

Cavités à 3 miroirs

Sabathié Théotime

Grigaliunaitė Deimantė

Malescot Enzo

Encadrant: Andia Manuel

IJCLab - Groupe Ondes Gravitationnelles

Introduction

La cavité à trois miroirs répond directement aux défis clés des détecteurs d'ondes gravitationnelles, où une stabilité accrue du faisceau et une réduction du bruit quantique sont essentielles pour détecter les infimes déformations de l'espace-temps.

Notre travail étudie principalement les cavités à trois miroirs. Pour établir les concepts de base, nous analysons d'abord la cavité Fabry-Pérot traditionnelle à deux miroirs, en examinant particulièrement la puissance transmise du champ électrique.

Cette analyse révèle un défi majeur : le contrôle du bruit quantique dans ces systèmes. Nous considérons alors la cavité à trois miroirs pour déterminer si elle résout ce problème. De plus, nous examinons les critères de stabilité, car notre configuration initiale ne les garantit pas.

Cavité à 2 miroirs

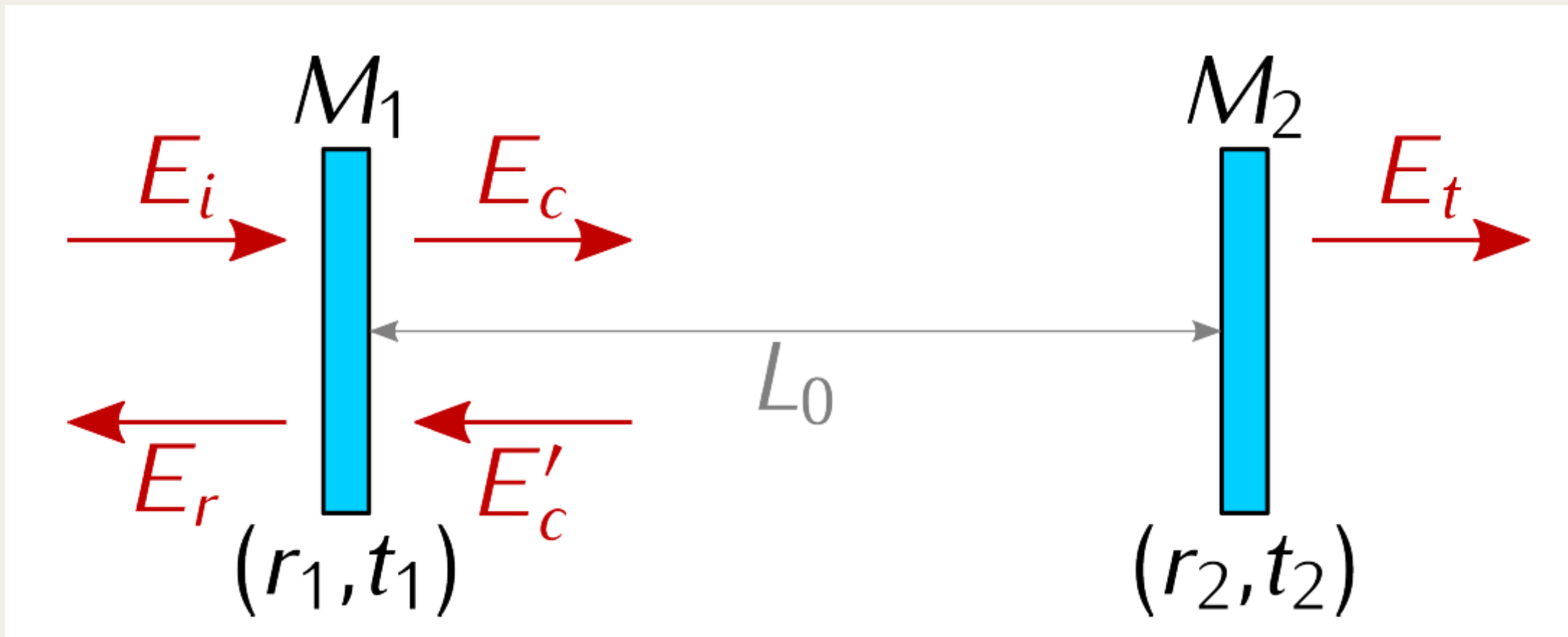


Figure 1. Schéma de la cavité Fabry-Pérot [1]

$$\begin{cases} E_c = t_1 E_i + r_1 E'_c \\ E_r = r_1 E_i + t_1 E'_c \\ E_t = t_2 E_c e^{ikL_0} \\ E'_c = r_2 E_c e^{i2kL_0} \end{cases} \Rightarrow T = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2kL_0)}$$

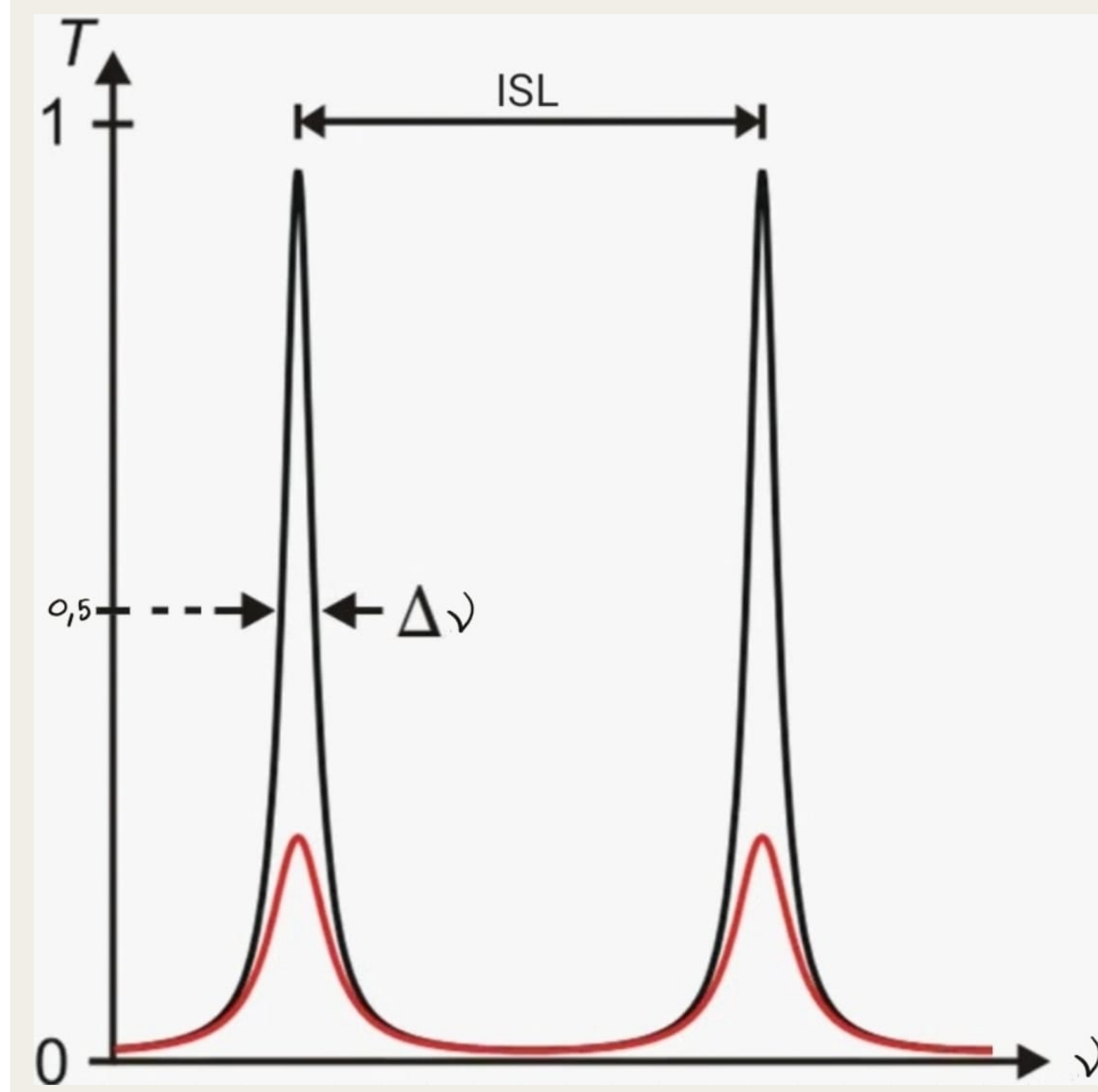


Figure 2. Définition des grandeurs [3]

$$\begin{cases} T_{\max} = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2} \\ \Delta \nu_c = \frac{2c}{\pi L} \arcsin \left(\frac{1 - \sqrt{R_1 R_2}}{2(R_1 R_2)^{1/4}} \right) \\ ISL = \frac{c}{L} \\ \mathcal{F} = \frac{ISL}{\Delta \nu_c} = \frac{\pi}{2} \left(\arcsin \left(\frac{1 - \sqrt{R_1 R_2}}{2(R_1 R_2)^{1/4}} \right) \right)^{-1} \end{cases}$$

Cavité à 3 miroirs

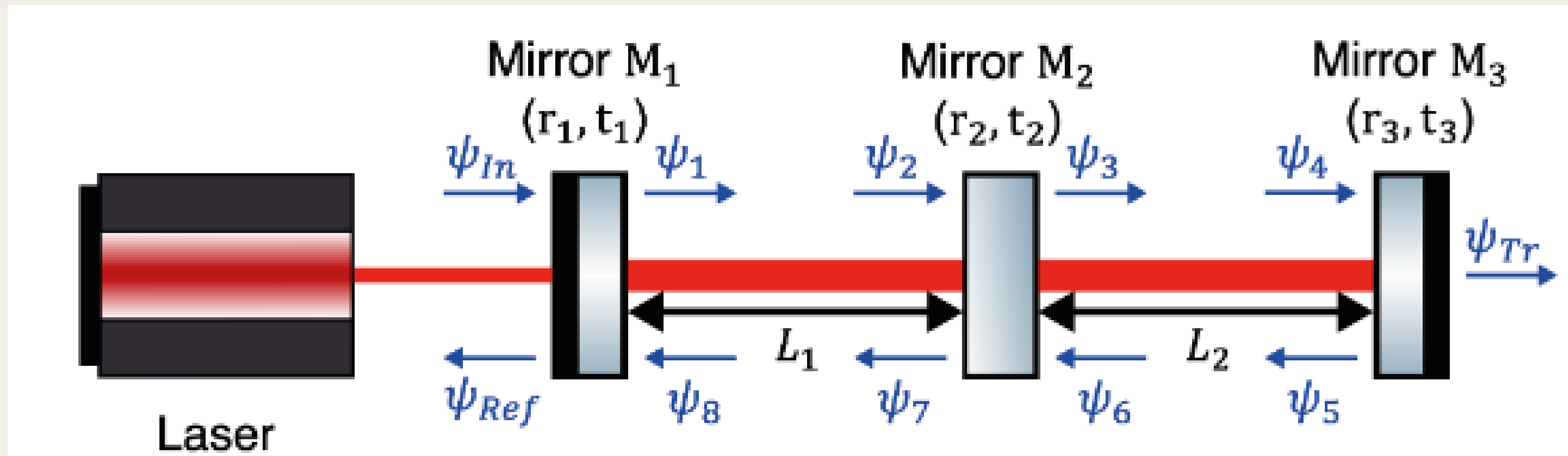
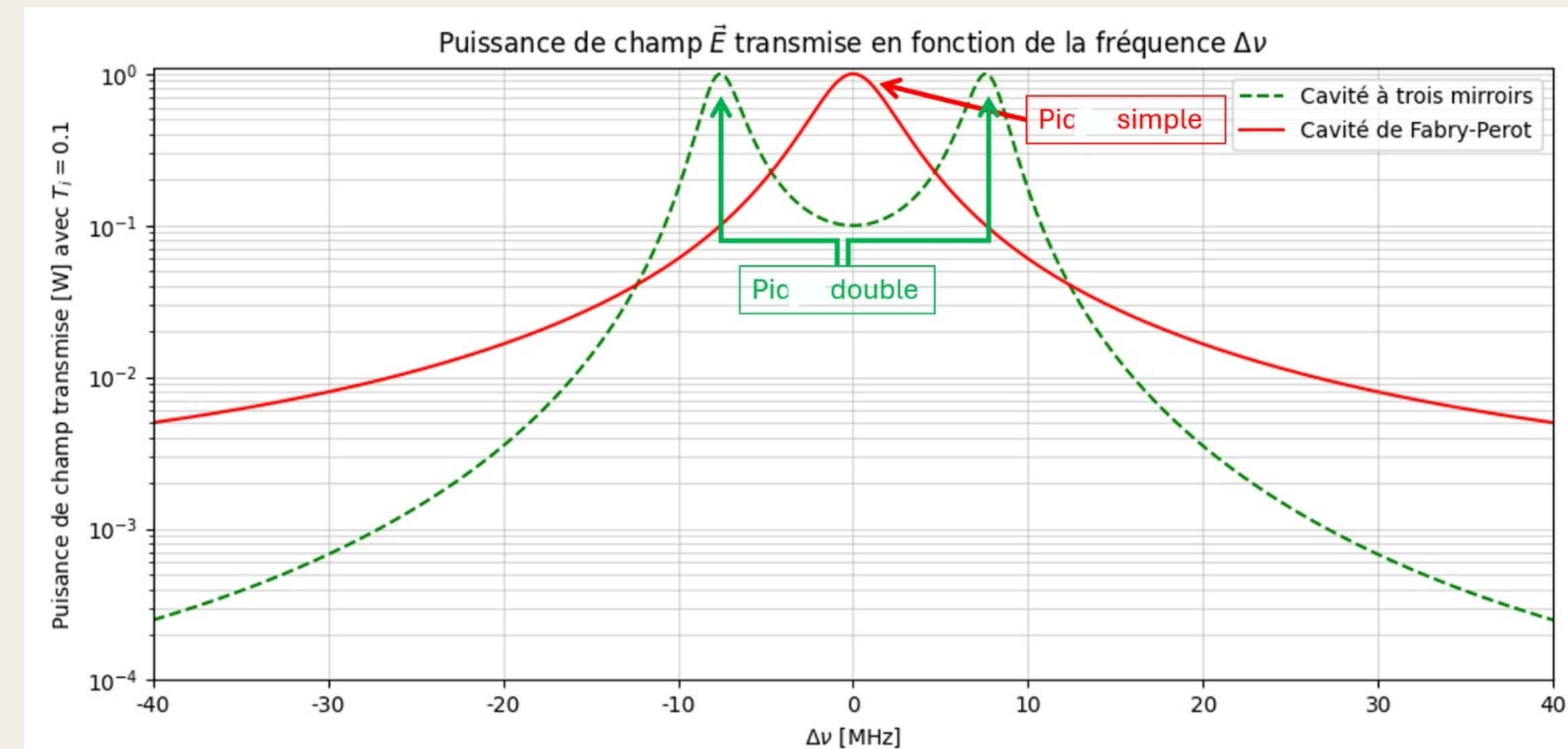


Figure 3. Schéma de la cavité à trois miroirs [2]

Transmission de la cavité



Équations de la cavité

Les notations sont définies dans la Figure 3.

$$\begin{cases} \psi_1 = it_1 \psi_{In} + r_1 \psi_8 & \psi_2 = \psi_1 e^{-ikL_1} \\ \psi_3 = it_2 \psi_2 + r_2 \psi_6 & \psi_4 = \psi_3 e^{-ikL_2} \\ \psi_5 = r_3 \psi_4 & \psi_6 = \psi_5 e^{-ikL_2} \\ \psi_7 = it_2 \psi_6 + r_2 \psi_2 & \psi_8 = \psi_7 e^{-ikL_1} \\ \psi_{Ref} = it_1 \psi_8 + r_1 \psi_{In} & \psi_{Tr} = it_3 \psi_4 \end{cases}$$

$$T = \frac{T_1 T_2 T_3}{U U^*} \text{ avec } U = e^{2ik(L_1+L_2)} - r_1 r_2 e^{2ikL_2} - r_2 r_3 e^{2ikL_1} + r_1 r_3 (r_2^2 + t_2^2)$$

$$\Delta \nu_{\pm} = \pm \frac{c}{4\pi L} \arccos \left(\frac{r_1 r_2 (1 + R_3 (r_3^2 + t_3^2)) + r_2 r_3 (1 + R_1 (r_1^2 + t_1^2))}{4r_1 r_3 (r_2^2 + t_2^2)} \right)$$

Problème de bruit

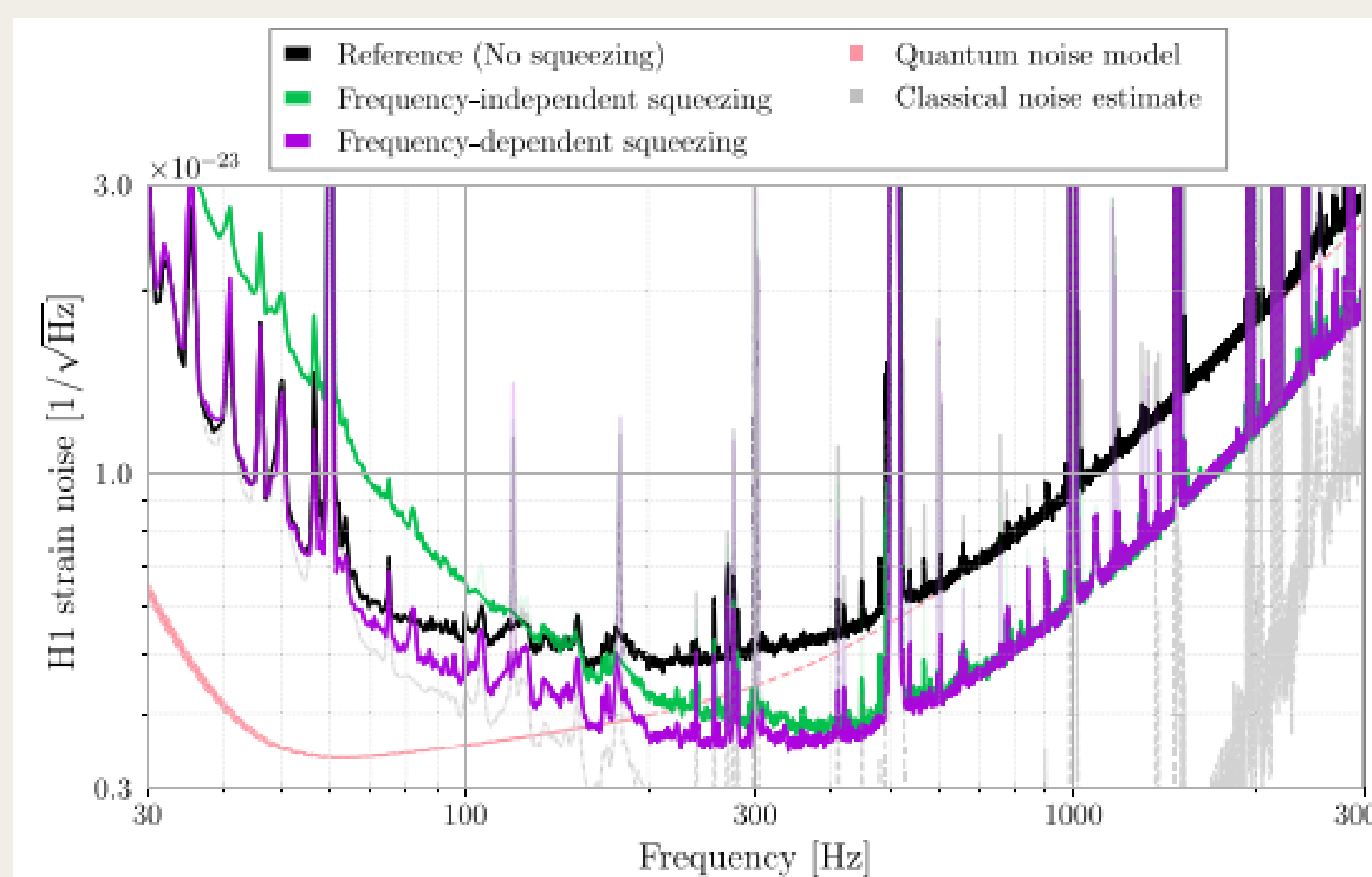


Figure 4. Observation du squeezing dépendant de la fréquence dans les détecteurs LIGO [4]

Stabilité

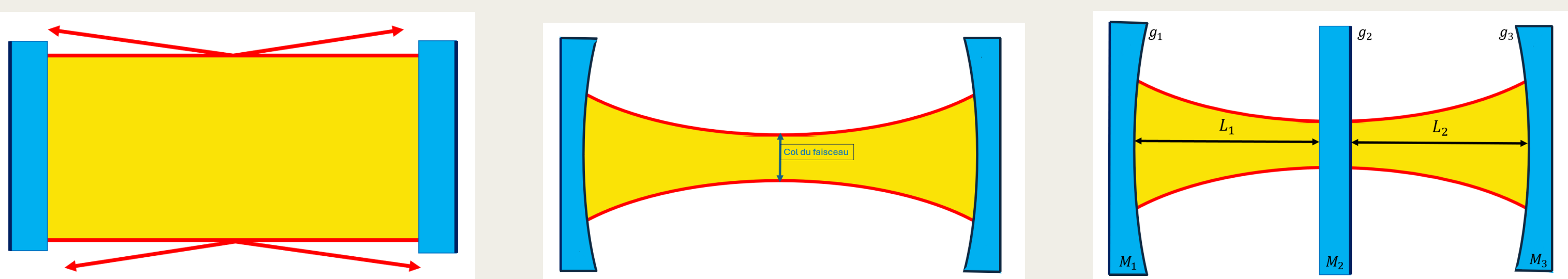


Figure 5. Configurations de cavité : (a) plano-plano, (b) concave-concave et (c) concave-plano-concave (avec les notations pour analyse).

Avec des miroirs plans, la lumière diverge et finit par quitter la cavité après plusieurs réflexions, ces derniers n'étant pas de taille infinie. L'utilisation de miroirs concaves permet de confiner le faisceau. Une attention particulière doit être portée sur la position du col du faisceau, surtout lors de l'insertion d'un troisième miroir au centre de la cavité.

Définitions :

- ρ_i : Rayon de courbure du $i^{\text{ème}}$ miroir ($\rho_2 = \infty$ pour le miroir central plan)
- $g_i = 1 - \frac{L_i}{\rho_i}$ (paramètre g pour la paire de miroirs i)
- $m = \frac{L_2}{L_1}$ (rapport des longueurs de cavité)
- $\varepsilon \in]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$ (paramètre de décalage de stabilité)
- **Résultats :**
 - Condition de stabilité : $0 < g_i g_j < 1$ pour toute paire de miroirs (i, j)
 - Contrainte de la première cavité : $g_1 g_2 = \frac{1}{2} + \varepsilon$
 - Stabilité de la seconde cavité :

$$g_2 g_3 = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{m^2} \left(\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon} \right)}$$

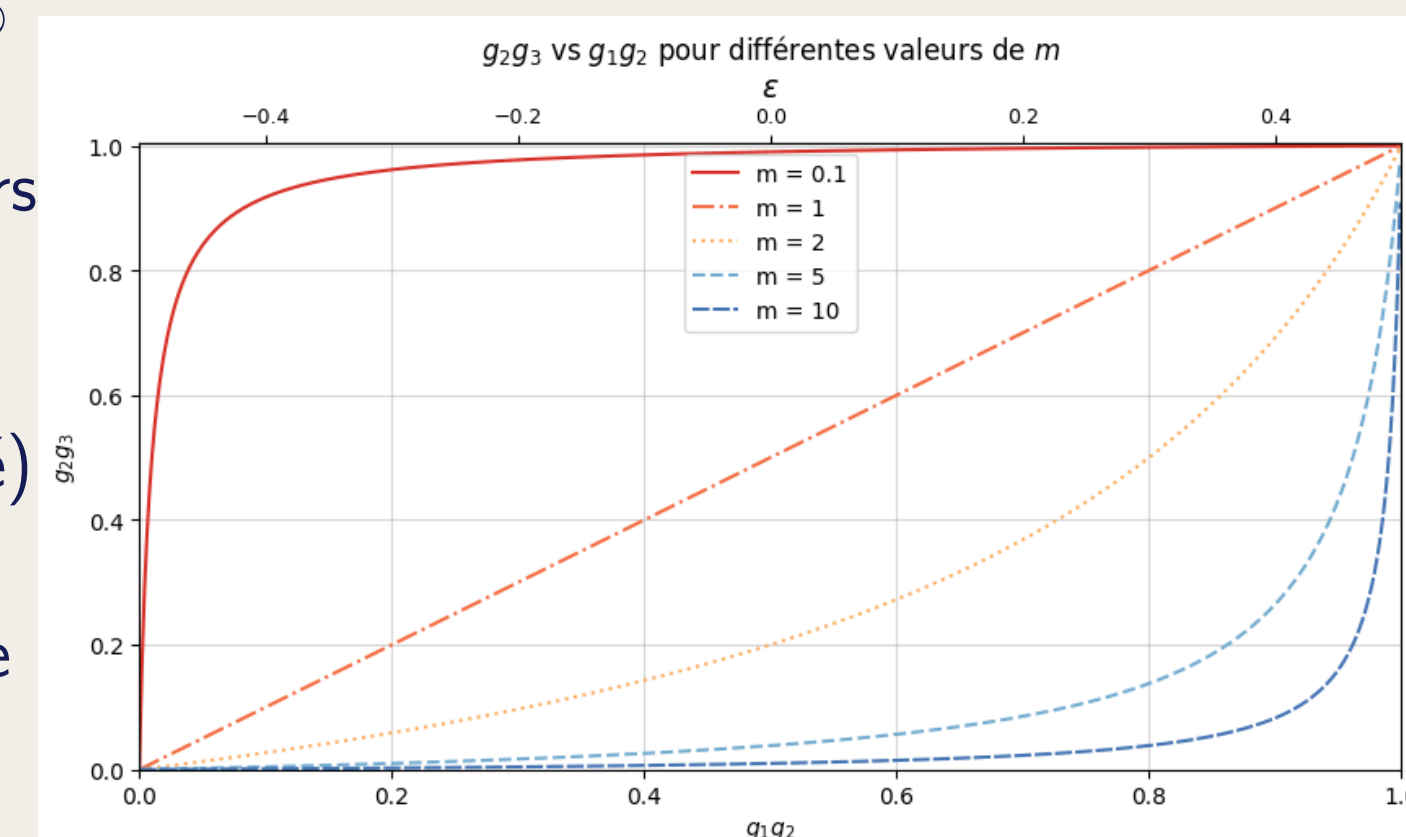


Figure 6. Comparaison entre $g_1 g_2$ et $g_2 g_3$ pour $m \in \{0.1, 1, 2, 5, 10\}$

Références

- [1] Andia, M. (2025). *Introduction aux cavités Fabry-Pérot*. <https://calva.pages.in2p3.fr/immersion-recherche/2024-2025/cavites3M/introduction-cavites-fp>
- [2] *Resonant behavior and stability of a linear three-mirror cavity* (2025). ArXiv. <https://arxiv.org/abs/2406.07752>
- [3] *Transmission en fonction de la fréquence* (2025). Wikipedia. https://fr.wikipedia.org/wiki/Interfromtre_de_Fabry-Pérot
- [4] *Broadband Quantum Enhancement of the LIGO Detectors* (2023). Physical Review X. <https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.13.041021>