CURSO: ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO/CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROFA. POLYANA SANTOS FONSECA NASCIMENTO
DISCIPLINA: LÓGICA DIGITAL

EXERCÍCIO – VALIDADE DE ARGUMENTOS MEDIANTE REGRAS DE INFERÊNCIA

1. Use a regra Modus Ponens (MP) para deduzir a conclusão de cada um dos argumentos:
   a) Descartes é um cientista. Se Descartes é um cientista, então a frase “Penso, logo existo” tem fundamento científico. Logo,
   b) $x + 0 = y \rightarrow x = y,\ x + 0 = y \vdash$
   c) $x + 1 = 2,\ x + 1 = 2 \rightarrow y + 1 = 2 \vdash$

2. Use a regra Silogismo Disjuntivo (SD) para deduzir a conclusão de cada um dos argumentos:
   a) Quem inventou o avião foi Santos Dumont ou os irmãos Wright. Não foram os irmãos Wright que inventaram o avião. Logo,
   b) $s \vee (r \wedge t),\ \sim s \vdash$
   c) $y < 6 \vee x + y < 10,\ x + y \geq 10 \vdash$

3. Use a regra Modus Tollens (MT) para deduzir a conclusão de cada um dos argumentos:
   a) Se o atleta chegar em primeiro lugar, então ganha medalha de ouro. O atleta não ganhou a medalha de ouro. Logo,
   b) $x \neq 0 \rightarrow x + y \neq y,\ x + y = y \vdash$
   c) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow \sim(r \wedge s),\ \sim\sim(r \wedge s) \vdash$
   d) $x > 3 \rightarrow x > y,\ x \leq y \vdash$

4. Use a regra Silogismo Hipotético (SH) para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes argumentos:
   a) Se eu for à Disney em fevereiro, então não estarei no Brasil em fevereiro. Se eu não estiver no Brasil em fevereiro, então não assistirei o carnaval do rio. Logo,
   b) Se houver um atentado na Europa, então o número de turistas vai diminuir. Se a Europa apoiar os Estados Unidos, então haverá um atentado na Europa. Logo,
   c) $xy = 6 \rightarrow xy + 5 = 11,\ xy + 5 = 11 \rightarrow y = 2 \vdash$

5. Use a regra Dilema construtivo (DC) ou Dilema Destrutivo (DD) para deduzir a conclusão dos argumentos abaixo:
   a) $y = 0 \rightarrow xy = 0,\ y > 1 \rightarrow xy > 3,\ y = 0 \vee y > 1 \vdash$
   b) $p \wedge q \rightarrow r,\ q \rightarrow r \wedge s,\ \sim r \vee \sim(r \wedge s) \vdash$
   c) $x < 3 \rightarrow x \neq y,\ x > 4 \rightarrow x < y,\ x = y \vee x \geq y \vdash$
   d) $p \rightarrow \sim r \wedge q,\ \sim(\sim r \wedge q) \vee \sim s,\ \sim q \rightarrow s \vdash$
   e) $y \neq 9 \vee y \neq 18,\ x = 2 \rightarrow y = 9,\ x = 8 \rightarrow y = 18 \vdash$

6. Use a regra Modus Ponens (MP) para provar a validade de cada um dos argumentos:
   a) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ p \vdash r$
   b) $p \rightarrow \sim q \wedge r,\ p,\ \sim q \wedge r \rightarrow s \vdash s$
   c) $2 > 1 \rightarrow 3 > 1,\ 3 > 1 \rightarrow 3 > 0,\ 2 > 1 \vdash 3 > 0$
   d) $\sim p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \sim p,\ r \rightarrow \sim s,\ \sim s \rightarrow t,\ t \rightarrow u \vdash u$
   e) $x + 0 = y \rightarrow x = y,\ x + 0 = y,\ x = y \rightarrow x + 2 = y + 2 \vdash x + 2 = y + 2$
   f) $a > b \wedge b > c \rightarrow a > c,\ a > b \wedge b > c,\ a > c \rightarrow a > 10 \vdash a > 10$
   g) $p \vee q,\ p \vee q \rightarrow \sim r,\ \sim r \rightarrow s \wedge \sim t,\ s \wedge \sim t \rightarrow u \vee v \vdash u \vee v$

7. Use a regra Silogismo Disjuntivo (SD) para provar a validade de cada um dos argumentos:
   a) $p \vee q,\ \sim q,\ \sim p \vee r \vdash r$
   b) $x = y \vee x = z,\ x = 6 \vee x \neq y,\ x \neq z \vdash x = 6$
   c) $\sim p,\ p \vee q \vee r,\ \sim r \vdash q$
   d) $1 + 1 = 2 \vee 2 + 1 = 2,\ 2 + 1 \neq 2,\ 3 - 2 = 1 \vee 1 + 1 \neq 2,\ 3 - 2 \neq 1 \vee 2 - 1 = 1 \vdash 2 - 1 = 1$

8. Use a regra Modus Tollens (MT) para provar a validade de cada um dos argumentos:
   a) $p \rightarrow \sim q,\ q,\ r \rightarrow p \vdash \sim r$
   b) $x + 1 = 2 \rightarrow y + 1 = 2,\ x + 2 = y + 2 \rightarrow x + 1 = 2,\ y + 1 \neq 2 \vdash x + 2 \neq y + 2$
   c) $r \vee s \rightarrow a \wedge \sim b,\ \sim(p \rightarrow r) \rightarrow r \vee s,\ \sim a \vee b,\ \sim r \vdash \sim p$

9. Use a regra SH para provar a validade de cada um dos seguintes argumentos:
   a) $5x - 4 = 3x + 4 \rightarrow 5x = 3x + 8,\ 2x = 8 \rightarrow x = 4,\ 5x = 3x + 8 \rightarrow 2x = 8 \vdash 5x - 4 = 3x + 4 \rightarrow x = 4$
   b) $5x = 20 \rightarrow x = 4,\ x = 4 \rightarrow 5x - 3 = 17,\ x + 1 = 5 \rightarrow 5x = 20 \vdash x + 1 = 5 \rightarrow 5x - 3 = 17$

10. Use as regras MT e MP para provar a validade de cada um dos argumentos:
    a) $p \rightarrow q,\ \sim p \rightarrow r,\ \sim q \vdash r$
    b) $p \rightarrow \sim q,\ q,\ \sim p \rightarrow r \wedge s \vdash r \wedge s$
    c) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ s \rightarrow \sim r,\ p \vdash \sim s$
    d) $x \neq 0 \rightarrow y = 1,\ x = y \rightarrow y = t,\ y = t \rightarrow y \neq 1,\ x = y \vdash x = 0$

11. Use as regras MT, MP e SD para provar a validade de cada um dos argumentos:
    a) $p \vee q,\ \sim r,\ q \rightarrow r \vdash p$
    b) $p,\ p \rightarrow \sim q,\ q \vee r \vdash r$
    c) $p \vee \sim q,\ q,\ p \rightarrow r \wedge s \vdash r \wedge s$
    d) $x = y \vee x = z,\ x = z \rightarrow x = 6,\ x \neq 6 \vdash x = y$
    e) $x \neq 0 \rightarrow x \neq y,\ x = y \vee x = z,\ x \neq z \vdash x = 0$
    f) $x = 0 \vee x = y,\ x = y \rightarrow x = z,\ x \neq z \vdash x = 0$
    g) $p \wedge q,\ r \vee s,\ p \wedge q \rightarrow \sim s \vdash r$
    h) $1 + 1 = 2,\ 3 - 2 = 1 \vee 2 - 1 \neq 1,\ 1 + 1 = 2 \rightarrow 2 - 1 = 1 \vdash 3 - 2 = 1$

12. Use as regras CONJ, SIMP, MP e MT para provar a validade de cada um dos argumentos:
    a) $p \wedge q,\ p \rightarrow r \vdash p \wedge r$
    b) $\sim p \wedge q \rightarrow r,\ s \rightarrow \sim p,\ \sim q \rightarrow \sim s,\ s \vdash r$
    c) $r \rightarrow p,\ r \rightarrow q,\ r \wedge s \vdash p \wedge q$
    d) $\sim p \rightarrow q,\ \sim(r \wedge s),\ p \rightarrow r \wedge s \vdash \sim p \wedge q$

13. Demonstre a validade de cada um dos seguintes argumentos:

a) A Torre de Pisa fica na Itália e a Eiffel fica na França. Se a Torre de Pisa fica na Itália, então a pizza é uma comida italiana. Se a Torre Eiffel fica na França, então se pode ver o Rio Sena de lá. Logo, A Torre de Pisa fica na Itália e se pode ver o Rio Sena da Torre Eiffel.
b) Se eu quiser ver a Torre Eiffel, então vou à França. Se eu for à França, então não terei dinheiro no fim do ano. Eu quero ver a Torre Eiffel. Logo, não terei dinheiro no final do ano.
c) Se eu quiser comer uma pizza italiana, então vou à Itália. Eu quero comer uma pizza italiana ou uma feijoada. Não vou à Itália. Logo, comerei feijoada.
d) Se eu estiver na França, então verei a Torre Eiffel. Não vejo a Torre Eiffel. Se eu não estiver na França, verei o Ver-o-Peso. Logo, vejo o Ver-o-Peso ou o Forte do Castelo.
e) Não vi o Coliseu. Se estiver em Roma, verei o Coliseu. Se não estiver em Roma ou for feriado, então estarei em casa. Logo, estarei em casa.
f) Se meu cliente fosse culpado, a faca estaria na gaveta. A faca não estava na gaveta ou João viu a faca. Se a faca não estava lá no dia 10 de outubro, então João não viu a faca. Além disso, se a faca estava lá no dia 10 de outubro, então a faca estava na gaveta e o martelo estava no celeiro. Mas todos sabemos que o martelo não estava no celeiro. Portanto, senhoras e senhores, meu cliente é inocente.
g) $r \to p \lor q,\ r,\ \sim p \vdash q$
h) $p \to \sim q,\ q,\ \sim p \to r \vdash r$
i) $p \land q,\ p \to r,\ q \to s \vdash r \land s$
j) $p \to q,\ q \to \sim r,\ p \vdash \sim r$
k) $p \to q,\ p \to r,\ p \vdash q \land r$
l) $p \to q,\ \sim q,\ p \lor r \vdash r$
m) $p \lor \sim q,\ r \to \sim p,\ r \vdash \sim q$
n) $p \lor \sim q,\ \sim\sim q,\ p \to r \lor s \vdash r \lor s$
o) $p \to \sim q,\ q,\ \sim p \to r \vdash r \lor s$
p) $\sim p \lor \sim\sim q,\ p,\ \sim r \to \sim q \vdash r$
q) $p \to \sim q \land r,\ p,\ s \to q,\ s \lor t \vdash t$
r) $p \land q,\ p \to r,\ r \land s \to \sim t,\ q \to s \vdash \sim t$
s) $p \lor q,\ p \to r,\ \sim r \vdash q \lor s$
t) $p \land q,\ r \to \sim q,\ \sim r \to s \vdash s \lor \sim p$
u) $\sim p,\ q \to p,\ \sim q \lor r \to s \vdash s$
v) $p \land \sim q,\ q \lor \sim r,\ s \to r \vdash p \land \sim s$
w) $p \lor \sim q,\ \sim q \to r,\ p \to s,\ \sim r \vdash s$
x) $p \to q,\ q \to \sim r,\ r,\ p \lor (s \land t) \vdash s$
y) $p \to q,\ \sim q \land \sim r,\ \sim r \to s \vdash \sim p \land s$
z) $p \to q,\ q \to r,\ (p \to r) \to \sim s,\ s \lor t \vdash t$
aa) $r \to t,\ s \to q,\ t \lor q \to \sim p,\ r \lor s \vdash \sim p$
bb) $p \lor q \to \sim r,\ p,\ s \to r \vdash \sim s$
cc) $p \to \sim r,\ q \to r,\ q \vdash \sim p \land (q \lor w)$
dd) $p,\ \sim q \to \sim p \vdash q \lor (\sim s \to p)$
ee) $\sim p \lor \sim q,\ \sim r \to p,\ r \to \sim s,\ s \vdash \sim q$
ff) $p \lor q \to \sim r,\ q,\ s \land t \to r \vdash \sim(s \land t)$
gg) $p \to \sim q,\ \sim q \to \sim s,\ (p \to \sim s) \to \sim t,\ r \to t \vdash \sim r$
hh) $p \lor q,\ q \to r,\ p \to s,\ \sim s \vdash r \land (p \lor q)$
ii) $x + 2 < 6 \to x < 4,\ y < 6 \lor x + y \geq 10,\ x + y < 10 \land x + 2 < 6 \vdash x < 4 \land y < 6$
jj) $x = y \to x \neq y + 3,\ x = y + 3 \lor x + 2 = y,\ x + 2 \neq y \land x = 5 \vdash x = 5 \land x \neq y$
kk) $x < y \lor x = y,\ x = y \to y \neq 5,\ x < y \land y = 5 \to x < 5,\ y = 5 \vdash x < 5$
ll) $3x + 2y = 18 \land x + 4y = 16,\ x = 2 \to 3x + 2y \neq 18,\ x = 2 \lor y = 3,\ x \neq 4 \to y \neq 3 \vdash x = 4$
mm) $x + 2 > 5 \to x = 4,\ x = 4 \to x + 4 \geq 7,\ x + 4 < 7,\ x + 2 > 5 \lor (5 - x > 2 \land x < 3) \vdash x < 3$
nn) $x > 5 \to x = 6 \lor x > 6,\ x \neq 5 \land x \geq 5 \to x > 5,\ x < 5 \to x \neq 7,\ x = 7 \land x \neq 6,\ x = 7 \to x \neq 5 \vdash x > 6$
oo) $x > 3 \lor y \geq 4,\ x > 3 \to x > y,\ x \leq y \vdash y \geq 4 \lor x > 2$
pp) $x = 2 \to x < 3,\ x \neq 4 \land x \geq 3,\ x \neq 2 \lor x > 4 \to x = 5 \vdash x = 5 \land x \neq 4$
qq) $x - 2 = 1 \land 2 - x \neq 1,\ x = 1 \to 2 - x = 1,\ x = 1 \lor x + 2 = 5,\ x + 2 = 5 \lor x - 2 = 1 \to x = 3 \vdash x = 3$
rr) $x + 2 \neq 5 \lor 2x = 6,\ x + 2 \neq 5 \to x \neq 3,\ 2x - 2 = 8 \to 2x \neq 6,\ x + 3 = 8 \land 2x - 2 = 8 \vdash x \neq 3 \lor x > 2$
ss) $y < 4 \land x = y + 3,\ \sim(x \neq y + 3) \to x > 2,\ y \leq 2 \to x \leq 2,\ y > 2 \lor y = 3 \to x > 5 \vdash y < 3 \lor x > 5$
tt) $x = 3 \to 2x^2 = 18,\ x = 3 \lor x = -3,\ x = -3 \to 2x^2 = 18,\ 2x^2 = 18 \to x^2 = 9 \vdash x^2 = 9$