

# 基于地月自由返回轨道的 DRO 入轨策略

王艾雪<sup>1,2</sup>, 张 晨<sup>1</sup>, 王蜀泉<sup>1</sup>, 张 皓<sup>1</sup>

(1.中国科学院太空应用重点实验室,中国科学院空间应用工程与技术中心,北京 100094;

2.中国科学院大学,北京 100049)

**摘要:** 大幅值逆行轨道(DRO)是地月空间中一类周期轨道,这类轨道具有长期稳定、入轨能量低的特点,可作为未来载人月球以及载人火星任务的中转站。面向载人任务的DRO入轨问题应重点考虑任务安全性,并综合考虑飞行时间和脉冲消耗。基于地月自由返回轨道设计了两脉冲直接转移和四脉冲月球借力转移轨道。首先在圆型限制性三体模型下计算了4类自由返回轨道的解族,其次采用地心顺行月心逆行自由返回轨道,获得直接入轨和月球借力2种方式进入不同周期DRO所需的飞行时间和脉冲消耗。仿真表明:对于共振比2:1的DRO轨道,直接入轨方式所需的速度脉冲约为607 m/s,飞行时间约为6.17 d,飞行器在DRO入轨脉冲失效的情况下也可无动力返回地球。四脉冲月球借力方式所需的速度脉冲约为241 m/s,飞行时间约为14.53 d。

**关键词:** 三体问题; 地月空间; DRO; 自由返回轨道; 轨道优化

**中图分类号:** V412.4+1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-5825(2022)01-0081-09

**DOI:**10.16329/j.cnki.zrht.2022.01.011

## Design Considerations for Access in to Earth-Moon DROs With Lunar Free-return Trajectory

WANG Aixue<sup>1,2</sup>, ZHANG Chen<sup>2</sup>, WANG Shuquan<sup>1</sup>, ZHANG Hao<sup>1</sup>

(1.Key Laboratory of Space Utilization, Technology and Engineering Center for Space Utilization, Beijing 100094, China; 2.University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Distant Retrograde Orbit (DRO) near the Moon is a kind of periodic orbit in the cislunar space. It has been identified as a transit station for manned Lunar or Mars missions in the future. The focus of trajectory transfer for manned missions should be on the mission safety, the flight time and the transfer cost. In this paper, the DRO transfer optimization was studied and the lunar free return trajectories were used. First, four families of free-return trajectories were calculated in the Circular Restricted Three-Body Problem. Then, the flight time and transfer cost of direct transfers and lunar gravity assisted transfers were obtained by combining the circumlunar free returns. It was concluded that for DRO with 2:1 resonance ratio and for two impulses direct transfer, the manned vehicle could return to the Earth even if the propulsion failure happened, while the insertion maneuver cost was 607m/s and the transfer time was 6.17 days. For four-burn lunar gravity assisted transfer, the total impulse of satellite was about 241 m/s and the flight time was 14.53 days.

**Key words:** CRTBP; Earth-Moon system; DRO; free-return trajectory; trajectory optimization

收稿日期: 2021-08-12; 修回日期: 2021-12-15

基金项目: 国家重点研发计划(018YFB1900605); 中国科学院重点部署项目(ZDRW-KT-2019-1-0102); 载人航天领域预先研究项目(030501)

第一作者: 王艾雪,女,硕士研究生,研究方向为深空探测轨道设计。E-mail: wangaixue18@csu.ac.cn

## 1 引言

地月空间蕴藏着巨大的商业和经济价值,如广域信息服务、低成本进入深空、月球资源开发等。近 10 年以来,各航天强国纷纷制定了前瞻性的航天计划,期望在本次地月空间开发中抢占先机。与 20 世纪 60 年代不计成本的阿波罗计划不同,新时期月球开发计划将采用最新的工程技术和理论研究成果,以满足地月空间开发利用“成本代价可控”和“可持续发展”的新需求。

近年来,随着人们对动力系统理论理解的不断深入,多项计划围绕三体系统中的大幅值逆行轨道(Distant Retrograde Orbit, DRO)展开<sup>[1-3]</sup>,这类轨道具有长期稳定性好、覆盖范围广以及入轨代价低的特点。例如小行星重定向任务(ARM)计划从小行星上抓取一块巨石并拖至地月 DRO 轨道上,后续执行研究任务并采集样本返回地球。阿尔忒弥斯(Artemis)计划的首星任务将成为猎户座飞船(Orion)和太空发射系统(SLS)重型火箭的首次综合飞行验证,猎户座飞船将被送入一个 25.5 d 的任务轨道,其中的 6 d 将位于地月系统的 DRO 轨道。彭坤等提出利用 DRO 开展载人月球探测任务<sup>[4]</sup>。除了地月系统,美国还针对火卫和木卫提出了基于 DRO 的任务方案<sup>[5-6]</sup>。

国内外学者对 DRO 转移问题进行了深入研究。Welch 等<sup>[7]</sup>以 2:1 共振周期的 DRO 为目标轨道,设计了从近地轨道出发直接转移和月球借力(Lunar Gravity Assist, LGA)2 种转移方式的转移轨道,并分析了入轨相位对转移时间和速度增量的影响。对于 DRO 与其他轨道的转移问题,Parrish 等<sup>[8]</sup>采用直接配点法设计了 DRO 到 Halo 的小推力转移轨道。Oshima<sup>[9]</sup>分析了垂直不稳定流形的作用并设计了 NRHO 到 DRO 的转移轨道。Dawn 等<sup>[3]</sup>在 Artemis 任务的背景下,设计了一种通过月球借力到达 2:1 共振周期 DRO 并能够返回地球近地轨道的载人往返轨道。Conte 等<sup>[5]</sup>设计了从地球到 DRO 轨道,并转移至火星的转移方案,并从脉冲消耗等角度分析了这种方案带来的效益。曾豪等<sup>[10]</sup>针对地月系统中低能量往返轨道转移问题,以 NRHO 和 DRO 为研究对象,结合天体借力飞行技术,分析了近月点高度、目标轨道等对于飞行时间和燃料消耗等参数的影

响。上述研究大多以脉冲消耗为指标设计,所获得的转移轨道较为适合货运飞船或者无人探测飞行器。面向未来基于 DRO 轨道的载人深空探测任务,DRO 转移轨道应重点关注飞行过程的安全性。

在早期载人月球任务中,自由返回轨道被用于提高地月转移任务的可靠性,这类轨道从近地轨道出发后无需轨道机动就能够自由返回地球。阿波罗 13 号飞船在指令舱受损后,曾借助登月舱下降级姿态推进系统沿自由返回轨道返回地球,成功保障了航天员的生命安全。这类轨道不仅适用于载人飞船,也可用于挽救无人探测器。休斯公司使入轨失败的 AsiaSat-3 卫星沿绕月自由返回轨道进入地球同步轨道,完成了一次成功的卫星营救活动<sup>[11]</sup>。面向月球探测任务,国内外学者对自由返回轨道的解空间分类、转移速度增量、任务时间、通信测控等性能进行了深入研究<sup>[12-14]</sup>。Jesick 等<sup>[15]</sup>在圆型限制性三体模型下提出自由返回轨道的延拓算法,并采用图像对称原理将平面自由返回轨道延拓至三维自由返回轨道。彭坤等<sup>[16]</sup>提出了一种快速计算地月空间自由返回轨道的算法,并分析了不同近月点高度的自由返回轨道速度增量、飞行时间等特性。近年来,随着地月空间探测任务相继提出,一些学者进一步将自由返回轨道用于地月 Halo 轨道的任务方案设计。路毅等<sup>[17]</sup>基于自由返回轨道设计了月球背面载人着陆以及布设位于 Halo 轨道中继卫星的转移轨道方案。Jesick<sup>[18]</sup>在 Halo 轨道探测任务背景下,基于自由返回轨道设计了具有中止能力的任务轨道。Pratt 等<sup>[19]</sup>以 Halo 轨道为目标构建了基于自由返回轨道的月球借力入轨方案。

上述研究主要围绕 Halo 轨道探测任务展开,利用自由返回轨道特性设计 DRO 转移轨道的研究较为有限。本文面向 DRO 月球和火星探测任务,研究了基于自由返回轨道的 DRO 入轨方案。首先,依据 DRO 平面特性提出基于自由返回轨道的两脉冲直接入轨方案。其次,将自由返回轨道与 LGA 结合提出四脉冲月球借力方案,以降低转移过程中的脉冲消耗。在此基础上重点分析了不同共振比 DRO 和不同离轨相位对入轨速度增量和飞行时间的影响。

## 2 动力学模型及研究对象

### 2.1 动力学模型

卫星在地月引力场共同作用下的运动采用圆型限制性三体问题(Circular Restricted Three-Body Problem, CRTBP)描述<sup>[20]</sup>。卫星的动力学方程表示如式(1)。

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = x - \frac{(1-\mu)(x+\mu)}{r_1^3} - \frac{\mu(x-1+\mu)}{r_2^3} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = y - \frac{(1-\mu)y}{r_1^3} - \frac{\mu y}{r_2^3} \\ \ddot{z} = -\frac{(1-\mu)z}{r_1^3} - \frac{\mu z}{r_2^3} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x, y$  和  $z$  表示航天器在地月旋转系下的位置, $\mu$  表示地月质量系数, $r_1$  和  $r_2$  分别代表卫星到地球和月球的距离,其计算方式如式(2)。

$$\begin{cases} r_1 = [(x+\mu)^2 + y^2 + z^2]^{1/2} \\ r_2 = [(x+\mu-1)^2 + y^2 + z^2]^{1/2} \end{cases} \quad (2)$$

### 2.2 DRO 轨道

DRO 是 CRTBP 问题中一类稳定的平面轨道族,在旋转坐标系下该轨道沿顺时针(逆行)运动。图 1 展示了 DRO 轨道族,轨道颜色用于区分轨道周期,可以发现振幅越小的 DRO 轨道周期越短<sup>[21]</sup>。

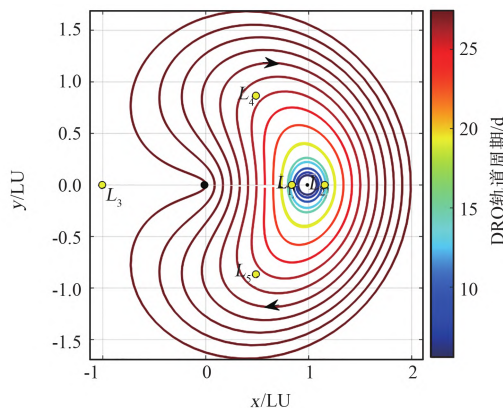


图 1 DRO 轨道族  
Fig.1 DRO family in the CRTBP

对于给定周期的 DRO 轨道,定义  $\mathbf{x}_{\text{dro}}^{t_0}$  为 DRO 沿  $y$  轴正向穿过地月连线的状态, $\tau$  为 DRO 轨道周期,则 DRO 轨道上任意一点的状态  $\mathbf{x}_{\text{dro}}^t$  可由相位因子  $\sigma$  表示,如式(3)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\text{dro}}^t = \boldsymbol{\varphi}^+(\mathbf{x}_{\text{dro}}^{t_0}, t_0; t) \\ t = t_0 + \sigma\tau, \sigma \in [0, 1] \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\varphi}^+$ 表示以  $\mathbf{x}_{\text{dro}}^{t_0}$  为初始状态,从  $t_0$  至  $t$  正向积分 CRTBP 动力学方程所得到的解。

轨道共振比是指月球公转周期与轨道周期之比,具有典型共振比的周期轨道通常可保证地球、月球之间具有周期性的几何关系<sup>[22]</sup>。本文在数值分析当中用到了共振比为 2:1,3:1,4:1 和 3:2 的 DRO 轨道。

### 2.3 自由返回轨道

自由返回轨道三体动力学坐标系下具有对称性,对于月球探测任务,该轨道可以保证卫星面临突发状况时(任务中止或推进系统故障),不需要机动就能返回地球。地月自由返回轨道根据卫星出发和到达方向,分为地心顺行月心逆行、地心逆行月心逆行、地心顺行月心顺行和地心逆行月心顺行 4 种类型。在设计自由返回轨道的过程中,为了避免转移轨道从地球出发数值敏感的问题,可以在近月点构造转移轨道初值以提高算法收敛性<sup>[15]</sup>。

在旋转坐标系下,自由返回轨道在近月点的状态如式(4)。

$$\mathbf{x}_0 = [(1-\mu) \pm r_M, 0, 0, 0, v_M, 0]^T \quad (4)$$

其中, $r_M$  表示近月点月心距, $v_M$  为近月点速度模。自由返回轨道的设计变量如式(5)。

$$\mathbf{X} = [v_M, t_f]^T \quad (5)$$

以  $\mathbf{x}_0$  为初始状态正向积分 CRTBP 动力学方程,卫星在地球附近需满足近地点高度和再入航迹角约束如式(6)。

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} h - h^* \\ \gamma - \gamma^* \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

其中, $h$  为地球再入高度, $\gamma$  为地球再入航迹角。表 1 展示了自由返回轨道的设计参数。

表 1 自由返回轨道的设计参数  
Table 1 Parameters of free-return trajectory

符号	含义	数值
$h^*$	地球再入高度	120 km
$\gamma^*$	再入航迹角	$-6^\circ$
$r_M$	近月点月心距	100 km

至此,自由返回轨道设计问题被转换为非线性方程形式的求解问题,即给定近月点的 2 个打

靶变量(式 5),正向积分 CRTBP 动力学方程至地球附近并满足 2 个等式约束(式 6)。通过二体轨道给定初值可以得到近月点月心距为 100 km 的 4 类自由返回轨道<sup>[15]</sup>,如表 2 所示。为了描述方便,下文以 A、B、C 和 D 分别代指 4 类自由返回轨道。

表 2 自由返回轨道仿真结果( $r_M = 100$  km)  
Table 2 Search results of free-return trajectories( $r_M = 100$  km)

类型	名称	近地轨道速度 脉冲/(km/s)	飞行时间/d
A	地心顺行月心逆行	3.1469	2.8628
B	地心逆行月心逆行	3.1849	2.8254
C	地心顺行月心顺行	3.1471	13.7566
D	地心逆行月心顺行	3.1841	14.9949

定义  $\mathbf{x}_{\text{free}}^{t_0}$  为自由返回轨道在近地轨道的出发状态,  $\tilde{\tau}$  为近地轨道至近月点的飞行时间,则自由返回轨道上任意一点的状态  $\mathbf{x}_{\text{free}}^t$  可由相位因子  $\tilde{\sigma}$  表示,如式(7)。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\text{free}}^t = \boldsymbol{\varphi}^+(\mathbf{x}_{\text{free}}^{t_0}, t_0; t) \\ t = t_0 + \tilde{\sigma}\tilde{\tau}, \tilde{\sigma} \in [0, 1] \end{cases} \quad (7)$$

进一步以表 2 的收敛解作为初值,逐渐增加近月点月心距  $r_M$ ,延拓出 4 类自由返回轨道的解族。具体而言,以  $\Delta r_M = 100$  km 为步长逐渐增加近月点月心距,并使用上一条轨道的收敛解  $v_M$  和  $t_f$  作为当前轨道的初值直到近月点月心距达到 900 000 km。图 2 展示了 4 类自由返回轨道解族,通过插值即可得到任意近月点月心距  $r_M$  对应的自由返回轨道。

### 3 基于自由返回轨道的 DRO 入轨方案

本节基于自由返回轨道的 4 类解族,设计从地球低轨至 DRO 的转移轨道,转移方式包括两脉冲直接转移和四脉冲月球借力 2 种情况。

#### 3.1 两脉冲直接转移方式

两脉冲直接转移方式可描述为:卫星初始位于近地停泊轨道,施加第 1 次脉冲后进入任意类型的自由返回轨道,之后施加第 2 次速度脉冲入轨 DRO 轨道。由于采用自由返回轨道,即使 DRO 制动脉冲失败卫星也可安全返回地球。

在地月旋转系下,自由返回轨道和 DRO 轨道的 4 类解族都垂直穿越  $x$  轴,可以设置自由返回

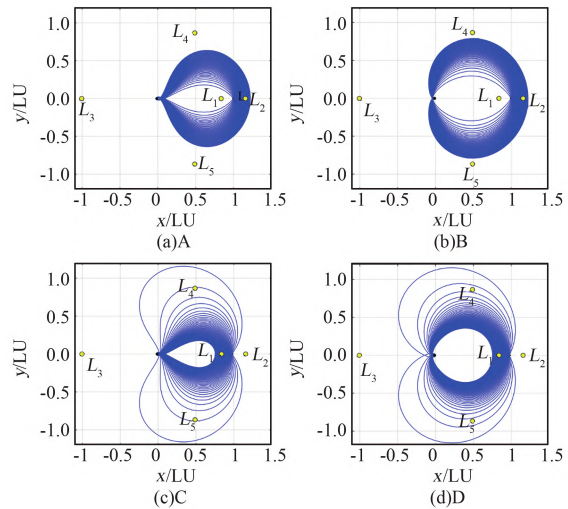


图 2 4 种类型自由返回轨道族  
Fig.2 Four types of free-return trajectory families

轨道的近月点作为 DRO 轨道的入轨点。DRO 轨道正向/反向穿越  $x$  轴的状态可通过设置 DRO 轨道相位因子  $\sigma = 0$  和  $\sigma = 0.5$  得到,调整  $r_M$  使得 4 类自由返回轨道和 DRO 轨道在近月点位置重合。则 DRO 入轨速度增量为 2 条轨道在拼接点处的速度差。

#### 3.2 四脉冲月球借力方式

四脉冲月球借力轨道转移方式可描述为:卫星初始位于近地停泊轨道,施加第 1 次脉冲后进入任意类型的自由返回轨道,在地月飞行过程中施加第 2 次脉冲离开自由返回轨道,在近月点施加第 3 次脉冲改变轨道能量,并最终施加第 4 次脉冲嵌入 DRO 轨道。与两脉冲直接入轨方式不同,四脉冲月球借力轨道转移方式需构造局部优化问题,通过优化自由返回轨道离轨时刻、月球借力参数以及 DRO 入轨相位等设计参数,最小化任务总脉冲。

构造以下非线性规划问题  $\mathcal{P}$  如式(8)。

$$\mathcal{P} \begin{cases} \text{Find:} & \mathbf{X} \in \mathbf{R}^n \\ \text{Minimize:} & J(\mathbf{X}) \\ \text{Subject - to:} & \begin{cases} lb \leq \mathbf{X} \leq ub \\ \boldsymbol{\psi}(\mathbf{X}) = 0 \\ \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{X}) < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^n$  是优化变量,  $J: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  是目标函数,  $lb \in \mathbf{R}^n$  和  $ub \in \mathbf{R}^n$  是优化变量的边界,  $\boldsymbol{\psi}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$  为等式约束,  $\boldsymbol{\varphi}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^h$  是不等式约束, 优化变量  $\mathbf{X}$  如式(9)。

$$\mathbf{X} = [r_M, r_{lga}, i, \Omega, \theta, \beta_1, \beta_2, T_1, T_2, \sigma, \tilde{\sigma}]^T \quad (9)$$

其中,  $r_M$  为自由返回轨道月心距。  $r_{lga}$  为环月圆轨道半径,  $i$  为轨道倾角,  $\Omega$  为升交点赤经,  $\theta$  为真近点角。假设卫星在近月点的状态表示为环月圆轨道上一点施加切向脉冲,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  分别表示借力前后卫星速度与环月圆轨道的速度模之比,  $T_1$  为卫星从自由返回轨道离轨后至近月点的飞行时间,  $T_2$  为卫星从近月点至 DRO 入轨的飞行时间。卫星在月球借力前后的状态分别表示为式(10)和式(11)。

$$\mathbf{x}_{lga}^- = [r_{lga}, \mathbf{v}_{lga}^-]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_{lga}^+ = [r_{lga}, \mathbf{v}_{lga}^+]^T \quad (11)$$

其中: 状态量包括卫星在近月点的位置矢量  $r_{lga}$ , 卫星在月球借力前后的速度矢量  $\mathbf{v}_{lga}^+$  和  $\mathbf{v}_{lga}^-$ , 这些状态量的数学表达如式(12)~(14)所示。

$$\mathbf{r}_{lga} = r_{lga} \begin{bmatrix} c_\theta c_\Omega - s_\theta s_\Omega c_i + (1 - \mu) \\ c_\theta s_\Omega + s_\theta c_\Omega c_i \\ s_\theta s_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中,  $s_\theta$ 、 $c_\theta$ 、 $s_\Omega$ 、 $c_\Omega$ 、 $s_i$  和  $c_i$  分别为  $\sin\theta$ 、 $\cos\theta$ 、 $\sin\Omega$ 、 $\cos\Omega$ 、 $\sin i$  和  $\cos i$  缩写。卫星在月球借力前的速度矢量  $\mathbf{v}_{lga}^-$  表示式(13)。

$$\mathbf{v}_{lga}^- = -\beta_1 \sqrt{\frac{\mu_M}{r_{lga}}} \begin{bmatrix} s_\theta c_\Omega + c_\theta s_\Omega c_i \\ s_\theta s_\Omega - c_\theta c_\Omega c_i \\ -c_\theta s_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$+ r_{lga} \begin{bmatrix} c_\theta s_\Omega + s_\theta c_\Omega c_i \\ -c_\theta c_\Omega + s_\theta s_\Omega c_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

卫星在月球借力后的速度矢量  $\mathbf{v}_{lga}^+$  表示为式(14)。

$$\mathbf{v}_{lga}^+ = -\beta_2 \sqrt{\frac{\mu_M}{r_{lga}}} \begin{bmatrix} s_\theta c_\Omega + c_\theta s_\Omega c_i \\ s_\theta s_\Omega - c_\theta c_\Omega c_i \\ -c_\theta s_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$+ r_{lga} \begin{bmatrix} c_\theta s_\Omega + s_\theta c_\Omega c_i \\ -c_\theta c_\Omega + s_\theta s_\Omega c_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

则卫星在近月点的速度脉冲  $\Delta v_{lga}$  表示为式(15)。

$$\Delta v_{lga} = |\mathbf{v}_{lga}^+ - \mathbf{v}_{lga}^-| \quad (15)$$

定义  $t_{lga}$  为卫星在近月点的时刻, 自由返回轨道离轨时刻  $t_{dep} = t_{lga} - T_1$ , DRO 入轨时刻  $t_{arr} = t_{lga}$

+  $T_2$ 。定义  $\mathbf{x}_{dep} = \boldsymbol{\varphi}^-(\mathbf{x}_{lga}^-, t_{lga}; t_{dep})$  表示以  $\mathbf{x}_{lga}^-$  为初始状态, 从  $t_{lga}$  至  $t_{dep}$  反向积分动力学方程所得到的解, 则在  $t_{dep}$  需满足的位置约束  $\boldsymbol{\psi}_{dep}$  和施加的速度脉冲  $\Delta \mathbf{v}_{dep}$  表示为式(16)~(17)。

$$\boldsymbol{\psi}_{dep} = \mathbf{r}_{dep} - \mathbf{r}_{free}(\tilde{\sigma}) \quad (16)$$

$$\Delta \mathbf{v}_{dep} = |\mathbf{v}_{dep} - \mathbf{v}_{free}(\tilde{\sigma})| \quad (17)$$

定义  $\mathbf{x}_{dep} = \mathbf{x}^+(\mathbf{v}_{lga}^+, t_{lga}; t_{arr})$  表示以  $\mathbf{x}_{lga}^+$  为初始状态, 从  $t_{lga}$  至  $t_{arr}$  正向积分动力学方程所得到的解, 则在  $t_{arr}$  需满足位置约束  $\boldsymbol{\psi}_{arr}$  和施加的速度脉冲  $\Delta \mathbf{v}_{arr}$  表示为式(18)~(19)。

$$\boldsymbol{\psi}_{arr} = \mathbf{r}_{arr} - \mathbf{r}_{dro}(\sigma) \quad (18)$$

$$\Delta \mathbf{v}_{arr} = |\mathbf{v}_{arr} - \mathbf{v}_{dro}(\sigma)| \quad (19)$$

假设第一次脉冲由火箭提供, 目标函数为最小化卫星施加的3次脉冲和, 目标函数表示为式(20)。

$$J = \min(\Delta v_{dep} + \Delta v_{lga} + \Delta v_{arr}) \quad (20)$$

## 4 数值仿真

### 4.1 两脉冲直接转移方式

选择共振比为 2:1 的 DRO 轨道作为目标轨道。图3展示了采用直接转移方式, 4类地月自由返回轨道至 DRO 轨道的仿真图。通过采用自由返回轨道, 即使 DRO 制动脉冲失效, 飞行器也可安全返回地球。

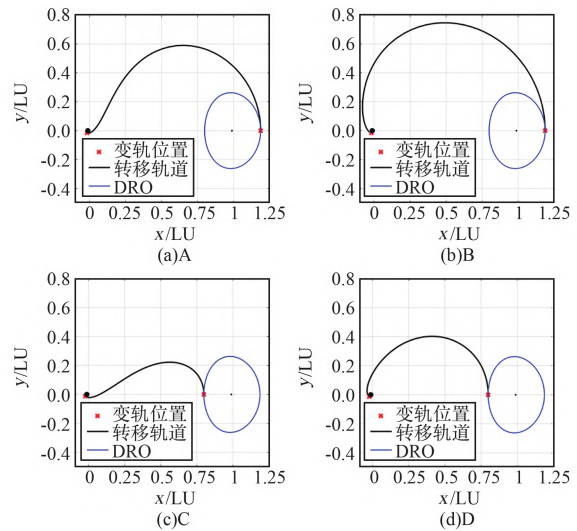


图3 两脉冲直接转移轨道  
Fig.3 Two-burn direct transfers

图3展示了自由返回轨道至 DRO 的转移轨道。表3列出了飞行时间和所需速度增量。  $\Delta v$



表示总速度增量,从表中可以发现 A 类和 B 类轨道入轨方向和 DRO 运行方向相同,因而速度脉冲远低于 C 类和 D 类轨道。此外 A 类和 B 类转移轨道的飞行时间较为接近(都约为 6 d),但是 A 类转移轨道的 DRO 制动脉冲更低,仅需 0.60 km/s。

表 3 直接转移轨道仿真结果

Table 3 Simulation results of direct transfers

类型	$t_f/d$	$\Delta v_{dep}/(km/s)$	$\Delta v_{arr}/(km/s)$	$\Delta v/(km/s)$
A	6.17	3.1376	0.6070	3.7446
B	6.25	3.1717	0.9007	4.0724
C	3.77	3.0970	1.1825	4.2795
D	3.75	3.1328	1.6362	4.7691

综合考虑飞行时间以及入轨脉冲消耗,对于共振比 2 : 1 的 DRO 轨道,A 类飞行轨道更为适合部署载人飞行器。进一步采用 A 类自由返回轨道,计算不同 DRO 周期的两脉冲直接转移轨道,如图 4 所示。

图 4 中黑色粗实线为自由返回轨道,蓝色细实线为 DRO 轨道族,粉色粗线标识了 4 条特殊共振比的 DRO 轨道,红色“×”表示变轨位置。绘制速度脉冲和与飞行时间随 DRO 轨道周期的变化曲线,如图 5 所示。

图 5 中横轴表示 DRO 轨道的周期,纵轴分别为总速度脉冲和飞行时间。蓝色实线为速度增量变化曲线,黑色虚线为飞行时间变化曲线。可以发现随着 DRO 轨道周期的增加,总速度脉冲先略微增加然后急剧减小,而飞行时间则单调增加。

图 5 中速度增量最低的位置位于轨道周期为 27.3 d 处,此时共振比接近 1 : 1,总速度增量为 3.33 km/s。此外,图中特别标注了四条典型共振比的 DRO 轨道(共振比分别为 2 : 1、3 : 1、4 : 1

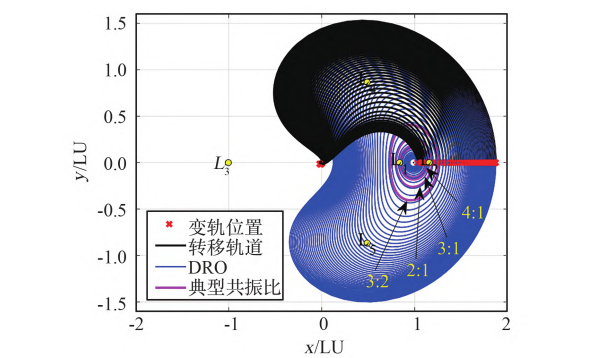


图 4 不同 DRO 周期的两脉冲直接转移轨道  
Fig.4 Direct transfers with different DRO orbit period

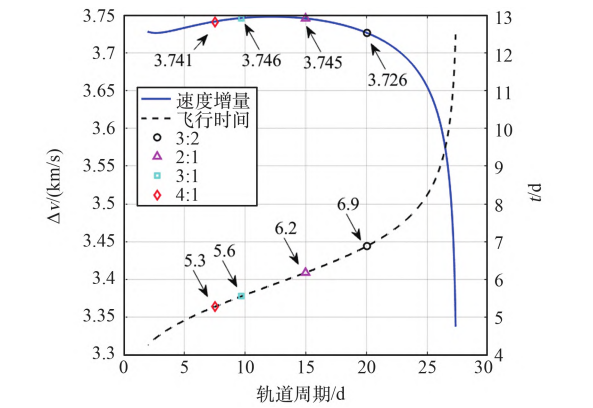


图 5 速度增量与飞行时间随 DRO 周期的变化曲线  
Fig.5 Variations of transfer cost and flight time with DRO orbit period

和 3 : 2)。可以发现 4 条 DRO 轨道的总速度脉冲差别不大(3.72~3.74 km/s),飞行时间随着轨道周期增大而增加,但均低于 10 d。因而这 4 条典型共振比的 DRO 轨道都可采用两脉冲直接入轨方式。

4.2 四脉冲月球借力方式

给定 DRO 轨道共振比为 2 : 1,月球借力转移方式的优化变量和边界如表 4 所示。

表 4 月球借力转移方式的优化变量和边界

Table 4 Optimal variables and boundaries of LGA

变量	含义	下界	上界
$r_M/km$	自由返回轨道近月点月心距	100	90000
$r_{lga}/km$	月球借力近月点高度	100	5000
$i/rad$	月球借力轨道倾角	0	$\pi$
$\Omega/rad$	月球借力升交点赤经	0	$2\pi$
$\theta/rad$	月球借力真近点角	0	$2\pi$
$\beta_1$	借力前速度脉冲比	1.37	1.5
$\beta_2$	借力后速度脉冲比	1.37	1.5
$T_1/d$	借力前飞行时间	0	5
$T_2/d$	借力后飞行时间	0	15
$\sigma$	DRO 入轨相位	0	1
$\tilde{\sigma}$	自由返回轨道离轨相位	0	1

对于 4 类不同的自由返回轨道,通过求解非线性规划问题得到收敛解集,非线性规划求解器采用 Matlab 中的 *Fmincon* 函数,算法采用“Active-set”。图 6 展示了解集中速度脉冲最低的转移轨道。表 5 列出了这 4 条轨道的速度脉冲和飞行时间。

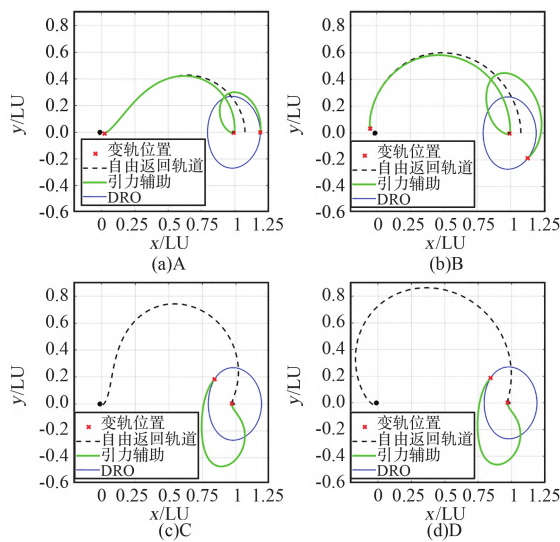


图 6 四脉冲月球借力转移轨道  
Fig.6 Four-burn LGA transfers

表 5 借力转移轨道策略最优解  
Table 5 Optimal results of LGA transfers

类型	$t_f/d$	$\Delta v_{dep}/(km/s)$	$\Delta v_{retar}/(km/s)$	$\Delta v_{lga}/(km/s)$	$\Delta v_{arr}/(km/s)$	$\Delta v/(km/s)$
A	14.53	3.130	0.008	0.150	0.083	3.371
B	20.03	3.164	0.013	0.292	0.087	3.557
C	22.62	3.128	0.335	0.000	0.092	3.555
D	22.36	3.161	0.554	0.000	0.091	3.806

观察表 5 发现,A 类轨道的飞行时间和总速度脉冲最低,假设从近地轨道出发的第一次脉冲由火箭提供,则卫星需要施加的 3 次脉冲和为 0.241 km/s,飞行时间约为 14.53 d。

进一步选择 A 类转移轨道,分析自由返回轨道离轨相位因子对转移轨道速度脉冲的影响。图 7 显示了相位因子分别等于 0.2、0.4、0.6 和 0.8 的月球借力转移轨道。

图 7 中蓝色细实线表示 DRO 轨道族,黑色虚线表示自由返回轨道,绿色粗实线为离轨后的转移轨道,红色“x”表示变轨位置。图 8 和图 9 展示了对于不同的自由返回轨道相位因子,速度增量和飞行时间随 DRO 周期的变化曲线。

图 8 展示了对于不同的自由返回轨道离轨相位因子,速度脉冲随 DRO 轨道周期的变化曲线。从图中可以发现离轨时间越早,总速度脉冲越低。表 6 显示了图 8 中几类特定振幅 DRO 轨道的仿真结果。

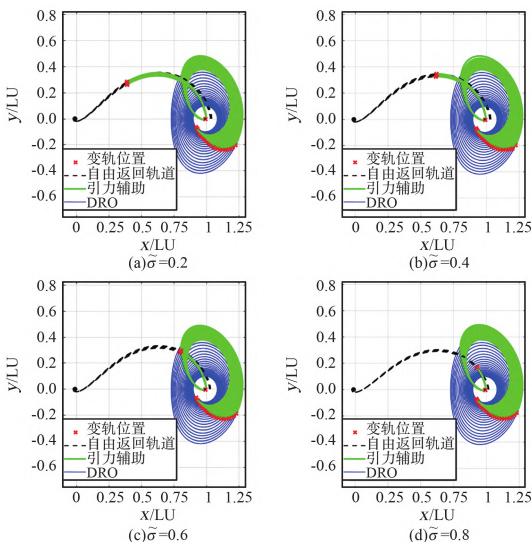


图 7 月球借力转移轨道(自由返回轨道相位因子分别为 0.2、0.4、0.6 和 0.8)  
Fig.7 LGA transfers (phase factors of free return orbit were 0.2, 0.4, 0.6 and 0.8)

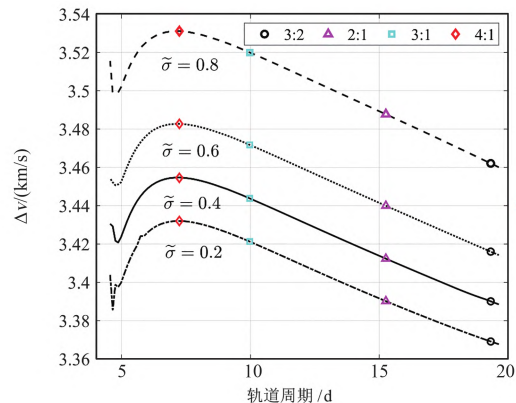


图 8 不同自由返回轨道相位因子,速度增量随 DRO 周期变化曲线  
Fig.8 Variations of phase factor and transfer cost with DRO orbit period

表 6 不同相位 LGA 转移轨道速度增量对比  
Table 6 Comparison of transfer maneuver of LGA transfer orbit with different phase factors

DRO 共振比	总速度脉冲/(km/s)			
	$\tilde{\sigma} = 0.2$	$\tilde{\sigma} = 0.4$	$\tilde{\sigma} = 0.6$	$\tilde{\sigma} = 0.8$
4:1	3.432	3.454	3.483	3.531
3:1	3.421	3.441	3.471	3.520
2:1	3.390	3.412	3.440	3.488
3:2	3.369	3.390	3.416	3.462

从表 6 可知,轨道周期越长的 DRO 轨道,总速度脉冲越低。总脉冲最低目标轨道为 3:2 共振

比 DRO 轨道。

图 9 展示了对于不同的自由返回轨道离轨相位因子,飞行时间随 DRO 轨道周期的变化曲线。从图中可以发现出发时间越晚,飞行时间越小,但变化范围不大(18.86~19.49 d)。表 7 显示了图 9 中几类特定振幅 DRO 轨道的仿真结果。

表 7 对比了特定振幅 DRO 结果,结果显示轨道周期越大的转移轨道,飞行时间越小,但相差不到 1 d。因此采用月球借力方式有效降低了任务总脉冲,但是飞行器只有第一次脉冲失效才可返回地球附近。

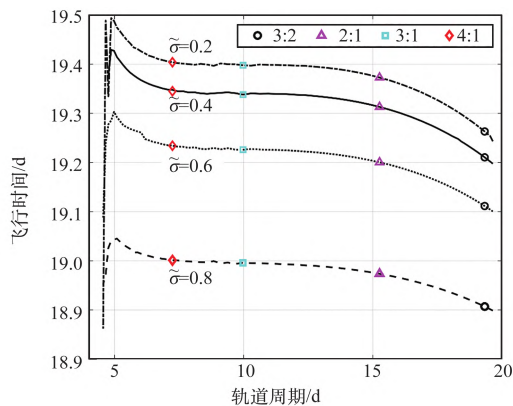


图 9 不同自由返回轨道相位因子,飞行时间随 DRO 周期变化曲线

Fig.9 Variations of phase factor and flight time with DRO orbit period

表 7 不同相位 LGA 转移轨道飞行时间对比  
Table 7 Comparison of flight time of LGA transfer orbit with different phase factors

DRO 共振比	总飞行时间/d			
	$\tilde{\sigma} = 0.2$	$\tilde{\sigma} = 0.4$	$\tilde{\sigma} = 0.6$	$\tilde{\sigma} = 0.8$
4:1	19.40	19.34	19.23	19.00
3:1	19.39	19.34	19.23	18.99
2:1	19.37	19.31	19.20	18.97
3:2	19.26	19.21	19.12	18.91

## 5 结论

本文研究了基于自由返回轨道的 DRO 入轨问题,提出了两脉冲直接转移和四脉冲月球借力轨道转移策略。此策略充分利用了自由返回轨道无需动力就能返回地球的特点,有效提高了 DRO 部署任务的可靠性。在圆型限制性三体模型下计算了 4 类自由返回轨道的解族,采用地心顺行月

心逆行自由返回轨道,获得了 2 种入轨方式进入不同周期 DRO 所需的飞行时间和脉冲消耗。通过数值仿真得到如下结论:

1) 对于共振比 2:1 的 DRO 轨道,直接入轨方式所需的制动速度脉冲约为 607 m/s,飞行时间约为 6.17 d,飞行器在 DRO 入轨脉冲失效的情况下也可无动力返回地球,适用于载人探测任务。四脉冲月球借力方式所需的速度脉冲约为 241 m/s,飞行时间约为 14.53 d,这种方式与直接入轨相比,速度增量明显下降。

2) 对于共振比分别为 3:2,2:1,3:1,4:1 的 DRO 轨道,两脉冲直接转移和四脉冲月球解列离开近地轨道速度脉冲区间分别为 3132~3142 m/s 和 3127~3128 m/s,差别小于 10 m/s,当自由返回轨道离轨相位因子在 [0.2,0.8] 之间变化时,离轨时刻越早则速度脉冲越低。其中,两脉冲直接转移所需制动脉冲为 534~612 m/s,飞行时间为 5.3~6.9 d,四脉冲借力转移所需脉冲为 241~402 m/s,飞行时间 18.91~19.40 d。

上述轨道设计策略和分析结论对于未来考虑安全入轨的地月空间转移轨道方案提供了参考,后续可进一步分析任务中止在两种不同转移方式下对于任务成本的影响。

## 参考文献(References)

- [1] 徐明,徐世杰.绕月飞行的大幅值逆行轨道研究[J].宇航学报,2009,30(5):1785-1791.  
Xu M, Xu S J. Stability analysis and transiting trajectory design for retrograde orbits around moon[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(5): 1785-1791.(in Chinese)
- [2] Condon G L, Williams J. Asteroid redirect crewed mission nominal design and performance [C]// International Conference on Space Operations. Colorado: AAS/AIAA, 2013.
- [3] Dawn T F, Gutkowski J, Batcha A, et al. Trajectory design considerations for exploration mission 1 [C]//2018 Space Flight Mechanics Meeting. United States: AAS/AIAA, 2018: 0968.
- [4] 彭坤,杨雷.利用地月间空间站的载人登月飞行模式分析[J].宇航学报,2018,39(5):471-481.  
Peng K, Yang L. Analysis on human lunar exploration flight modes vis cislunar space station[J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(5): 471-481.(in Chinese)
- [5] Conte D, Di Carlo M, Ho K, et al. Earth-Mars Transfers through Moon Distant Retrograde Orbits [J]. Acta Astronautica, 2018, 143: 372-379.
- [6] Lam T, Whiffen G J. Exploration of distant retrograde orbits around europa [C]//AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Colorado: AAS/AIAA, 2005, AAS 05-100.
- [7] Welch C M, Parker J S, Buxton C. Mission considerations for



- transfers to a distant retrograde orbit [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 2015, 62(2): 101-124.
- [8] Parrish N L, Parker J S, Hughes S P, et al. Low-thrust transfers from distant retrograde orbits to L2 halo orbits in the Earth-Moon system [C]//6th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques. Germany: ICATT, 2016: 14-17.
- [9] Oshima K. The use of vertical instability of I1 and I2 planar lyapunov orbits for transfers from near rectilinear halo orbits to planar distant retrograde orbits in the earth-moon system [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, Springer, 2019, 131(3): 1-28.
- [10] 曾豪, 李朝玉, 彭坤, 等. 地月空间 NRHO 与 DRO 在月球探测中的应用研究 [J]. 宇航学报, 2020, 41(7): 910-919.
- Zeng H, Li Z Y, Peng K, et al. Research on application of earth-moon nrho and dro for lunar exploration [J]. Journal of Astronautics, 2020, 41(7): 910-919.(in Chinese)
- [11] Ocampo C. Trajectory analysis for the lunar flyby rescue of AsiaSat-3/HGS-1 [J]. Annals of the New York Academy of Sciences, Wiley Online Library, 2005, 1065(1): 232-253.
- [12] 白玉铸, 陈小前, 李京浩. 载人登月自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计方法 [J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(2): 33-39.
- Bai Y ZH, Chen X Q, Li J H, Free-return trajectory and hybrid trajectory design for manned lunar landing missions [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(2): 33-39.(in Chinese)
- [13] 黄文德, 郝晓宁, 王威, 等. 基于双二体假设的载人登月自由返回轨道特性分析及设计 [J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1297-1303.
- Huan W D, Xi X N, Wang W, et al. Characteristic analysis and design of free return orbit for lunar manned landing based on the double two-body model [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(5): 1297-1303.(in Chinese)
- [14] 彭祺攀. 考虑应急返回能力的载人登月轨道优化设计及特性分析 [D]. 国防科学技术大学, 2012.
- Peng Q B, Optimal trajectory design and characteristics analysis for manned lunar landing mission with emergency return capability [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012.(in Chinese)
- [15] Jesick M, Ocampo C. Automated generation of symmetric lunar free-return trajectories [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(1): 98-106.
- [16] 彭坤, 孙国江, 王平. 地月空间对称自由返回轨道设计与分析 [J]. 航天器工程, 2018, 27(6): 27-33.
- Peng K, Sun G J, Wang P, et al. Design and analysis of symmetrical free-return trajectories in earth-moon space [J]. Spacecraft Engineering, 2018, 27(6): 27-33.(in Chinese)
- [17] 路毅, 李恒年, 韩雷. 搭载平动点中继星的载人自由返回探月轨道设计与优化 [J]. 载人航天, 2017, 23(3): 320-326.
- Lu Y, Li H N, Han L, et al. Orbit design and optimization for manned lunar free-return trajectory with probe carrying lunar relay satellite near libration point [J]. Manned Spaceflight, 2017, 23(3): 320-326.(in Chinese)
- [18] Jesick M. Abort options for human missions to earth-moon halo orbits [J]. Advances in the Astronautical Science, 2013, 148: 2113-2132.
- [19] Pratt W D, Buxton C, Hall S, et al. Trajectory design considerations for human missions to explore the lunar farside from the earth-moon lagrange point EM-L2 [C]//AIAA SPACE 2013 Conference and Exposition. 2013: 5478.
- [20] Koon W S, Lo M W, Marsden J E, et al. Dynamical systems, the three-body problem and space mission design [M]//World Scientific, 2009.
- [21] 陈冠华, 杨驰航, 张晨, 等. 地月空间的远距离逆行轨道族及其分岔研究 [J/OL]. 北京航空航天大学学报: 1-18 [2021-05-08]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0608>.
- Chen G H, Yang C H, Zhang C, et al. Distant retrograde orbits and its bifurcations in earth-moon system [J/OL]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics: 1-18 [2021-05-08]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0608>.(in Chinese)
- [22] 彭超, 温昶煊, 高扬. 地月空间 DRO 与 HEO(3:1/2:1) 共振轨道延拓求解及其稳定性分析 [J]. 载人航天, 2018, 24(6): 703-718.
- Peng C, Wen Ch X, Gao Y. DRO and HEO(3:1/2:1) resonant orbits in cislunar space calculated by continuation and their stability analysis [J]. Manned Spaceflight, 2018, 24(6): 703-718.(in Chinese)

(责任编辑: 孙京霞)