

## Macro III - Crescimento Econômico

### 1 Modelo Neoclássico de Crescimento - Modelo de Solow

#### 1.1 Exercícios Empíricos

1. (Romer, 2012) Considere o fato de que a taxa de crescimento de uma variável é igual à derivada do seu logaritmo com respeito ao tempo. Mostre que:

- (a) A taxa de crescimento do produto de duas variáveis é igual à soma de suas taxas de crescimento. Ou seja, se  $Z(t) = X(t)Y(t)$ , então

$$\frac{\dot{Z}(t)}{Z(t)} = \left[ \frac{\dot{X}(t)}{X(t)} \right] + \left[ \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} \right]$$

- (b) A taxa de crescimento da razão entre duas variáveis é igual à diferença de suas taxas de crescimento. Ou seja, se  $Z(t) = X(t)/Y(t)$ , então

$$\frac{\dot{Z}(t)}{Z(t)} = \left[ \frac{\dot{X}(t)}{X(t)} \right] - \left[ \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} \right]$$

- (c) Se  $Z(t) = X(t)^\alpha$ , então  $\dot{Z}(t)/Z(t) = \alpha \dot{X}(t)/X(t)$ .

2. (Romer, 2012) Suponha que a taxa de crescimento de uma dada variável,  $X$ , é constante e igual a  $a > 0$  do instante  $t_0$  até o instante  $t_1$ ; cai para zero no instante  $t_1$ ; aumenta gradualmente de zero para  $a$  do instante  $t_1$  até o instante  $t_2$ ; e permanece constante e igual a  $a$  depois do instante  $t_2$ .

- (a) Esboce um gráfico da taxa de crescimento de  $X$  como uma função do tempo.  
 (b) Esboce um gráfico do logaritmo de  $X$  como uma função do tempo.

3. (Romer, 2012) Descreva como cada um dos seguintes eventos afetam (se afetam) o investimento *break-even* e o investimento real, considerando o diagrama do modelo de Solow.

- (a) Uma queda na taxa de depreciação.  
 (b) Um aumento na taxa de progresso tecnológico.  
 (c) Um aumento na participação do capital,  $\alpha$ , quando a função de produção é  $f(k) = k^\alpha$ .

4. (Romer, 2012) Suponha que a função de produção seja do tipo Cobb-Douglas.

- (a) Encontre expressões para  $k^*$ ,  $y^*$ , e  $c^*$  como funções dos parâmetros  $s$ ,  $n$ ,  $g$ ,  $\delta$ , e  $\alpha$ .  
 (b) Qual é o valor *golde-rule* de  $k$ .  
 (c) Qual é a taxa de poupança necessária para produzir um estoque de capital *golde-rule*.

5. (Romer, 2012) Encontre a elasticidade do produto por unidade de trabalho efetivo na trajetória de crescimento equilibrado,  $y^*$ , com respeito à taxa de crescimento populacional,  $n$ . Se  $\alpha = 1/3$ ,  $g = 2\%$ , e  $\delta = 3\%$ , em quanto uma queda em  $n$  de 2% para 1% aumenta  $y^*$ .

6. (ANPEC, 2003) Considere uma economia com a seguinte função de produção:  $Y = 0.5K^{0.5}L^{0.5}$ . A população cresce a uma taxa anual de 0,02%, a taxa de poupança é de 0,02% e a depreciação é inexistente. Utilizando o modelo de crescimento de Solow, calcula-se a relação capital-trabalho no estado estacionário.
7. (ANPEC, 2004) Considere uma economia cuja função de produção é dada por  $Y = K^{1/2}(AL)^{1/2}$ . Por sua vez, a taxa de poupança é igual a 20%, a taxa de depreciação é 5%, a taxa de crescimento do número de trabalhadores é 2.5% e a taxa de progresso tecnológico é 2.5%. Calcule o valor do capital por trabalhador efetivo no estado estacionário.
8. (ANPEC, 2008) Considere um modelo de crescimento de Solow, com taxa de poupança de 20% e taxa de depreciação do capital de 5% ao ano. Os mercados de fatores são perfeitamente competitivos. A função de produção é dada por  $Y = K^{1/2}L^{1/2}$ , em que:  $Y$  é o produto,  $K$  é o estoque de capital e  $L = N \times E$  é o estoque de trabalhadores efetivos, isto é, o número de trabalhadores  $N$  multiplicado pelo índice de eficiência do trabalho  $E$ . O número de trabalhadores  $N$  cresce à taxa de 3% ao ano e a taxa de progresso técnico (taxa de crescimento de  $E$ ) é de 2% ao ano. Pergunta-se: Qual é o estoque de capital em unidades de trabalho efetivo, em estado estacionário?
9. (ANPEC, 2010) Considere o modelo de crescimento de Solow, com a seguinte função de produção:  $Y = K^{1/3}(A)^{2/3}$ , em que a  $Y$ ,  $K$ ,  $L$ , e  $A$  são, respectivamente, o produto, o estoque de capital, o número de trabalhadores e a tecnologia. Os mercados de fatores são perfeitamente competitivos e a economia encontra-se em uma trajetória de crescimento equilibrado, na qual o produto cresce 4% ao ano e a relação capital-produto é igual a 4. A taxa de depreciação do capital é de 3% ao ano e o número de trabalhadores cresce 2% ao ano. Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo: (Assuma que, se  $X = W$ , então  $\dot{X} = \dot{W} + \dot{Z}$ )
- (a) A taxa de poupança da economia é de 28%.
  - (b) O produto por trabalhador efetivo é igual a 2.
  - (c) O estoque de capital por trabalhador efetivo encontra-se acima do nível associado à regra de ouro.
  - (d) Se a taxa de poupança aumentar 1 ponto percentual (tudo o mais constante), a economia convergirá para uma nova trajetória de crescimento equilibrado, na qual o nível de consumo por trabalhador efetivo será maior do que o nível original.
  - (e) Se a taxa de depreciação aumentar (tudo o mais constante), a economia convergirá para uma nova trajetória de crescimento equilibrado, na qual o salário real crescerá a uma taxa mais baixa do que a original.
10. (ANPEC, 2011) Considere o modelo de crescimento de Solow com função de produção dada por  $Y = K^{1/2}L^{1/2}$ , sendo  $Y$  o produto,  $K$  o estoque de capital,  $L$  o número de trabalhadores. Nessa economia, a população cresce a uma taxa constante igual a 5%, a taxa de depreciação do estoque de capital é de 5%, e a taxa de poupança é de 20%. Calcule o valor do salário real no estado de crescimento equilibrado.
11. (ANPEC, 2013) Classifique as afirmativas abaixo como verdadeiras ou falsas:
- (a) No modelo de Solow, sem crescimento populacional e progresso tecnológico, há apenas um nível de estoque de capital por trabalhador no estado estacionário no qual a quantidade de investimento igual a depreciação do capital.
  - (b) No modelo de Solow, sem crescimento populacional e progresso técnico, o nível de renda per capita dos países no estado estacionário depende do nível inicial de capital por trabalhador da economia.

- (c) No modelo de Solow, sem crescimento populacional e progresso tecnológico, um aumento permanente na taxa de poupança levará a um aumento permanente na taxa de crescimento da renda per capita.
  - (d) As modernas teorias do crescimento endógeno tentam explicar a taxa de progresso tecnológico, que o Modelo de Solow considera exógeno.
  - (e) O resíduo de Solow mede a proporção do crescimento que não pode ser explicada pelo crescimento no capital ou no trabalho.
12. (ANPEC, 2013) Considere o modelo de crescimento de Solow, com função de produção dada por  $Y = K^{1/2}L^{1/2}$ , sendo  $Y$  o produto,  $K$  o estoque de capital, e  $L$  o número de trabalhadores. Nessa economia não há crescimento populacional nem progresso tecnológico. A taxa de poupança é de 40% e a taxa de depreciação do estoque de capital é de 20%. Calcule o estoque de capital por trabalhador no estado estacionário.
13. (ANPEC, 2015) Segundo o modelo de Solow, classifique as afirmativas como verdadeiras ou falsas:
- (a) Quando a economia está no estado estacionário, o produto por trabalhador cresce à taxa de progresso tecnológico.
  - (b) Sem progresso tecnológico, a economia converge para uma taxa de crescimento estável, em que é zero o crescimento da renda per capita.
  - (c) O progresso tecnológico depende da taxa de crescimento populacional.
  - (d) As economias com maiores taxas de poupança terão maiores taxas de crescimento econômico em estado estacionário.
  - (e) A taxa de crescimento do produto por trabalhador no longo prazo é zero.
14. (ANPEC, 2015) Considere concorrência perfeita em todos os mercados e uma função de produção agregada na forma  $Y(t) = K(t)^{0.5}[A(t)L(t)]^{0.5}$ , em que  $K$  e  $L$  são, respectivamente, as quantidades de capital e de trabalho, e  $A$  é o estado da tecnologia. As taxas de crescimento do produto, do estoque de capital e do estoque de trabalho são, respectivamente, 4,5%, 4% e 2%. Pelo método da contabilidade do crescimento, calcule a razão entre a taxa de progresso técnico e o resíduo de Solow.
15. (ANPEC, 2016) Considere um modelo de crescimento de Solow em que capital humano é incorporado na forma de qualificação de acordo com as seguintes equações: *i*)  $Y(t) = K(t)^{1/3}[A(t)H(t)]^{2/3}$  é a função de produção agregada, em que  $Y(t)$  é o produto,  $K(t)$  é o capital,  $H(t)$  é a quantidade de trabalho qualificado e  $A(t)$  é o estado da tecnologia; *ii*)  $H(t) = e^{0.2\mu}L(t)$ , em que  $L(t)$  é a quantidade de trabalho não qualificado e  $\mu$  é a fração da dotação de tempo que os trabalhadores gastam para se qualificar. Dado que  $\mu = 0.2$ ,  $A(0) = 1$ , a taxa de poupança é igual a 0.06 e as taxas de crescimento populacional, de depreciação do capital e de progresso técnico são todas iguais a 0.02, determine o instante de tempo  $t$  no qual  $\ln(y^*(t)) = 1$ , sendo  $y^*(t)$  o produto por trabalhador no estado estacionário.
16. (ANPEC, 2016) Considere o modelo de crescimento de Solow com as seguintes características: *i*)  $Y(t) = K(t)^{1/3}[A(t)L(t)]^{2/3}$  é a função de produção agregada, em que  $Y(t)$  é o produto,  $K(t)$  é o capital,  $H(t)$  é a quantidade de trabalho qualificado e  $A(t)$  é o estado da tecnologia; *ii*)  $n + \delta + g = 1/12$ , em que  $n$ ,  $\delta$  e  $g$  são, respectivamente, as taxas de crescimento populacional, de depreciação do capital e de progresso técnico; *iii*) a taxa de poupança está no nível de regra de ouro. Calcule o produto por trabalhador efetivo no estado estacionário.

17. (ANPEC, 2017) Considere um modelo de Solow com progresso tecnológico em que os mercados de fatores são perfeitamente competitivos. A função de produção é dada por  $Y = (AL)^{0.5}K^{0.5}$ , em que  $Y$  é o produto,  $A$  é o índice de eficiência do trabalho,  $L$  é o número de trabalhadores,  $K$  é o estoque de capital e  $AL$  é o estoque de trabalhadores efetivos. Dado que a taxa de poupança é de 30%, a taxa de depreciação do capital é de 4% ao ano, o número de trabalhadores cresce à taxa de 2% ao ano e o progresso tecnológico (taxa de crescimento de  $A$ ) é de 4% ao ano, calcule o estoque de capital em unidades de trabalho efetivo em estado estacionário.
18. (ANPEC, 2019) Considere o modelo de crescimento de Solow aplicado a uma economia cuja função de produção é dada por  $Y = K^{0.5}(AL)^{0.5}$ , em que  $Y$  é o produto,  $K$  o capital,  $L$  o número de trabalhadores e  $A$  é o estado da tecnologia. A taxa de poupança é igual a 14%, a taxa de depreciação é igual a 8%, o número de trabalhadores cresce 2% ao ano e a taxa de progresso tecnológico é de 4% ao ano. Com base nestas informações, julgue as seguintes afirmativas:
- O nível de estoque de capital por trabalhador efetivo no estado estacionário é 4.
  - O nível de produto por trabalhador efetivo no estado estacionário é 2.
  - A taxa de crescimento do produto é 6%.
  - A taxa de crescimento do produto por trabalhador efetivo é nula.
  - A taxa de crescimento do produto por trabalhador é 4%.
19. (ANPEC, 2020) Com base no modelo de Solow, avalie as seguintes afirmativas como verdadeiras ou falsas:
- Em um modelo com progresso técnico, o produto per capita cresce no estado estacionário à taxa  $(g + n)$ , em que  $g$  é a taxa de progresso tecnológico e  $n$  é a taxa de crescimento populacional.
  - Em um modelo sem progresso técnico, um aumento da taxa de crescimento populacional aumenta a taxa de crescimento do produto per capita no estado estacionário.
  - Quanto maior a taxa de poupança de uma economia, maior será a renda per capita em estado estacionário.
  - Considere dois países que apresentam o mesmo nível de capital por trabalhador em equilíbrio estacionário. O país mais pobre hoje tenderá a crescer mais rapidamente do que o país mais rico hoje.
  - Em um modelo sem progresso técnico, o consumo per capita será maximizado quando a produtividade marginal do capital for igual à soma da taxa de crescimento populacional com a taxa de depreciação.
20. (ANPEC, 2021) Calcule o valor da taxa de poupança sob a regra de ouro num modelo de Solow com progresso técnico, em que a função de produção agregada é
- $$F(K(t), L(t), A(t)) = Y(t) = K(t)^{0.3}(A(t)L(t))^{0.7} + (1/2)(n + \delta + g)K(t)$$
- em que  $Y$  é o produto,  $K$  o capital,  $L$  a quantidade de trabalho e  $A$  o estado da tecnologia.  $\delta$ ,  $n$  e  $g$  são as taxas de depreciação, de crescimento populacional e de progresso técnico, respectivamente. A fração da renda poupada é  $s$ . Multiplique o resultado por 10.
21. (ANPEC, 2022) Considere que as premissas do modelo de crescimento de Solow sejam válidas. Considere a função de produção  $Y = K^{0.5}L^{0.5}$ , em que  $Y$ ,  $K$ , e  $L$  correspondem ao produto, ao estoque de capital e ao número de trabalhadores, respectivamente. Suponha que a taxa de poupança seja igual a 40%, a taxa de depreciação do estoque de capital seja igual a 7%, e a população cresça a uma taxa constante e igual a 3%. Calcule o valor do salário real no estado de crescimento equilibrado.