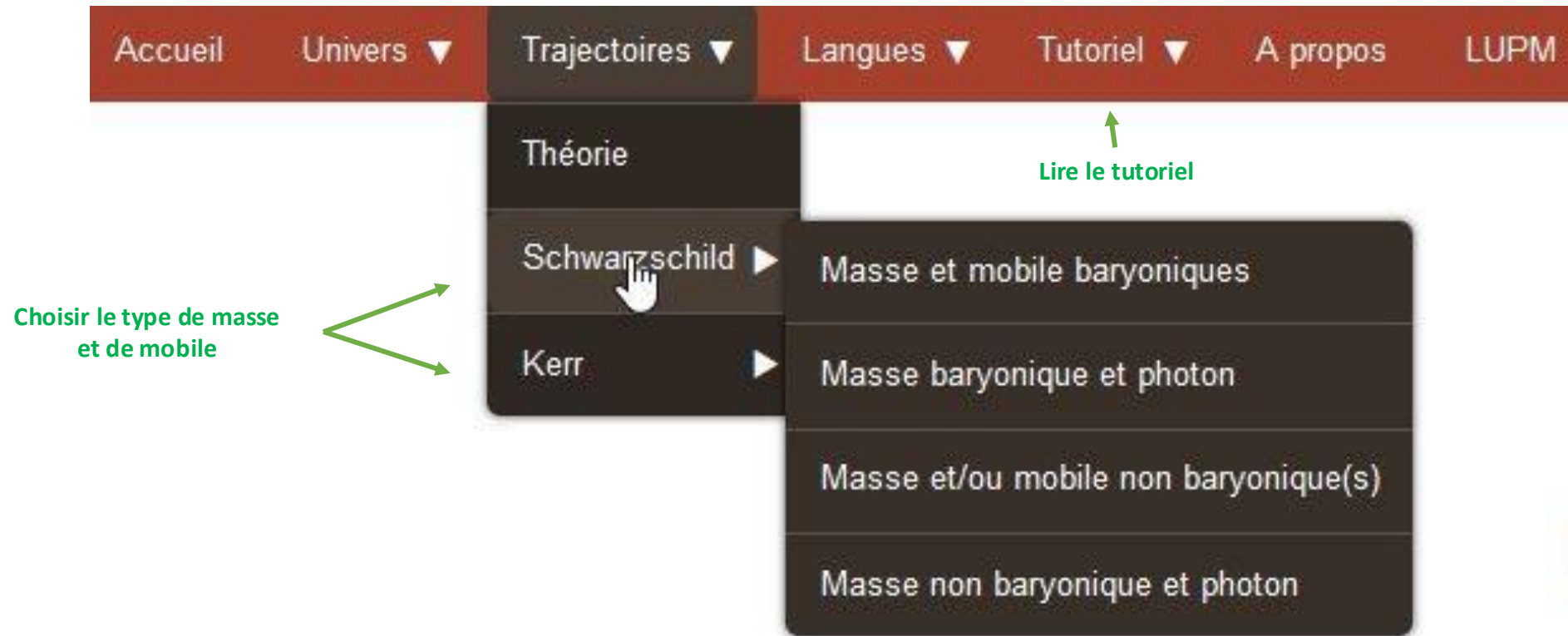


TRAJECTOIRES avec COSMOGRAVITY

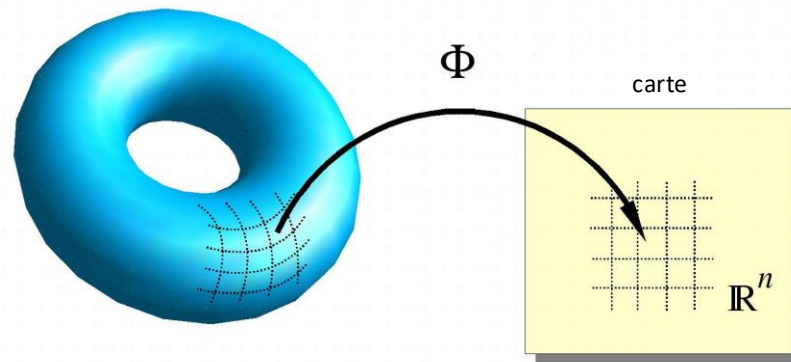
TUTORIEL

J.P. CORDONI 08/08/2022



Cadre géométrique

La relativité a opéré la fusion de l'*espace* et du *temps*, deux notions qui étaient complètement distinctes en mécanique galiléenne. Il faut quatre nombres pour déterminer un événement dans le « continuum » d'espace et temps : trois pour sa localisation spatiale (par exemple ses coordonnées cartésiennes $\{x, y, z\}$ ou sphériques $\{r, \theta, \varphi\}$) et un pour sa date (t). La structure mathématique correspondant à ce « continuum » à quatre dimensions est celle de **variété**.



Variété : vue de près, une variété ressemble à \mathbb{R}^n ($n = 2$ sur la figure), mais cela n'est plus nécessairement vrai au niveau global.

Il convient de souligner que la ressemblance locale avec \mathbb{R}^4 s'arrête à l'étiquetage des points et ne s'étend pas à la structure d'espace euclidien de \mathbb{R}^4 . En particulier le choix du système de coordonnées est complètement libre.

Ces notes sont extraites de [Gourgoulhon-Relativité Générale](#)

Dans le logiciel **Cosmogravity** les « trajectoires » sont les géodésiques suivies par les différentes particules (baryoniques, non baryoniques, photons) représentées par leurs coordonnées (r, φ) dans \mathbb{R}^2 en fonction du temps propre (τ) des particules ou du temps de l'observateur lointain (t).

La distance qui serait mesurée (à l'aide de l'échelle de la simulation) entre deux positions d'une particule n'est évidemment pas égale à la distance métrique entre ces deux positions.

Entrer les paramètres physiques de la trajectoire

Cliquer sur **Start** pour lancer la simulation

Trajectoire d'un projectile en métrique de Schwarzschild

Utiliser les info-bulles

Tracé continu ou point par point

Valeurs calculées
durant la simulation



Avertissement

Lire l'avertissement

M (kg) = 2.6e30 r_{physique} (m) = 11000 r_0 (m) = 21000 v_0 (m/s) = 1e8 $\varphi^{\circ}_0 = 0$ $\alpha^{\circ} = 90$

Masse de l'astre

Nombre de mobiles 1

Afficher le graphe du potentiel ☒

Trajectoire complète

Trajectoire simple

Observateur distant

Spationaute

Rebond

Stop

Reset

Enregistrer

Valeurs précédentes

Choisir le référentiel

| $L1(m)$ | $E1$ | $r_s = \frac{2GM}{c^2}(m)$ | $grav = \frac{GM}{R^2} \frac{1}{g_{81}}(g)$ | $V_{lib} = c(\frac{r_s}{R})^{1/2}$ | $T = 6.15 * 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{M}(K)$ | $t = 6.6 * 10^{74} (\frac{M}{M_{\odot}})^3(s)$ |
|----------|----------|----------------------------|---|------------------------------------|---|--|
| 7.430e+3 | 9.583e-1 | 3.861e+3 | 1.462e+11 | 1.776e+8 | 4.973e-8 | 1.474e+75 |

| $r(m)$ | Temps propre mobile | Gradient | $V_r(m.s^{-1})$ | $V_{\varphi}(m.s^{-1})$ | Temps observateur distant | Décalage spectral / Energie consommée | $V_{\text{physique}}(m.s^{-1})$ |
|----------|---------------------|----------|-----------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| 2.016e+4 | 6.482e-3 | 1.324e+7 | 1.002e+6 | 1.037e+8 | 7.652e-3 | | 1.037e+8 |

Calculs en pause

Masse et mobile baryoniques

Entrées :

$M = 2.600e+30$ kg

$r_{\text{phy}} = 1.100e+4$ m

Référentiel

Spationaute

mobile1:

$r_0 = 2.100e+4$ m

$V_0 = 1.000e+8$ m.s⁻¹

$\varphi = 0.000e+0$

rayon de l'étoile

r_s : rayon de Schwarzschild

6.0e+3 m

Echelle de la simulation

La touche **Enregistrer** sauve le graphisme ainsi que les Entrées .
La touche **Stop** met fin à la simulation et remet les entrées par défaut ... mais la touche **Valeurs précédentes** permet de rappeler ensuite les précédentes entrées.

Durant la simulation on peut :

- la diminuer (Zoom-)
- revenir
- l'agrandir (Zoom+)

- la ralentir
- la mettre en pause
- l'accélérer



Accélérer (attention, réduit la précision)

Exemple : Etoile à neutrons

Trajectoire d'un projectile en métrique de Schwarzschild

2 mobiles autour de l'astéroïde

Choisir
le coefficient d'absorption des
impacts

! Avertissement

M (kg) = 2e13 r_{physique} (m) = 1000 r₀ (m) = 3000 5000 v₀ (m/s) = 0.4 0.5 φ₀ = 0 0 α° = 65 230

Nombre de mobiles 2 Afficher le graphe du potentiel ☒

Trajectoire complète Trajectoire simple Observateur distant Spationaute Rebond

Coefficient d'amortissement : Rebond limité à vitesse d'impact < 300 m/s 0.3

Stop Reset Enregistrer Valeurs précédentes

| | | | | | | | | |
|----------|-----------|----------|----------|--|--|---|---|---|
| L1(m) | L2(m) | E1 | E2 | r _s = $\frac{2GM}{c^2}$ (m) | grav = $\frac{GM}{R^2} \cdot \frac{1}{9.81}$ (g) | V _{lib} = $c(\frac{r_s}{R})^{1/2}$ | T = 6.15 * 10 ⁻⁸ $\frac{M_\odot}{M}$ (K) | t = 6.6 * 10 ⁷⁴ ($\frac{M}{M_\odot}$) ³ (s) |
| 3.628e-6 | -6.388e-6 | 1.000e+0 | 1.000e+0 | 2.970e-14 | 1.361e-4 | 1.634e+0 | 6.464e+9 | 6.710e+23 |

| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | Décalage spectral / Energie consommée | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
|----------|---------------------|----------|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|--|
| 1.003e+3 | 1.843e+4 | 2.504e-6 | 0.000e+0 | 2.179e-1 | 1.843e+4 | | 2.179e-1 |
| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | Décalage spectral / Energie consommée | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
| 5.087e+3 | 1.842e+4 | 3.849e-9 | 0.000e+0 | -3.765e-1 | 1.842e+4 | | 3.765e-1 |

Possible rebond à la surface de l'astre

Calculs en pause

référentiel

Masse et mobile baryoniques

Entrées :

M = 2.000e+13 kg

r_{phy} = 1.000e+3 m

Coefficient d'amortissement : Rebond limité à vitesse d'impact < 300 m/s = 0.3

Spationaute

mobile1:

r₀ = 3.000e+3 m

V₀ = 4.000e-1 m.s⁻¹

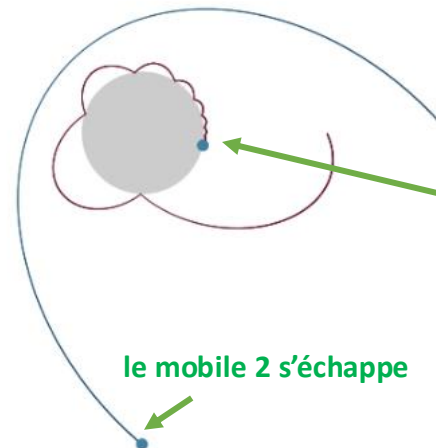
φ = 0.000e+0

mobile2:

r₀ = 5.000e+3 m

V₀ = 5.000e-1 m.s⁻¹

φ = 0.000e+0



La vitesse d'impact du mobile 1
est inférieure à 300 m/s :
Il se pose sur l'astéroïde

le mobile 2 s'échappe

Exemple : Petit astéroïde

Exemple : Trajectoires de photons

Trajectoire d'un photon en métrique de Schwarzschild

Avertissement

M (kg) = 2e30

r_{physique} (m) = 0

r₀ (m) = 10000

8000

φ₀ = 50

210

α° = 135

135

Nombre de mobiles 2

Afficher le graphe du potentiel ☒

Trajectoire complète

Trajectoire simple

Observateur distant

Photon

Rebond

Stop

Reset

Enregistrer

Valeurs précédentes

| | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|--|--|--------------------------------|---|--|
| L1(m) | L2(m) | E1 | E2 | r _s = $\frac{2GM}{c^2}$ (m) | grav = $\frac{GM}{R^2} \frac{1}{g_{tt}}$ (g) | Vib = $c(\frac{r_s}{R})^{1/2}$ | T = $6.15 \times 10^{-8} \frac{M}{M_\odot}$ (K) | t = $6.6 \times 10^{74} (\frac{M}{M_\odot})^3$ (s) |
| 8.434e+3 | 7.134e+3 | 1.000e+0 | 1.000e+0 | 2.970e+3 | | | 6.464e-8 | 6.710e+74 |

| | | | | | | |
|----------|---------------------|----------|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|--|
| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
| 1.051e+4 | 0.000e+0 | | 2.199e+8 | 2.038e+8 | 7.012e-5 | 2.99792458e+8 |
| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
| 0.000e+0 | 0.000e+0 | | | | Infinity | |

Calculs en pause

Le temps propre d'un photon est toujours nul

La vitesse du photon est identique dans tous les référentiels

La vitesse du photon n'a pas de sens à l'intérieur de l'horizon du trou noir

Pour l'observateur lointain le mobile met un temps infini pour atteindre r_s

Masse baryonique et photon

Entrées :
M = 2.000e+30 kg
r_{phr} = 0.000e+0 m

Photon
mobile1:
r₀ = 1.000e+4 m
V₀ = 2.998e+8 m.s⁻¹
φ = 8.727e-1
mobile2:
r₀ = 8.000e+3 m
V₀ = 2.998e+8 m.s⁻¹
φ = 3.665e+0

La trajectoire du photon 1 est déviée dans le champ gravitationnel du trou noir

Le photon 2 tombe dans le trou noir

Trajectoire d'un projectile métrique de Schwarzschild (cas non baryonique)



Avertissement

M (kg) = 2e30 r_{physique} (m) = 7e8 r₀ (m) = 9e8 4e8 6e8 v₀(m.s⁻¹) = 3e5 3e5 3e5 φ ° = 0 90 180 α° = 90 90 90

Nombre de mobiles 3 Afficher le graphe du potentiel ☒

Trajectoire complète Trajectoire simple Observateur distant Spationaute

Stop Reset Enregistrer Valeurs précédentes

| L1(m) | L2(m) | L3(m) | E1 | E2 | E3 | $r_s = \frac{2GM}{c^2}$ (m) | $grav = \frac{GM}{R^2} \frac{1}{g_{tt}}$ (g) | $V_{lib} = c(\frac{r_s}{R})^{1/2}$ | $T = 6.15 * 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{M} (K)$ | $t = 6.6 * 10^{74} (\frac{M}{M_{\odot}})^3 (s)$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------------------------|--|------------------------------------|--|---|
| 9.006e+5 | 4.003e+5 | 6.004e+5 | 1.000e+0 | 1.000e+0 | 1.000e+0 | 2.970e+3 | 2.777e+1 | 6.176e+5 | 6.464e-8 | 6.710e+74 |

| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | Décalage spectral / Energie consommée | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
|----------|---------------------|----------|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|--|
| 8.863e+8 | 2.229e+4 | 2.902e-8 | 4.226e+4 | 3.046e+5 | 2.229e+4 | 2.202e-6 | 3.076e+5 |
| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | Décalage spectral / Energie consommée | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
| 4.769e+8 | 2.229e+4 | 1.224e-6 | 2.095e+4 | 2.516e+5 | 2.229e+4 | 3.045e-6 | 2.525e+5 |
| r(m) | Temps propre mobile | Gradient | V _r (m.s ⁻¹) | V _φ (m.s ⁻¹) | Temps observateur distant | Décalage spectral / Energie consommée | V _{physique} (m.s ⁻¹) |
| 4.881e+8 | 2.228e+4 | 2.102e-6 | -3.727e+4 | 3.688e+5 | 2.228e+4 | 3.431e-6 | 3.707e+5 |

Calculs en pause

Masse et/ou mobile non baryonique(s)

Entrées :

M = 2.000e+30 kg

r_{phy} = 7.000e+8 m

Observateur distant

mobile1:

r₀ = 9.000e+8 m

V₀ = 3.000e+5 m.s⁻¹

φ = 0.000e+0

mobile2:

r₀ = 4.000e+8 m

V₀ = 3.000e+5 m.s⁻¹

φ = 1.571e+0

3.0e+8 m

----->

Pour le calcul du décalage spectral l'observateur est supposé très loin (distance non cosmologique) dans une direction perpendiculaire au plan des trajectoires

Les trois particules de matière baryonique sont soumises au seul champ gravitationnel de la masse centrale

Exemple : Matière du Soleil supposée non baryonique de masse volumique constante

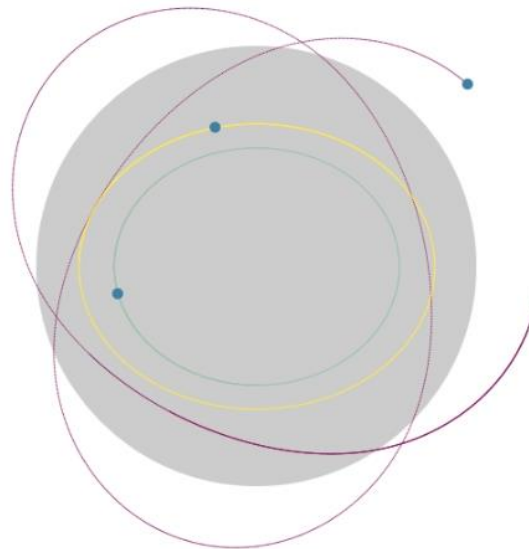


Figure 1 is a line graph showing the normalized potential $V(r)/c^2$ on the y-axis versus the distance r (m) on the x-axis. The y-axis ranges from 8.00×10^{-1} to 1.00×10^0 with major ticks every 0.05×10^0 . The x-axis ranges from 2.0×10^{12} to 5.5×10^{12} with major ticks every 1.0×10^{12} . A blue curve starts at a red dot at $(2.0 \times 10^{12}, 1.00 \times 10^0)$ and decreases monotonically, passing through approximately $(3.0 \times 10^{12}, 0.97 \times 10^0)$, $(4.0 \times 10^{12}, 0.92 \times 10^0)$, and $(5.0 \times 10^{12}, 0.85 \times 10^0)$.