

Test n° 10 (durée : 30 mn)

NOM : _____

Question de cours

Développement de Taylor(-Young) : hypothèse ? conclusion ?

Exercices

- 1) a) Calculer la différentielle de l'application $\alpha: \mathcal{L}(\mathbb{R}^2) \longrightarrow \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$.
- $$u \longmapsto u^3$$

- b) On note : $F = \{u \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2) \mid u^3 = \text{id}_{\mathbb{R}^2}\}$.

Démontrer que F est d'intérieur vide dans $\mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$.

Indication : vérifier que la différentielle de α ne s'annule pas sur F .

2) On munit ici \mathbb{R}^3 de la norme euclidienne et \mathbb{R} de la valeur absolue.

Soient $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ et $r > 0$.

$$(x, y, z) \longmapsto x^3 + y^3 + z^3$$

a) On pose : $U =]0, r[\times]0, r[\times]0, r[$.

Démontrer que $f|_U$ est lipschitzienne.

b) Trouver un réel $k \geq 0$, de la forme $k = P(r)$ pour un $P \in \mathbb{R}[X]$, tel que $f|_U$ est k -lipschitzienne.