Part I

Algorithmes d'encodage et de décodage

1 Algorithme d'encodage en 1 dimension

1.1 Cadre

Dans cette partie, on veut encoder une fonction $f : [\![0, N-1]\!] \to [-1, 1]$ quelconque.
On se place dans une analyse multi-résolution de $L^2(\mathbb{R})$ notée $(V_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ engendrée par φ.
On rappelle que f peut être recalculé à partir de ses coordonnées $\langle f, \psi_{n,k}\rangle$:

$$f = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \langle f, \psi_{n,k}\rangle \psi_{n,k}$$

où :

$$\begin{aligned}
\langle f, \psi_{n,k}\rangle &= \int_0^N f(t)\overline{\psi_{n,k}(t)}dt \\
&= \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \int_x^{x+1} \overline{\psi(2^{-n}t - k)}dt \\
&= 2^{-n} \sum_{x=0}^{N-1} f(x)[F(t)]_{2^{-n}x-k}^{2^{-n}(x+1)-k}
\end{aligned}$$

où F est une primitive de $\overline{\psi}$.

1.2 Suppression des cordonnées inutiles

1.2.1 Coordonnées $n \leq 0$

La valeur de $\langle f, \psi_{n,k}\rangle$ représente à peu près la variation dans l'intervalle $[2^n k, 2^n(k+1)]$.
Étant donné que f est échantillonné avec une fréquence de 1, f est constant sur les intervalles $[2^n k, 2^n(k+1)]$ pour $n \leq 0$. On néglige donc la valeur des coordonnées à ces indices.

1.2.2 Coordonnées $n > \lceil \log_2 N \rceil$

1.2.3 Coordonnées k

On veut obtenir un recouvrement minimal de $[0, N[$ avec les intervalles disjoints $[2^n k, 2^n(k+1)[$.
Pour que $[2^n k, 2^n(k+1)[\cap[0, N[\neq \emptyset$, il faut que $0 \leq k < 2^{-n}N$.

1.3 Code de l'algorithme

1.4 Exemples