

Exercícios – Conectivos, classificação e relações lógicas

1. Sejam as seguintes proposições simples p : *Está frio*, q : *Está chovendo* e r : $5 \leq 7$. Traduza as proposições a seguir em linguagem corrente.

- | | | |
|-----------------|--------------------------------------|--|
| a) $\sim p$ | d) $p \wedge \sim r$ | g) $\sim p \wedge (r \vee q)$ |
| b) $\sim r$ | e) $p \wedge \sim q \vee r$ | h) $\sim (r \wedge q)$ |
| c) $p \wedge q$ | f) $p \wedge q \vee r \wedge \sim q$ | i) $\sim (\sim p \vee \sim q) \wedge \sim r$ |

2. Sejam as proposições **a**: *Bruno é alto* e **e**: *Bruno é elegante*. Traduzir para a linguagem Proposicional as seguintes proposições.

- | | |
|---|--|
| a) Bruno é alto e elegante. | e) Não é verdade que Bruno é alto e não é elegante. |
| b) Bruno é alto, mas não é elegante. | f) Não é verdade que Bruno é baixo ou elegante. |
| c) Bruno é alto, ou é baixo e elegante. | g) É falso que Bruno é baixo ou não é elegante. |
| d) Bruno não é alto nem elegante. | h) Bruno é deselegante, mas não é verdade que é baixo. |

3. Sabendo que as proposições " $x=0$ " e " $x=y$ " são verdadeiras e que as proposições " $y=z$ " e " $y=t$ " são falsas, determinar o valor lógico de cada uma das seguintes formas proposicionais:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $x = 0 \wedge x = y \rightarrow y \neq z$ | c) $x \neq y \vee y \neq z \leftrightarrow y = t$ | e) $x = 0 \rightarrow x \neq y \vee y \neq t$ |
| b) $x \neq 0 \vee y = t \rightarrow y = z$ | d) $x \neq 0 \vee x \neq y \rightarrow y \neq z$ | |

4. Construa as tabelas verdades das seguintes proposições:

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\sim (p \wedge \sim q)$ | d) $\sim p \wedge (r \vee q)$ | g) $(p \vee \sim q) \wedge r \wedge \sim p$ |
| b) $\sim (\sim (p \wedge q) \vee \sim (r \wedge q))$ | e) $\sim (\sim p \vee \sim q \wedge \sim r)$ | h) $(p \vee \sim q) \wedge (r \vee \sim p)$ |
| c) $p \wedge q \vee p \wedge r \vee (p \wedge q \vee r)$ | f) $\sim \sim (p \wedge q) \vee \sim p$ | i) $\sim (\sim (p \vee q) \wedge (p \vee q))$ |

5. Descubra o valor verdade das proposições compostas abaixo considerando os valores de **a**, **b**, **c** e **d** respectivamente como **V**, **F**, **V** e **F**:

- | | |
|--|--|
| a) $\sim a \rightarrow (\sim b \leftrightarrow \sim c)$ | f) $\sim a \vee \sim b \wedge \sim (\sim a \wedge d \rightarrow \sim b \wedge c)$ |
| b) $\sim b \wedge \sim c \leftrightarrow \sim a \vee d$ | g) $\sim (\sim (\sim (\sim b \rightarrow \sim c) \rightarrow \sim (\sim a \rightarrow \sim d))) \rightarrow \sim a \vee \sim d)$ |
| c) $\sim a \vee \sim b \rightarrow \sim c \wedge \sim d$ | h) $\sim (\sim (\sim a \wedge \sim b) \vee \sim (\sim c \leftrightarrow \sim d)) \rightarrow \sim d$ |
| d) $\sim (\sim c \wedge d) \vee a \rightarrow \sim b \wedge a$ | i) $\sim a \leftrightarrow \sim b \wedge \sim c \vee \sim d$ |
| e) $\sim (\sim (\sim a \vee b) \vee \sim (\sim a \wedge c)) \vee \sim d$ | j) $\sim \sim a \rightarrow \sim (\sim (\sim \sim b \vee \sim c) \vee \sim d)$ |

6. Construa as tabelas verdades das seguintes proposições:

- | | | |
|---|--|---|
| a) $p \wedge \sim r \rightarrow \sim q$ | d) $(r \wedge (p \vee \sim q)) \wedge \sim (\sim r \vee p \wedge q)$ | f) $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow \sim (p \vee \sim r)$ |
| b) $\sim p \wedge (q \vee \sim r) \rightarrow r$ | e) $(p \vee (q \rightarrow \sim r)) \wedge (\sim p \vee r \leftrightarrow \sim q)$ | g) $(p \vee q \rightarrow r) \rightarrow q \vee \sim r$ |
| c) $(p \leftrightarrow \sim q) \leftrightarrow q \rightarrow p$ | | |

7. Sejam as proposições **f**: *Ricardo fala francês*, **i**: *Ricardo fala inglês* e **a**: *Ricardo fala alemão*.

I. Traduza para a **linguagem simbólica** as proposições:

- Ricardo fala francês ou inglês, e não fala alemão
- Ricardo fala francês e inglês, ou não fala francês nem alemão
- É falso que Ricardo fala francês e não fala alemão
- É falso que Ricardo fala inglês ou alemão, mas não fala francês

II. Traduza agora para a **linguagem corrente** as seguintes proposições:

- | | | | |
|---------------------------|------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $i \rightarrow f$ | d) $f \wedge \sim a$ | g) $\sim (\sim i \rightarrow f)$ | j) $\sim a \wedge \sim i$ |
| b) $\sim f \rightarrow i$ | e) $\sim f \leftrightarrow \sim i$ | h) $\sim (a \wedge i)$ | k) $\sim (\sim a \vee \sim i)$ |
| c) $\sim \sim f$ | f) $\sim f \wedge i \rightarrow a$ | i) $\sim (a \wedge \sim i)$ | l) $\sim (f \rightarrow a) \wedge i$ |

8. Sejam as proposições r = *rosas são vermelhas*, v = *violetas são azuis* e m = *margaridas são grandes*. Traduza para a linguagem simbólica as proposições:

- Rosas são vermelhas e violetas são azuis.
- Rosas são vermelhas e, ou violetas não são azuis ou margaridas são pequenas.
- Sempre que violetas são azuis, rosas são vermelhas e margaridas são grandes.
- Rosas são vermelhas se violetas não forem azuis ou se margaridas forem pequenas.
- Rosas são vermelhas e, se margaridas forem pequenas, então ou violetas não são azuis ou margaridas são grandes.

9. Traduza para a linguagem proposicional as proposições abaixo, usando letras proposicionais para indicar os componentes da proposição:

- Se os preços subirem, então haverá muitas casas para vender e elas serão caras; mas se as casas não forem caras, então, ainda assim, haverá muitas casas para vender.
- Tanto ir dormir como ir nadar é condição suficiente para a troca de roupa; no entanto, mudar a roupa não significa que se vai nadar.
- Vai chover ou nevar, mas não ambos.
- Se Jane vencer ou perder, vai ficar cansada.
- Jane irá vencer, ou, se perder, ficará cansada.
- Se o cavalo estiver descansado, o cavaleiro vencerá.
- O cavaleiro vencerá apenas se o cavalo estiver descansado e a armadura for forte.
- Um cavalo descansado é uma condição necessária para o cavaleiro vencer.
- O cavaleiro vencerá se, e somente se, a armadura for forte.
- Uma condição suficiente para o cavaleiro vencer é que a armadura seja forte ou o cavalo esteja descansado.

10. Classifique as proposições abaixo em Tautologia, Contradição ou Contingência de acordo com o resultado da tabela verdade de cada uma.

- | | |
|---|--|
| a) $(p \leftrightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ | k) $\sim(a \wedge b \rightarrow a \vee b)$ |
| b) $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$ | l) $a \rightarrow b \leftrightarrow \sim b \rightarrow \sim a$ |
| c) $\sim(p \vee \sim p) \vee (q \vee \sim q)$ | m) $(a \leftrightarrow b) \leftrightarrow a \wedge b \vee \sim a \wedge \sim b$ |
| d) $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$ | n) $\sim(\sim(a \vee b) \leftrightarrow \sim a \wedge \sim b)$ |
| e) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$ | o) $(a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c) \leftrightarrow a \vee b \rightarrow c$ |
| f) $p \rightarrow p \vee q \vee r$ | p) $(a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c) \leftrightarrow a \rightarrow b \wedge c$ |
| g) $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q \vee r)$ | q) $(a \wedge b) \vee (a \wedge c) \leftrightarrow a \wedge b \wedge c$ |
| h) $\sim(p \rightarrow (\sim p \rightarrow q \vee \sim q))$ | r) $\sim((a \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow (c \rightarrow (a \rightarrow c))$ |
| i) $\sim a \leftrightarrow \sim a \vee \sim a$ | s) $\sim(\sim a \rightarrow \sim(b \rightarrow (\sim c \rightarrow (a \rightarrow \sim(\sim c \rightarrow c))))$ |
| j) $a \wedge (a \rightarrow b) \rightarrow b$ | t) $\sim(\sim(\sim c \vee \sim d \wedge \sim b \leftrightarrow \sim d \rightarrow \sim b) \rightarrow \sim a \vee \sim c)$ |

11. Demonstre pelo método da tabela verdade quais das relações de **equivalência** e **implicação** são válidas:

- | | |
|---|--|
| a) $p \vee q \Rightarrow p \wedge q$ | k) $q \Rightarrow p \rightarrow q$ |
| b) $\sim q \vee p \Leftrightarrow q \rightarrow \sim p$ | l) $q \Rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p$ |
| c) $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q \rightarrow p$ | m) $(p \leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ |
| d) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$ | n) $p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee r \rightarrow q$ |
| e) $p \rightarrow q \Leftrightarrow p \wedge \sim q \rightarrow C$ | o) $p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q \Leftrightarrow q$ |
| f) $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | p) $p \rightarrow q \Rightarrow p \wedge r \rightarrow (q \rightarrow r)$ |
| g) $p \Leftrightarrow p \wedge \sim p \Leftrightarrow \sim p$ | q) $(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim r \vee q) \wedge r \Rightarrow \sim p$ |
| h) $\sim p \vee \sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow p \rightarrow p \wedge q$ | r) $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim q$ |
| i) $(p \rightarrow q \vee r) \wedge \sim r \Rightarrow p \rightarrow q$ | s) $(x=y \vee x < 4) \wedge x \geq 4 \Rightarrow x=y$ |
| j) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow \sim r \rightarrow \sim p$ | t) $(x \neq 0 \rightarrow x=y) \wedge x \neq y \Rightarrow x=0$ |

12. Verificar, pelo método da tabela verdade se $\sim(a \leftrightarrow \sim b)$ implica em:

- $a \vee b \rightarrow \sim a$
- $\sim a \leftrightarrow \sim b \wedge a$
- $a \rightarrow \sim b \wedge \sim a \leftrightarrow \sim b$
- $\sim(\sim a \vee b) \leftrightarrow a \wedge \sim b$
- $\sim a \wedge (\sim b \vee \sim a) \rightarrow \sim a \leftrightarrow \sim b$

13. Numa floresta viviam dona Onça e dona Raposa, com características peculiares. Dona Raposa mente às **segundas, terças e quartas-feiras**; Dona Onça mente às **quintas, sextas e sábados**. Nos demais dias, elas dizem sempre a verdade. A partir dessas informações responda às questões I, II e III abaixo.

I) Certa vez, num encontro, dona Raposa e dona Onça conversaram:

Olá, dona Onça ! Ontem eu menti – disse a dona Raposa.

Olá, dona Raposa ! Eu também menti ontem – retrucou dona Onça.

Em que dia aconteceu esse encontro? Por quê?

II) Numa outra ocasião, enquanto fugia do Lobo Mau, Chapeuzinho Vermelho encontrou a Raposa sozinha e perguntou qual o caminho mais curto para a casa da vovó. Dona Raposa fez as seguintes afirmações:

Eu menti ontem.

Eu mentirei daqui a 3 dias.

É mais rápido chegar na casa da vovó pelo caminho da estrada.

Qual era o dia da semana? Por quê? Chapeuzinho deve ou não seguir pelo caminho da estrada?

III) Em que dias da semana é possível a Raposa fazer as seguintes afirmações? Explique.

- Eu menti ontem e eu mentirei amanhã
- Eu menti ontem ou eu mentirei amanhã
- Se menti ontem, então mentirei de novo amanhã
- Menti ontem se, e somente se, mentirei amanhã