

2. Aerotriangulação

A aerotriangulação, mais recentemente denominada triangulação fotogramétrica, é o conjunto de operações matemáticas e estatísticas que permite obter a orientação espacial da cobertura fotográfica de um objecto (de uma zona do terreno) usando o mínimo de apoio geodésico (Pfs) possível. Assim, a partir de coordenadas objecto (terreno) de alguns dos pontos que aparecem fotografados e considerando quer a geometria da fotografia individual, quer a do modelo estereoscópico e a da configuração geral da cobertura é possível determinar quer as orientações externas de cada foto (caso mais geral) quer as orientações absolutas de cada modelo estereoscópico (caso de coberturas estereoscópicas), ou seja, os conjuntos de parâmetros que relacionam analiticamente as imagens com o objecto. O método permite igualmente determinar coordenadas de pontos objecto com grande precisão.

A aerotriangulação pode ser realizada:

- em faixa
- em bloco.

A aerotriangulação em faixa pode ser feita

- por ligação instrumental de modelos (só em restituidores analógicos)
- por modelos independentes (em restituidores mecânicos e analíticos)

A aerotriangulação em bloco pode, por sua vez, ser executada:

- por modelos independentes (em restituidores mecânicos com computador, analíticos e estações digitais)
- por feixes perspectivais (em restituidores analíticos e estações digitais)

2.1. Aerotriangulação em faixa

2.1.1. Por ligação instrumental de modelos

A aerotriangulação em faixa é aplicada quando o objecto fotografado se dispõe ao longo de uma só fiada, ou então como método de aquisição de coordenadas e elementos de orientação aproximados para servirem de valores iniciais para uma aerotriangulação em bloco.

Este método foi o primeiro a ser desenvolvido e era aplicado em estereorestituidores mecânicos que possuíam alternância de base interna - base externa (Wild A7) ou em aparelhos puramente ópticos com múltiplos projectores (Multiplex). Começava-se por orientar o primeiro modelo parcial, resolvendo analogicamente a orientação relativa. Se este modelo possuísse apoio geodésico completo (pelo menos 3 pfs), poder-se-ia orientar absolutamente com recurso a esses Pfs. O passo que se seguia era anexar uma terceira fotografia, orientando-a relativamente a uma das do modelo anterior sem alterar a orientação espacial deste (operação denominada orientação relativa por anexação de uma foto). Para isso, movia-se apenas o projector ou o porta-placas que continha a foto nova e alterava-se a base do aparelho (distância espacial entre os dois porta-placas). Após

esta orientação relativa completa, ficava o segundo modelo, formado pelas fotos 2 e 3 automaticamente também orientado absolutamente no espaço.

Procedendo sucessivamente deste modo instrumental, adicionando fotos aos dois modelos anteriores por orientação relativa via anexação, poder-se-ia orientar absolutamente todos os modelos parciais da fiada, à custa apenas dos três Pfs do primeiro modelo (em vez de três Pfs por modelo que são necessários caso não se faça aerotriangulação). Teoricamente, ficariam assim determinados os elementos de orientação absoluta de cada modelo parcial e poder-se-ia em seguida obter as coordenadas terreno dos pontos de apoio à restituição (pontos de passagem) em cada modelo parcial, sem ter de ir ao campo coordená-los.

No entanto, devido à configuração geometricamente desfavorável da fiada (muito mais longa do que larga), existe uma propagação complexa dos erros de orientação relativa e de transmissão de escala, os quais provocam uma torção espacial do modelo total em relação ao objecto. Ou seja, as coordenadas objecto obtidas para os pontos de apoio à restituição nos modelos que não têm apoio geodésico, não podem ser usadas directamente sem serem corrigidas, senão toda a informação que seja extraída desses modelos estará geometricamente incorrecta.

Para minorar ou controlar a influência desses erros, utilizavam-se mais Pfs ao longo da fiada (no meio e no fim da fiada ou, caso ela seja longa, de três em três modelos) os quais “prendem” o modelo total ao terreno.

2.1.2. Por modelos independentes

No método de triangulação em faixa por modelos independentes, como o próprio nome indica, não existe ligação física entre os modelos parciais de uma faixa, como existia no método anterior. A ligação entre modelos é feita analiticamente, pelo que este método é também denominado nalgumas fontes por triangulação por ligação analítica de modelos.

Cada par estereoscópico é primeiramente orientado relativamente, criando-se o modelo parcial. Cada modelo parcial tem associado um sistema de coordenadas cartesiano tridimensional de origem arbitrária que constitui o sistema de coordenadas modelo.

Em seguida são medidas em cada modelo parcial, as coordenadas modelo de:

- Pfs que eventualmente apareçam no modelo,
- pontos de apoio à restituição dos quais pretendemos obter as coordenadas terreno (6 pontos de passagem),
- centros de projecção das duas fotos que formam o modelo (mais modernamente, estes são calculados e não medidos directamente).

Após esta operação ter sido realizada para todos os modelos da faixa, realiza-se em seguida a ligação analítica dos modelos da fiada. O modelo matemático empregue

para esta operação analítica é a transformação espacial de semelhança realizada em cadeia.

1. calcula-se os 7 parâmetros de transformação entre o último modelo e o penúltimo, com base em quatro pontos comuns (3 pontos não colineares eram suficientes). Geralmente usam-se 3 pontos na zona de sobreposição entre modelos e o quarto é o centro de projecção da foto comum aos dois modelos.
2. transforma-se com esses parâmetros, as coordenadas modelo dos restantes pontos medidos no último modelo, em coordenadas modelo do modelo anterior. Os sistemas de coordenadas modelo são independentes uns dos outros. Cada modelo foi medido no seu próprio sistema.
3. calcula-se os 7 parâmetros de transformação entre o modelo seguinte e os dois que já estão num só sistema de coordenadas pelos pontos comuns existentes entre o modelos actual e os anteriores
4. repete-se o segundo passo
5. repetem-se os passos 1 e 2 para cada par de modelos até chegar ao primeiro.

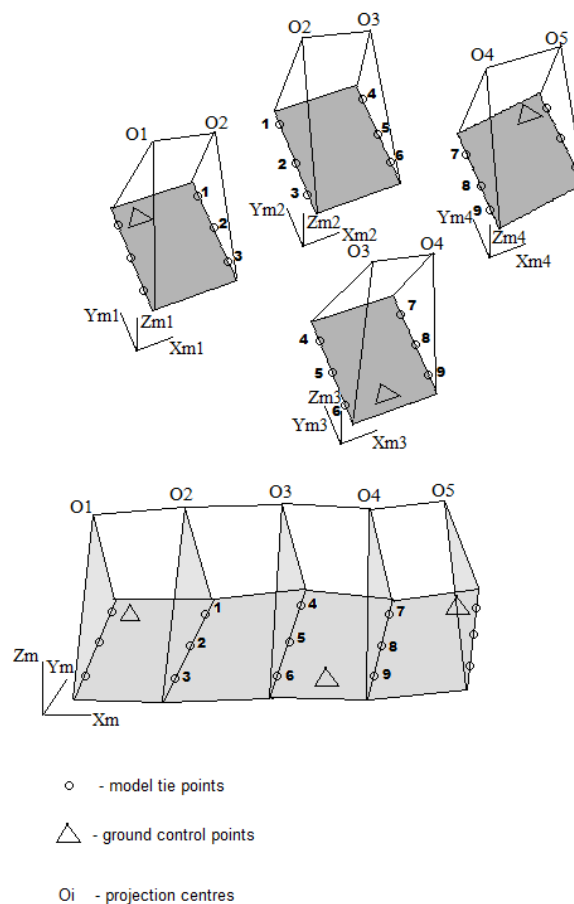


Figura 2.1.2.1: Modelo total após a ligação analítica

Obtêm-se, então todos os pontos medidos agora referenciados a um só sistema de coordenadas modelo, geralmente o do primeiro modelo da faixa.

Falta-nos ainda «ligar à Terra», ou seja determinar a orientação absoluta do modelo total.

A orientação absoluta do modelo total obtido pelas operações anteriores, é efectuada por uma única transformação espacial de semelhança entre o sistema de coordenadas modelo e o sistema de coordenadas objecto (terreno), cujos parâmetros são calculados a partir dos pontos fotogramétricos que se encontram espalhados pela faixa. Após o cálculo desses 7 parâmetros, os parâmetros da orientação absoluta (escala, 3 translações da origem, 3 rotações dos eixos), estamos em posição de poder determinar as coordenadas terreno de qualquer dos pontos de apoio à restituição, dos quais apenas havíamos medido as coordenadas modelo.

O problema prático mais grave que surge na execução deste método é a medição das coordenadas modelo dos centros de projecção, a qual é essencial para a estabilidade da ligação espacial dos modelos.

2.1.3. Compensação polinomial de uma faixa

Como já foi referido, a aerotriangulação em faixa, pela geometria pouco equilibrada que possui, dá lugar a uma acumulação de erros sistemáticos e acidentais que se propaga de uns modelos parciais para os outros de um modo complexo.

Para poder no entanto tirar partido das vantagens que a aerotriangulação traz, nomeadamente evitar ir ao campo para coordenar pontos fotogramétricos para cada modelo parcial, utilizam-se métodos para uma compensação dos erros nos resultados obtidos. Essa compensação é feita com base em alguns pontos fotogramétricos e pontos de controlo, localizados normalmente no início no meio e no fim da faixa, podendo haver mais se a faixa contiver muitos modelos parciais. A estes pontos é aplicado um modelo matemático que descreve o comportamento dos erros em cada coordenada.

O modelo matemático utilizado na compensação de faixa é o polinómio de vários graus para cada coordenada X, Y e Z. Estudos de vários anos, mostraram que polinómios de grau superior a 3 não traziam melhorias significativas. Por isso utilizam-se sempre polinómios de segundo ou terceiro grau. As diferenças encontradas entre as coordenadas reais dos Pfs e as calculadas pela aerotriangulação vão ser usadas para determinar os coeficientes do polinómio a aplicar na correcção das coordenadas calculadas para todos os restantes pontos.

Procede-se então do seguinte modo:

-após a medição ou o cálculo das coordenadas dos pontos de apoio através da transformação espacial de semelhança, obtemos coordenadas supostamente geodésicas, eivadas de erros.

-através dos Pfs e dos pontos de controlo espalhados pela faixa, conseguimos determinar as diferenças entre as coordenadas calculadas e as reais nesses pontos.

-usando agora um modelo polinomial que descreva a propagação dos erros em cada coordenada ao longo da faixa, por exemplo o de Schwidefsky (grau 2) ou o de Zarzycki (grau 3 para X), determinam-se primeiro os seus coeficientes, formulando tantas equações com os Pfs quantas as necessárias. O modelo de Schwidefsky tem 12 coeficientes pelo que necessita da informação de 4 Pfs. O de Zarzycki tem 14 parâmetros pelo que são necessários 5 Pfs no mínimo.

-de posse dos coeficientes das equações do modelo polinomial, pode-se então calcular as correcções às coordenadas obtidas por aerotriangulação para obter coordenadas terreno compensadas.

Modelo de Schwidefsky:

$$\Delta X = A_0 + A_1 X^* + A_2 X^{*2}$$

$$\Delta Y = B_0 + B_1 Y^* + B_2 X^{*2} + B_3 X^* Y^*$$

$$\Delta Z = C_0 + C_1 X^* + C_2 Y^* + C_3 X^{*2} + C_4 X^* Y^*$$

Modelo de Zarzycki:

$$\Delta X = A_0 + A_1 X^* + A_2 X^{*2} + A_3 X^* Y^* + A_4 X^{*3}$$

$$\Delta Y = B_0 + B_1 X^* + B_2 Y^* + B_3 X^{*2} + B_4 X^* Y^*$$

$$\Delta Z = C_0 + C_1 X^* + C_2 X^{*2} + C_3 X^* Y^*$$

X^*, Y^*, Z^* - coordenadas pseudo-geodésicas (rectangulares tangenciais)

Quanto maior a quantidade e mais homogênea a distribuição dos Pfs pela faixa melhores resultados se obterão da compensação.

A maior aplicação da aerotriangulação em faixa é a aquisição de valores iniciais para outras triangulações mais rigorosas, pois apesar da compensação polinomial, os resultados obtidos em geral ficam aquém da precisão que é exigida em trabalhos de fotogrametria.

2.1.4 Compensação em bloco de várias faixas

Quando as coberturas fotográficas para trabalhos fotogramétricos têm uma extensão bidimensional homogênea, como é normalmente o caso, especialmente

quando o seu objectivo final é a cartografia de uma região, essa cobertura constitui um bloco formado por várias fiadas que têm uma determinada sobreposição entre si, no mínimo 20 %.

É evidente que ao aerotriangular, ou seja, ao determinar coordenadas objecto dos pontos de apoio à restituição sem ir ao campo, pode-se compensar cada fiada individualmente, pelo processo polinomial já estudado.

No entanto, não se está a ter em conta que há pontos de uma fiada que também aparecem noutra fiada. Pode, portanto, acontecer que o mesmo ponto de apoio receba umas coordenadas objecto na fiada de cima e outras coordenadas objecto ligeiramente diferentes na fiada de baixo. A ligação entre o modelo de cima e o modelo de baixo não fica assegurada. Em termos práticos, pode acontecer que na restituição apareçam pormenores repetidos em posições diversas (por ex. a mesma casa em duas posições diferentes) ou que não haja continuidade entre pormenores do modelo de cima e pormenores correspondentes no modelo de baixo (por ex. estradas desfasadas).

Para evitar problemas destes, convém que a compensação dos resultados obtidos por aerotriangulação tenha como critério regente a seguinte premissa: um mesmo ponto (do objecto/terreno) tem que ter as mesmas coordenadas objecto, qualquer que seja a faixa em que se encontra a sua imagem. Uma compensação deste tipo no contexto da aerotriangulação em faixa, designa-se por compensação em bloco de várias faixas.

Procede-se do seguinte modo: depois de todas as faixas estarem aerotrianguladas, compensa-se a primeira pelo processo polinomial. Determinam-se as coordenadas objecto de todos os pontos de ligação entre faixas. Estes pontos e os Pfs que eventualmente existirem na segunda faixa, vão ser usados para calcular os coeficientes do polinómio a aplicar para compensação da segunda faixa. Após esta compensação, os pontos de ligação entre a segunda e a terceira faixa obtêm coordenadas objecto e vão ser usados na compensação da terceira faixa, juntamente com os Pfs que existirem nesta. E assim sucessivamente até à última faixa.

Por fim, para compensar possíveis rotações do bloco, é feito ainda um ajustamento às coordenadas por meio de uma transformação plana de Helmert, com base em pontos fotogramétricos existentes nos cantos do bloco.

Transformação de Helmert: (transformação plana de semelhança)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} \cos K & -\sin K \\ \sin K & \cos K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{**} \\ Y^{**} \end{bmatrix}$$

$$X^{**} = X^* + \Delta X$$

$$Y^{**} = Y^* + \Delta Y$$

$$m = \text{escala}$$

$$K = \text{rotação}$$

2.2. Aerotriangulação em bloco

Generalizemos a premissa de que cada ponto objecto só pode ter umas coordenadas objecto qualquer que seja a faixa onde aparecem as suas imagens, aos modelos e às fotografias, ou seja qualquer que seja o modelo e qualquer que seja a fotografia onde apareçam as suas imagens, cada ponto objecto tem apenas umas coordenadas objecto (X,Y,Z). Assim, deixa de haver necessidade de formar faixas, bastando apenas adquirir as coordenadas dos pontos de apoio em todos os modelos ou fotos do bloco e transformá-las, por um modelo matemático que traduza a condição referida, em coordenadas objecto compensadas. A este processo chama-se aerotriangulação em bloco, ou apenas triangulação em bloco.

A triangulação em bloco pode então ser realizada:

- por modelos independentes
- por feixes perspectivais (geometria das fotografias)

2.2.1. Por modelos independentes

- A unidade geométrica deste método é o modelo estereoscópico (par estereoscópico orientado relativamente).
- Os dados primários para a aerotriangulação em bloco por modelos independentes, ou seja, aquilo que é necessário medir nos aparelhos ou estações digitais, são as coordenadas modelo de todos os pontos de apoio, de todos os Pfs e eventualmente de todos os centros de projecção do bloco.
- Constituem também dados de entrada no processo as coordenadas terreno de todos os Pfs, medidas em campo.
- O modelo matemático subjacente a este algoritmo é o da transformação espacial de semelhança em cadeia entre modelos e objecto.
- São necessários valores iniciais para todas as incógnitas (parâmetros de orientação absoluta de cada modelo e coordenadas objecto/terreno de cada ponto novo)
- Cada ponto observado/medido dá origem a três equações de observação (ver capítulo da TES)
- O sistema de equações normais tem tantas equações quantas as incógnitas
- Estes valores são compensados pelo algoritmo de aerotriangulação, de modo a que as discordâncias entre pontos homólogos nos vários modelos sejam mínimas e as discordâncias nos pontos fotogramétricos sejam também mínimas (MMQ).

- Os resultados da aerotriangulação em bloco por modelos independentes são:
 - para cada modelo, 7 parâmetros de orientação absoluta (escala, Ω , Φ , K , X_t , Y_t , Z_t)
 - para cada ponto i de concatenação entre modelos, incluindo o centro de projecção, 3 coordenadas objecto $(X,Y,Z)_i$.

Quanto à precisão das coordenadas objecto obtidas por aerotriangulação em bloco por modelos independentes, foram feitos vários estudos e chegou-se à conclusão de que a configuração de bloco mais favorável à precisão é o quadrado.

2.2.2. Por feixes perspectivados

Na triangulação por feixes perspectivados parte-se da informação na foto para se chegar a informação no objecto, sem haver a necessidade de operações intermédias como no método descrito anteriormente, em que é sempre necessária a formação de modelos estereoscópicos com a necessária determinação da orientação relativa. Por isso, este tipo de triangulação pode ser também aplicado a coberturas fotográficas não estereoscópicas de um mesmo objecto, como as que surgem na restituição múltipla.

A denominação de feixes perspectivados revela que neste tipo de triangulação se consideram os vários raios perspectivados com origem num ponto objecto genérico, que passam por vários centros de projecção (polos de feixes perspectivados) e intersectam vários planos imagem nos pontos imagem respectivos em cada uma das fotos (no mínimo duas) onde esse ponto objecto aparece fotografado.

- Os dados primários para este método de aerotriangulação são as coordenadas foto de todos os pontos de apoio e de todos os Pfs em todas as fotos onde aparecem (no mínimo duas). Se a triangulação tiver como objectivo final a coordenação de pontos e não apenas a determinação do apoio (pontos de apoio ou orientações espaciais) para outras operações posteriores, as coordenadas foto dos pontos a coordenar também têm de constituir dados de entrada (caso da restituição múltipla e de projectos de triangulação sem restituição posterior).
- É necessário também conhecer as coordenadas objecto de todos os Pfs do bloco.
- São necessários os parâmetros de orientação interna das câmaras que obtiveram as fotografias do bloco (uma ou várias)
- A unidade básica deste processo é a fotografia e o feixe perspectivado de polo no centro de projecção que lhe está associado, cujos raios projectivos unem pontos objecto com os respectivos pontos imagem.

- O modelo matemático utilizado no algoritmo de aerotriangulação é o da projecção central, traduzida pelas equações de colinearidade entre ponto imagem, centro de projecção e ponto objecto (ver capítulo das EC).
- São necessários valores iniciais para todas as incógnitas (parâmetros de orientação externa de todas as fotos do bloco e coordenadas objecto de todos os pontos medidos) .
- Cada ponto imagem medido dá origem a duas equações de observação (as do cap.2.1.).
- O sistema de equações normais tem tantas equações quantas as incógnitas.

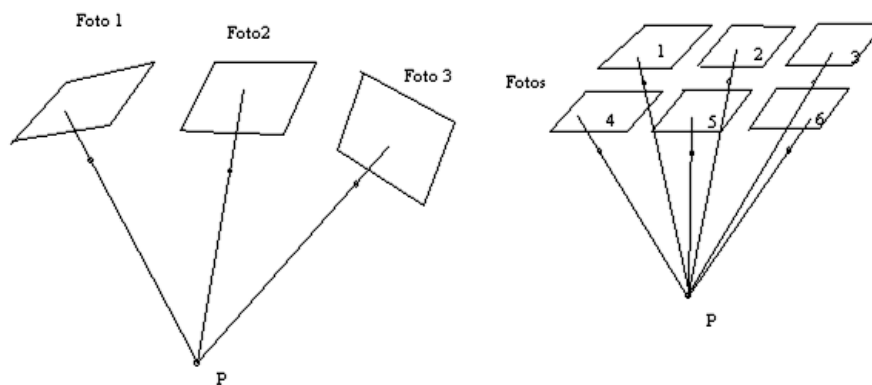


Figura 2.2.2.1. Triangulação por feixes perspectivos

- Os resultados deste método são :
 - para cada foto do bloco, 6 parâmetros de orientação externa ($X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \kappa$)
 - para cada ponto medido, 3 coordenadas objecto.
 - parâmetros de calibração (parâmetros adicionais)

Estes valores são determinados iterativamente de modo a que as discordâncias nos pontos homólogos das várias fotografias e nos Pfs sejam mínimas (MMQ).

2.2.2.1. Parâmetros adicionais. Auto-calibração

As primeiras experiências com triangulações com feixes perspectivos mostraram que a precisão obtida nas coordenadas objecto finais ficava aquém da esperada, e que dependia muito da quantidade de Pfs.

Tinha-se de facto previsto que pelo facto de se partir da relação directa entre foto e objecto sem passar por operações intermédias como a orientação relativa, a precisão dos resultados iria aumentar, visto as fontes de erro serem reduzidas. Ao verem-se goradas as expectativas teóricas, começaram a analisar-se outras fontes prováveis de erro.

Como a aquisição de dados era feita directamente na foto (coordenadas foto), investigou-se os erros que poderiam influenciar as coordenadas foto. Chegou-se à conclusão de que as habituais correcções de **deformação da película, distorção da objectiva, refração e curvatura terrestre** aplicadas às coordenadas medidas no aparelho restituído, não eram suficientes. Era necessário aplicar correcções adicionais devidas a outros erros sistemáticos existentes em cada fotografia. Formularam-se então essas correcções em termos de equações às coordenadas foto que incluíam um certo número de parâmetros. Estes são determinados no decurso da triangulação e denominam-se **parâmetros adicionais**. O seu modelo tem sido aperfeiçoado e o seu número tem aumentado ao longo do tempo nos modelos matemáticos que têm sido sucessivamente propostos (de 3 a 24 ou mais).

Ao algoritmo que considera os parâmetros adicionais passou a denominar-se **triangulação em bloco por feixes perspectivísticos com parâmetros adicionais ou auto-calibração**. Este tipo de triangulação fotogramétrica tem igualmente aplicação na operação de calibração de câmaras, objectivas e sensores. Neste caso, todo o processo é igual, mas a parte dos resultados que interessa é apenas o conjunto dos parâmetros de auto-calibração que vai caracterizar uma determinada câmara/objectiva. Estes parâmetros serão exigidos em qualquer processo fotogramétrico posterior onde entrem fotografias obtidas pela câmara em questão.

A consideração dos parâmetros adicionais implica a formação de mais um conjunto de equações de observação e aumenta também o número de incógnitas. Mas a precisão conseguida nas coordenadas objecto finais torna este método no mais preciso.

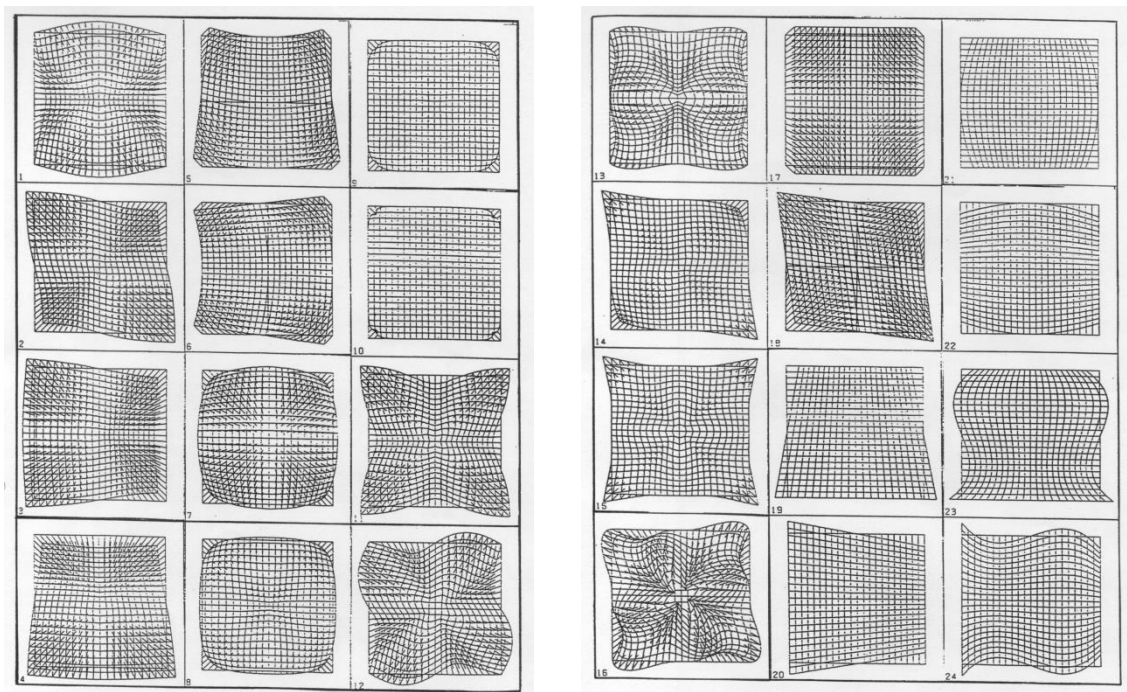


Figura 2.2.2.1.1: Efeitos sistemáticos na foto corrigidos pelos parâmetros adicionais



Parâmetros Adicionais

x, y coordenadas foto [mm] $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ [mm]

1.) $x' = x - x \cdot \cos 2\alpha \cdot P 1$ $y' = y - y \cdot \cos 2\alpha \cdot P 1$	12.) $x' = x - x \cdot \sin 4\alpha \cdot P 12$ $y' = y - y \cdot \sin 4\alpha \cdot P 12$
2.) $x' = x - x \cdot \sin 2\alpha \cdot P 2$ $y' = y - y \cdot \sin 2\alpha \cdot P 2$	13.) $x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 2\alpha \cdot P 13$ $y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 2\alpha \cdot P 13$
3.) $x' = x - x \cdot \cos \alpha \cdot P 3$ $y' = y - y \cdot \cos \alpha \cdot P 3$	14.) $x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 2\alpha \cdot P 14$ $y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 2\alpha \cdot P 14$
4.) $x' = x - x \cdot \sin \alpha \cdot P 4$ $y' = y - y \cdot \sin \alpha \cdot P 4$	15.) $x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 4\alpha \cdot P 15$ $y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 4\alpha \cdot P 15$
5.) $x' = x + y \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot P 5$ $y' = y - x \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot P 5$	16.) $x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 4\alpha \cdot P 16$ $y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 4\alpha \cdot P 16$
6.) $x' = x + y \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot P 6$ $y' = y - x \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot P 6$	17.) $x' = x - x \cdot P 17$ $y' = y + y \cdot P 17$
7.) $x' = x - x \cdot (r^2 - A) \cdot P 7$ $y' = y - y \cdot (r^2 - A) \cdot P 7$	18.) $x' = x - y \cdot P 18$ $y' = y - x \cdot P 18$
8.) $x' = x - x \cdot (r^2 - B \cdot r - c) \cdot P 8$ $y' = y - y \cdot (r^2 - B \cdot r - c) \cdot P 8$	19.) $x' = x - x \cdot y \cdot P 19$ $y' = y$
9.) $x' = x - x \cdot (r^4 - D \cdot r^3 - E \cdot r^2 - F \cdot r - G) \cdot P 9$ $y' = y - y \cdot (r^4 - D \cdot r^3 - E \cdot r^2 - F \cdot r - G) \cdot P 9$	20.) $x' = x$ $y' = y - x \cdot y \cdot P 20$
10.) $x' = x - x \cdot (r^8 - H \cdot r^7 - \dots - N \cdot r - P) \cdot P 10$ $y' = y - y \cdot (r^8 - H \cdot r^7 - \dots - N \cdot r - P) \cdot P 10$	21.) $x' = x - x \cdot y^2 \cdot P 21$ $y' = y$
11.) $x' = x - x \cdot \cos 4\alpha \cdot P 11$ $y' = y - y \cdot \cos 4\alpha \cdot P 11$	22.) $x' = x$ $y' = y - x^2 \cdot y \cdot P 22$
	23.) $x' = x - x \cdot (y^2 - 8100) \cdot y \cdot P 23$ $y' = y$
	24.) $x' = x$ $y' = y - y \cdot (x^2 - 8100) \cdot x \cdot P 24$

Figura 2.2.2.1.2.: Equações de correcção às coord. foto com parâmetros adicionais.

A precisão referida depende, no entanto, de:

- quantidade de fotos em que o mesmo ponto é medido
- precisão dos dados primários
- distribuição dos Pfs no bloco
- quantidade de Pfs.

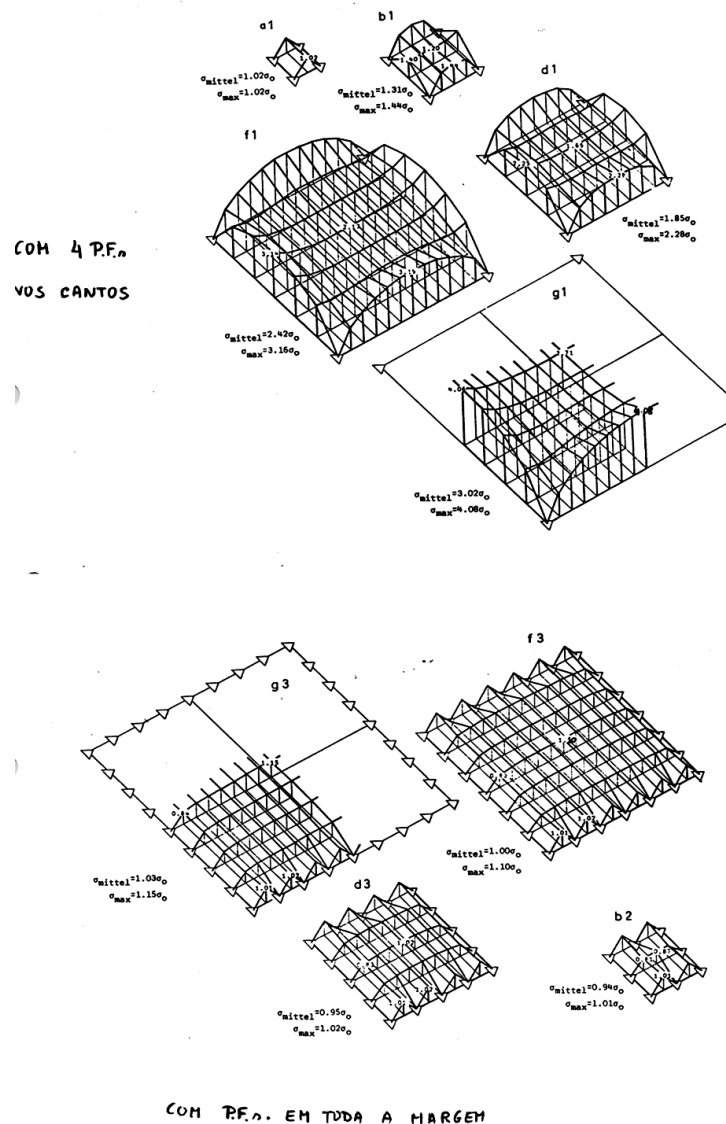


Figura 2.2.2.1.3. : Precisão das coordenadas num bloco em dependência do número e distribuição de Pfs

Para um bloco regular com uma distribuição uniforme de Pfs na margem, com Pfs altimétricos nas zonas de sobreposição entre fiadas, com $l = 60\%$ e $q = 30\%$, obtém-se os seguintes valores para a precisão:

em planimetria: $s = \pm 4 \mu m$ na escala da foto analógica (subpixel na digital)

em altimetria: $s = \pm 0,04\%$ da distância ao objecto (altura de voo)

para âng. estreito a grande angular

$s = \pm 0,05\%$ da distância ao objecto (altura de voo)

para supergrandeangular

Normalmente adopta-se a configuração tradicional de Pfs da figura seguinte:

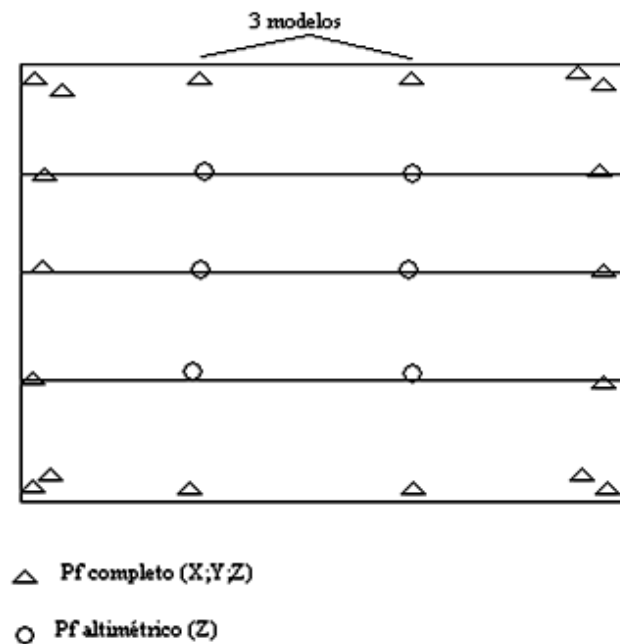


Figura 2.2.2.1.4. Distribuição clássica de Pfs num bloco fotogramétrico

Como desvantagens da triangulação por feixes perspectivos poder-se-á referir o seguinte:

- é um problema não linear que exige o fornecimento de valores aproximados para todas as incógnitas. (normalmente estes saem de uma aerotriangulação em faixa calculada previamente)
- é o método de aerotriangulação que mais cálculos envolve.
- para a aquisição dos dados primários são necessários restituidores analíticos, digitais ou outros aparelhos medidores de coordenadas foto (monocomparadores).
(actualmente não constitui desvantagem)
- não se pode separar o cálculo da planimetria do da altimetria. É sempre um problema tridimensional.

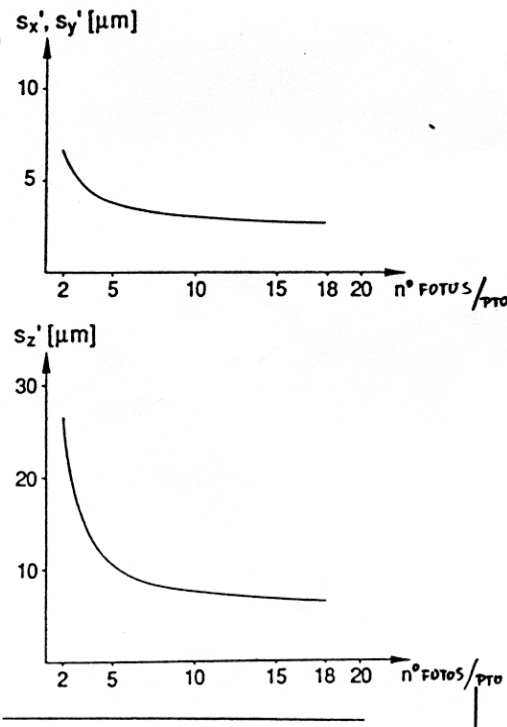


Figura 2.2.2.1.5: Precisão das coordenadas objecto em função do num.de fotos por ponto

Como vantagens do método pode-se referir que:

- é o método mais preciso da aerotriangulação.
- é fácil de aperfeiçoar o modelo matemático, por exemplo, aumentando o número de parâmetros adicionais.
- é fácil introduzir no cálculo observações adicionais, por exemplo, distâncias entre pontos, ângulos, condições de paralelismo, de perpendicularidade, etc.
- é possível triangular blocos não convencionais, onde nem sequer há pares estereoscópicos (restituição múltipla).

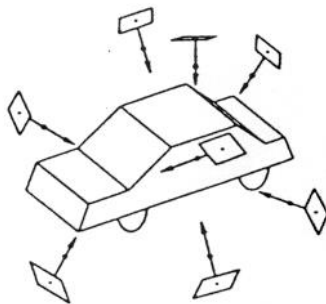


Figura 2.2.2.1.6.: Triangulação em fotogrametria próxima por feixes perspectivados

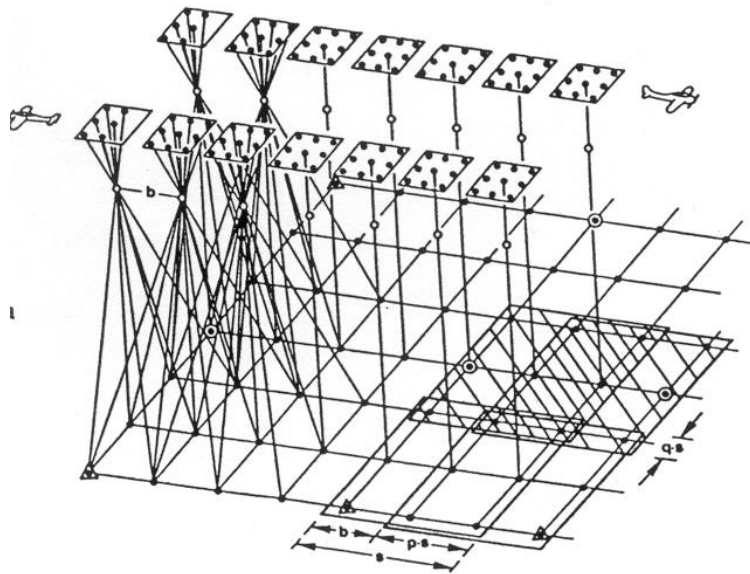


Figura 2.2.2.1.7.: Aerotriangulação por feixes perspectivos

- é possível triangular fotografias não métricas, usando parâmetros adicionais para a orientação interna e é possível triangular blocos obtidos com várias câmaras fotográficas.
- é possível determinar coordenadas de pontos em projectos de alta precisão (monitorização)
- os elementos da orientação externa , que saem do cálculo, podem ser introduzidos directamente nas estações digitais quer para restituição, quer para rectificação de fotografias.