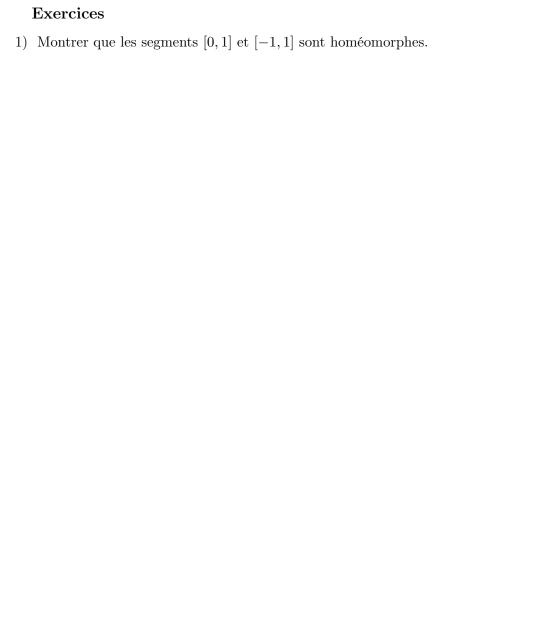
| Unive | ersité | Denis  | Diderot |
|-------|--------|--------|---------|
| UFR   | de M   | [athém | atiques |

| Test | ${ m n}^{\circ}$ | 4 | (durée | : | 30 | mn) | ) |
|------|------------------|---|--------|---|----|-----|---|
|------|------------------|---|--------|---|----|-----|---|

| NOM: |  |
|------|--|
|      |  |

## Question de cours

Soient  $((x_n, y_n))_{n\geq 0}$  une suite de point de  $\mathbb{R}^2$  et  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , où  $\mathbb{R}^2$  est muni de la distance usuelle d. Quand dit-on que (x, y) est une valeur d'adhérence de la suite  $((x_n, y_n))_{n\geq 0}$ ?



- 2) On définit  $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$  en posant  $f(x,y) = \arctan \left| \frac{y}{x} \right|$  si  $x \neq 0$  et  $f(x,y) = \frac{\pi}{2}$  si x = 0.
  - a) Montrer que  $U=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,|\,x\neq0\}$  et  $V=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,|\,y\neq0\}$  sont des ouverts de  $\mathbb{R}^2\,\setminus\{0\}$ .

b) Démontrer que f est continue.

Indication:remarquer, en le justifiant, que  $f(x,y)=\frac{\pi}{2}-\arctan|\frac{x}{y}|$  quand  $y\neq 0.$ 

c) Question subsidiaire (hors barème). Existe-t-il une application continue  $\widetilde{f}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$  dont la restriction à  $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$  est f?