Optimização de redes

1. Tipos de Rede Geodésica

a) Actualmente, as redes geodésicas são concebidas para dar resposta a diferentes problemas;

b) A Geodesia já não se limita unicamente à concepção de redes de apoio à cartografia e à topografia para a elaboração de mapas e cartas;

c) Hoje em dia constroem-se:

- redes de apoio;
- redes permanentes de apoio;
- redes de monitorização de estruturas;
- redes de monitorização geodinâmica;
- redes dinâmicas globais, etc.

Optimização de redes

1. Tipos de Rede Geodésica

d) Em função dos objectivos de uma rede, são feitos estudos prévios de optimização, por forma a garantir a qualidade desejada dos resultados;

e) Apresentam-se-nos diferentes problemas de optimização, que permitem classificar as redes geodésicas em várias ordens de optimização e concepção;

f) No modelo matemático de ajustamento, existem diferentes parâmetros que podem ser optimizados: a geometria (A); a precisão das observações (P); a precisão da rede (Q_x); etc.

g) Embora não muito comum entre nós, existe adicionalmente um parâmetro externo que deve ser considerado – ***o custo***, para não inviabilizar a realização e os resultados da rede.

Optimização de redes

2. Concepção e Optimização de Redes

a) Quando se estabelece uma rede, em termos genéricos, há que decidir sobre vários aspectos:

– Na ***fase de concepção*** há que decidir sobre:
  - ✓ Configuração geométrica da rede ($A.\Delta X=W$)
  - ✓ Precisão das observações ($P=\sigma^2_0\Sigma^{-1}=Q_{ll}^{-1}$)
  - ✓ Custo de construção, observação e manutenção ($C=K_\phi.\phi+K_\psi.\psi$)

– Na fase ***de ajustamento*** há que decidir sobre:
  - ✓ Rede Fixa (1 ou 2 ptos fixos) $dX_k=0$; $dY_k=0$; $dZ_k=0$
  - ✓ Rede livre (constr. min.) $dX_k=\delta$; $dY_k=\delta$; $dZ_k=\delta$
  - ✓ Selecção do melhor conjunto de observações
  - ✓ Melhor critério de pesos
  - ✓ Validação com auxílio de testes de hipótese

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

a) Estão definidos 4 ordens de problemas de optimização:

1- Problema de **Ordem Zero** - POZ
  - ✓ ***Optimização do datum*** (referencial)

2- Problema de **Primeira Ordem** – PPO
  - ✓ ***Optimização da configuração geométrica***

3- Problema de **Segunda Ordem** - PSO
  - ✓ ***Optimização dos pesos das observações***

4- Problema de **Terceira Ordem** - PTO
  - ✓ ***Optimização de melhoria da configuração***

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

a) Estão definidos 4 ordens de problemas de optimização:

1- Problema de **Ordem Zero** - POZ

✓ ***Optimização do datum*** (referencial)

Parâmetros Fixos: A - matriz de configuração geométrica; P – matriz peso

Variáveis: X – coordenadas, parâmetros do sistema; Σ_x – variâncias das coordenadas

∴ Definição adequada das coordenadas da rede (referencial) e da respectiva precisão

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

2- Problema de **Primeira Ordem** - PPO

✓ ***Optimização da configuração geométrica***

Parâmetros Fixos: P – matriz peso; Σ_x – variâncias das coordenadas;

Variáveis: A - matriz de configuração geométrica;

∴ Definição adequada da geometria da rede (localização e observações) por forma a garantir a precisão desejada

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

3- Problema de **Segunda Ordem** - PSO

✓ ***Optimização dos pesos das observações***

Parâmetros Fixos: A - matriz de configuração geométrica; Σ_x – variâncias das coordenadas;

Variáveis: P – matriz peso;

∴ Definição adequada dos pesos e sua inter-relação por forma a garantir a precisão desejada

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

4- Problema de **Terceira Ordem** - PTO

✓ ***Optimização de melhoria da configuração***

Parâmetros Fixos: Σ_x – variâncias das coordenadas;

Variáveis: A - matriz de configuração geométrica; P – matriz peso

∴ Melhoria de redes existentes pela introdução de vértices ou de observações adicionais

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

5- Podemos ainda definir outros problemas adicionais de optimização de uma rede geodésica, como por exemplo:

- ✓ ***Optimização do intervalo de tempo entre épocas de observação de redes de monitorização de deformações***

  Parâmetros Fixos: A - configuração geométrica; P – matriz peso; Σ_x – variâncias das coordenadas;

  Variável: $\Delta X = X_{t2}-X_{t1}$ – vector deslocamento

∴ Adequado intervalo de tempo entre observações em função da taxa de deformação sem aumentar significativamente os custos

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

6- A minimização de custos pode ser interpretada como um problema de transformação aplicada aos resultados de PPO e PSO:

- ✓ ***Optimização do custo***

  Parâmetros Fixos: Σ_x – variância das coordenadas;

  Variável: A - configuração geométrica; P – matriz peso

$$C(A,\Sigma_{ll}) = K_\phi \cdot \phi(n,m) + K_\psi \cdot \psi(\Sigma_{ll})$$

∴ Procurar o melhor compromisso entre a precisão desejada e um custo adequado, em função da configuração geométrica e da precisão das observações

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

a) Função custo - Exemplo 1

- Observação de uma rede de triangulação por dois Teodolitos de precisão diferente (3 e 10 segundo centesimais)

$\sigma_\alpha = 3^{cc}$, $K_\phi = K_\psi = 1$

n	10	40	80
ϕ	440	1640	3240
ψ	110	444	888
C(€)	550	2084	4128

$\sigma_\alpha = 10^{cc}$, $K_\phi = K_\psi = 1$

n	10	40	80
ϕ	440	1640	3240
ψ	10	44	88
C(€)	450	1684	3328

Optimização de redes

2.1 Problemas Optimização de Redes

b) Função custo - Exemplo 2

- Observação de uma rede GPS regional

$\sigma_x = 2mm$, $K_\psi = 1.3$

n/m	10/15	20/40	40/60
K_ϕ	1.5	1.4	1.3
ϕ	640	1240	2440
ψ	410	820	1640
C(€)	1493	2802	5304

$\sigma_x = 2cm$, $K_\psi = 1.2$

n/m	10/15	20/40	40/60
K_ϕ	1.5	1.4	1.2
ϕ	640	1240	2440
ψ	110	220	440
C(€)	1092	2000	3456

Optimização de redes

2.2 Robustez e Fiabilidade

a) ***Robustez*** é a propriedade que caracteriza a resistência de uma rede ao efeito de erros sistemáticos;

b) É a resistência ou a imunidade da rede à contaminação de observações erradas;

c) ***Fiabilidade*** é caracterizada pela capacidade de detecção de observações erradas, por intermédio de testes de hipóteses;

d) Uma, confere à rede a insensibilidade à contaminação dos erros sistemáticos, a outra, permite a detecção de observações contaminadas;

e) Ambas as propriedades estão intimamente relacionadas e são uma consequência dos Números de Redundância Local (NRL);

Optimização de redes

2.2 Robustez e Fiabilidade

f) A Robustez está relacionada com o modo como, no ajustamento, os erros são projectados para os resíduos (ν) ou para as correcções às coordenadas (ΔX);

g) Essa projecção é quantificada pelos parâmetros: NRL – Números de Redundância Local e NAL – Números de Absorção Local;

h) Os NAL são dados pelos elementos da diagonal da matriz:

$$\boldsymbol{U = AQ_x A^T P}$$

i) Enquanto que os NRL correspondem aos elementos da diagonal da matriz $(\boldsymbol{I - U})$

Optimização de redes

2.2 Robustez e Fiabilidade

j) Os NRL e NAL são valores reais entre 0 e 1, e a sua soma é igual a 1;

l) Para que a rede seja robusta os NRL devem ser homogéneos e elevados (ex.: 0,7);

m) Se houver alguns NAL com valores mais elevados que os restantes, os resíduos correspondentes tendem a acumular os erros, mesmo tendo sido cometidos noutras observações;

f) A optimização da Robustez e da Fiabilidade de uma rede geodésica é a tarefa do PPO, onde a configuração é escolhida por forma a obter um mútuo controlo, da qualidade das observações e da precisão da rede;

Optimização de redes

2.3 Determinação de Outliers

2.3.1- Teste de Barda (*Data Snooping*)

$$Q_{\upsilon\upsilon} = Q_l - AQ_x A^T$$

Resíduos normalizados: $\bar{\upsilon}_i = \dfrac{\upsilon_i}{\sigma_0 \sqrt{q_{ii}}}$

H_0: $\bar{\upsilon}_i \in N(0,1)$ vs H_1: $\bar{\upsilon}_i \in N(\Delta\upsilon,1)$

2.3.2- Método de Pope (Método de Tau - τ)

$$\bar{\upsilon}_i = \frac{|\upsilon_i|}{s_0 \sqrt{q_{ii}}} \in \tau$$

Distribuição TAU

Conversão de distribuição - τ em t-Student $t_{(f-1)} = \sqrt{\dfrac{(f-1)\tau^2}{f-\tau^2}}$

$\therefore$ Rejeitar H_0 para 1-α se: $T_k = \sqrt{\dfrac{(f-1)\bar{\upsilon}^2}{f-\bar{\upsilon}^2}} > t_{1-\alpha}$

Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

Quando se rejeita ou aceita uma hipótese usando um teste estatístico baseado numa probabilidade, dois erros podem acontecer:

2.4.1- Erro do Tipo I (falso positivo)

- Rejeitar a Hipótese Nula H_0 e esta ser VERDADEIRA
- α (significância) é a probabilidade de cometer o erro

2.4.2- Erro do Tipo II (falso negativo)

- Não rejeitar a Hipótese Nula H_0 e esta ser FALSA
- β é a probabilidade de cometer o erro

Ao contrário do erro do tipo I, não é possível determinar à partida a probabilidade de ocorrência dum erro do tipo II, β.

Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

Síntese de erros possíveis associado aos testes de Hipótese:

Situação	Conclusão do teste	
Real	Rejeitar H_0	Aceitar H_0
H_0 VERDADEIRA	**Erro Tipo I**	**Decisão Acertada**
H_0 FALSA	**Decisão Acertada**	**Erro Tipo II**

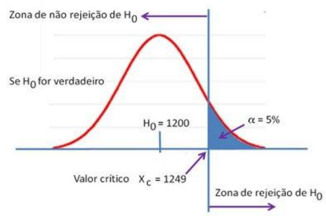
Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

Hipótese H_0: μ=1200 vs Hipótese H_1: μ>1200

com α= 5% (probabilidade de rejeitar H_0, sendo ela verdadeira)



tem-se a azul, a faixa da gama de valores possíveis em que H_0 é rejeitada.

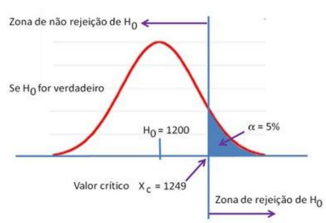
Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

Se a média observada Xmed cair dentro da área de rejeição, existe um erro suficientemente grande entre a amostra e a hipótese H_0.

Caso Xmed cair fora da área de rejeição a hipótese H_0 é válida e não há lugar ao Erro Tipo I



Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

O valor crítico Xmed crítico = 1249 para este teste é calculado a partir da área α=5% da curva normal

Uma forma de "ajuizar" a ocorrência de uma média superior a 1249 é:

a) H_0 é verdadeira, mas tivemos um tal azar que recolhemos uma amostra muito pouco provável.

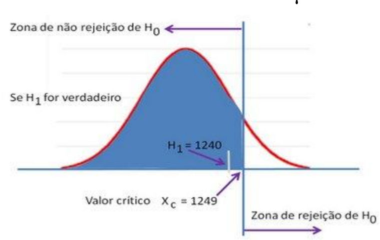
b) Ou, H_0 não é verdadeira, daí não ser surpresa o valor alto obtido para a média

Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

Suponhamos que a hipótese H_0 é falsa (H1 é verdadeira), no caso de Xmed se distribuir em torno de μ=1240 (em vez de 1200)



A decisão correcta seria rejeitar a falsa hipótese nula H_0.

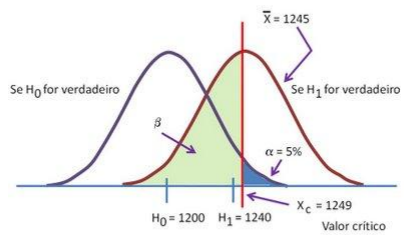
Aceitando H_0 quando esta é falsa é <u>chamado de Erro Tipo II</u>

Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

Na realidade desconhece-se qual a situação verdadeira. Se se tiver de tomar a decisão de aceitar ou não H_0, na presença da incerteza, temos de aceitar correr riscos de um tipo ou de outro



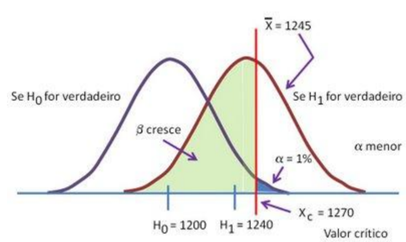
Ilustra-se aqui as probabilidades de cada um dos tipos de erro, α se H0 é verdadeira, e β se H0 é falsa

Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

A redução de α (deslocando o ponto crítico para a direita, por ex. 1270), aumenta ao mesmo tempo β, mas reduz a probabilidade do erro Tipo I.

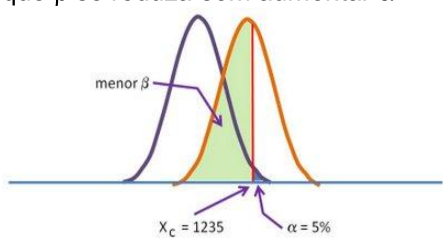


Optimização de redes

2.4 Erros do Tipo I e Tipo II

2.4.2 - Exemplo, baseado num processo com μ=1200 e σ=30:

Uma forma de minimizar a possibilidade do erro II é aumentar a dimensão da amostra, diminuindo assim o desvio padrão e possibilitando que β se reduza sem aumentar α



Devemos trabalhar sempre com redundância elevada (amostra grandes) e com elevadas precisões.

Optimização de redes

3. Conclusão

- A realização de testes de hipótese, permitindo eliminar observações erradas, garantem resultados fiáveis e de confiança;
- Trabalhar com elevada redundância e uma boa geometria, garantindo elevada precisão, minimizará a probabilidade de se cometerem erros do Tipo I e do Tipo II.

Optimização de redes

3. Conclusão

- A ideia básica da optimização de redes geodésicas é a possibilidade de se garantir com qualidade a estimativa de uma rede antes de ser construída ou observada;

- A optimização de uma rede geodésica prende-se com o estudo da sua precisão, da sua fiabilidade e do seu custo.