

Relazione di Laboratorio: il pendolo

Ilaria Brivio (582116)
brivio.ilaria@tiscali.it

Matteo Abis (584206)
webmaster@latinblog.org

27 gennaio 2008

Corso: Esperimentazioni Fisica 1 – LT, A.A. 2007–2008
Docente: dott. Cinzia Sada

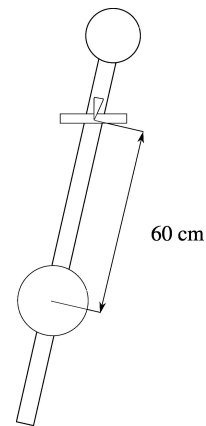
1 Obiettivo dell’esperienza

L’obiettivo primario dell’esperienza è il confronto di vari metodi di raccolta di dati sperimentali e la loro analisi, con particolare attenzione alla stima del “valor vero” e degli errori casuali e sistematici, per stabilire quale possa essere il modo migliore per misurare il periodo di oscillazione del pendolo, a parità di condizioni e tempo a disposizione.

2 Descrizione dell’apparato strumentale

Lo strumento è un pendolo (vedi figura 1.1), costituito da una barra di metallo a cui sono fissate due masse: una 60 cm al di sotto del sostegno e un contrappeso al di sopra. Il pendolo oscilla su un coltello di acciaio temprato largo $5 \cdot 10^{-2}$ mm.

Nella prima parte dell’esperienza è stato utilizzato un cronometro manuale, con sensibilità di 10^{-3} s. Nella seconda parte, invece, il cronometro era dotato di un sistema di rilevazione automatico, ovvero una fotocellula sensibile al passaggio del pendolo nel punto più basso della traiettoria di oscillazione. Tale sistema ha una sensibilità di 10^{-4} s ed è programmato in modo da registrare la durata di un periodo intero.



3 Descrizione della metodologia di misura

Sono stati registrati manualmente tre campioni di dati: un primo di 120 misure di una singola oscillazione completa (vedi tabella 7.2), un secondo di 52 misure di due oscillazioni (vedi tabella 7.37.3.1) e un terzo campione di 28 misure di quattro oscillazioni (vedi tabella 7.37.3.2). Il tempo qui misurato come periodo è l’intervallo tra due arresti consecutivi del pendolo sullo stesso lato.

Con l’apparato automatico sono state raccolte prima 100, poi 999 misure. Il sistema rileva il tempo trascorso tra due passaggi consecutivi del pendolo nel punto più basso del suo movimento, ed è programmato per salvare dati relativi a un’oscillazione completa, e non ai semiperiodi.

Grafico 1.1: Rappresentazione schematica del pendolo.

4 Risultati sperimentali ed elaborazione dati

I tempi registrati nei campioni sono riportati nelle tabelle successive. Per ogni campione è stato elaborato un istogramma suddividendo i dati in classi di frequenza dell'ampiezza di 15 ms, messo a confronto con una distribuzione casuale gaussiana. Sono stati inoltre calcolati media aritmetica \bar{x} , l'errore quadratico medio σ e l'errore della media $\sigma_{\bar{x}}$. Nel campione relativo alle misure manuali della singola oscillazione, è stato individuato un valore esterno all'intervallo $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$ e quindi escluso.

n. misure \times osc.	\bar{x} (ms)	σ	$\sigma_{\bar{x}}$	risultato
120×1	1936.47	63.64	5.81	1936.5 ± 5.8
52×2	3859.51	88.07	12.10	3859.5 ± 12.1
28×4	7711.79	88.09	16.65	7711.8 ± 16.7
100 (auto)	1927.21	0.09	0.01	1927.21 ± 0.01

Ovvero, riportando i valori a un'oscillazione:

120	1936.5 ± 5.8	ms
52	1929.7 ± 6.0	ms
28	1927.9 ± 4.1	ms
100a	1927.21 ± 0.01	ms

È stata calcolata la compatibilità λ di tali valori, secondo la formula:

$$\lambda_{i,j} = \frac{|\bar{x}_i - \bar{x}_j|}{\sqrt{\sigma_{\bar{x}_i}^2 + \sigma_{\bar{x}_j}^2}}$$

Con i seguenti risultati:

λ	120	52	28
100a	1.59	0.42	0.18
28	1.19	0.25	
52	0.80		

La compatibilità si dice buona se ha valore compreso tra 0 e 1, mediocre tra 1 e 2 e scarsa tra 2 e 3. I dati sono stati anche organizzati in istogrammi e confrontati con la curva gaussiana:

$$f(x) = \frac{N\Delta x}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma}\right)^2\right\}$$

Dove Δx è l'ampiezza delle classi di frequenza (15 ms), N il numero totale di osservazioni e \bar{x} la media aritmetica.

5 Discussione dei risultati

L'indice di compatibilità rispetto alle misure automatiche, gli errori sulle misure e sulla media mostrano chiaramente che la stima migliore è quella data dalle osservazioni su più periodi consecutivi. Ciò è giustificato dal fatto che l'errore σ dovuto soprattutto al tempo di reazione dell'osservatore, è pressapoco costante su ogni misura, ma viene distribuito su un maggior numero di periodi, dunque influisce meno sulla stima della singola oscillazione. A conferma

Per quanto riguarda i grafici, la distribuzione casuale degli errori è più evidente nelle misure di singole oscillazioni (come si vede dal grafico 7.2) nonostante il picco sia spostato di circa 20 ms a

destra. Il secondo grafico (7.3) rispetta meglio la stima centrale, anche se la scarsità di dati produce numerose irregolarità, che sono ancora più evidenti nel terzo istogramma (7.4) dove il picco di frequenza è quasi isolato. In tutti e tre i grafici si nota inoltre che la forma dell'istogramma presenta massimi secondari in eccesso di circa 50 ms.

Più interessante risulta il grafico delle 999 rilevazioni automatiche, in cui il massimo è nettamente spostato a sinistra e la distribuzione non è affatto simmetrica per la presenza di un errore sistematico dovuto all'approssimazione del periodo di oscillazione come indipendente dall'ampiezza dell'angolo. Una migliore approssimazione sarebbe infatti:

$$T = T_0 \left(1 + \frac{\alpha^2}{16} + \frac{9\alpha^4}{1024} + \dots \right)$$

Come testimonia anche il grafico 7.5 con le misure in ordine di rilevazione, il periodo diminuisce con lo smorzamento dell'oscillazione di circa 3 ms dopo 1000 periodi, ma non in modo lineare, ovvero in modo sempre meno marcato. Di conseguenza l'errore casuale è più evidente nelle ultime misure, che risultano più irregolari. Per lo stesso motivo l'istogramma delle frequenze si avvicina a una distribuzione casuale solo nella sua parte sinistra. Il grafico 7.6 mostra una gaussiana con i dati di tutte le 999 misure, evidentemente inadeguata a rendere conto della distribuzione per la presenza dell'errore sistematico, mentre la gaussiana relativa ai dati delle ultime 500 osservazioni risulta meglio centrata sul massimo e più coerente con le misure intorno.

La serie di 999 misure automatiche è stato poi analizzato suddividendolo in dieci blocchi (vedi tabella 7.1), cosa che evidenzia ancora una volta la diminuzione della durata delle oscillazioni.

6 Conclusioni

L'esperienza dimostra chiaramente che per misurare manualmente il periodo di un pendolo è utile raggruppare più oscillazioni in una stessa misura, per distribuire l'effetto dell'imprecisione dovuta alla prontezza dell'operatore, che si può quantificare nell'ordine di grandezza di $10^{-1}s$. Una strumentazione elettronica permette invece di ridurre tali errori di tre ordini di grandezza rendendo possibile lo studio di errori sistematici dovuti allo smorzamento dell'ampiezza di oscillazione.

7 Appendice

Grafico 7.2: Campione di 120 misure di un'oscillazione.

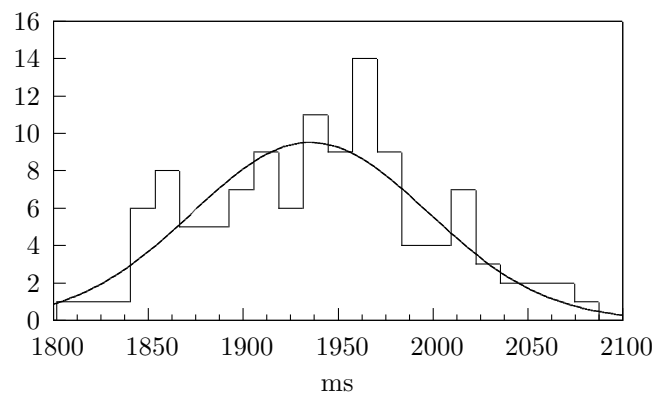


Grafico 7.3: Campione di 52 misure di due oscillazioni.

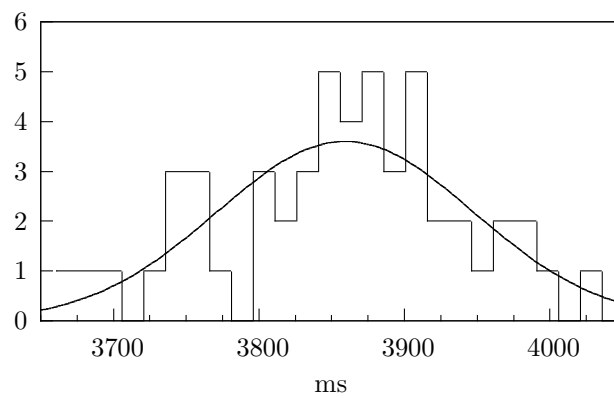


Grafico 7.4: Campione di 28 misure di quattro oscillazioni.

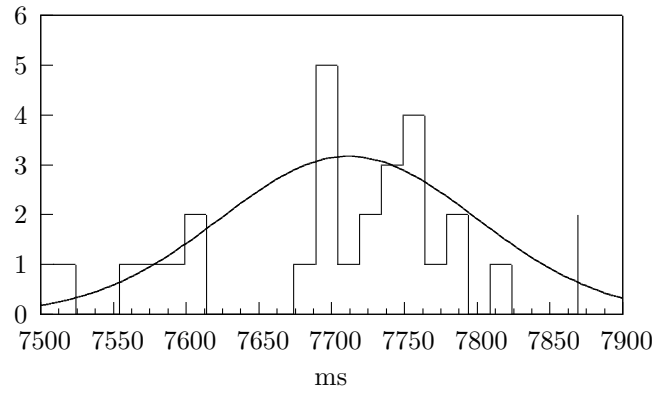


Tabella 7.1: Tabella con media, errore quadratico medio ed errore sulla media relativo ai dieci blocchi delle 999 misure automatiche.

	\bar{x}	σ	$\sigma_{\bar{x}}$
1–100	1929.7720	0.1761	0.0176
101–200	1929.2590	0.1393	0.0139
201–300	1928.8430	0.2104	0.0210
301–400	1928.5160	0.1046	0.0105
401–500	1928.2510	0.0780	0.0078
501–600	1928.0480	0.0943	0.0094
601–700	1927.8920	0.0744	0.0074
701–800	1927.7470	0.0865	0.0087
801–900	1927.5950	0.0753	0.0075
901–999	1927.4449	0.1054	0.0105

Grafico 7.5: Durata delle oscillazioni su 999 periodi, rilevazione automatica.

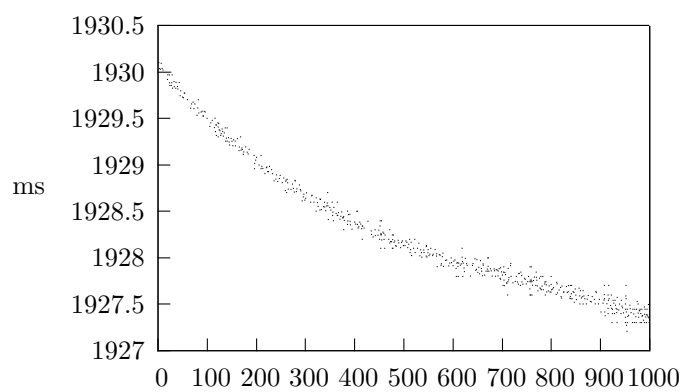


Grafico 7.6: Durata delle oscillazioni su 999 periodi con rilevazione automatica e classi di frequenza da 10^{-4} s. Tratteggiata la gaussiana con media ed errore relativi a tutte le misure, linea continua per la gaussiana sugli ultimi 500 dati.

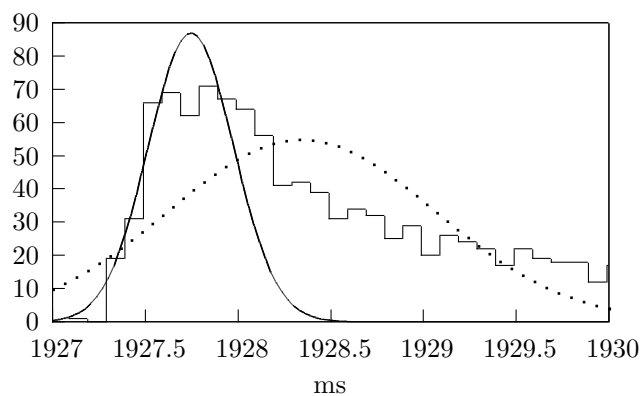


Tabella 7.2: 120 rilevazioni manuali (ms).

1906	1858	1875	1957	1955	1987	1959	1879
1880	2001	1928	1901	1977	1850	1973	1861
2063	2004	1965	1999	2044	2019	2045	1843
1933	1981	1903	1902	1908	1873	2083	1901
2015	1772	2137	1847	1959	2027	2021	1831
2015	1939	1897	1983	1932	1962	2003	1947
1951	1857	1943	1923	1974	1982	1907	1964
2035	1909	2019	1961	1960	1984	1926	1911
1957	1855	1879	1944	1883	1902	1865	1943
1957	1861	1865	1966	1907	1925	1965	1867
1784	1957	1987	1812	1841	1937	1880	1969
1845	1977	1952	1882	2011	1931	1943	1917
1985	2010	1939	1965	1787	1980	1970	1909
1972	1933	1939	1967	1885	1903	1929	1850
2025	1865	2055	2064	1913	1955	2049	1965

Tabella 7.3: Altri dati raccolti manualmente

(7.3.1) 52×2 oscillazioni (ms).

3825	3738	3987	3844
3911	3961	3877	3901
3757	3887	3899	3935
3661	3738	4084	3868
3846	3861	3880	3763
3882	3835	3958	3875
3826	3849	3965	3763
3915	3857	3800	4003
3697	3800	3741	3984
4027	3919	3731	3845
3943	3845	3864	3892
3812	3779	3906	3918
3877	3828	3911	3808

(7.3.2) 28×4 oscillazioni (ms).

7875	7753	7781	7873
7770	7822	7695	7731
7600	7746	7699	7690
7762	7509	7690	7747
7577	7697	7585	7793
7559	7711	7760	7736
7733	7605	7676	7755

Tabella 7.4: 999 rilevazioni automatiche (ms).

1930.1	1930.0	1930.1	1930.1	1930.0	1930.1	1930.0	1930.0	1930.1	1930.0	1930.0
1930.0	1930.0	1930.0	1930.0	1930.0	1930.0	1930.0	1929.9	1930.0	1929.9	1929.9
1930.0	1929.8	1929.9	1930.0	1929.8	1930.0	1929.9	1929.8	1929.9	1929.9	1929.8
1929.9	1929.9	1929.8	1929.9	1929.8	1929.8	1929.9	1929.8	1929.8	1929.9	1929.8
1929.7	1929.8	1929.8	1929.8	1929.8	1929.7	1929.8	1929.7	1929.8	1929.7	1929.8
1929.8	1929.7	1929.7	1929.7	1929.7	1929.7	1929.7	1929.7	1929.7	1929.7	1929.6
1929.7	1929.7	1929.6	1929.6	1929.7	1929.6	1929.6	1929.7	1929.6	1929.6	1929.6
1929.6	1929.6	1929.5	1929.6	1929.7	1929.5	1929.6	1929.6	1929.6	1929.6	1929.5
1929.5	1929.6	1929.5	1929.6	1929.5	1929.6	1929.5	1929.6	1929.5	1929.5	1929.5
1929.5	1929.5	1929.5	1929.5	1929.4	1929.4	1929.5	1929.5	1929.4	1929.4	1929.4
1929.5	1929.5	1929.4	1929.4	1929.4	1929.5	1929.3	1929.5	1929.3	1929.4	1929.4
1929.5	1929.3	1929.5	1929.3	1929.4	1929.3	1929.4	1929.3	1929.4	1929.3	1929.4
1929.3	1929.4	1929.3	1929.3	1929.4	1929.2	1929.3	1929.4	1929.2	1929.3	1929.3
1929.2	1929.3	1929.2	1929.3	1929.3	1929.3	1929.2	1929.3	1929.2	1929.3	1929.2
1929.2	1929.2	1929.2	1929.3	1929.2	1929.2	1929.2	1929.3	1929.2	1929.2	1929.1
1929.2	1929.2	1929.3	1929.1	1929.2	1929.1	1929.2	1929.1	1929.2	1929.1	1929.1
1929.1	1929.2	1929.2	1929.1	1929.1	1929.2	1929.1	1929.1	1929.2	1929.1	1929.1
1929.1	1929.1	1929.1	1929.1	1929.1	1929.1	1929.1	1929.1	1928.9	1929.1	1929.1
1929.0	1929.0	1929.1	1929.1	1929.0	1929.0	1929.0	1929.0	1929.0	1929.0	1929.1
1928.9	1929.0	1928.9	1929.0	1929.0	1929.0	1929.0	1928.9	1929.0	1929.0	1929.0
1928.9	1929.0	1928.9	1929.0	1928.9	1928.9	1929.0	1928.9	1928.9	1928.9	1928.9
1929.0	1928.9	1928.9	1928.9	1928.8	1928.9	1928.9	1928.9	1928.8	1928.9	1928.9
1928.8	1928.9	1928.9	1928.9	1928.8	1928.8	1928.9	1928.8	1928.8	1928.8	1928.8
1928.8	1928.9	1928.8	1928.8	1928.8	1928.7	1928.9	1928.8	1928.7	1928.9	1928.7
1928.8	1928.8	1928.8	1928.8	1928.8	1928.8	1928.7	1928.8	1928.8	1928.7	1928.7
1928.8	1928.7	1928.7	1928.8	1928.7	1928.7	1928.8	1928.7	1928.7	1928.7	1928.7
1928.7	1928.8	1928.7	1928.8	1928.7	1928.6	1928.6	1928.7	1928.7	1928.6	1928.7
1928.6	1928.7	1928.7	1928.6	1928.7	1928.7	1928.7	1928.7	1928.7	1928.6	1928.6
1928.6	1928.6	1928.6	1928.6	1928.6	1928.7	1928.6	1928.6	1928.6	1928.6	1928.6
1928.5	1928.5	1928.7	1928.6	1928.6	1928.5	1928.6	1928.6	1928.6	1928.5	1928.7
1928.6	1928.5	1928.6	1928.6	1928.6	1928.6	1928.5	1928.6	1928.5	1928.6	1928.5
1928.6	1928.6	1928.5	1928.7	1928.4	1928.5	1928.5	1928.5	1928.6	1928.5	1928.5
1928.5	1928.6	1928.4	1928.5	1928.4	1928.6	1928.5	1928.5	1928.5	1928.5	1928.4
1928.4	1928.6	1928.4	1928.5	1928.5	1928.5	1928.4	1928.5	1928.4	1928.4	1928.5
1928.4	1928.5	1928.3	1928.4	1928.4	1928.4	1928.4	1928.4	1928.4	1928.4	1928.5
1928.3	1928.5	1928.4	1928.4	1928.5	1928.3	1928.4	1928.4	1928.3	1928.4	1928.4
1928.4	1928.4	1928.4	1928.4	1928.4	1928.3	1928.4	1928.4	1928.5	1928.2	1928.4
1928.4	1928.3	1928.4	1928.3	1928.3	1928.4	1928.3	1928.4	1928.2	1928.4	1928.4
1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.4	1928.3	1928.3
1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.2	1928.3	1928.3	1928.3	1928.2	1928.3	1928.3
1928.3	1928.2	1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.3	1928.2	1928.3	1928.2	1928.2
1928.4	1928.1	1928.4	1928.1	1928.3	1928.3	1928.2	1928.3	1928.2	1928.1	1928.3
1928.2	1928.2	1928.2	1928.2	1928.2	1928.2	1928.2	1928.2	1928.3	1928.1	1928.2
1928.1	1928.2	1928.1	1928.3	1928.1	1928.3	1928.1	1928.1	1928.2	1928.1	1928.2
1928.1	1928.1	1928.2	1928.2	1928.1	1928.2	1928.2	1928.2	1928.1	1928.2	1928.2
1928.1	1928.2	1928.2	1928.1	1928.2	1928.2	1928.1	1928.1	1928.2	1928.1	1928.2
1928.1	1928.1	1928.2	1928.1	1928.1	1928.2	1928.0	1928.2	1928.1	1928.0	1928.1
1928.1	1928.1	1928.1	1928.1	1928.2	1928.0	1928.1	1928.1	1928.1	1928.1	1928.1
1928.1	1928.2	1928.1	1928.1	1928.0	1928.1	1928.0	1928.1	1928.0	1928.0	1928.1
1928.1	1928.0	1928.1	1928.1	1928.1	1928.0	1928.0	1928.0	1928.1	1928.0	1928.1
1928.0	1928.1	1928.0	1928.0	1928.1	1928.1	1928.0	1928.0	1928.1	1928.0	1928.0
1928.0	1928.0	1928.1	1928.1	1928.0	1928.1	1927.9	1928.0	1928.0	1928.0	1928.0
1928.0	1928.0	1927.9	1928.0	1927.9	1928.0	1928.0	1927.9	1928.0	1927.9	1928.0
1928.0	1928.0	1927.9	1928.0	1928.0	1927.9	1928.0	1927.9	1928.0	1927.9	1928.0
1928.0	1927.8	1928.0	1927.9	1928.0	1927.8	1928.0	1927.9	1928.0	1927.9	1928.0
1927.9	1927.9	1928.1	1927.8	1928.0	1927.8	1927.9	1927.9	1928.0	1927.9	1927.9
1928.0	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.8	1927.9	1927.9	1927.9
1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.9	1927.8	1927.9	1927.9
1927.9	1927.8	1927.9	1927.9	1927.8	1927.9	1928.0	1927.9	1927.8	1927.9	1927.8
1928.0	1927.9	1927.9	1927.8	1927.9	1927.9	1927.9	1927.8	1927.8	1928.0	1927.8
1928.0	1927.8	1927.8	1927.9	1927.9	1927.8	1927.9	1927.9	1927.8	1927.8	1927.9
1927.9	1927.8	1927.9	1927.8	1927.8	1927.9	1927.8	1927.9	1927.8	1927.9	1927.8
1927.9	1927.8	1927.7	1927.9	1927.8	1927.9	1927.8	1927.7	1927.9	1927.9	1927.6
1927.7	1927.9	1927.8	1927.7	1927.8	1927.7	1927.6	1927.9	1927.7	1927.8	1927.6
1927.8	1928.0	1927.8	1927.8	1927.8	1927.8	1927.7	1927.8	1927.8	1927.8	1927.8
1927.7	1927.8	1927.8	1927.8	1927.7	1927.8	1927.7	1927.9	1927.8	1927.8	1927.7
1927.9	1927.8	1927.7	1927.8	1927.7	1927.7	1927.8	1927.7	1927.7	1927.8	1927.8
1927.7	1927.8	1927.8	1927.7	1927.8	1927.8	1927.6	1927.6	1927.9	1927.6	1927.9
1927.6	1927.8	1927.7	1927.8	1927.7	1927.8	1927.7	1927.7	1927.7	1927.9	1927.7
1927.8	1927.6	1927.7	1927.7	1927.7	1927.7	1927.6	1927.7	1927.8	1927.6	1927.7
1927.7	1927.7	1927.7	1927.7	1927.6	1927.7	1927.6	1927.8	1927.6	1927.7	1927.6
1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6
1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6
1927.6	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5
1927.6	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5
1927.6	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5
1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5
1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5
1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5	1927.5
1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.6	1927.5	1927.5	1927.6	1927.3	1927.5
1927.4	1927.6	1927.5	1927.5	1927.4	1927.4	1927.6	1927.4	1927.5	1927.3	1927.5
1927.5	1927.4	1927.4	1927.5	1927.4	1927.4	1927.4	1927.6	1927.4	1927.5	1927.5
1927.4	1927.4	1927.5	1927.5	1927.3	1927.7	1927.1	1927.3	1927.5	1927.3	1927.4
1927.4	1927.5	1927.4	1927.5	1927.4	1927.4	1927.4	1927.3	1927.5	1927.5	1927.4
1927.3	1927.5	1927.4	1927.4	1927.3	1927.6	1927.4	1927.4	1927.5	1927.3	1927.5
1927.3	1927.5	1927.4	1927.3	1927.5	1927.3	1927.4	1927.3	1927.4	1927.5	1927.3
1927.5	1927.3	1927.4	1927.3	1927.5	1927.3	1927.5	1927.4	1927.3	1927.4	1927.3