

Relatório 1º Projeto ASA 2023/2024

Grupo: tp055

Aluno: Enzo Nunes ist1106336

Descrição do Problema e da Solução

- O problema consiste em cortar uma chapa (2D) em várias subpeças, maximizando o preço final. É uma variação do problema da mochila com repetição ou, mais especificamente, um *Rod-Cutting Problem* mas em duas dimensões.
- A solução apresentada é do estilo *bottom-up*, em que iterativamente se constrói uma matriz que representa a chapa fornecida, primeiro “colocando” as peças e depois percorre-se a matriz, até se atingir as dimensões da chapa.

Análise Teórica

A solução mais simples deste problema seria recursiva, onde utilizaríamos uma abordagem *top-down*. Considerando uma matriz $C[i][j]$ que representa uma chapa e sendo $P(i, j)$ uma peça i por j ou j por i , cada célula dessa matriz seria dada por:

$$C[i][j] = \begin{cases} 0 & , i = 0 \vee j = 0 \\ \max\{P(i, j), \max_{1 \leq k \leq i} \{C[i][k] + C[i-k][j]\}, \max_{1 \leq k \leq j} \{C[k][j] + C[i-k][j]\}\} & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

A solução proposta, em vez disso, é iterativa. Construimos uma matriz de baixo pra cima, e o resultado é obtido através da célula dessa matriz nas posições da dimensão da chapa. Esta solução é otimizada através da programação dinâmica, onde não precisamos recalcular valores que já foram calculados antes.

Considerando uma chapa quadrada, n por n , e p para o número de peças, a solução é algo como:

- Criação e inicialização da matriz da chapa. $\theta(n^2)$
- Leitura do input e colocação das peças em suas posições e simétricas. $O(2p)$
- População da matriz, que inclui percorrer as suas linhas e colunas colocando em cada célula o valor máximo considerando cada corte possível na chapa (vertical ou horizontal). $O(n^3)$
- Apresentação do resultado. $O(1)$

Para amostras maiores, a complexidade final da solução vai maioritariamente depender do passo em que preenchemos a matriz dado que é o passo que tem uma complexidade maior.

Complexidade total – $O(n^3 + n^2 + 2p + 1) \simeq O(n^3)$

Relatório 1º Projeto ASA 2023/2024

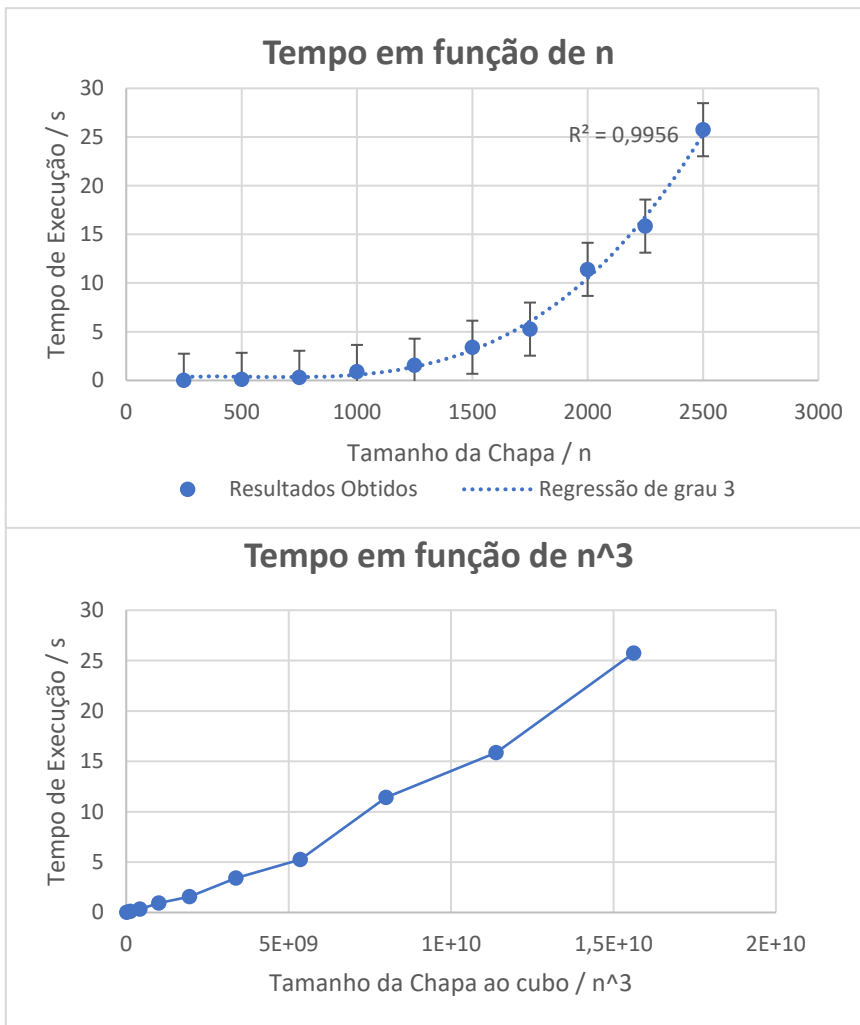
Grupo: tp055

Aluno: Enzo Nunes ist1106336

Resultados Experimentais

Foram realizados testes em 10 instâncias diferentes. O tempo de execução guardado de cada uma resulta da média aritmética entre 5 testes realizados em cada uma.

| N | 250 | 500 | 750 | 1000 | 1250 | 1500 | 1750 | 2000 | 2250 | 2500 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| T / s | 0.02 | 0.11 | 0.32 | 0.92 | 1.56 | 3.41 | 5.27 | 11.41 | 15.85 | 25.75 |



O gráfico mostra que existe uma relação aproximadamente linear entre o tempo de execução e o cubo do tamanho da chapa, o que confirma que a implementação proposta está de acordo com a análise teórica feita previamente.