

Лабораторная работа 5.4.2

Павлов Матвей

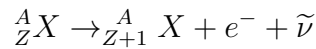
9 декабря 2025 г.

Аннотация

С помощью магнитного спектрометра исследовать энергетический спектр β -частиц при распаде ядер ^{137}Cs и определить их максимальную энергию. Осуществить калибровку спектрометра по энергии электронов внутренней конверсии ^{137}Cs .

Теоретические сведения

Бета-распад - самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. В данной работе:



Величина $W(p_e)$ является плотностью вероятности. Распределение электронов по энергии может быть вычислено теоретически. Для разрешенных переходов вероятность β -распада просто пропорциональна статистическому весу.

$$W(p_e)dp_e \propto p_e^2(E_m - E_e)^2 dp_e$$

Кинетическая энергия электрона и его импульс связаны друг с другом обычной формулой:

$$E = \sqrt{(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2$$

Формула выше приводит к спектру, имеющему вид широкого колокола (рис. 1). Кривая плавно отходит от нуля и столь же плавно, по параболе, касается оси абсцисс в области максимального импульса электронов.

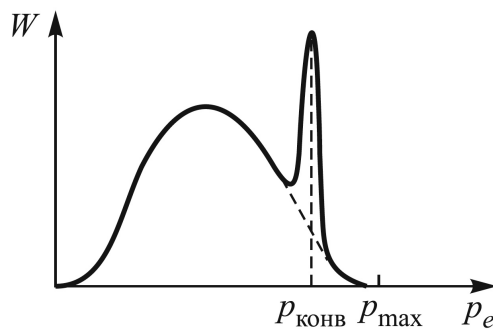


Рис. 1: Блок-схема установки для изучения β -спектра.

Дочерние ядра, возникающие в результате β -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая γ -квант, либо передавая избыток энергии одному

из электронов внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются *конверсионными*.

Конверсия чаще всего происходит на оболочках К и L. Ширина конверсионной линии является чисто аппаратурной – по ней можно оценить разрешающую силу спектрометра.

Экспериментальная установка

Блок-схема установки для изучения β -спектров изображена на рис. 2. Радиоактивный источник ^{137}Cs помещен внутри откачанной трубы. Электроны, сфокусированные магнитной линзой, попадают в счетчик. В газоразрядном счетчике они инициируют газовый разряд и тем самым приводят к появлению электрических импульсов на электродах, которые затем регистрируются счетным прибором.

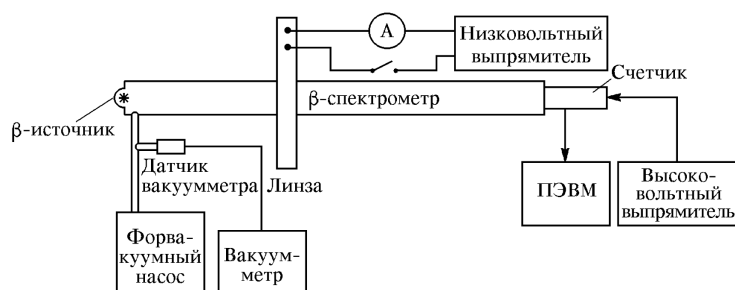


Рис. 2: Блок-схема установки для изучения β -спектра.

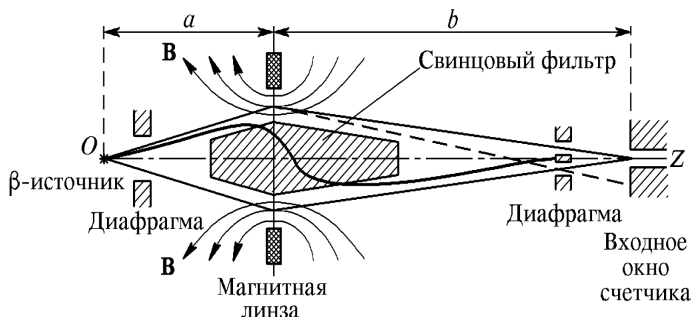


Рис. 3: Схема β -спектрометра с короткой магнитной линзой

Энергию β -частиц определяют с помощью β -спектрометров (рис. 3). В работе используется магнитный спектрометр с «короткой линзой». Отметим, что в течение всего опыта геометрия прибора остается неизменной, поэтому импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока:

$$p_e = kI$$

Связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией $W(p_e)$ выражается формулой:

$$N(p_e) \propto W(p_e)p_e,$$

откуда

$$\frac{\sqrt{N}}{p_e^{3/2}} \propto E_m - E$$

Ход работы

Проведем предварительное измерение β -спектра, изменяя ток магнитной линзы через 0.2 А, а вблизи конверсионного пика через 0.05 А. Данные представлены в таблице ниже. Первая таблица содержит общие данные с шагом 0.2 А. Вторая - для конверсионного пика с шагом 0.05 А.

Погрешность при измерении тока: $\sigma_I = 0.02$ А.

Погрешность для N рассчитываем таким образом ($\tau = 100$ с):

$$N = \frac{n}{\tau} \rightarrow n = N \cdot \tau$$

$$\sigma_n = \sqrt{n} \rightarrow \sigma_N = \frac{\sqrt{n}}{\tau} = \sqrt{\frac{N}{\tau}}$$

$I, \text{ \AA}$	$N, \text{ c}^{-1}$	$\sigma_N, \text{ c}^{-1}$
0.00	0.480	0.069
0.20	0.570	0.075
0.40	0.520	0.072
0.60	0.560	0.075
0.80	0.680	0.082
1.00	0.790	0.089
1.20	1.030	0.101
1.40	1.360	0.117
1.60	1.799	0.134
1.80	2.439	0.156
2.00	2.929	0.171
2.20	3.959	0.199
2.40	4.399	0.210
2.60	4.489	0.212
2.80	4.919	0.222
3.00	4.189	0.205
3.20	3.769	0.194
3.40	2.809	0.168
3.60	1.570	0.125
3.80	1.370	0.117
3.85	1.779	0.133
3.90	1.999	0.141
3.95	2.629	0.162
4.00	3.389	0.184
4.05	4.299	0.207
4.10	5.688	0.238
4.15	6.818	0.261
4.20	8.618	0.294
4.25	8.598	0.293
4.30	8.298	0.288
4.35	6.958	0.264
4.40	6.488	0.255
4.45	4.639	0.215
4.50	3.769	0.194
4.55	2.689	0.164
4.60	1.650	0.128
4.65	1.180	0.109
4.70	0.920	0.096
4.75	0.740	0.086
4.80	0.670	0.082
5.00	0.340	0.058

Далее построим график зависимости числа отсчетов в фокусирующей катушке. Также вычтем фон из результатов измерений. Для этого построим через две крайние точки ($I = 0$ А и $I = 5$ А) прямую и вычтем ее из спектра.

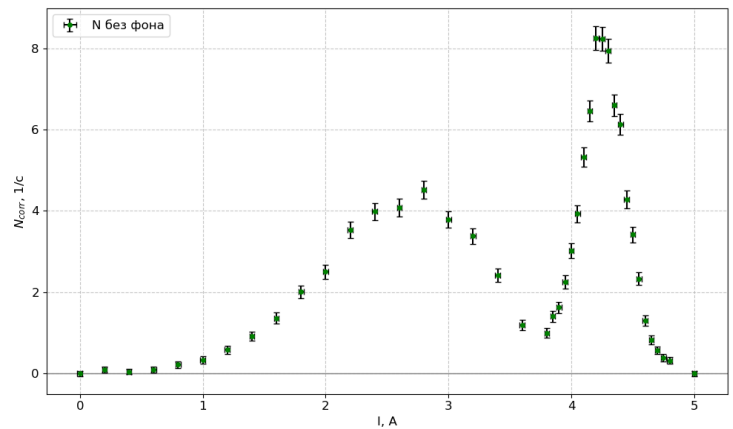
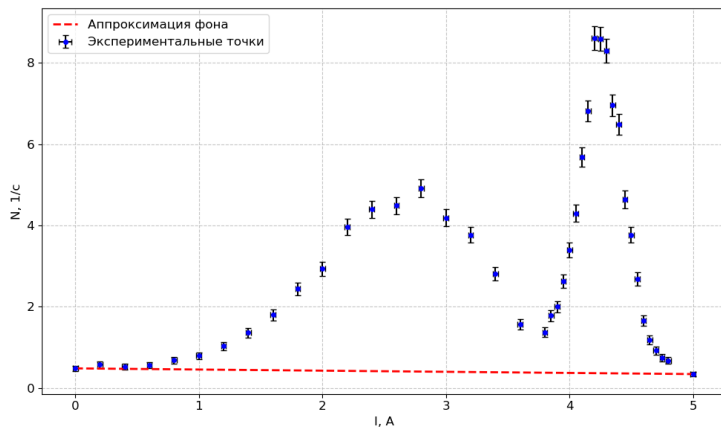


Рис. 4: График зависимости $N(I)$ без вычета фона. Рис. 5: График зависимости $N(I)$ с вычетом фона.

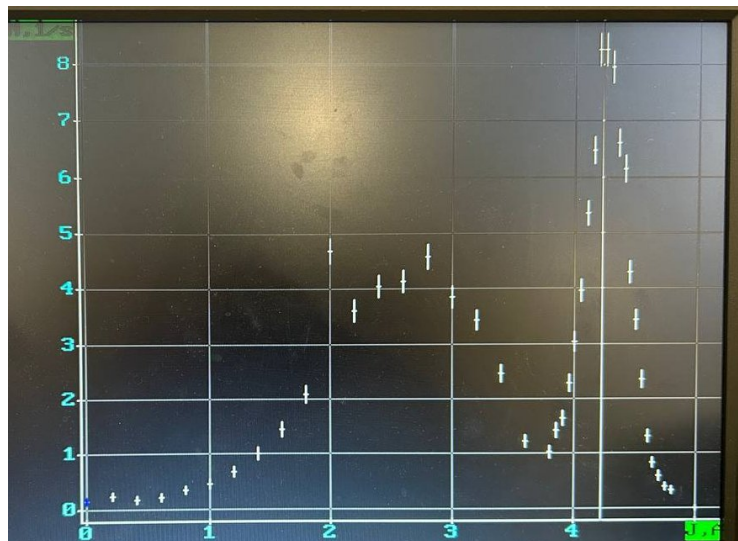


Рис. 6: График зависимости $N(I)$ полученный при обработке данных на компьютере.

Построим график зависимости числа отсчетов от импульса электронов. Для этого пересчитаем ток в импульс по такой формуле:

$$p_e = kI,$$

где коэффициент k мы определим таким образом ($T_k = 0.624$ МэВ - энергия электронов внутренней конверсии):

Импульс p и кинетическая энергия T связаны релятивистским соотношением:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

Где $E = T_k + mc^2$. Отсюда выражаем импульс p :

$$p = \sqrt{(T_k + mc^2)^2 - (mc^2)^2} = \sqrt{T_k^2 + 2T_k mc^2} \approx 1013.5 \text{ кэВ/с} - \text{импульс конверсионных электронов}$$

Определим значение силы тока при котором у нас наблюдается конверсионный пик и отобразим это на графике.

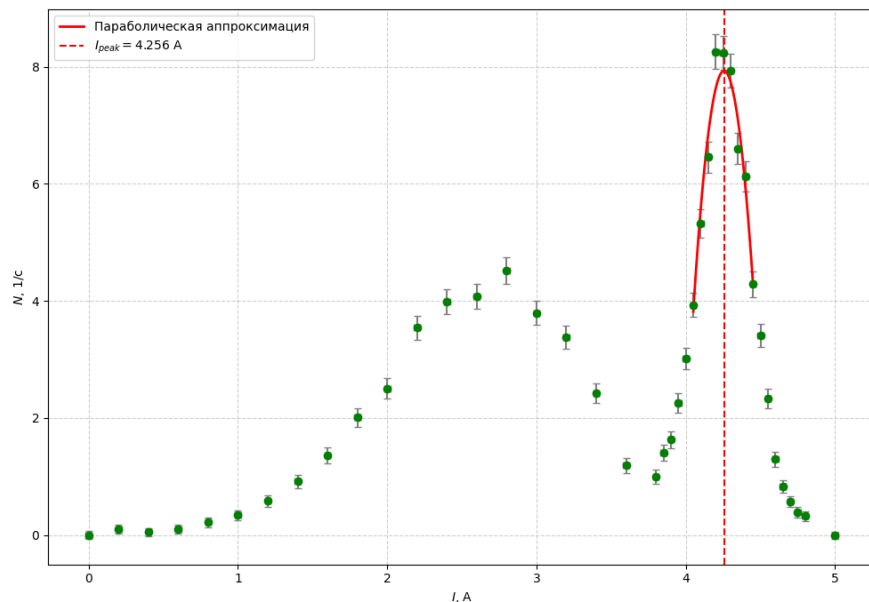


Рис. 7: Аппроксимация параболой конверсионного пика.

То есть, $I_k = 4.26 \pm 0.01 \text{ A}$. Определим коэффициент k и построим график зависимости N от импульса p_e :

$$1013.5 = k \cdot I_k \rightarrow k = 238 \pm 1 \text{ кэВ}/(\text{с} \cdot \text{A})$$

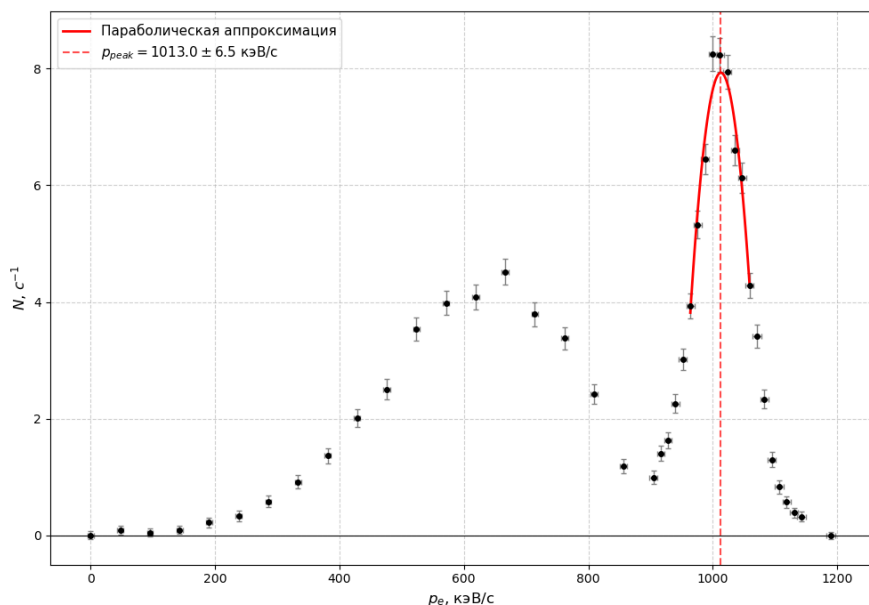


Рис. 8: График зависимости $N(p)$.



Рис. 9: График зависимости $N(p)$ полученный при обработке данных на компьютере.

Таким образом, мы получаем, что $p_{\text{peak}} = 1013 \pm 7 \frac{\text{кэВ}}{\text{с}}$. Переведем значения импульсов в энергию и построим график зависимости $N(T_e)$. По нему определим энергию конверсионного пика.

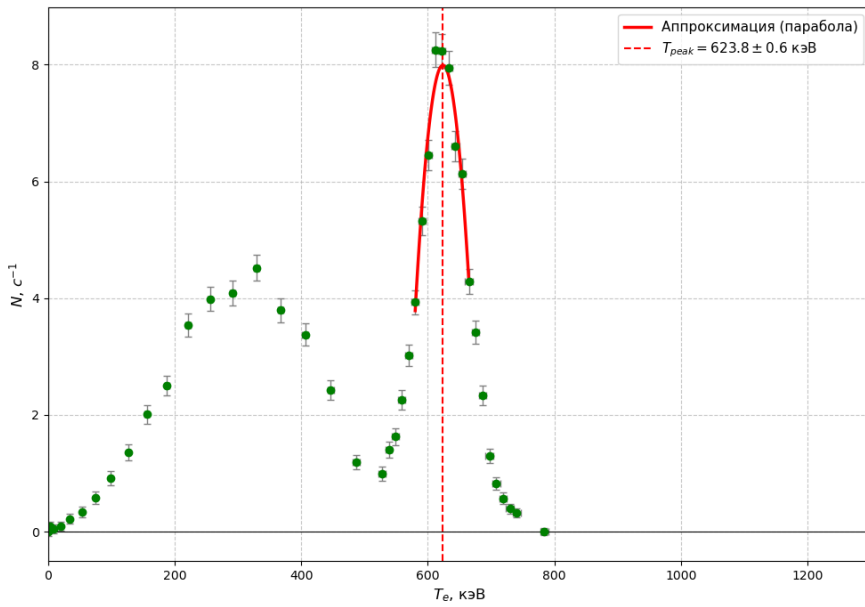


Рис. 10: График зависимости $N(T_e)$.

$$T_{peak} = 623.8 \pm 0.6 \text{ кэВ}$$

Данное значение в пределах погрешности уже совпадает с теоретическим: $T_{theor} = 624 \text{ кэВ}$
Теперь построим график Ферми Кюри по формуле:

$$mkFermi = \frac{\sqrt{N(p)}}{p^{\frac{3}{2}}} \cdot 10^6$$

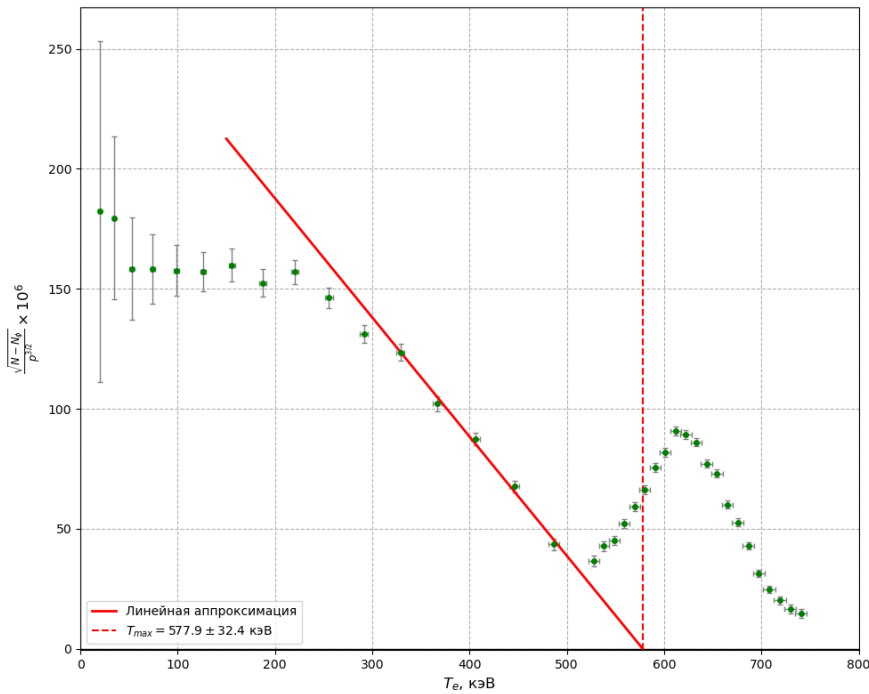


Рис. 12: График Ферми.

Получаем, что: $T_{max} = 578 \pm 32 \text{ кэВ}$.

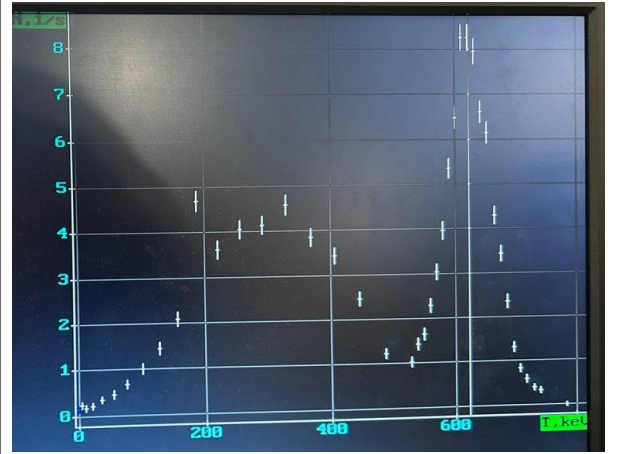


Рис. 11: График зависимости $N(T_e)$ полученный при обработке данных на компьютере.

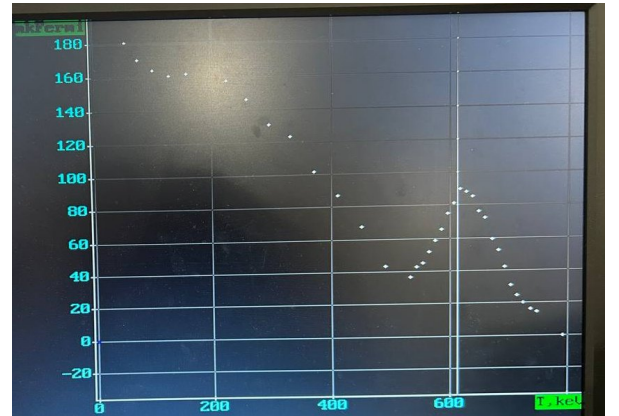


Рис. 13: График Ферми полученный при обработке данных на компьютере.

Вывод

Таким образом, в ходе работы были получены следующие результаты:

- построен и исследован β -спектр для ^{137}Cs ;
- оценена энергия конверсионного пика и максимальная энергия:
 - Энергия конверсионного пика: $T_{peak} = 623.8 \pm 0.6$ кэВ
 - Максимальная энергия: $T_{max} = 578 \pm 32$ кэВ