C'_L S q \alpha \\ F_Z = C'_L S q \beta \\ q = \frac{1}{2} \rho v^2 \end{cases} \quad (2)$$

式中: q 为动压; C_D 为阻力系数; C'_L 为升力系数导数, 设为常数, 升力系数 $C_L(\alpha)$ 形式较为复杂难以解析表示^[2], 小攻角下可近似为 $C_L(\alpha) \approx C'_L \alpha$ ^[15], 由于火箭为轴对称体, 横向力系数 $C_Z(\beta) \approx C'_L \beta$ ^[17]; ρ 为大气密度, 采用标准大气参数^[18]; S 为参考面积。

1.2 约束和优化目标

以气动减速段开始作为分析的初始状态, 设该时刻为 $t = 0$, 动力着陆段初始时刻为 t_0 , 终端时刻为 t_f 。记 $t = 0$ 时刻的状态为 $[x_0, y_0, z_0, v_0, \gamma_0, \psi_0, m_0]$ 。动力着陆段的初始状态为气动减速段的终端状态。动力着陆段的终端位置、速度、倾角固定, 终端质量和航迹偏航角无约束, 动力着陆段的终端约束为

$$\begin{cases} x(t_f) = 0 \\ y(t_f) = 0 \\ z(t_f) = 0 \\ v(t_f) = v_f \\ \gamma(t_f) = -\pi/2 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $v_f \geq 0$ 。以燃料最优为目标, 目标方程为

$$\min J = -m(t_f) \quad (4)$$

气动减速段无发动机推力, 即 $T = 0$ 。动力着陆段中发动机的最大推力、最小推力^[19]和推力调节速度^[20]均面临约束, 将其简化为常值约束, 分别为

$$T_{\min} \leq T \leq T_{\max} \quad (5)$$

$$-\dot{T}_{\max} \leq \dot{T} \leq \dot{T}_{\max} \quad (6)$$

其中, $T_{\max} > m_0 g_0$ 。将气动载荷、舵面配平能力等假定为攻角和侧滑角及其变化率的常值约束^[9, 14], 为

$$\begin{cases} -\alpha_{\max} \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \\ -\beta_{\max} \leq \beta \leq \beta_{\max} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} -\dot{\alpha}_{\max} \leq \dot{\alpha} \leq \dot{\alpha}_{\max} \\ -\dot{\beta}_{\max} \leq \dot{\beta} \leq \dot{\beta}_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

终端时刻推力的大小无约束, 由于终端时刻要求以竖直姿态触地, 故终端时刻的攻角、侧滑角约束为

$$\alpha(t_f) = \beta(t_f) = 0 \quad (9)$$

1.3 分段制导方案

火箭在气动减速段中通过该段的制导算法生成攻角、侧滑角指令, 同时通过自适应启动算法自主地确定是否启动发动机。启动发动机后, 进入动力着陆段, 且不再执行自适应启动算法。下面给出分析动力着陆启动问题时采用的分段制导方案, 其中气动减速制导用于生成定量的返回轨迹, 动力着陆制导用于生成动力着陆轨迹, 进而给出启动点的可行性和燃料消耗。

气动减速制导采用文献[17]的预测制导并进行改进。文献[17]给定虚拟目标点在站坐标系中坐标为 $[x_{PCG}, y_{PCG}, z_{PCG}]$, 通过参数 α_K 和 β_K 确定预测轨迹的攻角剖面 and 侧滑角剖面, 利用对动力学方程式(1)积分预测 $y = y_{PCG}$ 时的水平位置坐标 $x|_{y=y_{PCG}}$, $z|_{y=y_{PCG}}$, 进而以 $x|_{y=y_{PCG}} = x_{PCG}$, $z|_{y=y_{PCG}} = z_{PCG}$ 为条件求解 α_K 和 β_K 。文献[17]中设定攻角、侧滑角为时间的线性函数, 由于飞行时间受初始状态和攻角、侧滑角剖面影响较大, 该方法限制了水平机动能力。因此不同于文献[17], 本文设定攻角和侧滑角指令为高度 y 的函数。预测落点坐标时, 式(1)中推力 T 取 0, 攻角 α 和侧滑角 β 与 α_K 和 β_K 的关系分别为

$$\alpha = \min\{\alpha_K \max\{(y - y_{s1})|y - y_{s1}|, 0\}, \alpha_{\max}\} \quad (10)$$

$$\beta = \min\{\beta_K \max\{(y - y_{s2})|y - y_{s2}|, 0\}, \beta_{\max}\} \quad (11)$$

式中: y_{s1} , y_{s2} 为预先给定的参数, 即 $y < y_{s1}$ 时 α 指令为 0, $y < y_{s2}$ 时 β 指令为 0, 取 $y_{s1} = 1 \text{ km}$, $y_{s2} = 5 \text{ km}$ 。

本文提出的自适应启动方法不依赖于具体的动力着陆制导算法, 采用数值轨迹优化方法直接得到

从启动点出发的燃料最优动力着陆轨迹来评价启动点的可行性和燃料消耗,避免了不同制导算法对启动点的可行性和燃料消耗评价结果的影响。轨迹优化采用 GPOPS 算法^[21],动力学模型为式(1),终端约束为式(3),优化目标为式(4)。

2 燃料最优启动点的性质分析

在纵向平面(x - o - y 平面)分析典型返回轨迹中使动力着陆段燃料消耗最小的启动点(即燃料最优启动点,简称最优启动点),及对应的动力着陆轨迹的性质。为便于得到控制量剖面的规律,文中忽略推力变化率约束(6)、攻角变化率约束(8),终端状态约束(3)中忽略倾角约束,仅考虑如下终端约束: $x(t_f) = 0, y(t_f) = 0, v(t_f) = v_f, \alpha(t_f) = 0$ 。但在仿真校验中考虑了上述忽略的约束,验证了依据本章结论提出的算法仍有效。

表 1 火箭参数和初始状态		
Table 1 Rocket parameters and initial states		
参数类型	参数	值
模型参数	最大推力 T_{\max}/kN	1176
	最小推力 T_{\min}/kN	780
	质量 m_0/kg	70000
	发动机比冲 $v_{\text{ex}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	3000
	参考面积 S/m^2	19.6
	阻力系数 C_D	1.6
	升力系数导数 C'_L	1.8
初始状态	攻角约束 $\alpha_{\max}/(^{\circ})$	5
	纵向坐标 x_0/km	-50.3
	高度坐标 y_0/km	50
	速度 $v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1500
	速度倾角 $\gamma_0/(^{\circ})$	-37

采用如表 1 所示的火箭参数和初始状态,通过如下方式生成多条气动减速段轨迹:初始状态相同,通过为气动减速段的预测制导选取不同虚拟目标点生成不同轨迹,令虚拟目标点的高度均为 $y_{\text{PCG}} = 0$ 。由于气动减速制导采用无动力轨迹预测落点,无动力轨迹航程大于动力着陆航程^[6],故虚拟目标点应在目标着陆点前方。数值仿真表明 $x_{\text{PCG}} < 78.6 \text{ m}$ 时气动减速段不存在动力着陆可行解,故取 x_{PCG} 分别为 100 m, 150 m, \dots , 500 m, 共 9 条轨迹。采用 GPOPS^[21] 计算从气动减速轨迹的不同时刻启动对

应的燃料消耗,采用启动点的高度代表该启动点,得燃料消耗与启动高度曲线如图 2 所示,图中每条曲线下为该曲线对应 x_{PCG} 取值,由左至右依次对应 x_{PCG} 为 100 m, 150 m, \dots , 500 m 的轨迹。

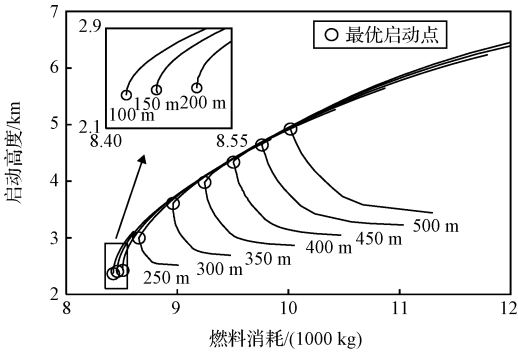


图 2 不同虚拟目标点下燃料消耗与启动点关系图
Fig. 2 Relation between fuel consumption and starting points under different virtual target points

由图 2 可见,最优启动点存在位于和不位于最小可行高度两种情况:若位于最小可行高度,返回轨迹中随启动高度降低燃料消耗单调降低,如图 2 中 x_{PCG} 为 100 m 至 200 m 的 3 条轨迹;若不位于最小可行高度,返回轨迹中随高度降低燃料消耗先降低后上升,如图 2 中 x_{PCG} 为 250 m 至 500 m 的 6 条轨迹。以 x_{PCG} 分别为 200 m, 300 m 和 400 m 的三条轨迹(图 2 中三条加粗黑线)为例分析最优启动点的动力着陆轨迹。上述三个典型返回轨迹的最优启动点的状态及轨迹的最大、最小可行启动高度总结如表 2。三个最优启动点的动力着陆轨迹的推力和攻角剖面如图 3 所示,图中时间零点为动力着陆段开始时刻。

可见 x_{PCG} 为 200 m 时,最优启动点的动力着陆轨迹的推力恒为 T_{\max} ,攻角剖面的形式较为复杂, x_{PCG} 为 100 m 和 150 m 的轨迹中上述性质均成立。 x_{PCG} 为 300 m 和 400 m 时,推力剖面为 $T_{\min} - T_{\max}$ 形式的 Bang-Bang 控制,即推力由 T_{\min} 切换至 T_{\max} 且仅有一次切换,令 t_s 为推力切换时刻,推力剖面表示为

$$T(t) = \begin{cases} T_{\min}, & t_0 \leq t < t_s \\ T_{\max}, & t \geq t_s \end{cases} \quad (12)$$

x_{PCG} 为 300 m 和 400 m 的轨迹中,攻角剖面近似为 Bang-Bang 控制,除触地前较短时间外,攻角 α 取值均为 α_{\max} 或 $-\alpha_{\max}$,触地前为满足终端攻角约束,攻角降至 0。其他 4 条最优启动点不在最小可行高度

处的轨迹中该性质均成立,由于此时最优启动点无法通过寻找最小可行启动高度确定,故下面重点分析 x_{PCG} 为 300 m 和 400 m 的轨迹中的性质。

表 2 燃料最优启动点的状态

Table 2 The fuel-optimal powered descent initiation states			
虚拟目标点 x_{PCG}/m	200	300	400
纵向坐标/km	-0.807	-1.377	-1.735
高度坐标/km	2.401	3.606	4.336
速度/($m \cdot s^{-1}$)	289.9	339.7	375.5
速度倾角/($^{\circ}$)	-63.0	-59.1	-57.1
启动时刻/s	62.0	57.7	55.4
燃料消耗/kg	8509.5	8961.4	9504.9
最大可行高度/km	4.334	5.269	6.232
最小可行高度/km	2.401	2.690	3.045

进一步,采用最优控制方法研究攻角正负取值与状态量的关系。仅考虑纵向平面内的运动,且忽略地球曲率、牵连加速度和 Coriolis 加速度影响项 C_v 、 C_γ 和 C_ψ 。考虑攻角 α 较小,引入近似 $\sin \alpha \approx \alpha$ 。将气动力式(2)代入动力学方程(1),得动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \gamma \\ \dot{y} = v \sin \gamma \\ \dot{v} = -\frac{C_D S q + T \cos \alpha}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{C'_L S q \alpha - T \alpha}{mv} - \frac{g \cos \gamma}{v} \\ \dot{m} = -\frac{T}{v_{ex}} \end{cases} \quad (13)$$

式(13)对应的哈密顿函数 H 为

$$H = \frac{\lambda_\gamma (C'_L S q - T) \alpha}{mv} - T \left(\frac{\lambda_v \cos \alpha}{m} + \frac{\lambda_m}{v_{ex}} \right) - \lambda_v g \sin \gamma + \lambda_x v \cos \gamma + \lambda_y v \sin \gamma - \frac{\lambda_\gamma g \cos \gamma}{v} - \frac{\lambda_v C_D S q}{m} \quad (14)$$

推力约束和攻角约束分别如式(5)和式(7)第一式。对上述最优控制问题,有定理 1 如下

定理 1. 设动力着陆问题的最优控制为 (T^*, α^*) , 则必满足 $(C'_L S q - T^*) \lambda_\gamma \alpha^* \leq 0$ 。

证. 由极小值原理可知 (T^*, α^*) 使 H 取极小值,将式(14)所示的 H 记为 $H(T, \alpha)$ 。采用反证法,设 $(C'_L S q - T^*) \lambda_\gamma \alpha^* > 0$, 则 $H(T^*, \alpha^*) - H(T^*, -\alpha^*) = 2(C'_L S q - T^*) \lambda_\gamma \alpha^* > 0$, 即 $H(T^*, \alpha^*) > H(T^*, -\alpha^*)$ 。由于 α^* 满足攻角约

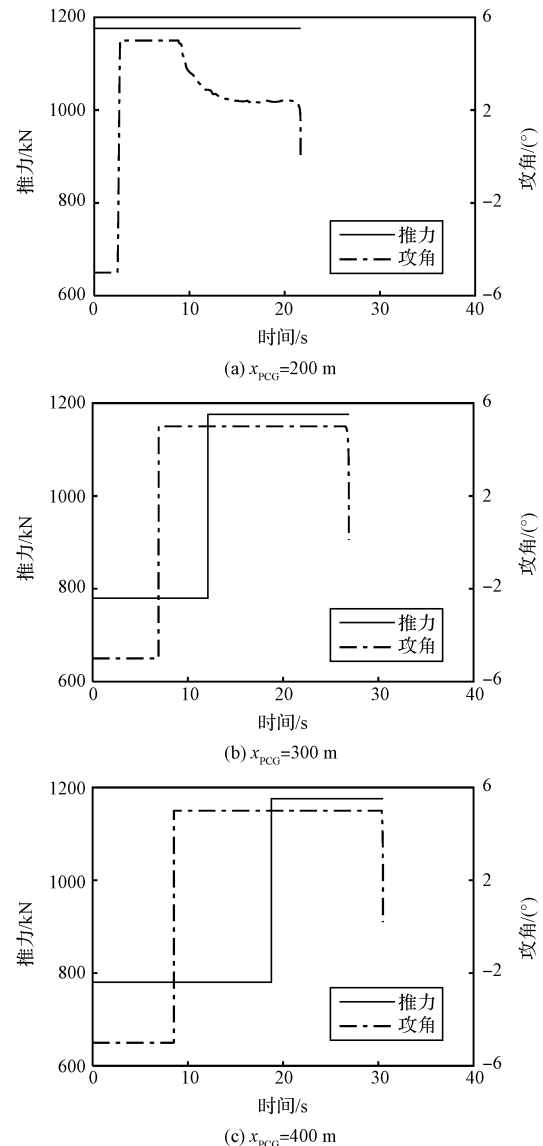


图 3 燃料最优启动点的动力着陆轨迹的控制量

Fig. 3 Control profiles of dynamic landing trajectory of fuel-optimal handover states

束式(7), 则 $-\alpha^*$ 必满足攻角约束, 则 $(T^*, -\alpha^*)$ 为满足控制约束的解, 则 (T^*, α^*) 未使 H 取极小值, 与“ (T^*, α^*) 为最优控制”矛盾。

数值实验表明 x_{PCG} 为 300 m 和 400 m 的轨迹中最优启动点的动力着陆轨迹中恒有 $\lambda_\gamma \geq 0$, 则由定理 1 得 $(C'_L S q - T^*) \alpha^* \leq 0$ 。最优启动点不在最小可行高度时, 对应的动力着陆轨迹的攻角剖面近似为 Bang-Bang 控制, 仅在触地前较短时间内攻角降至 0。由于攻角由 α_{\max} 降至 0 的过程距离触地的时间较短, 此时攻角变化对轨迹影响较小, 将动力着陆轨迹中 α^* 取值均近似为 α_{\max} 或 $-\alpha_{\max}$, 则攻角剖面表示为

$$\alpha = \begin{cases} -\alpha_{\max}, & C'_L S q \geq T \\ \alpha_{\max}, & C'_L S q < T \end{cases} \quad (15)$$

攻角与升力、推力的关系如图4所示,图中垂直于速度 v 方向,虚线表示升力,及推力在速度方向的分量,实线表示垂直于 v 方向的力的合力。

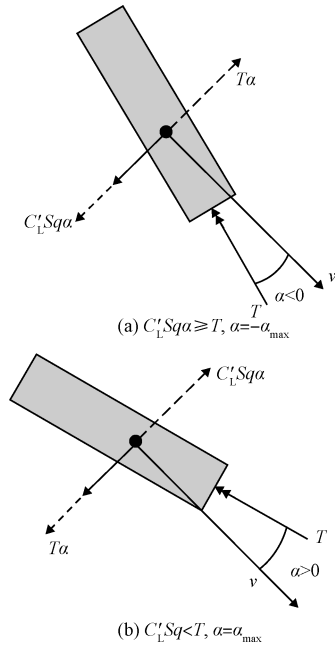


图4 攻角与状态量关系

Fig. 4 Relation between angle of attack and states

本章通过数值优化方法分析了返回轨迹中最优启动点的性质。分析表明最优启动点的动力着陆轨迹具有两种情况,第一种情况为最优启动点的高度为该条轨迹的最小可行高度,此时推力恒为 T_{\max} ,攻角剖面较为复杂;第二种情况为最优启动高度不在最小可行高度,此时推力剖面如式(12),攻角剖面近似如式(15)。此时推力剖面中推力切换时刻 t_s 为待定参数,攻角剖面与状态量的关系完全确定。

3 燃料最优自适应启动方法

3.1 基本原理

本文提出的自适应启动方法通过上述最优启动点的动力着陆轨迹的推力和攻角剖面的性质,在线判断当前状态是否是最优启动点,进而决定是否启动发动机。判断方法为:假设当前状态在最优启动点,则存在推力切换时刻 t_s ,使得以当前状态为初始状态、推力满足式(12),攻角满足式(15)、侧滑角为0的动力着陆轨迹,同时满足第2章分析中考虑的3个终端约束 $x(t_f) = 0, y(t_f) = 0, v(t_f) = v_f$ 。

考虑该轨迹的终端时刻 t_f 自由,即具有两个未知数 t_s 和 t_f ,故松弛1个终端约束,通过2个终端约束确定 t_s, t_f ,此时动力着陆轨迹唯一确定,若该轨迹满足松弛的约束,代表当前状态在最优启动点。本文松弛约束 $x(t_f) = 0$,通过 $y(t_f) = 0, v(t_f) = v_f$ 两个约束确定 t_s, t_f 进而确定上述动力着陆轨迹,若该轨迹满足 $x(t_f)$ 近似为0,则启动发动机。本文将推力和攻角满足式(12)和式(15), t_s 满足约束 $y(t_f) = 0, v(t_f) = v_f$ 的轨迹称为“触发轨迹”。

火箭返回中,在气动减速段的每个制导周期通过触发轨迹的 $x(t_f)$ 是否接近于0判断当前状态是否是最优启动点。由于气动减速段火箭自高到低飞行,若最优启动点不在最小可行高度处,且最优启动点的高度小于初始判断时的高度,则该方法可寻找到最优启动点。本研究发现,若返回轨迹中水平速度较大,则 $x(t_f)$ 随启动高度降低而前移。若上一周期 $x(t_f) < 0$ 且本周期 $x(t_f) > 0$,代表最优启动点在该周期内,故将 $x(t_f) > 0$ 作为启动条件,第一次判断得 $x(t_f) > 0$ 时启动发动机。

若最优启动点位于最小可行高度,此时的状态位于动力着陆的可行域边缘,着陆过程的抗干扰能力较差^[22]。根据第2章的分析,上述情况中动力着陆轨迹的推力恒为 T_{\max} ,为避免上述情况,本文令触发轨迹的平均推力较大时启动发动机,定义另一启动条件:满足 $\bar{T} > (1 - \delta_{\text{PDI}}) T_{\max}$ 时启动发动机。

式中 $\bar{T} = (t_s - t_0)/(t_f - t_0) T_{\min} + (t_f - t_s)/(t_f - t_0) T_{\max}$ 代表触发轨迹的平均推力, δ_{PDI} 为安全系数。

本文方法采用的触发轨迹的推力和攻角剖面与纵向平面内最优启动点的动力着陆轨迹相同,故在最优启动点处触发轨迹的航程与待飞航程相同,避免了文献[4]和文献[6]中由于触发轨迹与最优启动点的动力着陆轨迹航程存在差异,导致的难以找到最优启动点问题。此外,本方法不依赖于各飞行阶段具体的制导方法,仅需要动力着陆段采用燃料最优制导。3.2节将给出上述自适应启动算法的细节。

3.2 算法细节

首先给出触发轨迹的计算方法。由于触发轨迹的初始状态、攻角与状态的关系均已给定,触发轨迹由推力切换时刻唯一确定,推力切换时刻可通过触发轨迹的终端约束 $y(t_f) = 0, v(t_f) = v_f$ 求解。令 t_s 代表满足上述约束的推力切换时刻, $t_{s,i}$ 代表任意的

推力切换时刻。则对任意给定 $t_{s,i}$, 将推力剖面式 (12)、攻角剖面式 (15) 代入动力学方程式 (1) 进行数值积分, 得速度降为 v_f 时的高度 $y|_{v=v_f}$ 。然后, 通过 Newton-Raphson 法迭代求解 t_s 使得 $y|_{v=v_f} = 0$, 从而确定触发轨迹, 并令 $x(t_f)$ 代表触发轨迹的终端位置。求解 $t_{s,i}$ 对应的 $y|_{v=v_f}$ 时, 由于终端时刻 t_f 自由, 终端条件为 $v = v_f$, 因此推力切换至 T_{\max} 后以速度 v 为自变量进行积分。从而将通过 $y(t_f) = 0$ 、 $v(t_f) = v_f$ 求解两个未知变量 t_s , t_f 的问题, 转化为通过 $y|_{v=v_f} = 0$ 求解单个未知变量 t_s 的问题, 提高了求解效率。

计算触发轨迹前应判断当前状态是否高度过高导致对任意 $t_{s,i}$ 均有 $y|_{v=v_f} > 0$, 即 t_s 的解不存在。考虑触发轨迹的推力恒为最小推力 T_{\min} 的情况, 此情况对应 $t_{s,i}$ 取值使 $y|_{v=v_f}$ 最小。取推力剖面恒为 T_{\min} , 攻角剖面为式 (15), 对式 (1) 进行数值积分, 得此推力剖面下速度降为 v_f 时的高度, 记为 $y_f^{(\min)}$ 。气动减速段中首先计算 $y_f^{(\min)}$, 判断 $y_f^{(\min)} < 0$ 时再

计算触发轨迹进行是否启动发动机的判断。

综上所述, 整合制导方案及提出的燃料最优自适应启动方法的计算流程如图 5 所示。对第 j 个制导周期, 令 $t_s^{(j)}$ 代表该周期内 t_s 的解, 计算步骤为:

1) 判断之前时刻是否已有 $y_f^{(\min)} < 0$ 。若成立, 则不再计算 $y_f^{(\min)}$, 跳转至第 3) 步计算触发轨迹, 其中推力切换时刻的迭代初值取上一个周期的解 $t_s^{(j-1)}$; 否则进行第 2) 步。

2) 计算 $y_f^{(\min)}$ 并判断 $y_f^{(\min)} < 0$ 。若成立, 进行第 3) 步计算触发轨迹, 其中推力切换时刻的迭代初值取 t_f ; 否则不启动发动机进入下一判断周期。

3) 计算触发轨迹, 得到触发轨迹的平均推力 \bar{T} 、终端水平位置 $x(t_f)$, 及推力切换时刻 $t_s^{(j)}$ 。判断 $\bar{T} \geq (1 - \delta_{\text{PDI}}) T_{\max}$ 或 $x(t_f) \geq 0$, 若二者任意一项成立, 则启动发动机开始动力着陆; 否则不启动发动机进入下一判断周期。

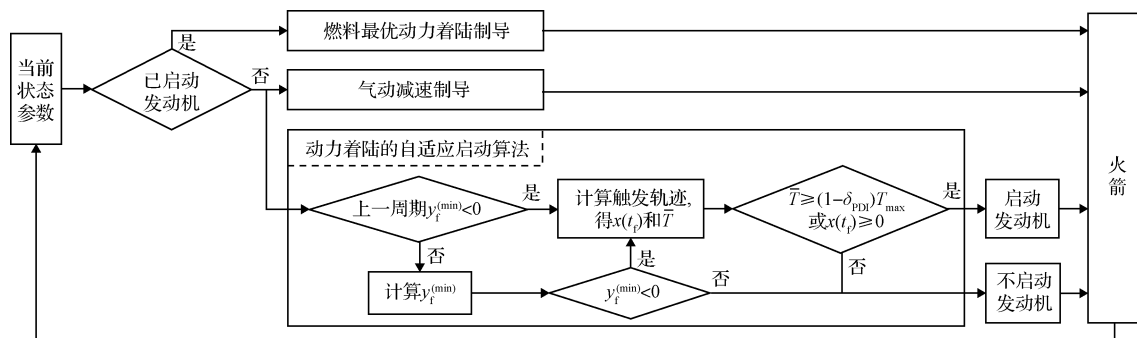


图 5 整合制导方案及自适应 PDI 方法流程图

Fig. 5 Flowchart of the integrated guidance framework and the proposed adaptive PDI method

4 仿真校验

4.1 空间质点运动仿真

第 2 章的分析中采用纵向平面内的运动模型, 且忽略了飞行过程的推力变化率约束、攻角变化率约束及终端速度倾角约束。本章采用火箭返回的 3 自由度空间质点动力学模型并考虑上述约束, 通过数值仿真考察本文提出的自适应启动方法。上述约束的参数为: 推力变化率约束 $\dot{T}_{\max} = 300 \text{ kN/s}$; 侧滑角约束 β_{\max} 与攻角约束 α_{\max} 相同, 均为 $5(^{\circ})$; 攻角和侧滑角变化率约束为 $\dot{\alpha}_{\max} = \dot{\beta}_{\max} = 5(^{\circ})/\text{s}$; 终端速度 $v_f = 0.5 \text{ m/s}$ 。设目标着陆点的地理位置为经度 $120(^{\circ})$, 纬度 $0(^{\circ})$, 射向为由西向东。自适应启

动方法中取安全系数 $\delta_{\text{PDI}} = 5\%$, 为更好地校验自适应启动方法的能力, 取较小的判断周期, 为 0.1 s 。

考虑三组气动减速段初始状态和三个预测制导虚拟目标点, 共九条返回轨迹。初始状态以表 1 为标称值, 并考虑初始位置、速度偏差, 采用的三组初始状态如表 3 所示。三个虚拟目标点与第 2 章中分析的三组典型轨迹相同, 3 自由度模型中三个虚拟目标点的坐标分别为 $[200, 0, 0] \text{ m}$, $[300, 0, 0] \text{ m}$, $[400, 0, 0] \text{ m}$, 即 x_{PCC} 取上述三个取值, z_{PCC} 均为 0。

9 条返回轨迹的燃料消耗与启动点高度关系如图 6 所示, 图中“启动点”通过提出的自适应启动方法得到。上述轨迹的启动点状态、最优启动点的燃料消耗和高度, 及轨迹的最大、最小可行高度总结如

表4,其中启动时刻以开始气动减速的时刻为时间零点。可见 x_{PCG} 为200 m时轨迹的最优启动高度为最小可行高度; x_{PCG} 为300 m和400 m时最优启动高度均不在最小可行高度。从自适应启动方法确定的启动点开始动力着陆,上述9条返回轨迹的轨迹剖面如图7所示。6条含偏差动力着陆轨迹的推力和攻角剖面如图8所示,3条无偏差轨迹的推力和攻角剖面均与与图3相近,故图8中未列出。

表3 气动减速段初始状态

Table 3 Initial states of aerodynamic deceleration			
参数	正偏差	无偏差	负偏差
纵向坐标 x_0/km	-49.1	50.3	-51.5
高度坐标 y_0/km	50.5	50	49.5
横程坐标 z_0/km	0.8	0	-0.8
飞行速度 $v_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	1520	1500	1480
速度倾角 $\gamma_0/(^{\circ})$	-36.7	-37	-37.3
航迹偏航角 $\psi_0/(^{\circ})$	-0.3	0	0.3

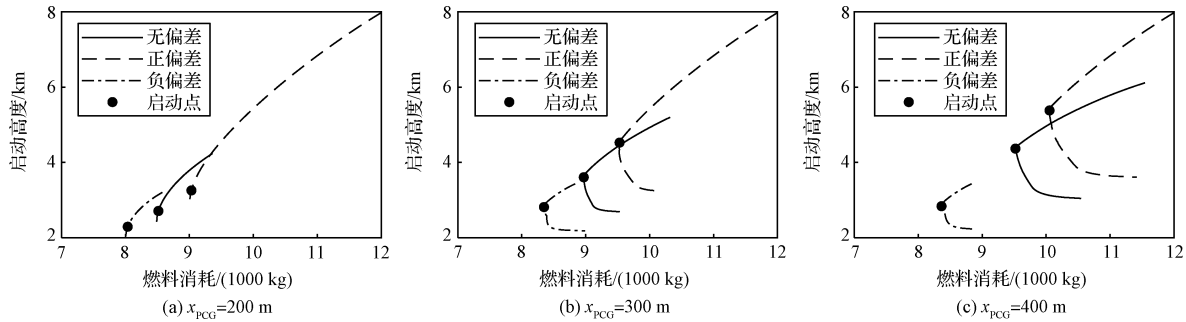


图6 不同初始状态下燃料消耗与启动高度关系图

Fig. 6 Profiles of fuel consumption with respect to PDI states under different initial states

表4 典型轨迹的启动点状态

Table 4 Powered descent initiation states of the typical cases									
初始状态偏差	正偏差	无偏差	负偏差	正偏差	无偏差	负偏差	正偏差	无偏差	负偏差
虚拟目标点 x_{PCG}/m	200	200	200	300	300	300	400	400	400
纵向坐标/km	-0.935	-0.969	-0.884	-1.517	-1.395	-1.182	-1.957	-1.756	-1.197
高度坐标/km	3.257	2.711	2.292	4.527	3.635	2.815	5.382	4.367	2.838
速度/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	346.8	301.7	263.4	412.8	341.1	279.1	464.1	377.2	279.9
速度倾角/ $(^{\circ})$	-66.6	-62.0	-59.3	-62.7	-59.1	-55.8	-60.3	-57.0	-55.6
启动时刻/s	56.6	60.8	66.2	52.9	57.6	64.0	50.7	55.3	63.9
燃料消耗/kg	9031.4	8514.9	8035.2	9529.7	8970.2	8348.0	10052.8	9519.7	8364.1
最优启动点高度/km	2.884	2.422	2.045	4.274	3.656	2.861	5.422	4.367	2.884
最优燃料消耗/kg	9005.3	8489.3	8006.5	9522.5	8969.4	8342.7	10051.9	9519.7	8357.8
最大可行高度/km	9.191	4.271	3.204	9.191	5.210	3.452	9.241	6.122	3.452
最小可行高度/km	2.884	2.422	2.045	3.227	2.665	2.179	3.606	3.018	2.231

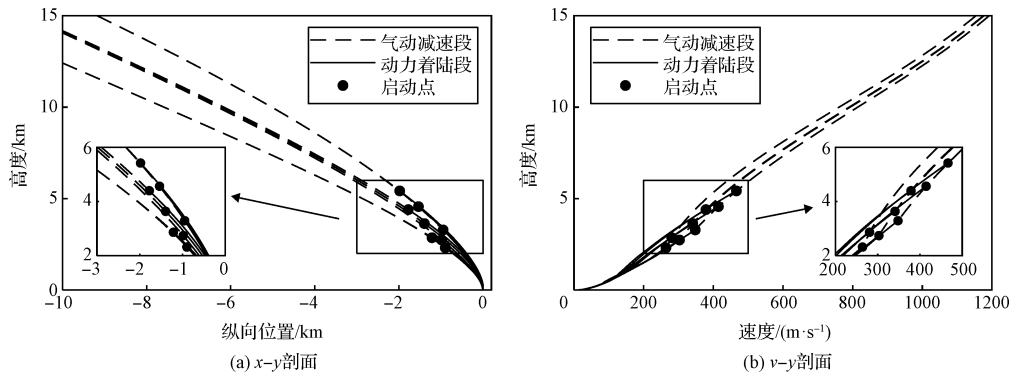


图7 典型返回轨迹的飞行剖面

Fig. 7 Profiles of the typical return trajectory

可见, x_{PCG} 为 300 m 和 400 m 对应的 4 条轨迹中(即最优启动点不在最小可行高度), 推力剖面、攻角剖面与式(12)、式(15)所示的形式相近, 但为满足终端速度倾角约束和攻角约束, 攻角在触地前有短暂时间正负反号并最终降至 0; 推力剖面取 T_{\min} 的阶段有较短的时间推力大于 T_{\min} , 原因为自适应启动方法的触发轨迹中忽略了较多约束导致航程较短, 飞行中需要在推力剖面取 T_{\min} 的阶段短暂提高

推力以降低航程。上述 6 条轨迹均得到了与燃料最优启动点十分接近的启动点, 所得启动点的燃料消耗与最优启动点相差小于 0.1%。 x_{PCG} 为 200 m 对应的 3 条轨迹中, 启动发动机由 $\bar{T} > (1 - \delta_{\text{PDI}}) T_{\max}$ 触发, 故轨迹中推力不恒为 T_{\max} , 且启动点距离轨迹的最小可行高度的飞行时间超过 1 s。

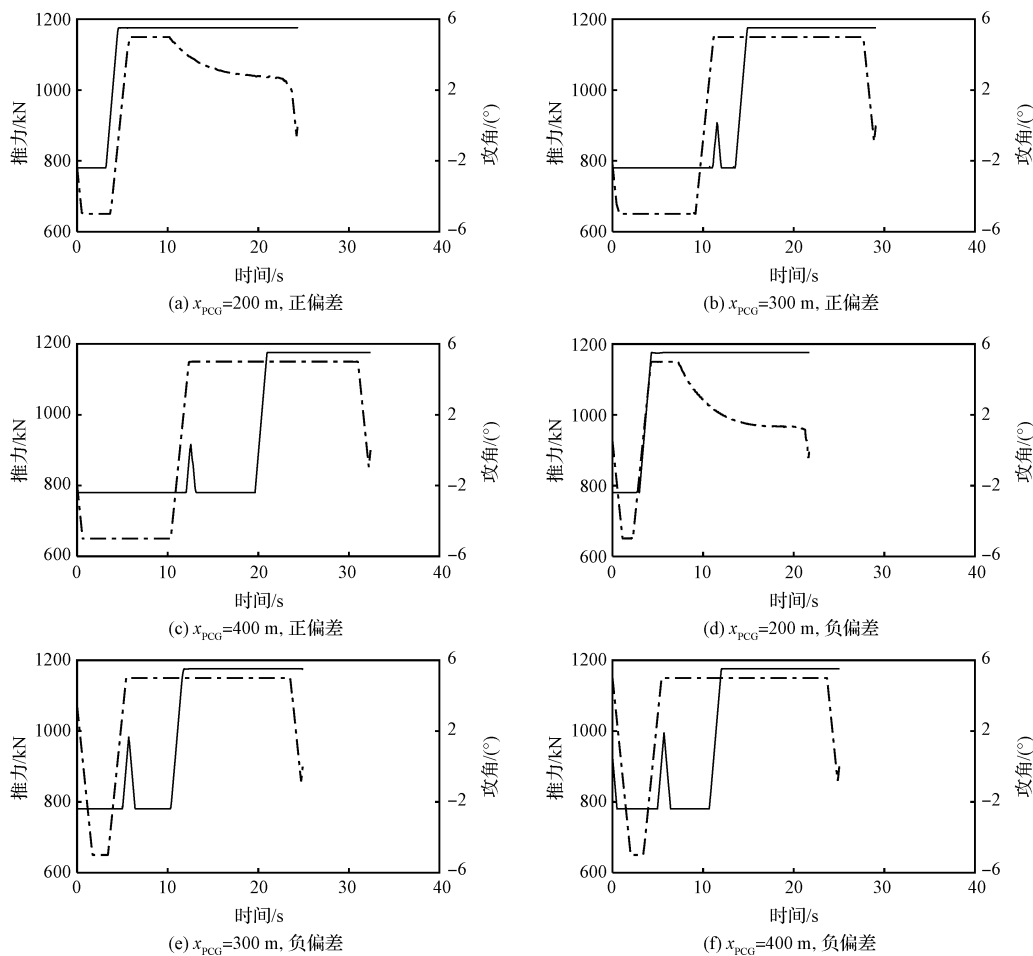


图8 典型返回轨迹启动点的燃料最优动力着陆轨迹的推力和攻角剖面

Fig. 8 The thrust and angle of attack profiles of fuel-optimal powered descent trajectories of the triggered states

上述结果表明, 尽管不同轨迹中最优启动高度差异较大, 本文方法均可得到与最优启动点相近的启动点。由表4可见, 同一虚拟目标点对应的正偏差轨迹的最小可行高度与负偏差轨迹的最大可行高度较为接近, x_{PCG} 为 400 m 时正偏差轨迹的最小可行高度大于负偏差轨迹的最大可行高度。说明若仅采用高度触发方法, 难以在多种偏差轨迹中均得到远离可行域边界的启动点。本文方法通过判断燃料最优启动点, 避免启动点高度接近最大可行高度; 通

过要求 $\bar{T} > (1 - \delta_{\text{PDI}}) T_{\max}$ 和判断燃料最优启动点, 避免启动点高度接近最小可行高度。

4.2 计算效率和收敛性

以 x_{PCG} 取 300 m 时的负偏差轨迹为例考察自适应启动方法的求解效率。测试采用的电脑参数: CPU 为 i7-7700HQ 2.80 GHz, 内存为 16 GB。图9为每个周期内本文方法的计算耗时和迭代次数。迭代终止条件为 $|y|_{v=v_f}| < 1 \text{ m}$, 判断周期为 1 s。图中迭代次数为 0 表示 3.2 节第 2) 步中判断 $y_f^{(\min)} > 0$ 。

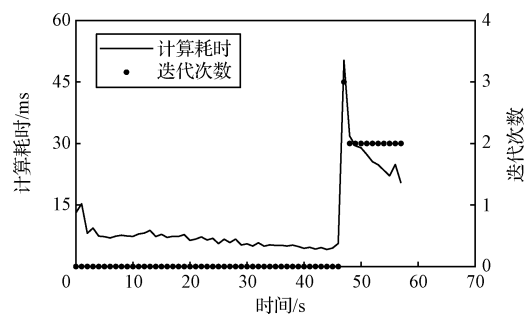


图 9 自适应启动方法的计算耗时和迭代次数
Fig. 9 Computational time cost and iterations' number of theproposed adaptive powered descent initiation method

可见单次求解的最大计算耗时为 50.3 ms,最大迭代次数为 3 次,最大迭代次数出现在首次计算触发轨迹时。原因为此时 t_s 的迭代初值为 t_f ,随后计算中由于将上一时刻的 t_s 作为迭代初值,仅需 1 至 2 次迭代即可收敛。

为直观的展示本文方法的收敛性,做迭代求解 t_s 时的速度-高度剖面如图 10 所示, t_s 的迭代初值为 $t_{s,1} - t_0 = 0$ 。初始状态为 $x_{PCG} = 300$ m 时负偏差轨迹的最优启动点的状态。图中 k 表示第 k 步迭代, $t_{s,i}$ 表示该步中切换时刻的取值。图中第 3 次迭代即收敛至 $y|_{v=v_f} = -3.6 \times 10^{-4}$ m,此时满足迭代收敛条件。

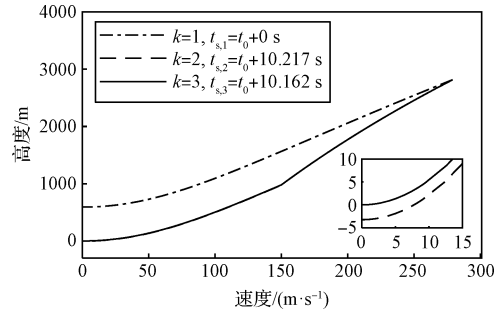


图 10 触发轨迹的迭代求解
Fig. 10 Iterative solutions of trigger trajectories

4.3 蒙特卡洛仿真

为检验本文方法关于火箭模型参数的适应性,关于火箭模型参数、初始状态进行蒙特卡洛仿真,对比不同参数中自适应启动方法得到的启动点与燃料最优启动点间的燃料消耗的差异。考虑表 5 所示的 9 个模型参数和 6 个初始状态参数均在表 5 所示的取值范围内服从均匀分布,其中初始纵向位置为相对气动减速段零攻角、零侧滑角航程的偏差,原因为气动减速段航程受火箭参数和初始状态影响较大。

火箭的侧滑角约束、侧滑角变化率约束的取值与攻角相同。气动减速段制导的虚拟目标点坐标为 [300, 0, 0] m,自适应启动方法的参数与 4.1 节相同。

进行 1000 次蒙特卡洛仿真,自适应启动方法所得启动点与 GPOPS 算法^[21]得到的燃料最优启动点间燃料消耗相对差异的统计结果如图 11 所示。可见尽管火箭参数和初始状态存在较大差异,但本文提出的自适应启动方法均可得到与燃料最优启动点接近的启动点。说明尽管本文方法基于特定参数下数值的结论,但在不同火箭参数中具有较好的适应性。

表 5 火箭参数和初始状态的取值范围

Table 5 Value range of the rocket parameters and initial states		
参数类型	参数	取值范围
模型参数	质量/kg	[50000, 80000]
	最大推力 T_{\max}	$[1.5, 2.5] \times m_0 g_0$
	最小推力 T_{\min}	$[0.4, 0.7] \times T_{\max}$
	发动机比冲/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	[2500, 4500]
	推力调节速度/ s^{-1}	$[0.2, 0.5] \times T_{\max}$
	阻力系数 C_D	[1.2, 1.8]
	升力系数导数 C_L'	[1.6, 3.0]
	攻角约束/($^\circ$)	[3, 10]
	攻角变化率约束/($^\circ \cdot \text{s}^{-1}$)	[4, 10]
初始状态	高度坐标 y_0/km	[30, 50]
	横程坐标 z_0/km	[-0.5, 0.5]
	速度 $v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	[1200, 2000]
	速度倾角 $\gamma_0/(\text{^\circ})$	[-40, -20]
	航迹偏航角 $\psi_0/(\text{^\circ})$	[-0.3, -0.3]
	纵向坐标偏差 $\Delta x_0/\text{km}$	[-1.0, 1.0]

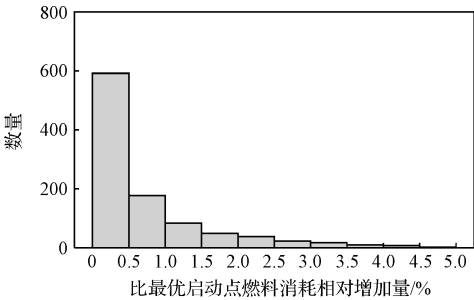


图 11 比最优启动点燃料消耗相对增加量的统计结果
Fig. 11 Statistical results of the relative fuel usage increase for the triggered PDI states compared with the optimal PDI states

5 结 论

本文针对重复使用火箭垂直返回着陆问题,对

动力着陆段的自适应启动方法展开研究,主要的工作总结如下:

1) 通过数值优化方法对返回轨迹系统分析,得到一种解析形式的推力剖面和攻角剖面,描述燃料最优启动点对应的动力着陆轨迹。

2) 设计了一种燃料最优的动力着陆段自适应启动方法。方法基于上述剖面形式判断当前是否满足燃料最优启动条件,进而实现自适应启动。

3) 对提出的自适应启动方法在多种工况下进行了数值实验,得到的启动点与燃料最优启动点十分接近,且迭代求解过程稳定,计算效率高。

参 考 文 献

- [1] 鲁宇,汪小卫,高朝辉,等. 重复使用运载火箭技术进展与展望[J]. 导弹与航天运载技术, 2017(5): 1-7.
LU Yu, WANG Xiaowei, GAO Zhaohui, et al. Progress and prospect of reusable launch vehicle technology[J]. Missiles and Space Vehicles, 2017(5): 1-7.
- [2] SIMPLICIO P, MARCOS A, BENNANI S, et al. Reusable launchers: development of a coupled flight mechanics, guidance, and control benchmark[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2020, 57(1): 74-89.
- [3] 高朝辉,张普卓,刘宇,等. 垂直返回重复使用运载火箭技术分析[J]. 宇航学报, 2016, 37(2): 145-152.
GAO Zhaohui, ZHANG Puzhuo, LIU Yu, et al. Analysis of vertical landing technique in reusable launch vehicle[J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(2): 145-152.
- [4] SONG Z Y, WANG C, THEIL S, et al. Survey of autonomous guidance methods for powered planetary landing[J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2020, 21(5): 652-675.
- [5] 崔平远,龙嘉腾,朱圣英,等. 行星着陆轨迹优化技术研究进展[J]. 宇航学报, 2021, 42(6): 677-686.
CUI Pingyuan, LONG Jiateng, ZHU Shengying, et al. Research progress of planetary landing trajectory optimization techniques[J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(6): 677-686.
- [6] LU P. Propellant-optimal powered descent guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41(4): 813-826.
- [7] MA L, WANG K X, SHAO Z J, et al. Direct trajectory optimization framework for vertical takeoff and vertical landing reusable rockets: case study of two-stage rockets[J]. Engineering Optimization, 2019, 51(4): 627-645.
- [8] 张志国,余梦伦,耿光有,等. 应用伪谱法的运载火箭在线制导方法研究[J]. 宇航学报, 2017, 38(3): 262-269.
ZHANG Zhiguo, YU Menglun, GENG Guangyou, et al. Research on application of pseudo-spectral method in online guidance method for a launch vehicle[J]. Journal of Astronautics, 2017, 38(3): 262-269.
- [9] LIU X. Fuel-optimal rocket landing with aerodynamic controls[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2017, 42(1): 65-77.
- [10] 程晓明,尚腾,徐帆,等. 基于序列凸规划的运载火箭轨迹在线规划方法[J]. 宇航学报, 2021, 42(2): 202-210.
CHENG Xiaoming, SHANG Teng, XU Fan, et al. Online trajectory planning for launch vehicles with successive convex programming[J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(2): 202-210.
- [11] LI Y, CHEN W C, ZHOU H, et al. Conjugate gradient method with pseudospectral collocation scheme for optimal rocket landing guidance[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 104: 105999.
- [12] LU P, SOSTARIC R R, MENDECK G F. Adaptive powered descent initiation and fuel-optimal guidance for mars applications[C]. 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Kissimmee, USA, January 8-12, 2018.
- [13] JIANG X Q, LI S, FURFARO R, et al. Integrated guidance for Mars entry and powered descent using reinforcement learning and pseudospectral method[J]. Acta Astronautica, 2019, 163: 114-129.
- [14] WANG J B, CUI N G, WEI C Z, et al. Optimal rocket landing guidance using convex optimization and model predictive control[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2019, 42(5): 1078-1092.
- [15] 邵楠,闫晓东. 火箭垂直回收多阶段最优轨迹规划方法[J]. 宇航学报, 2019, 40(10): 1187-1196.
SHAO Nan, YAN Xiaodong. Multi-stage trajectory optimization for vertical pin-point landing of a reusable launch vehicle[J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(10): 1187-1196.
- [16] SONG Z Y. The development of autonomous dynamic trajectory optimization control of launch vehicles[J]. Aerospace China, 2020, 21(2): 5-15.
- [17] ZHANG B J, LIU Z C, LIU G, et al. High-precision adaptive predictive entry guidance for vertical rocket landing[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2019, 56(6): 1735-1741.
- [18] 杨炳蔚. 标准大气参数的公式表示[J]. 宇航学报, 1983, 4(1): 83-86.
YANG Bingwei. Formulation of standard atmospheric parameters[J]. Journal of Astronautics, 1983, 4(1): 83-86.
- [19] CASIANO M J, HULKA J R, YANG V. Liquid-propellant rocket engine throttling: A comprehensive review[J]. Journal of propulsion and power, 2010, 26(5): 897-923.
- [20] 张万旋,翟一帆. 膨胀循环发动机全局快速非奇异终端滑模控制[J]. 导弹与航天运载技术, 2019(6): 47-51.
ZHANG Wanxuan, ZHAI Yifan. Global fast non-singular terminal sliding mode controller for expander cycle rocket engine[J]. Missiles and Space Vehicles, 2019(6): 47-51.
- [21] RAO A V, BENSON D A, DARBY C, et al. Algorithm 902: GPOPS, A MATLAB software for solving multiple-phase optimal control problems using the gauss pseudospectral method[J].

ACM Transactions on Mathematical Software, 2010, 37(2): 163 – 172.

- [22] SONG Z Y, WANG C. Powered soft landing guidance method for launchers with non-cluster configured engines[J]. Acta Astronautica, 2021, 189: 379 – 390.

作者简介:

袁 晗(1992-),男,博士生,主要从事运载火箭制导控制系统总体设计。

通信地址:北京市 9200 信箱 10 分箱 13 号(100076)

电话:(010)68755565

E-mail: yuan-h15@tsinghua.org.cn

王小军(1969-),男,博士,研究员,主要从事运载总体设计。本文通信作者。

通信地址:北京市 9200 信箱 1 分箱(100076)

E-mail: wangxj99@139.com