

Part I

Algorithmes d'encodage et de décodage

1 Algorithme d'encodage en 1 dimension

1.1 Cadre

Dans cette partie, on veut encoder une fonction $f : \llbracket 0, N-1 \rrbracket \rightarrow [-1, 1]$ quelconque.

On se place dans une analyse multi-résolution de $L^2(\mathbb{R})$ notée $(V_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ engendrée par φ .

On rappelle que f peut être recalculé à partir de ses coordonnées $\langle f, \psi_{n,k} \rangle$:

$$f = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{n,k} \rangle \psi_{n,k}$$

où :

$$\begin{aligned} \langle f, \psi_{n,k} \rangle &= \int_0^N f(t) \overline{\psi_{n,k}(t)} dt \\ &= \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \int_x^{x+1} \overline{\psi(2^{-n}t - k)} dt \\ &= 2^{-n} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) [F(t)]_{2^{-n}x-k}^{2^{-n}(x+1)-k} \end{aligned}$$

où F est une primitive de $\overline{\psi}$.

1.2 Suppression des coordonnées inutiles

1.2.1 Coordonnées $n \leq 0$

La valeur de $\langle f, \psi_{n,k} \rangle$ représente à peu près la variation dans l'intervalle $[2^n k, 2^n(k+1)]$.

Étant donné que f est échantillonné avec une fréquence de 1, f est constant sur les intervalles $[2^n k, 2^n(k+1)]$ pour $n \leq 0$. On néglige donc la valeur des coordonnées à ces indices.

1.2.2 Coordonnées $n > \lceil \log_2 N \rceil$

1.2.3 Coordonnées k

On veut obtenir un recouvrement minimal de $[0, N[$ avec les intervalles disjoints $[2^n k, 2^n(k+1)[$.

Pour que $[2^n k, 2^n(k+1)[\cap [0, N[\neq \emptyset$, il faut que $0 \leq k < 2^{-n}N$.

1.3 Code de l'algorithme

1.4 Exemples

```

1: procedure ENCODER( $F, f, N$ )
2:   for  $n \in \llbracket 1, \lceil \log_2 N \rceil \rrbracket$  do
3:     for  $k \in \llbracket 0, \lceil 2^{-n}N - 1 \rceil \rrbracket$  do
4:        $C[n][k] := 0$ 
5:       for  $x \in \llbracket 0, N - 1 \rrbracket$  do
6:          $C[n][k] := C[n][k] + 2^{-n} \times f[x] \times (F(2^{-n}x - k) - F(2^{-n}(x + 1) - k))$ 
7:       end for
8:     end for
9:   end for
10:  return  $C$ 
11: end procedure

12: procedure DECODER( $\psi, C, N$ )
13:  for  $x \in \llbracket 0, N - 1 \rrbracket$  do
14:     $f[x] := 0$ 
15:    for  $n \in \llbracket 1, \lceil \log_2 N \rceil \rrbracket$  do
16:      for  $k \in \llbracket 0, \lceil 2^{-n}N - 1 \rceil \rrbracket$  do
17:         $f[x] := f[x] + C[n][k] \times \psi(2^{-n}x - k)$ 
18:      end for
19:    end for
20:  end for
21:  return  $f$ 
22: end procedure

```
