Учреждение Образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информационных технологий

Лабораторная работа № 5

**«Алгоритмы на графах»**

По дисциплине

«Математическое программирование»

Выполнил:

Студент ФИТ

Специальности ИСиТ 2 курса 2 группы

Хартанович Алина Александровна

Вариант 14

Минск 2021

**Алгоритмы на графах**

**(алгоритмы поиска в ширину и глубину, топологическая сортировка)**

**Цель работы:** освоить сущность и программную реализацию: а) способов представления графов; б) алгоритмов поиска в ширину и глубину; в) алгоритма топологической сортировки графов.

**Задание 1.** Ориентированный граф **G** взять в соответствии с вариантом. Осуществить алгоритмы поиска в ширину и глубину, а также алгоритма топологической сортировки аналогично примерам, рассмотренным на лекциях. Оформить отчет, включив в него **каждый** шаг выполнения алгоритмов.

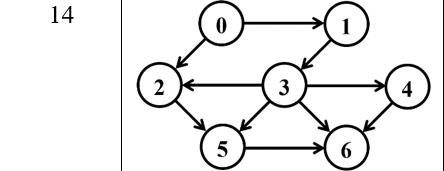
**Задание 2.** Осуществить программную реализацию алгоритмов на C++. Разработать структуры **AMatrix** и **АList** для представления ориентированного графа матричным и списковым способом. Разработать функции преобразования из одного способа представления в другой. Разработать функцию **BFS** обхода вершин графа, используя метод поиска в ширину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Задание 3.** Разработать функцию **DFS** обхода вершин графа, используя метод поиска глубину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Задание 4.** Доработайте функцию **DFS**,для выполнения топологической сортировки графа. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Ход работы:**

Исходный граф: (0, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 6), (5, 6).



1. **Алгоритм поиска в ширину (BFS).**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 0 |  |  |  |  |  |  |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 0 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |

Шаг 2. У вершины 0 две смежные вершины; для последующего пути выбираю вершину с наименьшим весом из двух – первую, а вторую добавляю в начало очереди. Закрашиваю нулевую в черный цвет, как пройденную. А смежные (первая и вторая) – в серый.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 1 | 2 |  |  |  |  |  |
| C | B | G | G | W | W | W | W |
| D | 0 | 1 | 1 | I | I | I | I |
| P | N | 0 | 0 | N | N | N | N |

Шаг 3. Перехожу в смежную вершину – вершина номер один. Единственная смежная с ней вершина номер три, закрашиваю ее в серый цвет для попадания в очередь, а первую в черный цвет как пройденную.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 2 | 3 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | G | G | W | W | W |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | I | I | I |
| P | N | 0 | 0 | 1 | N | N | N |

Шаг 4. Перехожу в смежную вершину – вершина номер два. Единственная смежная с ней вершина номер пять, закрашиваю ее в серый цвет для попадания в очередь, а вторую в черный цвет как пройденную.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 3 | 5 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | G | W | G | W |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | I | 2 | I |
| P | N | 0 | 0 | 1 | N | 2 | N |

Шаг 5. Перехожу в смежную вершину – вершина номер три. У вершины 3 четыре смежные вершины; для последующего пути выбираю вершину с наименьшим весом – четвертую, закрашиваем смежные вершины четыре и шесть в серый цвет для попадания в очередь. Закрашиваю третью в черный цвет, как пройденную.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 5 | 4 | 6 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | G | G | G |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 6. Перехожу в смежную вершину – вершина номер пять. Смежная с ней вершина только номер шесть, которая уже есть в очереди. Закрашиваю вершину пять в черный как пройденную.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q |  | 4 | 6 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | G | B | G |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 7. Перехожу в смежную вершину – вершина номер четыре. Смежная с ней вершина только номер шесть. Закрашиваю вершину четыре в черный как пройденную.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | G |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 8. Перехожу в вершину номер шесть. Закрашиваем ее в черный цвет, так как других действий нет, Алгоритм окончен.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | B |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 3 | 1 | 3 |

В результате получили BFS-дерево:

0 1

2 3 4

5 6

Порядок обхода: 0 1 2 3 5 4 6.

1. **Алгоритм поиска в глубину (DFS).**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0. Далее будем осуществлять проход по смежным вершинам, пока не сможет достичь того, чтобы не было возможности осуществить дальнейший проход.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 1 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 2.

Вершина ноль имеет две смежные вершины, переходим в вершину первую, так как она с наименьшим весом и окрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | W | W | W |
| D | 1 | 2 | I | I | I | I | I |
| P | N | 0 | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 3.

Вершина первая имеет одну смежную вершину – три, переходим и окрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | G | W | W | W |
| D | 1 | 2 | I | 3 | I | I | I |
| P | N | 0 | N | 1 | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 4.

Вершина третья имеет четыре смежные вершины, переходим туда, где вес наименьший – в вершину два, окрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | W | W | W |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | I | I |
| P | N | 0 | 0 | 1 | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 5.

Вершина вторая имеет смежную вершину пять, переходим туда, окрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | W | G | W |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | 5 | I |
| P | N | 0 | 0 | 1 | N | 2 | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 6.

Вершина пятая имеет смежную вершину шесть, переходим туда, окрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | W | G | G |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 7.

Вершина шестая не имеет смежных белых вершин, следовательно, мы погрузились в глубину. Закрашиваем шестую вершину в чёрный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | W | G | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 |

Шаг 8.

У нас имеется одна не пройденная вершина 4, закрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | G | G | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 7 |

Шаг 9.

Находим смежные вершины для шестой вершины – это пятая вершина. Закрашиваем ее в чёрный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | G | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 9 | 0 | 0 | 8 | 7 |

Шаг 10.

Закрашиваем вторую вершину в чёрный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 10 | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 9 | 0 | 0 | 8 | 7 |

Шаг 11.

Смежная вершина с вершиной два – вершина третья, но при ее проходе сразу мы потеряем четвертую вершину, поэтому делаем проход по четвертой, окрашивая ее в черный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 10 | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 9 | 0 | 11 | 8 | 7 |

Шаг 12.

Закрашиваем третью вершину в чёрный цвет, так как она смежная с вершиной четвертой.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 10 | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 9 | 12 | 11 | 8 | 7 |

Шаг 13.

Закрашиваем первую вершину в чёрный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 10 | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 0 | 13 | 9 | 12 | 11 | 8 | 7 |

Шаг 14.

Закрашиваем нулевую вершину в чёрный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 10 | 5 | 6 |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 5 |
| F | 14 | 13 | 9 | 12 | 11 | 8 | 7 |

В результате получили DFS-дерево:

0 1

2 3 4

5 6

Порядок обхода: 6 5 2 4 3 1 0.

1. **Алгоритм топологической сортировки.**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0. Окрашиваем ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 2.

Из нулевой идем в первую вершину, красим ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 3.

Из первой идем в третью вершину, красим ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 4.

Из третьей идем во вторую вершину, красим ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 5.

Из второй идем в пятую вершину, красим ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 6.

Из второй идем в шестую вершину, красим ее в серый цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 7.

Переходим в шестую, она не имеет смежных, то красим ее в черный цвет и кладем шестую вершину в стек.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 8.

Пятую красим в черный.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 9.

Возвращаемся по вершинам и красим их все в черный цвет до вершины третьей и кладем по порядку в стек.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 10.

Переходи в четвертную вершину и красим ее в серый.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 11.

Так как четвертая не имеет не окрашенных смежных вершин, то красим ее в черный цвет и кладем в стек.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 12.

Возвращаемся в третью вершину, окрашиваем ее в черный цвет и кладем в стек.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 13.

Красим первую вершину в черный цвет.

0 1

2 3 4

5 6

Шаг 14.

Нулевую вершину тоже окрашиваем в черный.

0 1

2 3 4

5 6

В итоге имеем сортировку: 6 5 2 4 3 1 0.

6

5

2

4

3

1

0

