A 2.0

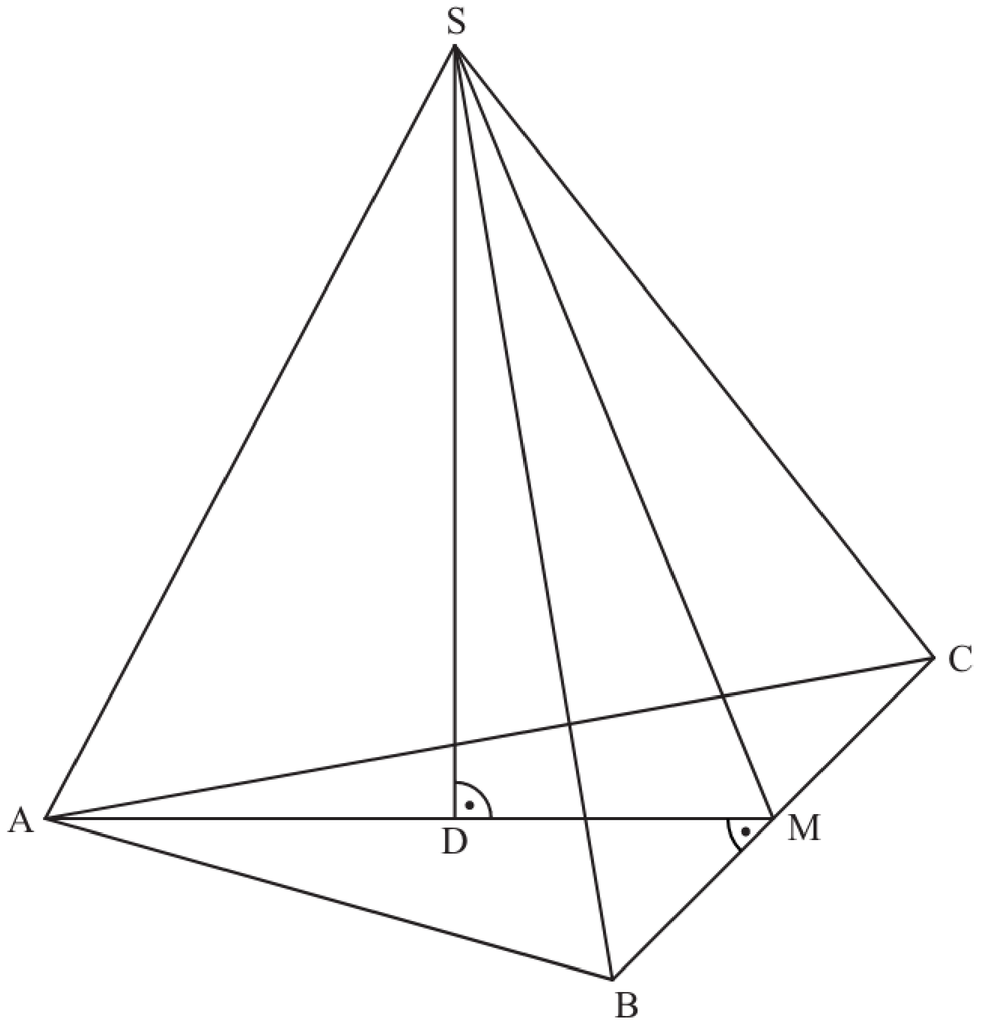
Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $[BC]$ und der Höhe $[AM]$ ist die Grundfläche der Pyramide $ABCS$ mit der Spitze S. Der Punkt $D \in [AM]$ ist der Fußpunkt der Pyramidenhöhe $[DS]$, die senkrecht auf der Grundfläche steht.

Es gilt: $\overline{AM} = 8\text{ cm}$; $\overline{BC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AD} = 4{,}5\text{ cm}$; $\overline{DS} = 8{,}5\text{ cm}$.

Die untenstehende Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide $ABCS$.

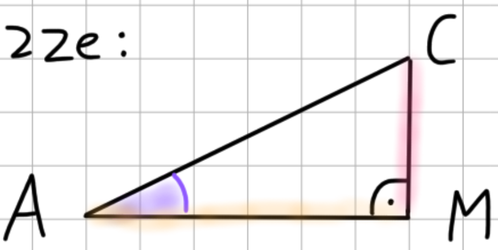
In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AM]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1
Berechnen Sie das Maß des Winkels MAC.
$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle MAC = 32{,}01°]$ 1 P

A 2.1) Skizze:



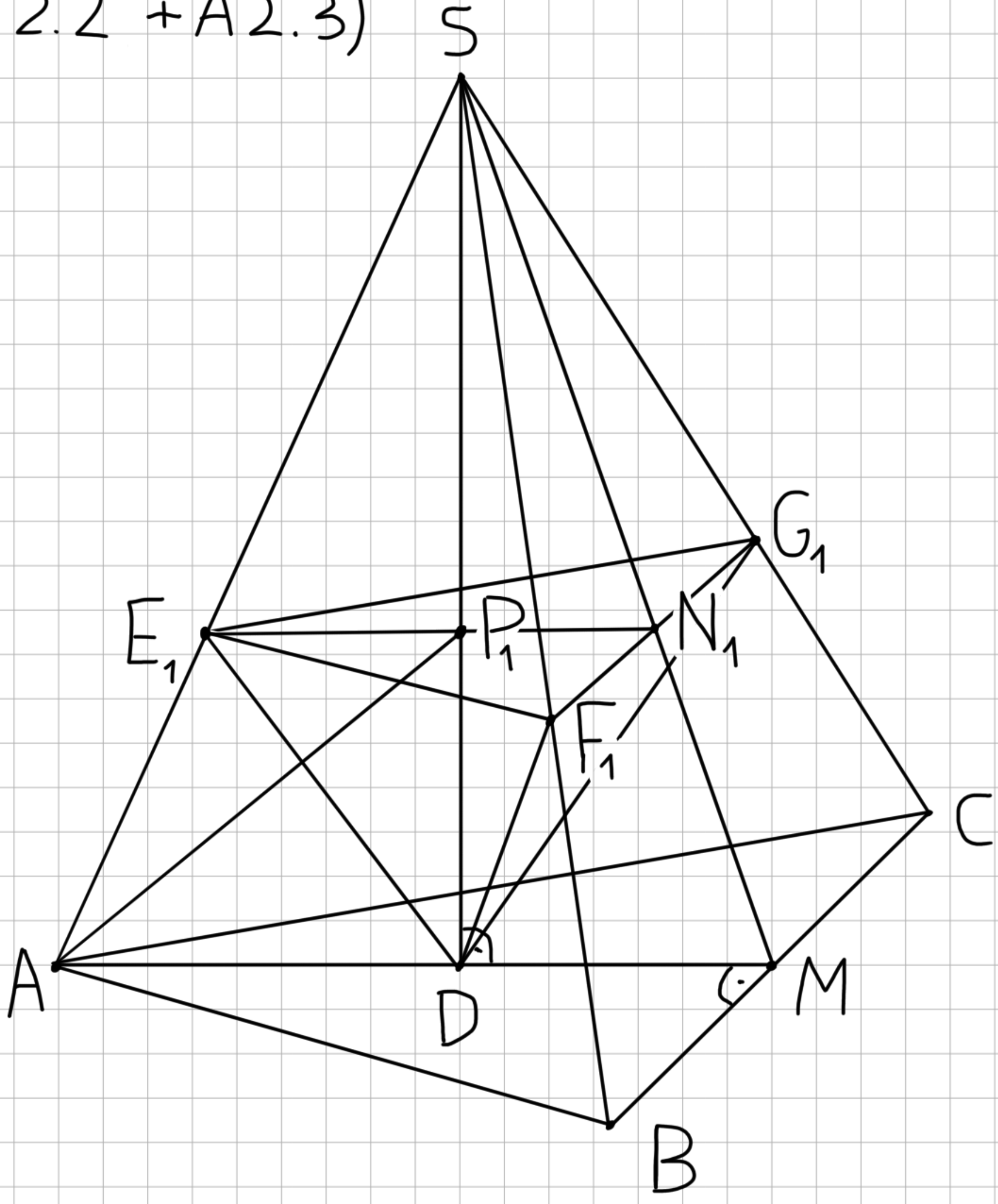
$\tan \sphericalangle MAC = \frac{0{,}5 \cdot 10}{8}$ $\tan^{-1}(\tan(x)) = x$

$\Leftrightarrow \quad \sphericalangle MAC = \tan^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) = 32{,}01°$

A 2.2
Punkte P_n liegen auf der Strecke $[DS]$. Die Winkel DAP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°; 62{,}10°\right[$.
Zeichnen Sie den Punkt P_1 und die Strecke $[AP_1]$ für $\varphi = 40°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.3
Durch die Punkte P_n verlaufen zur Grundfläche ABC parallele Ebenen, die die Kanten der Pyramide $ABCS$ in Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$ und $G_n \in [CS]$ und die Strecke $[MS]$ in Punkten N_n schneiden. Die Dreiecke $E_nF_nG_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nD$ mit der Spitze D.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1D$ und den Punkt N_1 in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.2 + A 2.3)

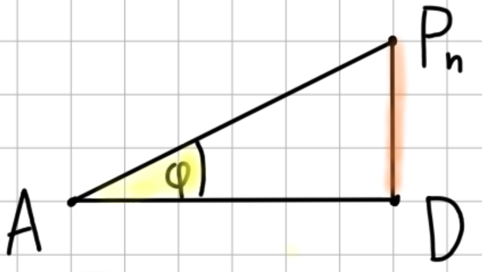


A 2.4

Berechnen Sie die Längen der Strecken $[DP_n]$ und $[E_nN_n]$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{DP_n}(\varphi) = 4{,}5 \cdot \tan\varphi \text{ cm}; \quad \overline{E_nN_n}(\varphi) = (8 - 4{,}24 \cdot \tan\varphi)\text{ cm}\right]$ 3 P

A 2.4) Skizze:



$$\tan\varphi = \frac{\overline{DP_n}}{4{,}5} \Leftrightarrow \overline{DP_n}(\varphi) = 4{,}5 \cdot \tan\varphi$$

Berechnung $[E_nN_n]$ über Strahlensatz mit Zentrum S.

$[E_nN_n]$, $[AM]$ liegen auf Parallelen

$[P_nS]$, $[DS]$ liegen auf Strahl

mit $\overline{P_nS} = \overline{DS} - \overline{DP_n}$

Gleichung: $\dfrac{\overline{E_nN_n}}{\overline{AM}} = \dfrac{\overline{DS} - \overline{DP_n}}{\overline{DS}}$

$$\Leftrightarrow \overline{E_nN_n}(\varphi) = \frac{8{,}5 - 4{,}5 \cdot \tan\varphi}{8{,}5} \cdot 8$$

$$\Leftrightarrow \overline{E_nN_n}(\varphi) = \frac{8{,}5 \cdot 8}{8{,}5} - \frac{4{,}5 \cdot 8}{8{,}5} \cdot \tan\varphi$$

$$\Leftrightarrow \overline{E_nN_n}(\varphi) = 8 - 4{,}24 \cdot \tan\varphi$$

A 2.5

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $E_1F_1G_1D$. 3 P

A 2.5)

$$V_{E_1F_1G_1D} = \frac{1}{3} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \overline{F_1G_1} \cdot \overline{E_1N_1}}_{\text{Grundfläche}} \cdot \overline{DP_1}$$

Höhe

Grundseite

Höhe

$$\overline{DP_1} = 4{,}5 \cdot \tan 40° \approx 3{,}78$$

$$\overline{E_1N_1} = 8 - 4{,}24 \cdot \tan 40° \approx 4{,}44$$

$$\tan 32{,}01° = \frac{\overline{N_1G_1}}{4{,}44}$$

$$\Rightarrow \overline{F_1G_1} = 2 \cdot \overline{N_1G_1}$$

$$= 2 \cdot 4{,}44 \cdot \tan 32{,}01°$$

$$\approx 5{,}55$$

$$V_{E_1F_1G_1D} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5{,}55 \cdot 4{,}44 \cdot 3{,}78 \text{ cm}^3$$

$$\approx \underline{\underline{15{,}52 \text{ cm}^3}}$$