

Test n° 2 (durée : 30 mn)

NOM : _____

Question de cours

Soient (X, d) un espace métrique et $a \in X$. Qu'est-ce qu'un voisinage de a dans X ?

Exercices

1) Soient (X, d) un espace métrique, $A \subseteq X$ et $B \subseteq X$.

a) Démontrer que : si $A \subseteq B$, alors $\overline{A} \subseteq \overline{B}$.

b) Démontrer que : $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

2) *Rappel* : on appelle frontière d'une partie A de \mathbb{R}^2 , et note ∂A , le complémentaire de $\overset{\circ}{A}$ dans \overline{A} .

a) Soit F un fermé de \mathbb{R}^2 . Démontrer que ∂F est d'intérieur vide.

Indication : remarquer que $\widehat{\overset{\circ}{\partial F}} \subseteq \overset{\circ}{F}$.

b) En déduire que : $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A)$ pour tout $A \subseteq \mathbb{R}^2$.

Indication : utiliser la partie $F := \partial A$ de \mathbb{R}^2 .

c) Question subsidiaire.

A-t-on : « $\overline{\partial(\partial A)} = \partial A$ pour tout $A \subseteq \mathbb{R}^2$ » ?