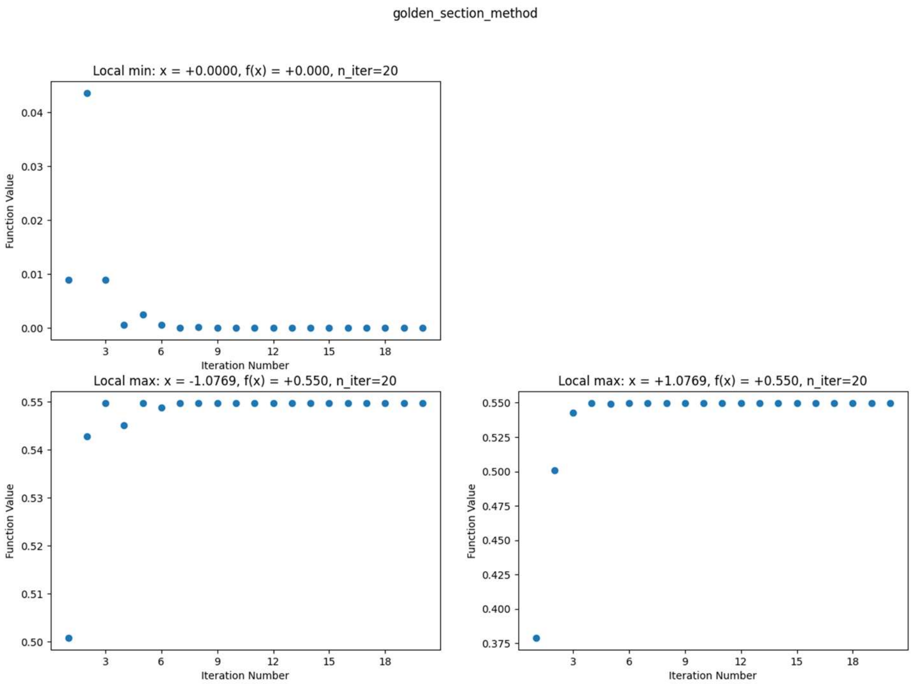
最佳化設計：理論與運動產業及工程之應用 **HW2**

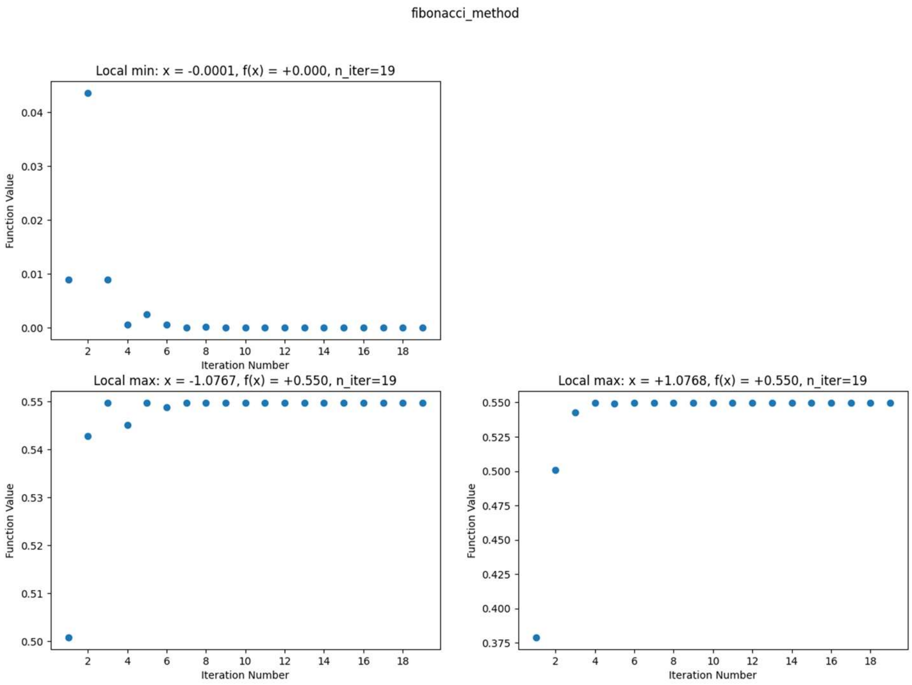
NE6114011 人工智慧科技碩士學位學程碩一 楊雲翔

1. Find local maximum and minimum points of the function f(x) = $x^2\cos(x)$ within the interval [-2, 2].
   為了找到全部的極值，我將 interval[-2, 2]拆分為[-2, -1.2, -0.4, 0.4, 1.2, 2.0]五個區間，再分別利用 Golden section method 與 Fibonacci method 去找到極值
   Golden section method



Interval	Number of iteration	Optimum	x	f(x)
[-0.4, 0.4]	20	local min	0	0
[-1.2, -0.4]	20	local max	-1.0769	0.55
[0.4, 1.2]	20	local max	1.0769	0.55

Fibonacci method



Interval	Number of iteration	Optimum	x	f(x)
[-0.4, 0.4]	19	local min	0	0
[-1.2, -0.4]	19	local max	-1.0769	0.55
[0.4, 1.2]	19	local max	1.0769	0.55

2. (This problem is from Synman's book, 2nd Edition, Ch 1.6.1)

Freudenstein and Roth function:

$$f(\mathbf{x}) = (-13 + x_1 + ((5 - x_2)x_2 - 2)x_2)^2 + (-29 + x_1 + ((x_2 + 1)x_2 - 14)x_2)^2;$$

within the interval –5 < x1 < 15 and –5 < x2 < 15

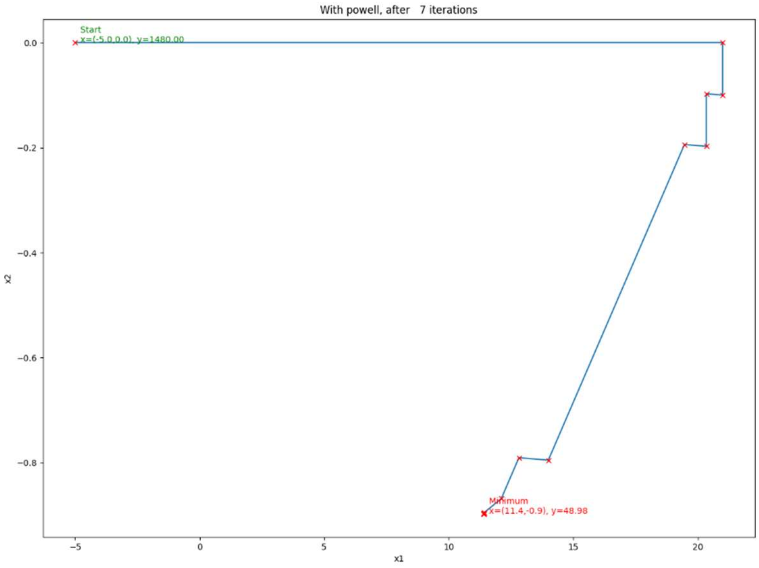
與第一題相同，先將區間切為數個區間[-5, 0, 5, 10, 15]，使用五個區間的起始作為起始點，再進行排列組合，可以得到 20 組起始點(-5, -5), (-5, 0), (-5, 10), ... , (15, 15)，接著再利用這些起始點進行搜尋。另外，對於 downhill，除了起始點$X^{start} = (x_1^{start}, x_2^{start})$外，也需要定義其餘 2 個點，在這裡我定義另外兩點的座標為 $X_1 = (x_1^{start} + 4, x_2^{start}), X_2 = (x_1^{start}, x_2^{start} + 4)$。

對於這 20 個起始點，不論是使用 Powell's conjugate directions method 或 Nelder-Mead downhill simplex method 都可以收斂到唯一兩組局部最小值(座標四捨五入至小數第一位)：(11.4, -0.9)與(5, 4)，下面的圖

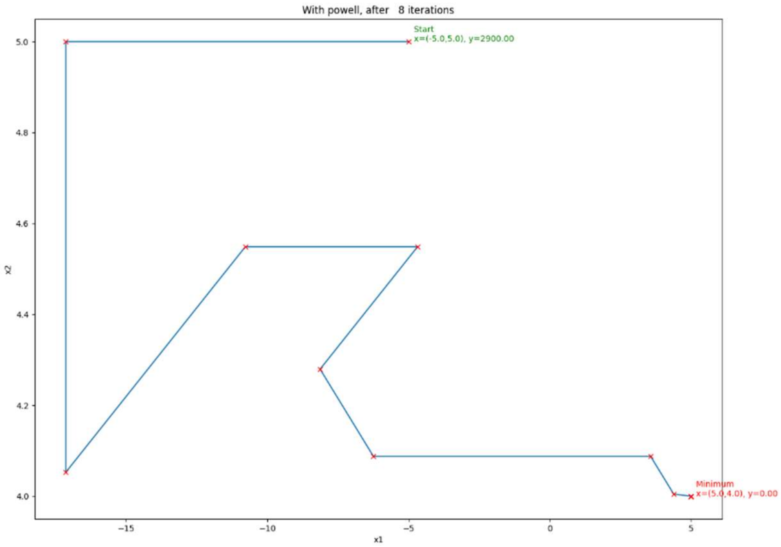
表中各舉一組解作為例子

Powell’s conjugate directions method with golden section

1. 起始於(-5, 0)，收斂於 X=(11.4, -0.9)，f(X) ~ 48.98

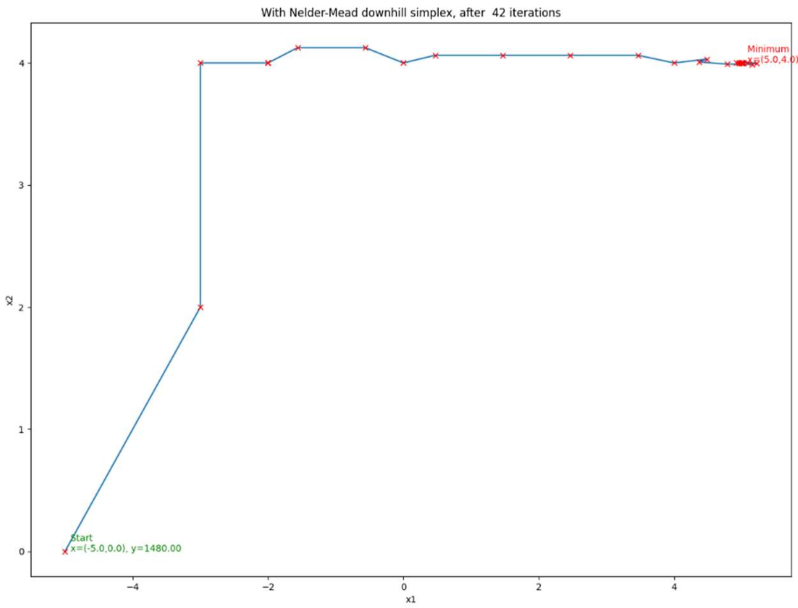


2. 起始於(-5, 5)，收斂於 X=(5.0, 4.0)，f(X) ~ 0

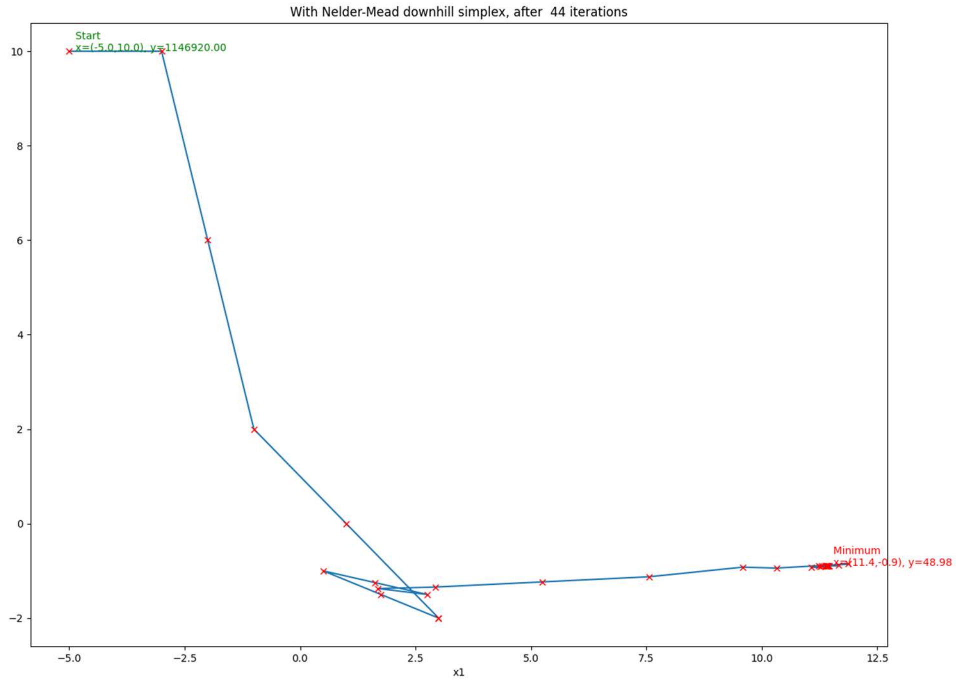


Nelder-Mead downhill simplex

1. 起始於(-5, 0)，收斂於 X=(5.0, 4.0)，f(X) ~ 0



2. 起始於(-5, 10)，收斂於 X=(11.4, -0.9)，f(X) ~ 48.98



通過觀察兩種方法的迭代情形可以發現，普遍來說，Nelder-Mean downhill simple method 需要較多次的迭代次數才能收斂