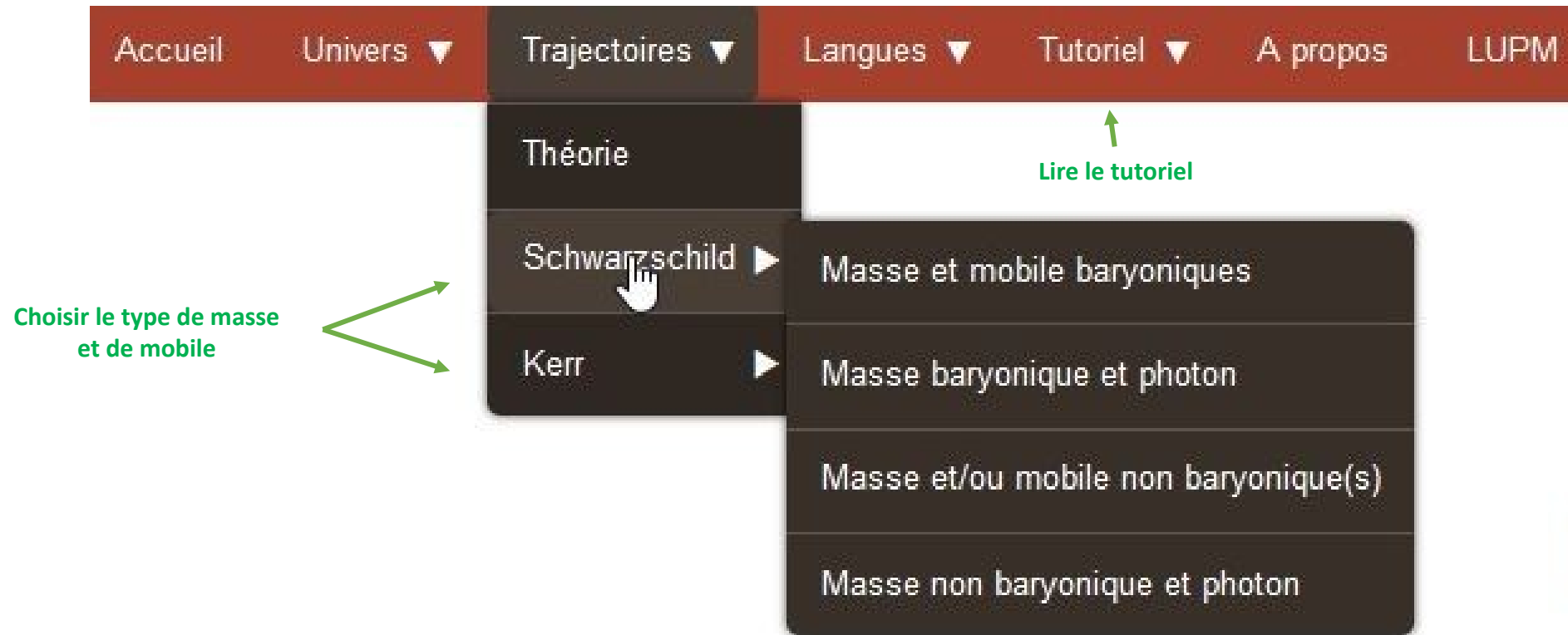


# TRAJECTOIRES avec COSMOGRAVITY

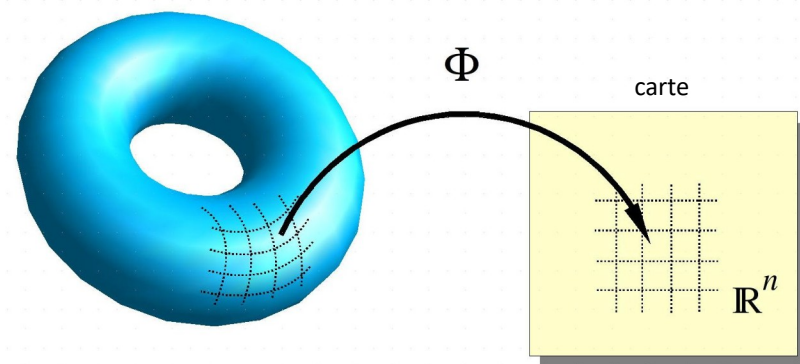
## TUTORIEL

J.P. CORDONI 08/08/2022



## Cadre géométrique

La relativité a opéré la fusion de l'*espace* et du *temps*, deux notions qui étaient complètement distinctes en mécanique galiléenne. Il faut quatre nombres pour déterminer un événement dans le « continuum » d'espace et temps : trois pour sa localisation spatiale (par exemple ses coordonnées cartésiennes  $\{x, y, z\}$  ou sphériques  $\{r, \theta, \varphi\}$ ) et un pour sa date ( $t$ ). La structure mathématique correspondant à ce « continuum » à quatre dimensions est celle de **variété**.



Variété : vue de près, une variété ressemble à  $\mathbb{R}^n$  ( $n = 2$  sur la figure), mais cela n'est plus nécessairement vrai au niveau global.

Il convient de souligner que la ressemblance locale avec  $\mathbb{R}^4$  s'arrête à l'étiquetage des points et ne s'étend pas à la structure d'espace euclidien de  $\mathbb{R}^4$ . En particulier le choix du système de coordonnées est complètement libre.

Ces notes sont extraites de [Gourgoulhon-Relativité Générale](#)

Dans le logiciel **Cosmogravity** les « trajectoires » sont les géodésiques suivies par les différentes particules (baryoniques, non baryoniques, photons) représentées par leurs coordonnées  $(r, \varphi)$  dans  $\mathbb{R}^2$  en fonction du temps propre ( $\tau$ ) des particules ou du temps de l'observateur lointain ( $t$ ).

La distance qui serait mesurée (à l'aide de l'échelle de la simulation) entre deux positions d'une particule n'est évidemment pas égale à la distance métrique entre ces deux positions.



# Trajectoire d'un projectile en métrique de Schwarzschild

2 mobiles autour de l'astéroïde

Choisir  
le coefficient d'absorption des  
impacts

! Avertissement

M (kg) = 2e13    r<sub>physique</sub> (m) = 1000    r<sub>0</sub> (m) = 3000    5000    v<sub>0</sub> (m/s) = 0.4    0.5    φ<sub>0</sub> = 0    0    α° = 65    230

Nombre de mobiles 2    Afficher le graphe du potentiel ☒

Trajectoire complète    Trajectoire simple    Observateur distant    Spationaute    Rebond

Coefficient d'amortissement : Rebond limité à vitesse d'impact < 300 m/s    0.3

Stop    Reset    Enregistrer    Valeurs précédentes

L1(m)	L2(m)	E1	E2	$rs = \frac{2GM}{c^2}$ (m)	$grav = \frac{GM}{R^2} \frac{1}{9.81}$ (g)	$V_{lib} = c(\frac{rs}{R})^{1/2}$	$T = 6.15 * 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{M} (K)$	$t = 6.6 * 10^{74} (\frac{M}{M_{\odot}})^3 (s)$
3.628e-6	-6.388e-6	1.000e+0	1.000e+0	2.970e-14	1.361e-4	1.634e+0	6.464e+9	6.710e+23

r(m)	Temps propre mobile	Gradient	V <sub>r</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	V <sub>φ</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	Temps observateur distant	Décalage spectral / Energie consommée	V <sub>physique</sub> (m.s <sup>-1</sup> )
1.003e+3	1.843e+4	2.504e-6	0.000e+0	2.179e-1	1.843e+4		2.179e-1
r(m)	Temps propre mobile	Gradient	V <sub>r</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	V <sub>φ</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	Temps observateur distant	Décalage spectral / Energie consommée	V <sub>physique</sub> (m.s <sup>-1</sup> )
5.087e+3	1.842e+4	3.849e-9	0.000e+0	-3.765e-1	1.842e+4		3.765e-1

Possible rebond à la surface de l'astre

Calculs en pause

## Masse et mobile baryoniques

Entrées :

M = 2.000e+13 kg

r<sub>phy</sub> = 1.000e+3 m

Coefficient d'amortissement : Rebond limité à vitesse d'impact < 300 m/s = 0.3

Spationaute

mobile1:

r<sub>0</sub> = 3.000e+3 m

v<sub>0</sub> = 4.000e-1 m.s<sup>-1</sup>

φ = 0.000e+0

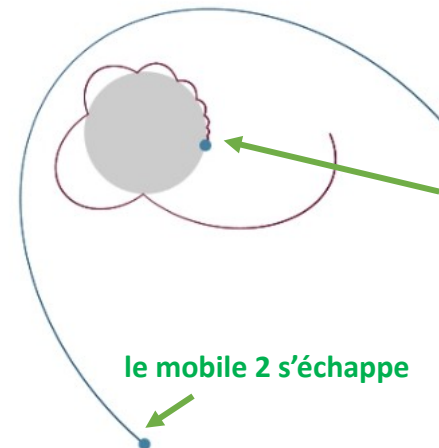
mobile2:

r<sub>0</sub> = 5.000e+3 m

v<sub>0</sub> = 5.000e-1 m.s<sup>-1</sup>

φ = 0.000e+0

référentiel



La vitesse d'impact du mobile 1  
est inférieure à 300 m/s :  
Il se pose sur l'astéroïde

le mobile 2 s'échappe

Exemple : Petit astéroïde

### Trajectoire d'un photon en métrique de Schwarzschild



## Avertissement

$M \text{ (kg)} = 2e30$   $r_{\text{physique}} \text{ (m)} = 0$   $r_0 \text{ (m)} = 10000$   $8000$   $\varphi^{\circ}_0 = 50$   $210$   $\alpha^{\circ} = 135$   $135$

Nombre de mobiles 2

☒ Afficher le graphe du potentiel

Trajectoire complète

### Trajectoire simple

Observateur distant

## Photon

Rebond

**Stop**

Reset

**Enregistrer**

### Valeurs précédentes

$L1(m)$	$L2(m)$	$E1$	$E2$	$rs = \frac{2GM}{c^2}(m)$	$grav = \frac{GM}{R^2} \frac{1}{9.81}(g)$	$Vlib = c(\frac{rs}{R})^{1/2}$	$T = 6.15 * 10^{-8} \frac{M \odot}{M}(K)$	$t = 6.6 * 10^{74} (\frac{M}{M_{\odot}})^3 (yr)$
8.434e+3	7.134e+3	1.000e+0	1.000e+0	2.970e+3			6.464e-8	6.710e+74

r(m)	Temps propre mobile	Gradient	$V_r(\text{m.s}^{-1})$	$V_\varphi(\text{m.s}^{-1})$	Temps observateur distant	$V_{\text{physique}}(\text{m.s}^{-1})$
1.051e+4	0.000e+0		2.199e+8	2.038e+8	7.012e-5	2.99792458e+
r(m)	Temps propre mobile	Gradient	$V_r(\text{m.s}^{-1})$	$V_\varphi(\text{m.s}^{-1})$	Temps observateur distant	$V_{\text{physique}}(\text{m.s}^{-1})$
0.000e+0	0.000e+0				Infinity	

Calculs en pause

**Le temps propre  
d'un photon est  
toujours nul**

### Masse baryonique et photon

Entrées :

$$M = 2.000e+30 \text{ kg}$$
$$r_{\text{pit}} = 0.000\text{e}+0 \text{ m}$$

Photon

mobile1:

$$r_0 = 1.000\text{e}+4 \text{ m}$$
$$V_0 = 2.998\text{e}+8 \text{ m.s}^{-1}$$
 $\varphi = 8.727\text{e-1}$ 

mobile2:

$$r_0 = 8.000\text{e}+3 \text{ m}$$
$$V_0 = 2.998e+8 \text{ m.s}^{-1}$$
 $\varphi = 3.665e+0$ 

**Pour l'observateur lointain le mobile met un temps infini pour atteindre  $r_s$**

La vitesse du photon est identique dans tous les référentiels

## La vitesse du photon n'a pas de sens à l'intérieur de l'horizon du trou noir

## Le photon 2 tombe dans le trou noir

La trajectoire du photon 1 est déviée dans le champ gravitationnel du trou noir



# Trajectoire d'un projectile métrique de Schwarzschild (cas non baryonique)



Avertissement

M (kg) = 2e30 r<sub>physique</sub> (m) = 7e8 r<sub>0</sub> (m) = 9e8 4e8 6e8 v<sub>0</sub>(m.s<sup>-1</sup>) = 3e5 3e5 3e5 φ ° = 0 90 180 α° = 90 90 90

Nombre de mobiles 3 Afficher le graphe du potentiel ☒

Trajectoire complète Trajectoire simple Observateur distant Spationaute

Stop Reset Enregistrer Valeurs précédentes

L1(m)	L2(m)	L3(m)	E1	E2	E3	$r_s = \frac{2GM}{c^2}$ (m)	$grav = \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{1}{9.81}$ (g)	$V_{lib} = c(\frac{r_s}{R})^{1/2}$	$T = 6.15 * 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{M} (K)$	$t = 6.6 * 10^{74} (\frac{M}{M_{\odot}})^3 (s)$
9.006e+5	4.003e+5	6.004e+5	1.000e+0	1.000e+0	1.000e+0	2.970e+3	2.777e+1	6.176e+5	6.464e-8	6.710e+74

r(m)	Temps propre mobile	Gradient	V <sub>r</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	V <sub>φ</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	Temps observateur distant	Décalage spectral / Energie consommée	V <sub>physique</sub> (m.s <sup>-1</sup> )
8.863e+8	2.229e+4	2.902e-8	4.226e+4	3.046e+5	2.229e+4	2.202e-6	3.076e+5
r(m)	Temps propre mobile	Gradient	V <sub>r</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	V <sub>φ</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	Temps observateur distant	Décalage spectral / Energie consommée	V <sub>physique</sub> (m.s <sup>-1</sup> )
4.769e+8	2.229e+4	1.224e-6	2.095e+4	2.516e+5	2.229e+4	3.045e-6	2.525e+5
r(m)	Temps propre mobile	Gradient	V <sub>r</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	V <sub>φ</sub> (m.s <sup>-1</sup> )	Temps observateur distant	Décalage spectral / Energie consommée	V <sub>physique</sub> (m.s <sup>-1</sup> )
4.881e+8	2.228e+4	2.102e-6	-3.727e+4	3.688e+5	2.228e+4	3.431e-6	3.707e+5

Calculs en pause

Masse et/ou mobile non baryonique(s)

Entrées :

M = 2.000e+30 kg

r<sub>phy</sub> = 7.000e+8 m

Observateur distant

mobile1:

r<sub>0</sub> = 9.000e+8 m

V<sub>0</sub> = 3.000e+5 m.s<sup>-1</sup>

φ = 0.000e+0

mobile2:

r<sub>0</sub> = 4.000e+8 m

V<sub>0</sub> = 3.000e+5 m.s<sup>-1</sup>

φ = 1.571e+0

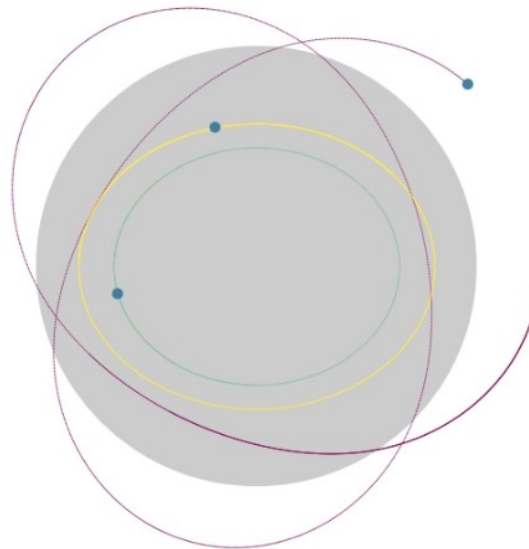
3.0e+8 m

----->

Pour le calcul du décalage spectral l'observateur est supposé très loin (distance non cosmologique) dans une direction perpendiculaire au plan des trajectoires

Les trois particules de matière baryonique sont soumises au seul champ gravitationnel de la masse centrale

Exemple : Matière du Soleil supposée non baryonique de masse volumique constante



### Trajectoire d'un photon en métrique de Kerr



## Avertissement

**M (kg) =** 2e39

**M (kg) =** 2e39

 $r_0 \text{ (m)} = 5e12$ 
$$J \text{ (kg.m}^2\text{.s}^{-1}\text{)} = 8.4\text{e}59$$
 $\varphi_0 (^{\circ}) = 0$  $\varphi_D (^{\circ}) = 138$ 

**nzoom =** -5

☒ Afficher le graphe du potentiel 



### Trajectoire complète

### Trajectoire simple

### Observateur distant

## Photon

**Stop**

## Research

Enregistrer

### Valeurs précédentes

### Pré-zoom

$L(m)$	$E$	$rs = \frac{2GM}{c^3}(m)$	$a = \frac{J}{cM}(m)$	$Rh + (m)$	$Rh - (m)$	$g = \frac{c^2}{2Rh + (Rh^2 + a^2)}(m.s^{-2})$
3.686e+12	1.000e+0	2.970e+12	1.401e+12	1.978e+12	9.921e+11	1.492e+16

r(m)	Temps propre mobile	Gradient d'accélération	$V_r$ (m.s <sup>-1</sup> )	$V_\varphi$ (m.s <sup>-1</sup> )	$V_{\text{physique}}$ (m.s <sup>-1</sup> )	Temps observateur distant
1.97829545e+12	0.00000000e+0					2.11686825e+5

**Calculs en pause**

Trajectoire d'un photon en métrique de Kerr

Entrées :

$$M = 2.000e+39 \text{ kg}$$
$$r_0 = 5.000e+12 \text{ m}$$
$$a = 1.401e+12 \text{ m}$$
$$\varphi = 1.380\text{e}+2^\circ$$

Observateur distant

1e+12 m

référentiel →

rs

Rh+

Rh-

Dans le référentiel  
de l'observateur distant  
le photon s'enroule indéfiniment  
autour de l'horizon  
des événements  $R_{h+}$

### Potentiel Effectif

