

TD n°1
logique

Logique

Dans ce TD, on supposera que les opérateurs logiques sont toujours évalués partiellement (comme en Python/C/C++/Java).

OPÉRATEUR LOGIQUE, TABLES DE VÉRITÉ, ÉVALUATION PARTIELLE

Une condition est soit vraie (aussi noté V/true/T/1) ou fausse (aussi noté F/false/0). C'est une valeur Booléenne.

La négation : (not A) est vrai lorsque A est faux et inversement.

a	not a
0	1
1	0

Le ET logique (conjonction) : (A and B) est vrai si et seulement si A est vrai ainsi que B. Dès que l'un des deux est faux, (A and B) est faux.

a	b	a and b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Le OU logique (ou inclusif, disjonction) : (A or B) est faux si et seulement si A est faux ainsi que B. Dès que l'un des deux est vrai (éventuellement les deux), (A or B) est vrai.

a	b	a or b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Le OU exclusif : (A xor B) est faux si et seulement si A a la même valeur que B. Dès que l'un des deux est vrai tandis que l'autre est faux, (A xor B) est vrai. Autrement dit, il faut que l'un des deux soit vrai, mais pas les deux en même temps.

a	b	a xor b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Lois de De Morgan :

not(A and B)=(not A) or (not B)
not(A or B)=(not A) and (not B)

Évaluation partielle : pour le *and* et le *or*, on calcule d'abord le terme de gauche, et si c'est un élément absorbant (autrement dit, si le terme de droite ne peut rien changer au résultat), on ne calcule pas la valeur du terme de droite.

Exercice 1 : Dans l'univers des cartes, on se retrouve avec le tas 1 qui est vide, le tas 2 qui contient un 10 de carreau, le tas 3 qui contient un 10 de pique et le tas 4 qui contient un 5 de pique. Donnez la valeur de vérité des expressions logiques ci-dessous.

1. sommetPique(3) and sommetPique(4)
2. not sommetPique(3) and not sommetPique(4)
3. sommetPique(3) and sommetTrefle(4)
4. sommetPique(3) or sommetTrefle(4)
5. not sommetPique(3) or not sommetTrefle(4)
6. sommetCoeur(1) or sommetCarreau(2)
7. sommetCoeur(1) and not tasVide(1)
8. not tasVide(1) and sommetCoeur(1)
9. sommetCoeur(1) or not tasVide(1)
10. not tasVide(1) or sommetCoeur(1)

Exercice 2 : À la fin d'un jeu, il reste exactement une carte aux 4 joueurs sur leur tas. La liste ci-dessous donne le critère de nullité de la partie pour différents jeux. Donnez pour chaque jeu une expression qui indique si oui ou non la partie est nulle

1. Le joueur 2 a un pique
2. Le joueur 2 ou le joueur 4 a un pique
3. Le joueur 2 ou le joueur 4 n'a pas de pique
4. Ni le joueur 2, ni le joueur 4 n'ont de pique
5. Les joueurs 3 et 4 ont un trèfle chacun

6. Les joueurs 3 et 4 n'ont pas chacun un trèfle
7. Le joueur 2 a un cœur et ni le joueur 3, ni le 4 n'ont un pique
8. Aucune des cartes n'est un trèfle
9. Il y a au moins un trèfle sur la table
10. Il y a au moins deux coeurs et un trèfle sur la table
11. Il y a au plus 3 carreaux
12. Le joueur 2 a un huit de cœur
13. Le joueur 2 a un 10 qui n'est pas un cœur
14. Les joueurs ont tous des cartes de valeur égale
15. Les joueurs ont tous des cartes de valeurs différentes
16. Les joueurs ont tous des cartes de même nation
17. Le joueur 2 a une carte plus forte que le joueur 3
18. Le joueur 2 a une carte qui n'est pas plus forte que le joueur 3
19. Les cartes sont dans un ordre croissant
20. Les cartes sont dans un ordre strictement croissant
21. La plus grande des cartes est au mieux un valet.
22. La plus grande des cartes est plus forte qu'un valet.
23. Il n'y a aucun roi sur la table

Exercice 3 : À la fin d'un jeu, il reste au plus une carte aux 4 joueurs sur leur tas. La liste ci-dessous donne le critère de nullité de la partie pour différents jeux. En supposant une évaluation partielle des expressions logiques, donnez une expression qui indique si oui ou non la partie est nulle

1. Le joueur 2 a un pique
2. Le joueur 2 ou le joueur 4 a un pique
3. Le joueur 2 ou le joueur 4 n'a pas de pique
4. Ni le joueur 2, ni le joueur 4 n'ont de pique
5. Les joueurs 3 et 4 ont un trèfle chacun
6. Les joueurs 3 et 4 n'ont pas chacun un trèfle
7. Le joueur 2 a un cœur et ni le joueur 3, ni le 4 n'ont un pique

Exercice 4 : Donnez la négation des formules ci-dessous

- a or (b and not c)
- not (a or b)
- (b or not a) and (d or (f and not g))
- ((p and q and r) or (not p) or (not q)) and (d or e)

Exercice 5 : Pour quels ensembles de valeurs les expressions suivantes sont elles vraies ?

- ($i > 10$) or ($i < 2$)
- ($i < 10$) and ($i > 2$)
- not ($i == 25$)
- not ($(i > 10)$ and ($i == 5$))
- $c > 'a'$ and $c < 'z'$
- rep == 'o' or rep == 'O'
- rep == 'o' and rep == 'N'
- $i > 10$ and $i < 5$
- $i \leq 20$ or $i > 7$
- ($i > 0$ and $i \leq 10$) or ($i > 10$ and $i \leq 20$)

Exercice 6 : Donnez la négation de chacune des expressions de l'exercice précédent et vérifiez qu'elles sont vraies pour le complémentaire de l'ensemble de valeurs précédemment trouvé.

Exercice 7 : Simplifiez les expressions suivantes :

- $i > 2$ or $4 < i$
- ($i < 2$ and $3 > i$) or $i > 4$
- $n \neq 0$ and $(n+1)^{**}2 == n^{**}2 + 1$