Part I

Algorithmes d'encodage et de décodage

1 Cadre

Dans cette partie, nous présenterons un algorithme pour encoder une fonction $f : [\![0, N-1]\!] \to [-1, 1]$ quelconque suivant une analyse multi-résolution.
On se place dans une analyse multi-résolution de $L^2(\mathbb{R})$ notée $(V_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ engendrée par φ.
On cherche donc un algorithme pour calculer les coordonnées de f dans l'espace :

$$W_{-\lceil \log_2 N \rceil} \overset{\perp}{\oplus} \cdots \overset{\perp}{\oplus} W_0$$

On rappelle que :

$$\begin{aligned} f &= \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \langle f, \psi_{n,k} \rangle \psi_{n,k} = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left(\int_0^N f(t) \overline{\psi_{n,k}(t)} dt \right) \psi_{n,k} \\ &= \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left(\sum_{x=0}^{N-1} f(x) \int_x^{x+1} \overline{\psi_{n,k}(t)} dt \right) \psi_{n,k} \end{aligned}$$