

## Devoir sur table n° 2

**Exercice 1.**

Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 + \ln x}{\ln x} \right)^x$ .

**Exercice 2.**

Etudier la nature des séries suivantes :

1.  $\sum_{n \geq 0} \frac{(n^2 + n + 1)^3}{3^n}$ .

2.  $\sum_{n \geq 1} \ln \left( \frac{2n^2}{2n^2 + 1} \right)$ .

3.  $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + (-1)^n}}$ .

**Exercice 3.**

Calculer le développement limité de  $\ln \cos x$  en 0 à l'ordre 6.

**Exercice 4.**

On considère la courbe paramétrée suivante :

$$\begin{cases} x(t) = t^2 + \frac{2}{t} \\ y(t) = t + \frac{1}{t} \end{cases}$$

1. Montrer qu'il y a un point singulier pour  $t = 1$ , faire une étude locale puis dessiner l'allure de la courbe au voisinage de ce point.
2. Etudier la branche infinie lorsque  $t \rightarrow +\infty$ .

**Exercice 5.**

Soit  $\sum_{n \geq 1} u_n$  une série absolument convergente, montrer que la série  $\sum_{n \geq 1} u_n^2$  converge.