

# 双月旁转向轨道的动力学与建模研究

罗宗富, 孟云鹤, 汤国建

(国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

**摘 要:** 双月旁转向轨道是实现“多任务、多目标”探测模式的理想工具,在以往的深空探测任务中得到了广泛的应用。首先,根据双月旁转向轨道的空间构型和特性,将其分为两大类:平面型和 Backflip 型;其次,基于“零影响球”和“CR3BP”两种模型,阐述了近旁转向轨道的基本原理;同时,讨论了平面型双月旁转向轨道的动力学特性和建模方法,并给出了其两类应用背景,与此相似,归纳了 Backflip 型双月旁转向轨道的原理和求解方法。对双月旁转向轨道开展的研究和分析工作能够为我国未来开展的行星际探测任务提供新的思路 and 参考。

**关键词:** 双月旁转向轨道; 限制性三体问题; 近旁转向; Backflip 轨道; 轨道动力学

**中图分类号:** V412      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2012)10-1361-09

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2012.10.001

## Dynamics and Modeling of Double Lunar-Swingby Trajectories

LUO Zong-fu, MENG Yun-he, TANG Guo-jian

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Double Lunar-Swingby (DLS) trajectories have received much attention due to its wide applications in the trajectory design of ‘Multi-Mission and Multi-Purpose’. First, the DLS orbits are divided into two classes named Plane type and Backflip type according to their space configuration and characteristics. Then, the basic theory of swingby is shown based on two dynamics models of Zero-Sphere-of-Influence and CR3BP. Furthermore, both dynamics and modeling of Plane type DLS trajectory are discussed in two categories of application, and the principle and solution methods of Backflip type orbit is also summarized in detail. This study and survey about DLS trajectories could provide a new insight and reference for the interplanetary mission of China.

**Key words:** Double Lunar-Swingby trajectory; Restricted three-body problem; Swingby; Backflip orbit; Orbit dynamics

## 0 引 言

20 世纪 70 年代末,近旁转向技术在深空探测任务中得到了广泛应用,开展太阳系内行星及其卫星、小行星及彗星的探测成为各国航天活动的主题之一<sup>[1-3]</sup>。同一时期,以平动点局部空间周期轨道为代表的限制性三体问题也成为热点,数个日-地/月空间环境探测与监测任务得以实施<sup>[2-3]</sup>。在这一背景下,美国航天专家 Farquhar 为解决 ISEE-3 扩展任务轨道设计中的难题,提出了双月旁转向轨道的概念,

随后在 ISEE-3 任务中成功应用,取得了航天史上的多个“第一次”,成就了人类航天活动的经典。

双月旁转向(Double Lunar-Swingby, DLS)轨道不同于传统的二体轨道概念,也不同于三体框架下的平动点局域轨道,而是一种新的轨道概念<sup>[4-6]</sup>。从 1980 年提出至今已有三十余年,期间双月旁转向轨道作为一种重要手段支持了一系列堪称经典的深空探测任务(如 ISEE-3、WIND 等),彰显了其广阔的应用前景<sup>[1-2,4]</sup>。近年来,深空探测活动已成为各航天大国的重要主题,我国也适时地启动了“嫦

收稿日期:2011-06-08; 修回日期:2011-08-26

基金项目:国家自然科学基金(10702078);国防科技大学预研基金(JC-08-01-05);湖南省研究生科研创新项目(CX2010B002);国防科技大学优秀研究生创新资助(B100101)

娥”、“夸父”、“萤火”三项分别针对月球、日-地空间以及火星的探测计划<sup>[4,7-9]</sup>。值此时机,研究双月旁转向轨道在我国深空探测任务中的应用显得尤为重要。

本文综述了双月旁转向轨道动力学机理方面的研究成果,首先阐述了这一轨道的概念,并从近旁转向轨道的基本原理出发,详述了两类双月旁转向轨道动力学与建模方面的进展情况。

## 1 双月旁转向轨道的基本概念

目前,双月旁转向轨道尚无明确的定义,此处给出我们的理解供参考:双月旁转向轨道是一类经过巧妙设计两次月球近旁转向的时机和相对位置,分别增加和降低地心轨道的长半轴或倾角,形成的一

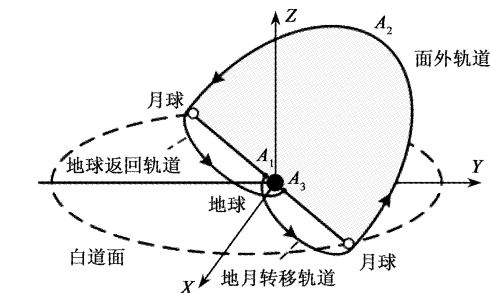
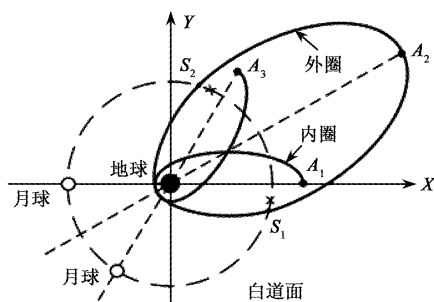


图 1 双月旁转向轨道的示意图<sup>[4,6]</sup>

Fig. 1 Two types of Double Lunar-Swingby trajectories<sup>[4,6]</sup>

为进一步说明两类轨道的形成机理,图 2 给出了近旁转向过程的矢量合成图。图 2(a)对应平面型轨道。近旁转向后,航天器相对月球的速度矢量在白道面内旋转  $\delta$  角,导致地心速度矢量由  $V_{in}$  变为  $V_{out}$ ,至于  $V_{in} > V_{out}$  还是  $V_{in} < V_{out}$  则由飞入速度矢量  $V_{in}$  和转角  $\delta$  共同决定<sup>[11-12]</sup>。图 2(b)为三维情况,与平面情况所不同的仅在于近旁转向后相对月球的速度矢量不在白道面内,而是与白道面成一定夹角,对应于 Backflip 型轨道改变地心轨道倾角的过程<sup>[13]</sup>。总而言之,两类轨道在近旁转向矢量合成中的区别导致外在空间表现和特性上存在一定的差异。

## 2 近旁转向的动力学原理

借助自然天体的引力作用进行轨道能量的改变称为近旁转向(Swingby)(又称“引力辅助”或“借力飞行”)。相关研究最先源于 19 世纪 Leverrier 和

类大尺度回归轨道<sup>[4-6]</sup>。根据近旁转向前后地心参数的主要改变量是长半轴还是倾角可以将轨道划分为平面型和 Backflip 型两大类,如图 1 所示。平面型轨道是由美国学者 Farquhar 首先提出的,其形成过程简单描述如下:航天器由  $A_1$  出发,在月球( $S_1$  处)引力作用下长半轴增加,切换到一段称为“外圈(Outer Loop)”的轨道弧段上,飞行至  $S_2$  处再次在月球近旁转向作用下回归到长半轴相对较小的弧段,即“内圈(Inner Loop)”轨道段,直到  $A_3$  点形成一个完整的周期,如图 1(a)所示<sup>[10]</sup>。此后,Uphoff 在将平面型轨道延伸到三维空间,提出了 Backflip 轨道的概念(即本文所述的 Backflip 型双月旁转向轨道),图 1(b)给出了其原理示意图<sup>[6]</sup>。

Tisserand 利用其判断彗星在飞掠大天体后是否还是同一彗星,随后演变为著名的“Tisserand 准则”<sup>[14-15]</sup>。此处仅以月球近旁转向为例,其他情况与此类似。

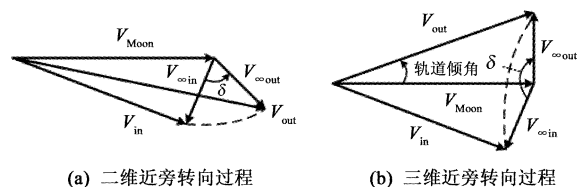


图 2 近旁转向过程的矢量合成图

Fig. 2 Geometric representation of Lunar-Swingby

单次月球近旁转向(Single Lunar Swingby, SLS)轨道与双月旁转向轨道概念相对应,是将近旁转向应用于地/月系统形成的能量交换轨道。转向过程中,航天器与月球形成的二体系统内部发生能量交换,但二者的总能量守恒,而对于地球-航天器形成的系

式中  $E$  和  $h$  分别表示航天器单位质量相对中心天体的能量和角动量,  $n'$  为次天体相对主天体的平均角速度<sup>[19]</sup>。这一积分常数也可用于月球近旁转向。

另外,当两个天体质量相差较大( $\mu$  非常小)时,上述雅可比积分可进一步简化,得到 *Tisserand* 准则,即近旁转向前后长半轴和偏心率满足

$$\begin{aligned} 1/(2a_1) + \sqrt{a_1(1-e_1^2)}\cos i_1 \\ \approx 1/(2a_2) + \sqrt{a_2(1-e_2^2)}\cos i_2 \quad (8) \end{aligned}$$

目前,这一表达广泛应用于深空探测轨道设计。进一步还可以建立更精确的动力学模型,如椭圆型限制性三体问题(ER3BP)模型或星历模型。

### 3 平面型双月旁转向轨道的动力学与建模

#### 3.1 面向日-地/月空间环境监测的平面型轨道

航天器在平面型轨道上执行日-地/月空间环境监测任务(如 ISEE-3 和 GEOTAIL 的地磁尾探测)时,其受力环境较复杂,既有对偏差敏感的日-地/月-航天器四体轨道段,也有地/月-航天器三体轨道段,局部还可以采用地球-航天器二体模型近似。目前求解手段主要有两种:二体拼接近似和数值迭代。

##### 3.1.1 基于圆锥曲线拼接和多圆锥截线的平面型轨道求解方法

所谓二体拼接近似是采用简化的二体模型来分段拼接复杂的平面型轨道,得到初步结果,再引入摄动因素修正模型,逐次逼近真实动力学环境,也可称为半解析法。平面型轨道提出的初期,Farquhar 即是利用这一简化模型设计了 ISEE-3 扩展任务<sup>[1]</sup>。进一步,Farquhar 和 Dunham 还利用上述模型将地磁尾探测类型的平面型轨道进行了分类和命名<sup>[20]</sup>。

Marsh 利用拼接模型详细阐述了平面型轨道的形成条件,导出了平面型轨道的形成条件(Timing Condition),如图4( $C_1$ 点飞行到 $C_2$ 点与月球相遇和

$C_3$ 点飞行到 $C_4$ 点与月球相遇),并表达为<sup>[21]</sup>

$$T_0(\lambda_m, e_m, \phi, \sigma_i, n, m; a, e) = 0 \quad (9)$$

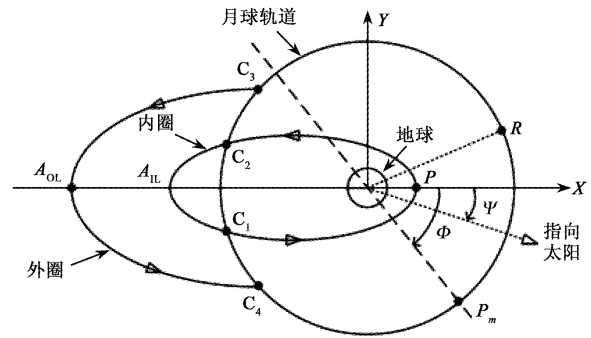


图4 平面型轨道的形成条件示意图<sup>[21]</sup>

Fig. 4 Timing condition of plane type DLS trajectory<sup>[21]</sup>

之后,Spencer 改进了上述模型,采用多圆锥截线(Multi-Conic)法研究这一问题<sup>[22]</sup>。随后,Wilson 在前两人的基础上提出了一种分部计算方法,首先利用 Marsh 的方法进行初步设计,然后引入多圆锥截线法,基于伪状态理论(Pseudo-state Theory)推导了同时考虑日-地/月引力作用的轨道计算方法,并阐述了多圆锥截线法带来的速度不连续性,给出了消除这一不连续的计算公式(10)(式中 $\alpha_k$ 表示轨道约束变量, $M$ 为参数之间的状态关系矩阵),最后采用数值积分法对设计结果进行修正,得到了连续且精确的轨道<sup>[23-24]</sup>。图5为 Wilson 采用圆锥曲线拼接和积分模型得到的轨道(多圆锥截线法得到的结果与积分结果接近,此处略去),从图中可以看出:二体拼接模型能较好地近似真实模型。

$$\begin{bmatrix} \delta R_j \\ \delta t_j \end{bmatrix} = M^T (MM^T)^{-1} \begin{bmatrix} \delta \Delta V_i \\ \delta \alpha_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

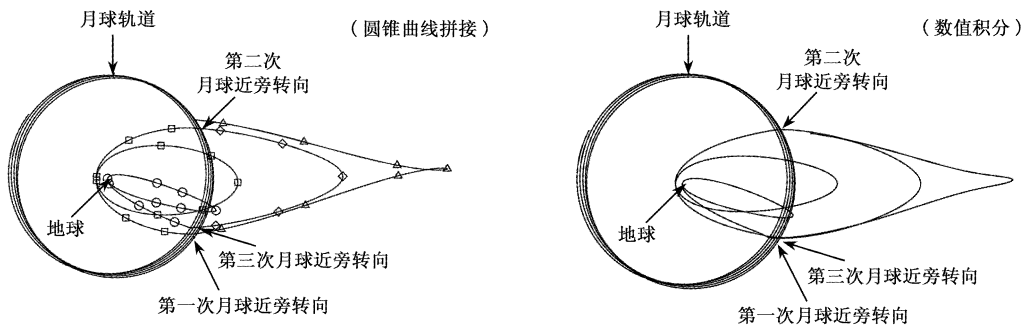


图5 二体拼接模型与积分模型设计的轨道对比<sup>[24]</sup>

Fig. 5 Trajectory comparison between patched conic and integrated model<sup>[24]</sup>

另外, Stalos 和 Luo 利用圆锥曲线拼接法详细阐述了平面型轨道的机理, 给出了其形成的三大约束条件<sup>[25-26]</sup>。Luo 按照初始时刻航天器与月球的相对位置不同, 将轨道分为 4 类, 并给出了不同类型情况下平面型轨道的解集域<sup>[25]</sup>, 如图 6 所示。

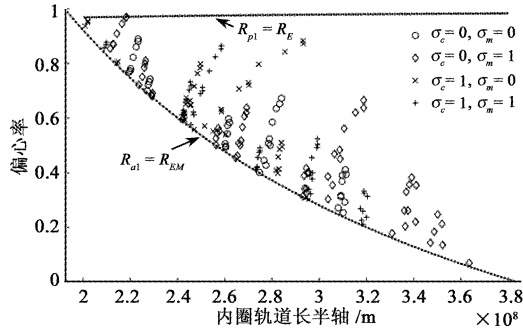


图 6 平面型轨道的解集域<sup>[25]</sup>

Fig. 6 Semi-major axis and eccentricity in solution space<sup>[25]</sup>

### 3.1.2 基于迭代算法的平面型轨道求解方法

数值迭代是依赖各种收敛性较强的迭代算法直接处理三体或 N 体模型, 显然迭代算法的开发和设计是其关键。由于三体动力学模型具有较强的非线性, 直接进行求解很难获得满意的结果, 那么采用简化模型等手段得到近似的初值, 在此基础上再进行迭代就能够提高算法的收敛性。Stalos 在二体拼接模型提供的初值基础上, 采用牛顿迭代算法求解地/月 CR3BP 模型下的平面型轨道<sup>[27]</sup>。罗宗富提出采用更高阶的 Halley 迭代来提高其收敛性和计算速度<sup>[10]</sup>。与此类似, Ishii 等提出了一种递归多步线性化方法 (RMSL), 也采用二体拼接模型解作初值, 以此保证精确模型下数值积分的稳定性<sup>[28]</sup>。

航天器在平面型轨道上运行时, 除受到地球、月球和太阳的引力作用外, 地球扁率、太阳光压甚至大行星的引力也会产生影响, 而近旁转向能够将这些影响剧烈放大, 可能引起航天器与月球或地球相撞。Carrico 等考虑到平面型轨道的敏感性, 提出了一种基于 B 平面理论的牛顿迭代思路, 称为“浮动终点打靶法 (Floating End-Point Targeting)”<sup>[29]</sup>。图 7 给出了 B 平面的原理示意图。算法设计的目标量为内圈或外圈飞行时间和指向等参数, 建立了 B 平面参数与内外圈轨道参数之间的关系, 如

$$|B| = \mu_M \cot(\delta/2) / v_\infty^2 \quad (11)$$

通过调整 B 平面参数, 使  $\Delta\tau = (B \cdot T_i - B \cdot$

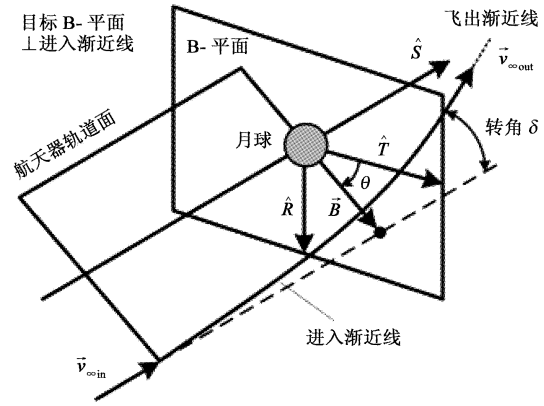


图 7 B 平面示意图<sup>[30]</sup>

Fig. 7 Definition of B-plane coordinate<sup>[30]</sup>

$T_0, B \cdot R_i - B \cdot R_0) \rightarrow (0, 0)$ 。为提高计算速度, Carrico 采用多圆锥截线法积分, 并利用公式

$$h = (6\varepsilon R_E^3 R_M^2 / \mu_E \mu_M)^{1/3} \quad (12)$$

控制步长, 其中  $\varepsilon$  为一步长控制量 (单位: m/s), 步长  $h$  的单位为 s, 通常仅需迭代 3~5 次。与高精度的积分模型相比, 航天器飞行 68.5 天后位置误差通常能控制在 40km 以内, 速度误差在 4mm/s 左右<sup>[29]</sup>。

### 3.2 面向地/月系统逃逸或捕获的平面型轨道

除应用于空间环境监测外, 平面型轨道还能够辅助航天器在较低能耗情况下逃逸地-月系统或从日心轨道返回地-月系统实现捕获<sup>[4,31]</sup>。

ISEE-3 任务中最先采用平面型轨道进行地-月系统逃逸, 但未利用弱稳定边界理论节约燃耗。Hanson 等分析了利用单次和多次月球近旁转向进行火星探测能够增加的有效载荷, 提出了将带机动冲量的地球近旁转向与平面型轨道相结合来设计火星转移轨道的思路, 并阐述了其能耗和窗口问题<sup>[32]</sup>。

弱稳定边界 (Weak Stability Boundary, WSB) 理论最先是 Belbruno 为解决 HITEN 直接减速进入环月轨道的燃耗不足而提出来的, 利用其设计的地-月低能转移轨道比传统的霍曼转移方式燃耗更低, 尤其是可以大幅降低月球捕获段的制动能耗 (计算表明: 月球入轨能耗可以节约近 40%), 代价是需要较长的转移时间<sup>[31,33-34]</sup>。与此类似, 通过设计航天器在 WSB 区域受到的太阳引力摄动和施加辅助小冲量 (起“杠杆作用”), 能够较大程度上改变其角动量方向和总能

量,同时利用月球近旁转向作用(单次或多次)将上述能量变化进行适当放大,可以得到一类低能地-月系统逃逸或捕获轨道,如图 8 所示。Uphoff 在研究上述低能转移轨道时,利用能量参数  $C_3$  (定义为逃逸速度大小的平方) 分析了太阳引力的变轨能力,计算表明:采用这一思路能够将发射能量  $C_3$  低于  $5\text{km}^2/\text{s}^2$  的航天器加速到  $9.5\text{km}^2/\text{s}^2$  [35]。

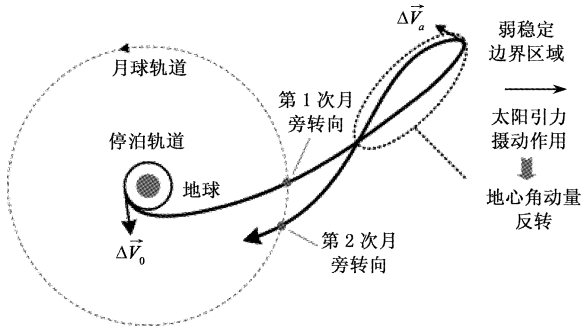


图 8 利用弱稳定边界区域进行能量改变示意图 [31]

Fig. 8 Illustration of the angular momentum reverse [31]

(注:图中右侧指向右方箭头表示太阳引力作用的方向)

除采用参数  $C_3$  描述能量变化外, Uphoff 还提出利用雅可比积分常数来分析航天器在日-地-月引力作用下的轨道,并将四体模型下的积分常数写为

$$C_s = n_s h \cos i - (V^2/2 - \mu/r) + \mu_s (1/\rho_s - r \cos S_s/a_s^2) \quad (13)$$

式中下标  $s$  为相对太阳的参数,其余为相对地心黄道面的参数 [19]。进一步, Uphoff 还总结了利用 WSB 和平面型轨道设计低能转移轨道的两个必要条件:其一,必须进入 WSB 区域;其二,必须利用太阳引力摄动使航天器逆行,远端施加的微小冲量能够增加角动量逆转效果 [19,35]。

Cassell 等和 Penzo 等将上述方法应用到近地小天体和行星探测中,分析了不同太阳方位角对引力摄动作用的影响,引入主矢量 (Primer Vector) 方法来优化远端冲量的大小,并建立待优化的目标函数与所需施加冲量之间的关系

$$\begin{aligned} P_{V_2} &= \partial J / \partial V_2 \\ &= 0.5 \alpha (q + d^T d)^{-1/2} \cdot \\ &\quad [\partial (d^T d) / \partial d] [\partial d / \partial V_2] \end{aligned} \quad (14)$$

成功避免了对拉格朗日乘子  $\lambda$  的估计 [36-37]。基于这一思路, Cassell 等开发了一套称为 LAMDA (Lunar-Assist Mission Design and Analysis) 的逃逸和捕获任

务轨道设计与优化软件,其核心思想是将轨道划为几段分开处理,如

LEO 到  $S_1 \rightarrow S_1 - S_2$  外圈段  $\rightarrow S_2$  - 逃逸双曲线渐近线  $\rightarrow$  日心轨道到近地小天体或金星或火星。其中仅  $S_1 - S_2$  段为三体模型轨道,其他部分均采用零影响球拼接模型进行设计 [38]。计算结果表明:在远离地球的 WSB 区域仅需施加数米每秒的冲量就能较大幅度地改变地心轨道的能量。

Nozomi 是首颗采用这一方法进行任务设计的航天器。Kawaguchi 等设计了其两次月球近旁转向的时机以及逃逸时的太阳方向角,得到了 1998 年执行火星探测任务的窗口,结果表明:航天器的能量参数  $C_3$  额外增加  $2\text{km}^2/\text{s}^2$  [39]。Belló 等也给出了类似结论,指出将这一思路应用于火星快车 (Mars Express) 类任务时,可以降低大约 150kg 的燃耗,同时也带来一些新问题,如飞行时间增加,操作复杂度提高等,但可以作为应急情况下的备选方案 [31]。

#### 4 Backflip 型双月旁转向轨道的动力学与建模

##### 4.1 基于二体拼接模型的 Backflip 型轨道求解方法

Uphoff 在文献 [40] 中阐述了 Backflip 型轨道的形成原理,指出对于图 1(b) 中所示的轨道,两次月球近旁转向时的月球位置相差  $180^\circ$ ,那么白道面外轨道的飞行时间与月球的飞行时间必须一致。由 Lambert 飞行时间定理可知:近旁转向后航天器的地心速度大小必须与月球绕地球运动的速度相同,且其地心偏心率与月球公转轨道的偏心率一致,即图 2 中满足  $|V_{\text{out}}| = |V_M|$ 。又由图 3 易知:  $V_{\text{out}}$  终端除位于图中以  $V_{\text{in}}$  为圆心的小圆上外,还需位于以  $V_M$  为半径的球面上,那么  $V_{\text{out}}$  矢量在小圆上的位置得以确定,由此可得  $V_{\text{out}}$  相对白道面的倾角为

$$\cos I = \frac{-\mu_E/2a' - C_T}{n' \sqrt{\mu_E a' (1 - e'^2)}} \quad (15)$$

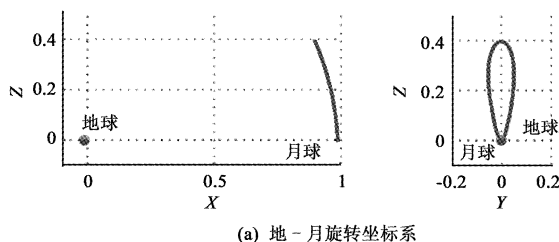
其中  $I$  是 Backflip 型轨道外圈相对白道的倾角,  $C_T$  为近月前航天器的积分常数 [6]。

Uphoff 进一步指出:航天器在外圈轨道运行时主要受到四种摄动力作用,包括扁率、太阳引力摄动和三体引力摄动作用,尤其是月球的引力摄动,尽管量级较小,但作用时间长,飞行过程中航天器与月球的相位基本一致,其累积效果将影响第二次近月时

的轨道参数,特别是倾角  $I$  较小时,月球的摄动影响更加明显<sup>[40]</sup>。

除图 1(b) 给出的轨道类型外,Uphoff 还提出了多种改进形式,如反射 Backflip 型轨道,并给出了一组归一化的初始参数<sup>[40]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_0 &= [-0.98793, 0, -0.0019897]^T \\ \mathbf{V}_0 &= [0, 3.508312, 0]^T \end{aligned} \quad (16)$$



在地-月 CR3BP 模型下积分可以得到图 9 中的轨道。

遗憾的是上述反射轨道的近月距为 766km,位于月面以下,无法加以利用。Uphoff 在文献[40]中给出了另一类倾角  $I$  接近  $135^\circ$  的反射 Backflip 型轨道,可以用于发射近地小天体探测器。另外,Uphoff 提出了一类外圈超过一圈的调节轨道,可以作为物质和燃料的储藏仓库或执行空间交会对接任务<sup>[40]</sup>。

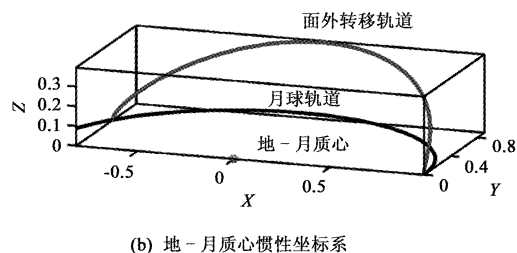


图 9 一类反射 Backflip 型轨道<sup>[40]</sup>

Fig. 9 A reflected Backflip type DLS trajectory<sup>[40]</sup>

另外,Sharer 等和 Franz 等研究了 Backflip 轨道在 WIND 扩展任务中的应用<sup>[41-43]</sup>。特别值得一提的是 2009 年美国发射的 LCROSS 也采用了 Backflip 机动来提高航天器撞击月球南极的能量<sup>[44]</sup>。

#### 4.2 基于迭代算法的 Backflip 型轨道求解方法

Dichmann 提出了一类改进牛顿迭代法求解 Backflip 型轨道,将求解(即式(6)的一般描述)

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \lambda), \quad \mathbf{f}: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n \quad (17)$$

的过程转化为如下步骤进行

$$\mathbf{x}'_1(\tau) = T_1 \mathbf{f}(\mathbf{x}_1(\tau), \lambda_1),$$

$$\mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_1(1),$$

$$\int_0^1 \mathbf{x}_1^T(\tau) \mathbf{x}'_0(\tau) d\tau = 0,$$

$$\int_0^1 (\mathbf{x}_1(\tau) - \mathbf{x}_0(\tau))^T \dot{\mathbf{x}}_0(\tau) d\tau +$$

$$(T_1 - T_0) \dot{T}_0 + (\lambda_1 - \lambda_0) \dot{\lambda}_0 = \Delta s \quad (18)$$

并将上述算法应用到 AUTO2000(常微分方程的连续和分叉问题求解软件)中,系统地研究了 R3BP 模型下 Backflip 型轨道的周期解<sup>[45]</sup>。式(18)的转换过程保证了迭代算法的收敛性,具体如图 10 所示。

Pergola 采用上述迭代算法求解了 Backflip 型轨道,将最优控制理论和序列二次规划(SQP)相结合,分析了航天器从近地到 Backflip 型周期轨道的小推力转移问题,式(19)为其推力方向<sup>[46]</sup>

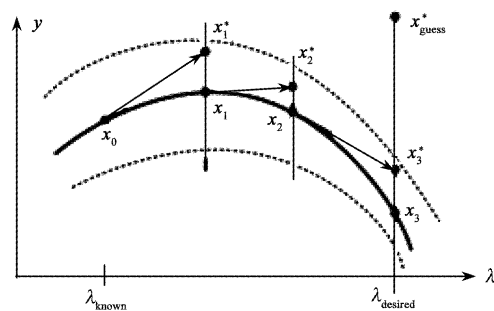


图 10 改进牛顿迭代法收敛过程示意图<sup>[45]</sup>

Fig. 10 The convergence of enhanced Newton method<sup>[45]</sup>

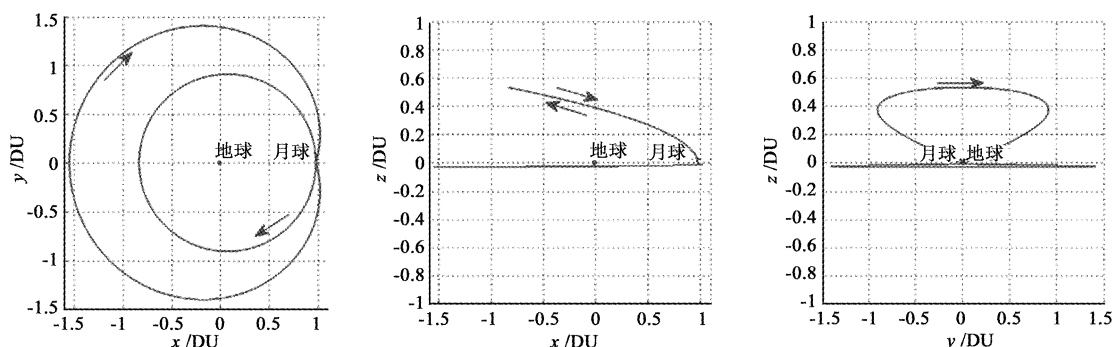
$$\hat{a}_i = -\lambda_i / \sqrt{\lambda_u^2 + \lambda_v^2 + \lambda_w^2}, \quad i = x, y, z \quad (19)$$

图 11 为 Pergola 得到的 Backflip 型轨道。

需要说明的是:图 11 给出的轨道与图 1(b)中轨道不完全相同,区别在于白道面内轨道部分,这是针对具体任务的灵活处理,未改变 Backflip 型轨道的本质。如任务需要也可以让两次近旁转向的面内轨道部分分别运行在月球轨道内侧和外侧,以便衔接近地和远地空间。

#### 5 结束语

双月旁转向轨道的优良特性和灵活的应用方式受到了各国学者的重视,并在多个工程任务中得以应用。因此,开展相关方面的研究工作能够为我国未来的深空探测任务(如嫦娥、夸父和萤火计划)提

图 11 Backflip 型周期轨道的三维投影<sup>[46]</sup>Fig. 11 Different views of the Backflip type orbit<sup>[46]</sup>

供一种新的手段和方式。

今后还可以在如下几方面开展工作：

(1) 多体环境下各种摄动对双月旁转向轨道设计和稳定性的影响分析；

(2) 小推力转移和变轨方式在双月旁转向轨道设计、制导和控制中的应用；

(3) 双月旁转向轨道在我国深空探测中的应用。

### 参 考 文 献

- [1] Farquhar R W. The flight of ISEE-3/ICE: origins mission history, and a legacy[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2001, 49 (1):23-73.
- [2] Dunham D W, Farquhar R W. Libration point missions, 1978 - 2002[C]. International Conference on Libration Point Orbits and Applications, Girona, Spain, June 10 - 14, 2002.
- [3] Dunham D W, Jen S C, Lee T, et al. Double lunar - swingby trajectories for the spacecraft of the International Solar-Terrestrial Physics program [C]. AAS/NASA International Symposium, Greenbelt, Maryland, April 24 - 27, 1989.
- [4] 罗宗富. 双月旁转向轨道的力学原理与设计方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2009. [Luo Zong-fu. Dynamics and design of Double Lunar-Swingby trajectory [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009.]
- [5] Farquhar R W, Dunham D W. A new trajectory concept for exploring the Earth's geomagnetic tail[J]. Journal of Guidance and Control, 1981, 4(2):192-196.
- [6] Uphoff C. The art and science of lunar gravity assist[C]. AAS/NASA International Symposium, Greenbelt, Maryland, April 24 - 27, 1989.
- [7] Marsden J E, Ross D S. New methods in celestial mechanics and mission design [J]. Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society, 2005, 43(1):43-73.
- [8] 张旭辉, 刘竹生. 火星探测器轨道设计与优化技术[J]. 导弹与航天运载技术, 2008(2):15-23. [Zhang Xu-hui, Liu Zhu-sheng. Trajectory design and optimization of Mars satellite [J]. Missiles and Space Vehicles, 2008(2):15-23.]
- [9] 胡少春, 孙承启, 刘一武. 基于序优化理论的晕轨道转移轨道设计[J]. 宇航学报, 2010, 31(3): 662-668. [Hu Shao-chun, Sun Cheng-qi, Liu Yi-wu. Transfer trajectory design for Halo orbit based on ordinal optimization theory [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(3): 662-668.]
- [10] 罗宗富, 孟云鹤, 汤国建. 双月旁转向周期轨道的机理分析与设计仿真[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(1):1-6. [Luo Zong-fu, Meng Yun-he, Tang Guo-jian. Analysis and simulation of Double Lunar - swingby periodic trajectory [J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(1):1-6.]
- [11] 任莹. 航天器轨道动力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000:38-44.
- [12] Brown T S. Multi-body mission design in the Saturnian system with Emphasis on Enceladus accessibility [D]. West Lafayette: Purdue University, 2008.
- [13] Uphoff C, Roberts P H, Friedman L D. Orbit design concepts for Jupiter orbiter missions[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1976, 13(6):348-355.
- [14] Broucke R A. The celestial mechanics of gravity assist [C]. AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Minneapolis, Minnesota, August 15 - 17, 1988.
- [15] Strange N J, Longuski J M. Graphical method for gravity-assist tour design [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2002, 39 (1):9-16.
- [16] Yam C H, Davis D C, Longuski J M, et al. Saturn impact trajectories for Cassini end-of-mission [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2009, 46(2):353-364.
- [17] Edery A. Analytical expressions for the semimajor axis and eccentricity after a lunar gravity assist [R]. Lanham, Maryland: a. i-solutions Inc, 2002.
- [18] Szebehely V. Theory of orbits, the restricted problem of three bodies[M]. New York: Academic Press, 1967.



- [19] Uphoff C. Variations in the Jacobian ‘Constants’ in the Restricted 4-Body Problem [C]. Advances in Nonlinear Astrodynamics Conference, Minneapolis, Minnesota, November, 1993.
- [20] Dunham D W, Davis S A. Catalog of Double-Lunar Swingby orbits for exploring the Earth’s geomagnetic tail[R]. Greenbelt, Maryland; Computer Sciences Corporation, October, 1980.
- [21] Marsh S M. Sun-synchronous trajectory design using consecutive lunar gravity Assists[D]. West Lafayette; Purdue University, May, 1988.
- [22] Spencer S W. Multiple lunar encounter trajectory design using a multi-conic approach[D]. West Lafayette; Purdue University, 1991.
- [23] Wilson R S. A design tool for constructing multiple lunar swingby trajectories[D]. West Lafayette; Purdue University, 1993.
- [24] Wilson R S. Trajectory design in the Sun-Earth-Moon four body problem[D]. West Lafayette; Purdue University, 1998.
- [25] Luo Z F, Meng Y H, Tang G J. Solution space analysis of Double Lunar-Swingby periodic trajectory[J]. Sci China Tech Sci, 2010, 53(8): 2081–2088.
- [26] Stalos S. Calculation of Double-Lunar Swingby trajectories; I. Keplerian formulation[C]. Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium, Greenbelt, Maryland, May, 1989.
- [27] Stalos S. Calculation of Double-Lunar Swingby trajectories; II. Numerical solutions in the restricted problem of three bodies[C]. Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium, Greenbelt, Maryland, December, 1990.
- [28] Ishii N, Matsuo H. Design procedure of accurate orbits in a multibody frame with a multiple swingby[C]. The AAS/AIAA Astrodynamics Conference, Victoria, Canada, 1993.
- [29] Carrico J, Rooper H L, Roszman L, et al. Rapid design of gravity assist trajectories[C]. The ESA Symposium on Spacecraft Flight Dynamics, Darmstadt, Germany, October, 1991.
- [30] Sergeyevsky A B, Snyder G C, Cunniff R A. Interplanetary mission design handbook, Volume 1, Part 2: Earth to Mars ballistic mission opportunities, 1990–2005 [R]. Pasadena, California; Jet Propulsion Laboratory, 1983.
- [31] Belló M, Gómez G, Masdemont J J. Space manifold dynamics: invariant manifolds, lagrangian trajectories and space mission design [M]. Heidelberg: Springer Science + Business Media, 2010.
- [32] Hanson J M, Deaton A W. Use of multiple lunar swingby for departure to Mars [C]. The AAS/AIAA Astrodynamics Conference, Durango, CO, August 19–22, 1991.
- [33] Belbruno E A, Miller J K. Sun-perturbed Earth-to-Moon transfers with ballistic capture[J]. Journal of Guidance and Control Dynamics, 1993, 16(4): 770–775.
- [34] 徐明. 地月低能转移的发生条件及轨迹构造[J]. 力学学报, 2010, 42(2): 275–289. [Xu Ming. The occurrence conditions and trajectory constructions for low energy cislunar transfers[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(2): 275–289.]
- [35] Uphoff C. Uncommon sense in orbit mechanics[C]. AAS/GSFC International Symposium on Space Flight Dynamics, Greenbelt, Maryland, April, 1993.
- [36] Cassell C R, Penzo P A. LAMDA: A software tool for lunar-assist escape missions[C]. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Halifax, Canada, August, 1995.
- [37] Penzo P A, Bender D F, Cassell C R. Multiple Lunar Swingbys for small body and planetary missions[C]. AAS/AIAA Space flight Mechanics Meeting, Albuquerque, New Mexico, February 13–16, 1995.
- [38] Cassell C R. Optimization of a solar-perturbed Double Lunar Swingby escape trajectories [D]. San Diego; University of California, 1997.
- [39] Kawaguchi J, Nakatani I, Uesugi T, et al. Synthesis of an alternative flight trajectory for Mars explorer, Nozomi[J]. Acta Astronautica, 2003, 52(2–6): 189–195.
- [40] Uphoff C, Crouch M A. Lunar Cycloids orbits with alternating semi-monthly transfer windows[C]. The 1st AAS/AIAA Annual Spaceflight Mechanics Meeting, Houston, TX, 1991.
- [41] Sharer P, Folta D. WIND extended mission design[C]. AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego, California, July, 1996.
- [42] Franz H, Sharer P, Ogilvie K, et al. WIND nominal mission performance and extended mission design [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2001, 49(1): 145–167.
- [43] Franz H. WIND Lunar Backflip and Distant Prograde Orbit implementation [C]. AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Santa Barbara, CA, 2001.
- [44] Chung M K J, McElrath T P, Roncoli R B. Trajectory design of the lunar impactor mission concept [C]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Keystone, Colorado, August 21–24, 2006.
- [45] Dichmann D J, Doedel E J, Paffenroth R C. The computation of periodic solutions of the 3-body problem using the numerical continuation software AUTO [C]. International Conference on Libration Point Orbits and Applications, Girona, Spain, June 10–14, 2002.
- [46] Pergola P. Low-thrust transfer to Backflip orbits[J]. Advances in Space Research, 2010, 46(10): 1280–1291.
- [47] 陈永志, 曾国强. 双月球近旁转向探月初步分析[J]. 飞行力学, 2005, 23(1): 86–89. [Chen Yong-zhi, Zeng Guo-qiang. Primary analysis of Double Lunar Swingby[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(1): 86–89.]
- [48] 罗宗富, 孟云鹤, 汤国建. 双月旁转向轨道的修正方法研究[J]. 力学学报, 2011, 43(2): 408–416. [Luo Zong-fu, Meng Yun-he, Tang Guo-jian. Correction methods analysis of Double Lunar-Swingby trajectory[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2011, 43(2): 408–416.]
- 作者简介: 罗宗富(1985–), 男, 博士生, 研究方向为飞行器动力学、制导与控制。  
通信地址: 湖南长沙国防科技大学航天与材料工程学院飞行器控制教研室(410073)  
电话: (0731)84573139  
E-mail: luozongfu200@163.com