

Studio dell'annichilazione del positrone

Ilaria Brivio (1014190)
brivio.ilaria@tiscali.it

Matteo Abis (584206)
webmaster@latinblog.org

29 dicembre 2010

1 Obiettivi dell'esperimento

- Determinare il rapporto tra i rate di decadimento a due e a tre fotoni del positronio prodotto da una sorgente di ^{22}Na
- Misurare la distribuzione temporale degli eventi di decadimento

2 Apparato strumentale

Descrizione dell'apparato

L'apparato di misura è costituito da quattro rivelatori cilindrici a scintillazione di NaI(Tl) (R1, R2, R3, R4) disposti attorno a una sorgente di ^{22}Na . Di questi, i primi tre sono montati su un goniometro a tre bracci nel piano orizzontale. R1 e R3 sono fissi mentre R2 può ruotare attorno alla posizione della sorgente. R4 è montato verticalmente.

La tabella seguente riporta le caratteristiche geometriche dell'apparato.

Dimensioni del rivelatore	diametro	10 cm
	altezza	10 cm
Distanza del rivelatore dalla sorgente	R1, R2, R3	17.5 cm
	R4	11.0 cm
Angoli tra i rivelatori nel piano	θ_{12}	variabile
	θ_{23}	variabile
	θ_{13}	120°

Tabella 1: Parametri della geometria del sistema di rivelazione.

Ciascuno scintillatore è connesso a un fotomoltiplicatore PMT che produce un segnale anodico veloce. Questo viene trasmesso per l'analisi al sistema elettronico, che comprende:

- un modulo Linear Fan In - Fan Out, che dà in uscita due copie di ciascun segnale anodico
- 4 amplificatori Dual Amplifier
- 4 moduli Constant Fraction Timing Discriminator (CFTD), che forniscono ciascuno una copia Prompt e una Delayed del segnale
- un modulo di coincidenza Quad Coincidence Unit
- un Time to Amplitude Converter (TAC)
- un modulo Time Pick-Off Control, che genera il master gate dell'acquisizione
- un software di acquisizione che gestisce il campionamento dei quattro segnali in ingresso in una card Flash ADC

Per le misure di calibrazione dell'elettronica è stato inoltre utilizzato un oscilloscopio manuale.

Messa a punto dell'apparato e calibrazione dei rivelatori

Nella prima fase dell'esperienza è stata messa a punto della catena elettronica, regolando i parametri di ciascun modulo e verificandone il corretto funzionamento. La procedura riportata di seguito è stata eseguita per ciascuno dei quattro rivelatori.

1. Sono stati misurati con l'oscilloscopio polarità, ampiezza e tempo di salita del segnale anodico diretto e dell'uscita dal Linear Fan In - Fan Out. Confrontando i valori, si è verificato che il modulo lasciasse invariate le caratteristiche del segnale. Nel seguito indichiamo con V_{511} e $V_{1274.5}$ l'ampiezza massima del segnale corrispondente ai fotoni di energia, rispettivamente, 511 e 1274.5 keV.

	polarità	V_{511} (mV)	$V_{1274.5}$ (mV)	tempo di salita (ns)
R1	negativa	24.8	60	66
R2	negativa	110	228	64
R3	negativa	22.4	50.4	96
R4	negativa	11	25.4	100

Tabella 2: Caratteristiche del segnale anodico per ciascuno dei quattro rivelatori. Le misure sono state realizzate all'oscilloscopio e i valori sono gli stessi per il segnale diretto e per quello in uscita dal modulo Fan In - Fan Out.

2. È stata connessa una delle uscite del Fan In - Fan Out all'amplificatore ed è stato impostato il guadagno di quest'ultimo in modo da portare le ampiezze massime dei picchi a 511 keV e 1274.5 keV rispettivamente attorno a 2 e 4 V. Il segnale è stato osservato all'oscilloscopio.

	coarse gain	fine gain	V_{511} (V)	$V_{1274.5}$ (V)
R1	$\times 40$	$\times 2.5$	1.6	3.9
R2	$\times 10$	$\times 2.5$	1.9	4.5
R3	$\times 20$	$\times 6$	1.8	4.2
R4	$\times 40$	$\times 7$	1.8	4.4

Tabella 3: Impostazioni di guadagno degli amplificatori connessi a ciascun rivelatore e stime delle ampiezze massime dei segnali in corrispondenza dei due picchi.

3. Dopo aver collegato la seconda uscita del modulo Fan In - Fan Out al CFTD, si è impiegato il segnale di quest'ultimo come trigger per l'osservazione all'oscilloscopio di quello dell'amplificatore. In questo modo è stata regolata la soglia di ampiezza del CFTD agendo sull'apposita vite fino a far scomparire il rumore su R1,2,3 e l'intero picco a 511 keV su R4.
4. L'uscita unipolare dell'amplificatore è stata infine connessa all'ingresso ADC1 della scheda Flash ADC e il segnale Delayed del CFTD è stato immesso in ingresso al Time Pick-Off Control. In questa configurazione è stato acquisito uno spettro per ciascuno dei tre rivelatori sul piano, campionando gli eventi per un tempo di 200 s.

Gli spettri sono riportati in Appendice (Figure 4.5, 4.6, 4.7).

Per la calibrazione in energia sono state estrapolate, mediante dei fit gaussiani, le posizioni dei due picchi noti. A queste abbiamo ritenuto opportuno aggiungere la posizione

del picco di fluorescenza del piombo, materiale di cui sono costituite le schermature che circondano l'apparato, di energia 88 keV¹. In questo modo è stato possibile determinare con un fit lineare su tre punti i parametri a e b per la formula

$$x = a + bE \quad (2.1)$$

con x il numero di canale corrispondente all'energia E .

	E (keV)	x (canale)	σ (can.)	risol. (%)
R1	88	116.18 ± 0.13	13.70	11.79
	511	676.063 ± 0.037	26.78	3.96
	1274.5	1606.02 ± 0.12	42.86	2.67
R2	88	139.76 ± 0.19	13.75	9.84
	511	795.675 ± 0.038	27.24	3.42
	1274.5	1761.38 ± 0.10	38.49	2.18
R3	88	122.33 ± 0.16	14.76	18.05
	511	690.319 ± 0.039	27.32	3.96
	1274.5	1628.62 ± 0.12	45.74	2.80

Tabella 4: Posizione, varianza e risoluzione dei picchi a 88, 511 e 1274.5 keV sullo spettro delle energie. x e σ sono state misurate con un fit gaussiano.

	a (can)	b (can. / keV)
R1	37.29 ± 0.08	1.2420 ± 0.0001
R2	128.61 ± 0.09	1.2933 ± 0.0001
R3	48.92 ± 0.09	1.2485 ± 0.0001

Tabella 5: Parametri di calibrazione degli spettri in energia per i quattro rivelatori.

Ricerca delle coincidenze

Dopo la messa a punto dei rivelatori è stato verificato il corretto funzionamento del sistema elettronico preposto all'individuazione delle coincidenze.

1. La larghezza del segnale Delayed in uscita da ciascuno dei quattro CFTD è stata impostata a circa 90 ns agendo sugli appositi microswitch e osservando il gradino di tensione all'oscilloscopio. Il ritardo è stato posto al valore minimo.
2. Dopo aver posizionato i rivelatori in modo che fosse $\theta_{12} = 180^\circ$ si è verificato, sempre osservandoli all'oscilloscopio, che i segnali Delayed dei CFTD corrispondenti a R1 e R2 fossero sovrapposti temporalmente. Lo stesso è stato fatto per R2 ed R3 quando $\theta_{23} = 180^\circ$ e infine per R1 e R4.
3. Le uscite Delayed dei CFTD sono state collegate alla Coincidence Unit, portando R2 ed R3 alla sezione I e R1, R2, R3 alla sezione II. Nella configurazione con $\theta_{23} = 180^\circ$ è stato acquisito uno spettro di prova delle coincidenze tra R2 ed R3 (Figure 4.8, 4.9, in Appendice).

¹Fonte: database NIST

Gli eventi corrispondenti alla rivelazione di due fotoni prodotti dal decadimento del positronio sono quelli che cadono nel picco più intenso degli spettri di R2 ed R3. Il continuo visibile alla sinistra di tale picco è dovuto a radiazione di fondo e fenomeni di scattering Compton. In particolare risulta ancora visibile il picco di fluorescenza del piombo attorno al canale 110.

4. È stato collegato al canale di ingresso ADC4 il TAC, che prende come segnale di start quello dell'uscita Prompt del CFTD di R4 e come stop il segnale in uscita dalla sezione I della Coincidence Unit. Per la calibrazione dello spettro temporale sono stati acquisiti due spettri: un primo con tutti i moduli connessi direttamente (Figura 4.10 in Appendice), e un secondo con un cavo aggiuntivo da 10 ns inserito tra il CFTD e l'ingresso di stop del TAC (Figura 4.11).

È stata quindi stimata la posizione del picco corrispondente ai fotoni da 511 keV nei due spettri ed è stato ricavato il fattore c di conversione tempo-canali:

$$x_0 = 1146.48 \pm 0.30 \qquad x_{10} = 1232.15 \pm 0.32 \qquad (2.2)$$

$$c = \frac{x_{10} - x_0}{10 \text{ ns}} = 8.5675 \pm 0.0044 \text{ can./ns} \qquad (2.3)$$

Condizioni di presa dati

Sono stati effettuati due campionamenti degli eventi: uno per il decadimento a due fotoni e uno per quello a tre.

Per il primo sono stati collocati gli scintillatori in modo da avere $\theta_{12} = 180^\circ$ e le connessioni tra sezione I della Coincidence Unit, TAC e Time Pick-Off Control sono state opportunamente configurate per la rivelazione delle coincidenze R1 - R2.

Per la seconda acquisizione si sono posti $\theta_{12} = \theta_{23} = \theta_{13} = 120^\circ$ e si è sostituito il segnale in uscita dalla sezione I della Coincidence Unit con quello della sezione II, così da raccogliere le coincidenze R1 - R2 - R3.

I parametri di calibrazione utilizzati sono quelli riportati nelle pagine precedenti, mentre la durata dell'acquisizione è pari a 1800s per il decadimento a due e a circa 54 000s per quello a tre.

3 Analisi dati e risultati ottenuti

Decadimento a due fotoni

Gli eventi di effettivo decadimento a due fotoni sono quelli che cadono simultaneamente all'interno del picco principale di ciascuno dei tre spettri acquisiti con R1, R2 e il TAC (Figura 4.12). Sono stati selezionati i seguenti range:

range (can.)	R1	650 – 700
	R2	700 – 850
	TAC	1000 – 1300

Tabella 6: Condizioni imposte per selezionare quelli di effettivo decadimento a due fotoni.

In questo modo abbiamo ottenuto 55532 eventi e dunque un rate

$$n_{2\gamma} = \frac{N}{T} = \frac{55532}{1800} = 30.85 \text{ fotoni/s} \quad (3.4)$$

La figura 2.1 riporta gli spettri di acquisizione filtrati con le condizioni in tabella 6.

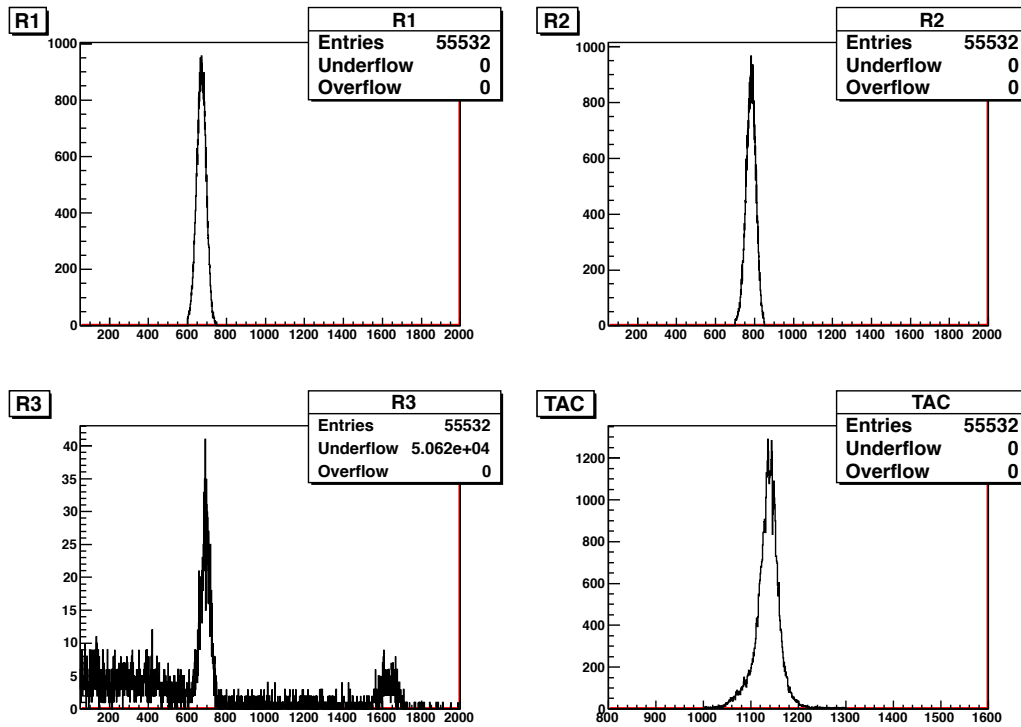


Figura 2.1: Spettri di acquisizione per i decadimenti a due fotoni filtrati con le condizioni riportate in tabella 6.

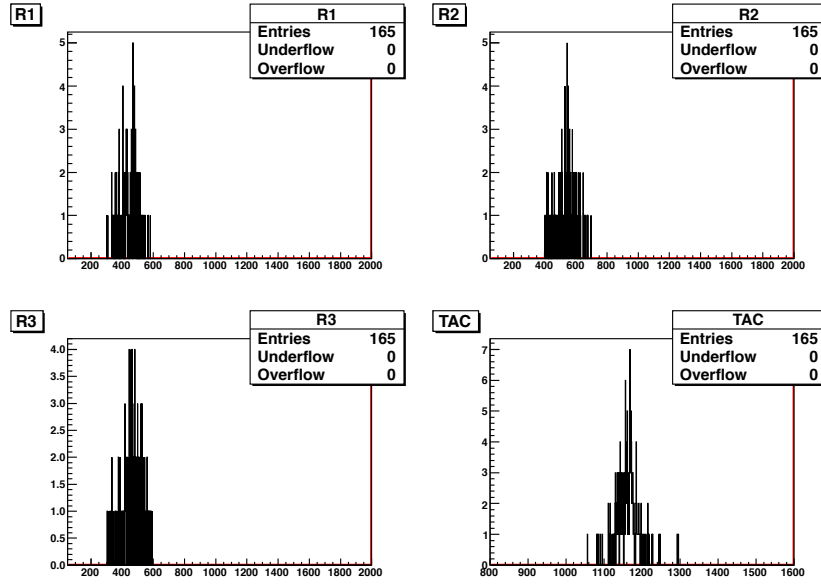


Figura 3.2: Spettri di acquisizione per i decadimenti a tre fotoni filtrati con le condizioni riportate in tabella 7.

Decadimento a tre fotoni

Con una rapida considerazione basata sulla conservazione dell'energia e del momento, è stata stimata l'energia attesa per ciascuno dei tre fotoni come

$$E_{\text{teorica}} = \frac{m_{e^-} + m_{e^+}}{3} = \frac{1.022 \text{ MeV}}{3} = 340.67 \text{ keV} \quad (3.5)$$

Gli eventi sono stati quindi filtrati in modo da considerare come buoni solo quelli con energie vicine ad E_{teorica} su tutti i tre rivelatori in piano e, simultaneamente, contenuti entro il picco principale dello spettro del TAC. Sono state imposte le seguenti condizioni: La figura 3.2

range (can.)	R1	300 – 600
	R2	400 – 700
	R3	300 – 600
	TAC	1000 - 1400

Tabella 7: Condizioni imposte per selezionare quelli di effettivo decadimento a tre fotoni.

riporta gli spettri di acquisizione filtrati con queste condizioni. Abbiamo ottenuto 165 eventi buoni e dunque un rate

$$n_{3\gamma} = \frac{N}{T} = \frac{167}{54000} = 3.093 \cdot 10^{-3} \text{ fotoni/s} \quad (3.6)$$

Infine sono stati calcolati i centroidi dei picchi considerati ed è stata estrapolata, a partire dai parametri in tabella 5, l'energia corrispondente, allo scopo di verificarne la compatibilità con E_{teorica} . I risultati sono riportati in tabella 8.

	$E_{\text{mis.}} \text{ (keV)}$	compatibilità con $E_{\text{teo.}}$
R1	328.51 ± 3.54	3.427
R2	344.19 ± 3.60	0.749
R3	333.16 ± 4.14	1.814



Tabella 8: Energia dei fotoni emessi nel decadimento a 3 γ , misurata a partire dai centroidi degli spettri di R1 2, 3 in figura 3.2.

Determinazione del rapporto tra i rate di decadimento a due e tre γ

Siano f_2 ed f_3 l'efficienza con cui vengono rilevati dal nostro apparato, rispettivamente, i decadimenti a 2 e 3 fotoni. Allora il rapporto tra le probabilità p delle due tipologie di decadimento è data da:

$$\frac{p(2\gamma)}{p(3\gamma)} = \frac{n_2 f_3}{n_3 f_2} \quad (3.7)$$

dove n indica, come sopra, il rate misurato nell'esperienza.

Per stimare f è necessario tenere conto di diversi fattori, che analizziamo nei paragrafi successivi:

1. i rivelatori disposti nel piano coprono solo una frazione della sfera entro cui sono emessi i fotoni; inoltre l'efficienza di ciascuno scintillatore, seppur elevata, è di certo < 1
2. nel decadimento dell'ortopositronio i tre fotoni sono emessi con angoli (e dunque energie) arbitrari, mentre nella raccolta dati sono stati coinvolti solo quelli emessi a 120°
3. la finestra di coincidenza del TAC è inferiore alla vita media dell'ortopositronio, pari a 142 ns. Dunque gli eventi registrati sono solo una frazione di quelli totali

1. Correzione geometrica

Per quanto riguarda esclusivamente la geometria dell'apparato di misura, la probabilità χ di registrare un evento di decadimento a due o tre fotoni può essere stimata come:

$$\begin{aligned} \chi_2 &= (2\varepsilon_1\Omega_1)(\varepsilon_2\Omega_2) = 2\varepsilon^2\Omega_1 \\ \chi_3 &= (3\varepsilon_1\Omega_1)(2\varepsilon_2\Omega_2)(\varepsilon_3\Omega_3) = 6\varepsilon^3\Omega_1\Omega_2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

dove ε_i rappresenta l'efficienza del rivelatore i -esimo e Ω_i la probabilità che esso riveli uno dei fotoni emessi nel decadimento considerato. Si è assunto per praticità che l'efficienza sia la stessa per tutti i rivelatori e indipendentemente dall'energia dei fotoni rivelati. In particolare, dalle tabelle fornite dal costruttore

$$\varepsilon \simeq 0.9$$

I fattori numerici sono dovuti a una considerazione di tipo combinatorio: nel caso del decadimento a tre fotoni, per esempio, il primo fotone può colpire indifferentemente uno dei tre rivelatori, il secondo uno dei due rimanenti, mentre per il terzo la "scelta" è unica.

Ω_1 è sempre pari alla frazione di angolo solido sottesa dal singolo scintillatore, mentre per quanto riguarda R2 abbiamo, nel primo caso, $\Omega_2 = 1$. Infatti, poiché i due fotoni sono collineari, se uno dei due colpisce R1 il secondo sarà certamente catturato da R2.

Nel secondo caso, invece, la direzione del primo γ non determina univocamente quella degli altri due, che possono essere emessi lungo una qualsiasi delle rette che giacciono sul cono di apertura $\pi/3$ che ha come asse la retta passante per la sorgente ed R1.

Con riferimento alla figura 3.3, è possibile stimare Ω_2 come il rapporto tra la superficie sferica sottesa da R2 e quella della corona sferica di apertura $\pi/3$ e ampiezza θ .

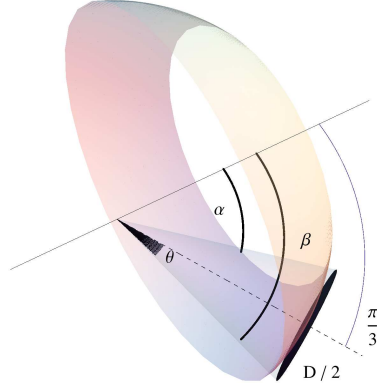


Figura 3.3: Geometria del sistema di rivelazione. La retta continua rappresenta l'asse per la sorgente e R1, mentre il disco nero di raggio $D/2$ schematizza la base del rivelatore R2.

L'area della calotta sferica di raggio r sottesa da un angolo di ampiezza α è

$$A = 2\pi r^2 \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

In questo modo otteniamo che R2 sottende la superficie

$$S = 2\pi r^2 \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right), \quad \frac{\theta}{2} = \arctan \frac{D}{2d}$$

essendo D è il diametro del rivelatore e d la sua distanza dalla sorgente. La superficie della corona sferica è invece

$$C = 2\pi r^2 (\cos \alpha - \cos \beta) = 2\sqrt{3}\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2}$$

Da cui, utilizzando per D e d i parametri in tabella 1:

$$\Omega_2 = \frac{S}{C} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan \frac{\theta}{4} = 0.081 \quad (3.9)$$

2. Correzione energetica

Il rate di decadimento misurato per l'ortopositronio è ristretto a tre fotoni di energia contenuta in un intervallo

$$I = [E_0 - \delta, E_0 + \delta]$$

$$E_0 = \frac{2m_e}{3} = 340 \text{ keV}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{300}{1.242} \simeq 120 \text{ keV}$$

La stima di δ è stata ottenuta convertendo l'ampiezza dell'intervallo selezionate (300 canali) in energia, utilizzando i parametri di calibrazione di R1. Assumiamo per praticità che sia la stessa per tutti e tre i rivelatori in piano.

Poiché il valore atteso di 373 è riferito al rapporto tra i rate di decadimento a due fotoni e a tre fotoni di tutte le possibili energie, per poter avere un confronto con tale valore è necessario stimare

$$\alpha = \frac{\text{prob. decadimento a 3 fotoni con energie nell'intervallo } I}{\text{prob. decadimento a 3 fotoni con energia qualsiasi}} = \frac{p_I}{p_{\text{tot}}} \quad (3.10)$$

La probabilità di decadimento in tre fotoni di energia x , y e $2m_e - x - y$ è proporzionale alla quantità²

$$H(x, y) = \frac{(m_e - x)^2}{y^2(2m_e - x - y)^2} + \frac{(m_e - y)^2}{x^2(2m_e - x - y)^2} + \frac{(-m_e + x + y)^2}{x^2 y^2}$$

$$x \in [0, m_e]$$

$$y \in [m_e - x, m_e]$$

pertanto

$$p_{\text{tot}} = \int_0^m \left(\int_{m-x}^m H(x, y) dy \right) dx$$

$$p_I = \int_S H(x, y) dy dx$$

dove S è la regione di integrazione tale che le energie di tutti e tre i fotoni cadano nell'intervallo I . Essa è definita dalle condizioni

$$S = \left\{ \begin{array}{l} x \in [E_0 - \delta, E_0 + \delta] \\ y \in [\max\{E_0 - \delta, (2m_e - E_0 - x) - \delta\}, \max\{E_0 + \delta, (2m_e - E_0 - x) + \delta\}] \end{array} \right\}$$

In questo modo si ottiene

$$\alpha = \frac{p_I}{p_{\text{tot}}} = \frac{0.28}{0.87} = 0.33 \quad (3.11)$$

3. Correzione temporale

La vita media dell'ortopositronio è di circa 142 ns, mentre la finestra di coincidenza del TAC è di soli 100 ns. Questo significa che una frazione dei decadimenti non risulta visibile alla nostra strumentazione perché avviene troppo tardi rispetto all'emissione del fotone di start.

Dato che $100 \simeq 142/\sqrt{2}$, pari dunque al tempo di dimezzamento dell'ortopositronio, possiamo ragionevolmente affermare che gli eventi raccolti siano solo metà di quelli effettivamente verificatisi.

In conclusione, se teniamo conto di tutti i fattori analizzati, il rapporto tra i rate di decadimento a due e tre fotoni è dato da

$$\frac{p(2\gamma)}{p(3\gamma)} = \frac{n(2)}{n(3)} \frac{\chi_3}{\chi_2} \alpha \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \frac{n(2)}{n(3)} \Omega_2 \varepsilon \alpha = 360.75 \quad (3.12)$$

Valore sufficientemente vicino alla previsione teorica di 373.

Distribuzioni temporali di decadimento

Per confrontare le due distribuzioni temporali degli eventi di decadimento a due e tre fotoni è stato isolato il picco principale in ciascuno spettro del TAC e ne è stata stimata la posizione

²A. Ore, J. L. Powell, *Three Photon Annihilation of an Electron-Positron Pair*, Phys. Rev 75 (1949), 1696

x del centroide e la larghezza σ . La differenza tra le due posizioni è stata poi convertita in scala temporale sulla base del parametro di calibrazione 2.3:

$$\begin{aligned} x_{2\gamma} &= 1134.55 \pm 0.12 \text{ can.} & x_{3\gamma} &= 1164.01 \pm 2.93 \text{ can.} \\ \sigma_{2\gamma} &= 27.803 \text{ can.} & \sigma_{3\gamma} &= 37.887 \text{ can.} \end{aligned}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = 3.44 \pm 0.34 \text{ ns} \quad (3.13)$$

Dal confronto tra gli spettri del TAC (figura 3.4) è evidente come la distribuzione nel caso del decadimento a tre fotoni sia più larga e spostata verso destra rispetto a quella per il decadimento a due. In prima approssimazione se ne può dedurre che la vita media dell'ortopositronio è superiore rispetto a quella del parapositronio.

Per i decadimenti a tre fotoni ci si aspettava inoltre di osservare un andamento esponenziale sul lato destro. Ciò non accade, in parte a causa della scarsa statistica e in parte perchè il fatto che la finestra di coincidenza del TAC sia inferiore alla vita media del parapositronio si traduce in un taglio della coda della distribuzione.

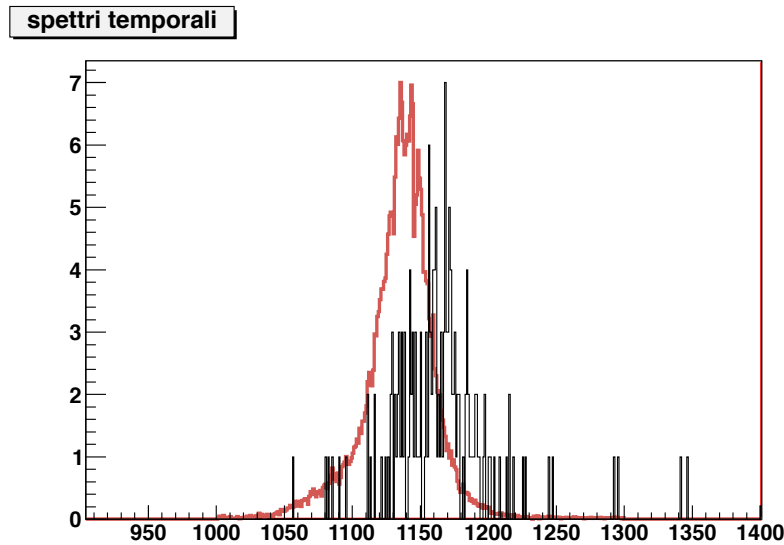


Figura 3.4: Sovrapposizione degli spettri acquisiti dal TAC per i decadimenti a due (riga rossa) e tre fotoni. La scala verticale è riferita al picco per il decadimento a tre; le ascisse sono in canali.

4 Appendice

Nelle pagine seguenti riportiamo gli spettri acquisiti per la calibrazione dell'apparato e le misure di prova. Le ascisse non sono state convertite in energia.

Spettri di calibrazione in energia

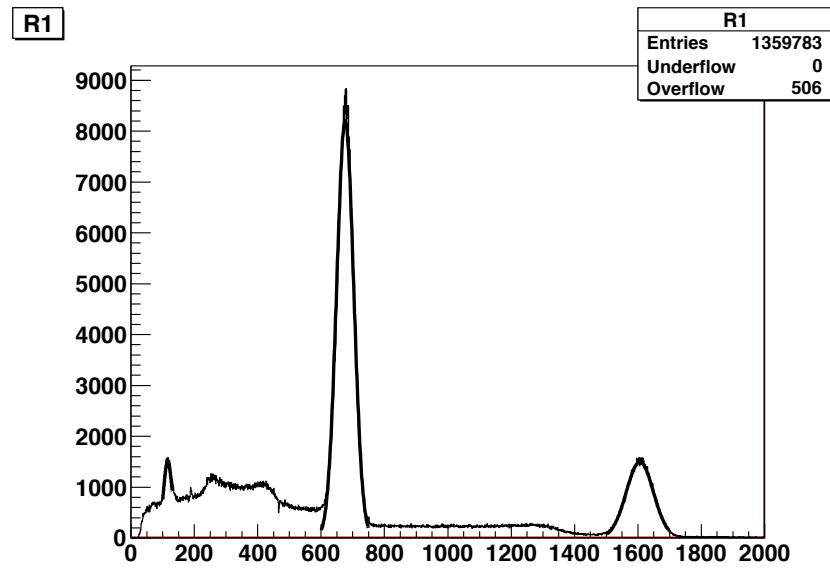


Figura 4.5: Spettro di calibrazione in energia per il rivelatore R1. Sono tracciate le curve gaussiane di interpolazione dei tre picchi a 88, 511 e 1274.5 keV.

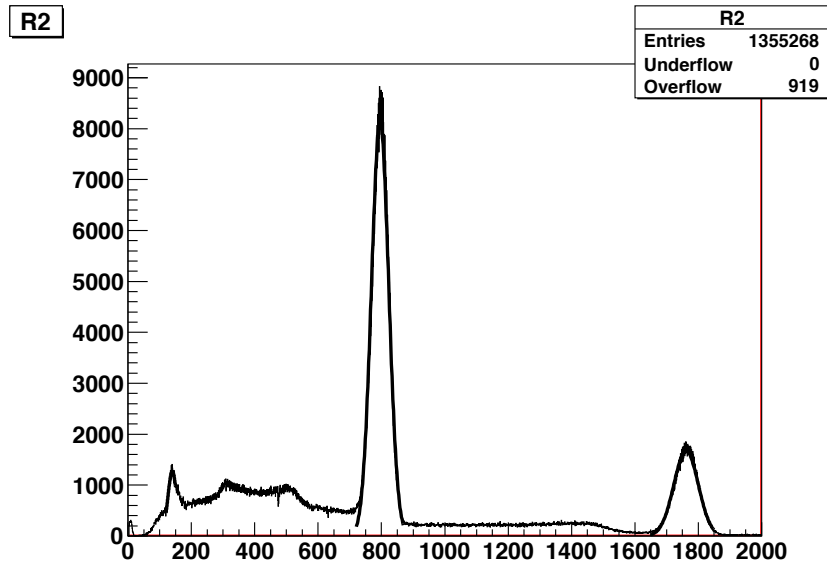


Figura 4.6: Spettro di calibrazione in energia per il rivelatore R2. Sono tracciate le curve gaussiane di interpolazione dei tre picchi a 88, 511 e 1274.5 keV.

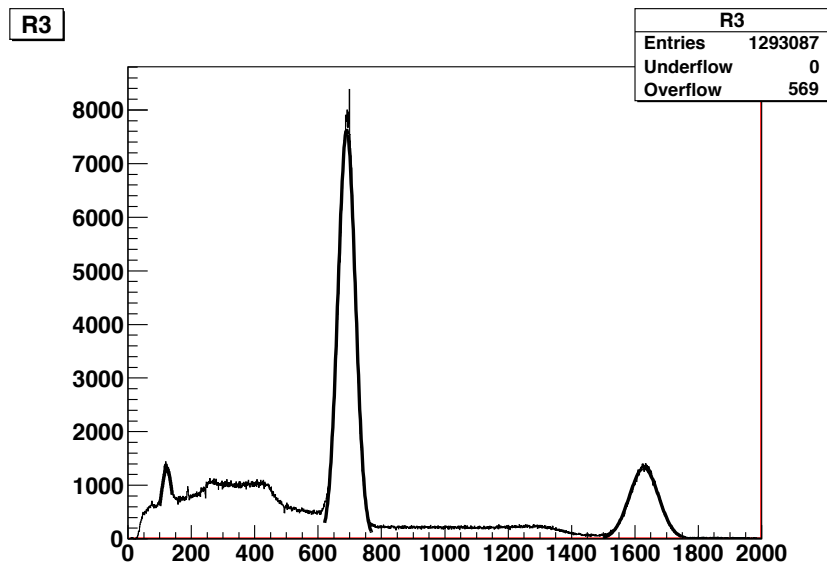


Figura 4.7: Spettro di calibrazione in energia per il rivelatore R3. Sono tracciate le curve gaussiane di interpolazione dei tre picchi a 88, 511 e 1274.5 keV.

Spettri di prova delle coincidenze

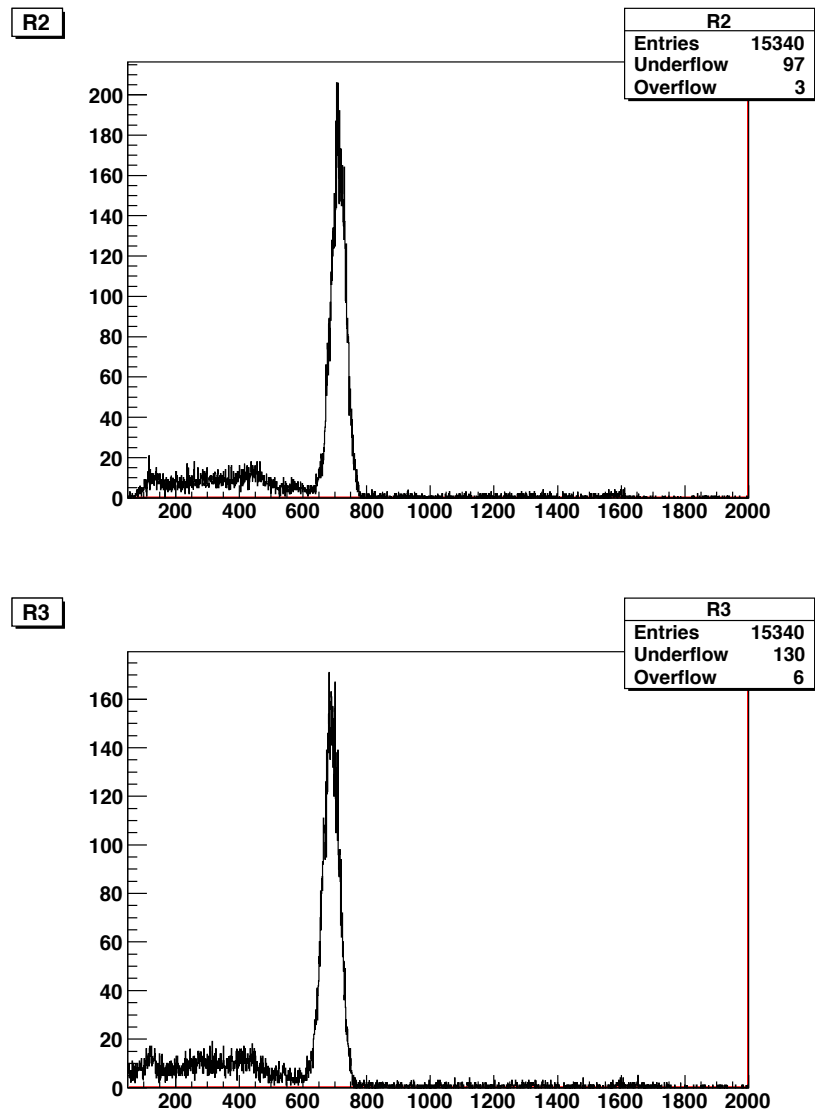


Figura 4.8: Spettri di prova per le coincidenze tra R2 ed R3.

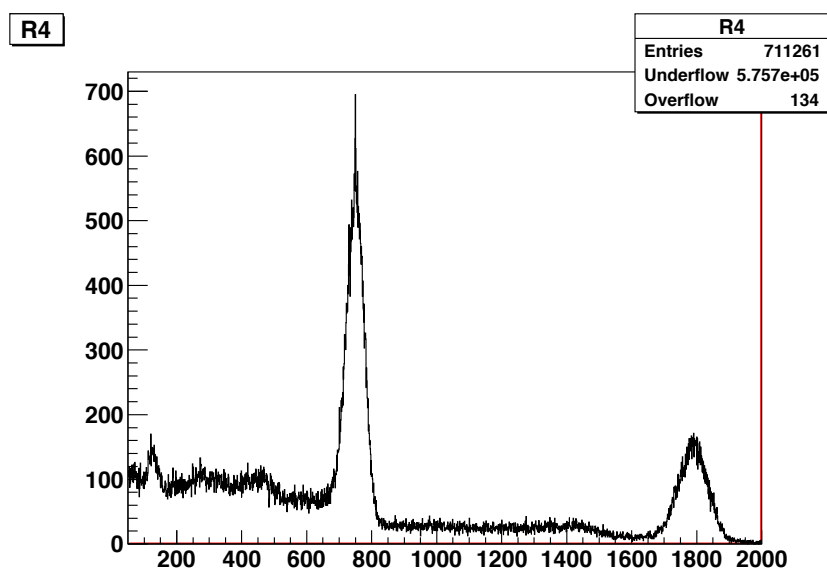


Figura 4.9: Spettro del rivelatore R4 acquisito nella prova per le coincidenze tra R2 ed R3.

Spettri di calibrazione temporale

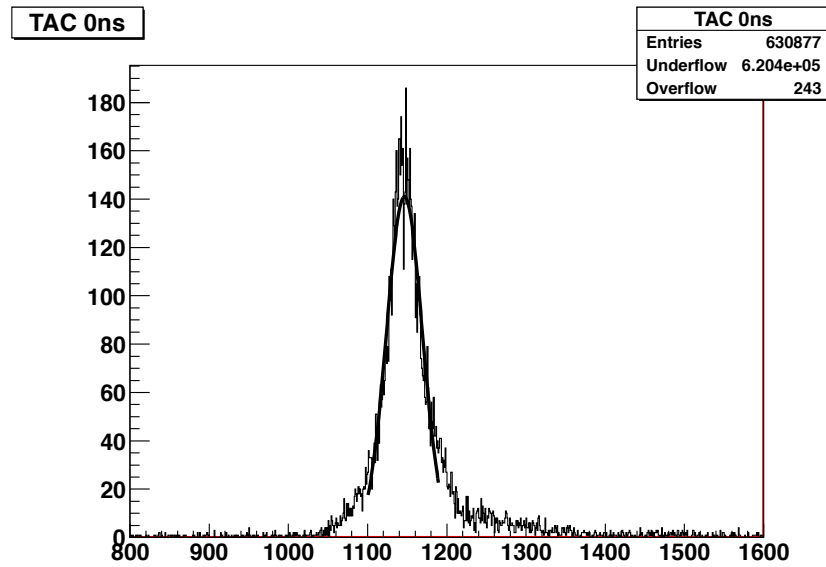


Figura 4.10: Spettro di calibrazione temporale acquisito con il segnale di stop connesso direttamente al TAC. È visibile la curva gaussiana di interpolazione del picco.

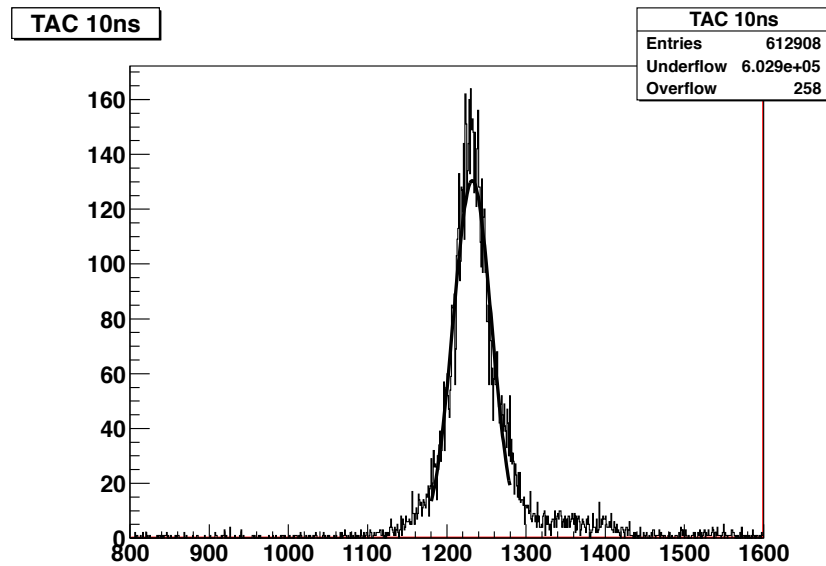


Figura 4.11: Spettro di calibrazione temporale acquisito con il segnale di stop per il TAC ritardato di 10 ns. È visibile la curva gaussiana di interpolazione del picco.

Spettri completi dei decadimenti a 2 e 3 fotoni

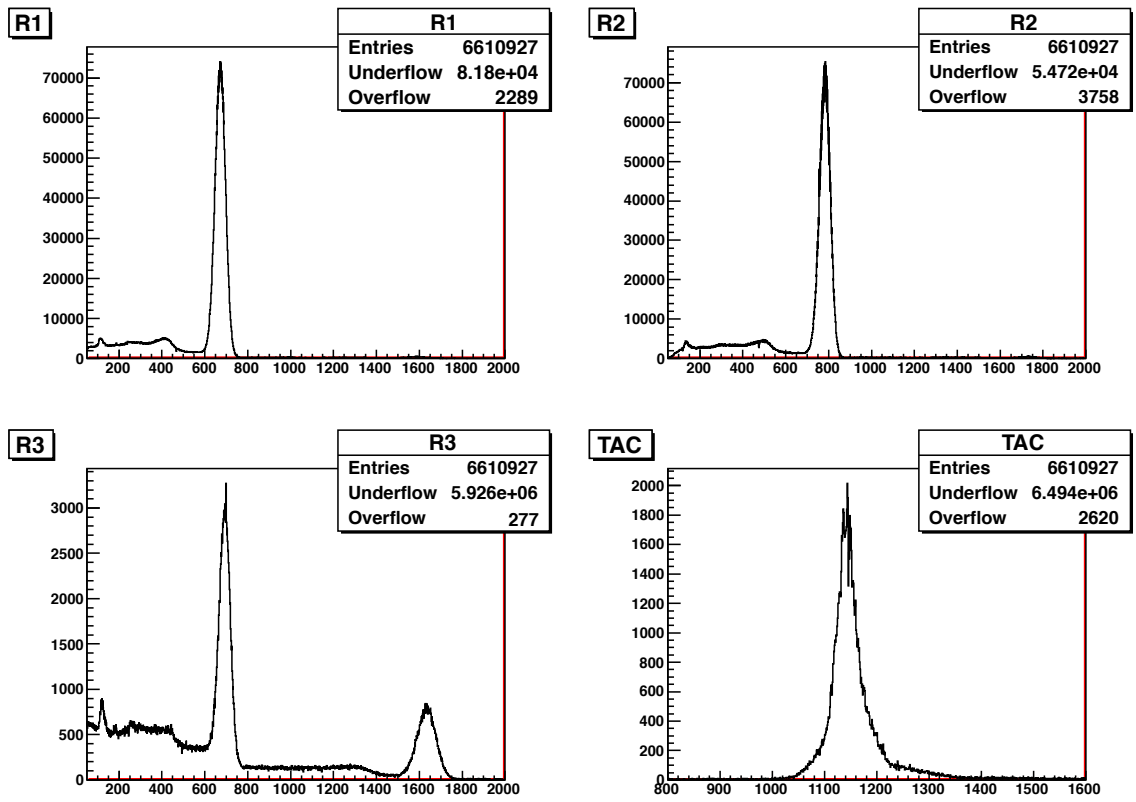


Figura 4.12: Spettri di acquisizione per i decadimenti a due fotoni.

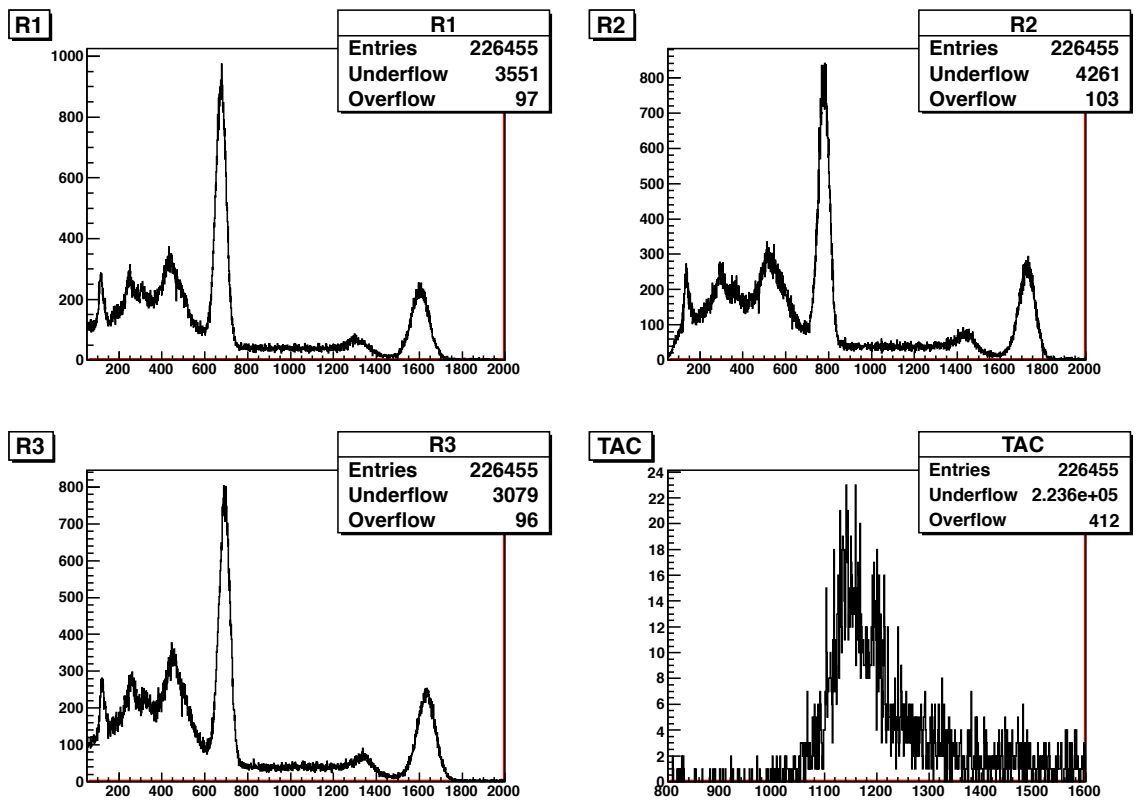


Figura 4.13: Spettri di acquisizione per i decadimenti a tre fotoni.