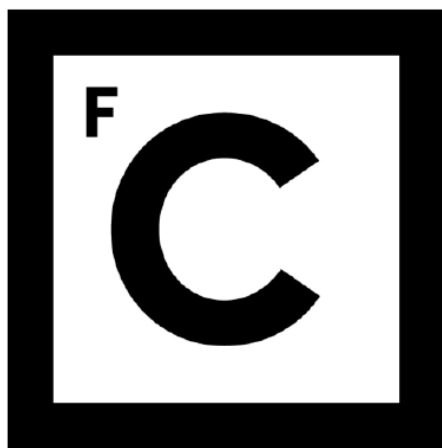


FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA, GEOFÍSICA E ENERGIA

MESTRADO EM ENGENHARIA GEOGRÁFICA

GEODESIA E APLICAÇÕES



**Ciências
ULisboa**

**TRABALHOS PRÁTICOS DE GEODESIA E APLICAÇÕES
2017/2018**

Aluno:

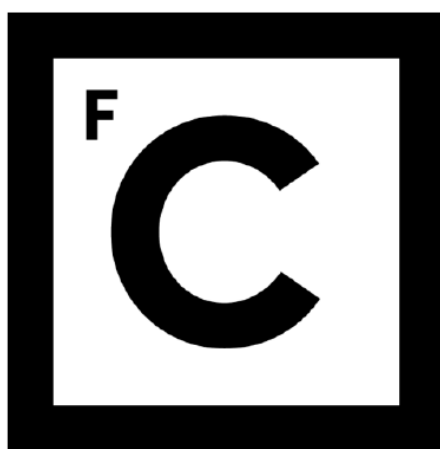
Mário Balão nº 46764

FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA, GEOFÍSICA E ENERGIA

MESTRADO EM ENGENHARIA GEOGRÁFICA

GEODESIA E APLICAÇÕES



**Ciências
ULisboa**

**TRABALHOS PRÁTICOS DE GEODESIA E APLICAÇÕES
2017/2018**

(PÁGINA DEIXADA INTENCIONALMENTE EM BRANCO)

RESUMO

No âmbito da disciplina de Geodesia e aplicações, foi-nos proposto a realização de quatro trabalhos práticos, por forma a aplicar todos dos conceitos teóricos aprendidos durante o semestre.

O 1º Trabalho Prático, consistiu na transformação de coordenadas, através da determinação dos parâmetros de transformação entre sistemas de referência. O 2º Trabalho Prático, consistiu no ajustamento de redes geodésicas bidimensionais, onde foram ajustadas duas redes uma de média escala e uma segunda rede com um maior grau de precisão. Neste trabalho ajustamos uma rede de monitorização do muro do jardim botânico em Lisboa, tendo sido ajustadas e comparadas três épocas de observação.

No 3º trabalho efetuamos a determinação de um modelo de geoide ajustado, onde para tal recorremos a correções gravimétricas, ajustando o mesmo a marcas de nivelamento.

Com este relatório procuramos transmitir de forma abreviada a metodologia que adotámos em ambos os trabalhos, onde descrevemos todo o processo realizado e conclusões retiradas.

PALAVRAS-CHAVE:

Transformação; Helmert; Ajustamento; Redes; Geoide

AGRADECIMENTOS

Especial agradecimento ao docente que sempre demonstrou disponibilidade e atenção a todas as dúvidas e questões submetidas quer de forma direta ou indireta via email, e pela forma clara com que sempre resolveu qualquer problema ou dúvida exposta no decorrer das aulas.

Índice

1. Introdução.....	5
2. Metodologia	5
3. Trabalho Prático I.....	6
3.1. Generalidades.....	6
3.2. Visualização da Rede.....	6
3.3. Cálculo de Parâmetros Helmert	7
3.3.1. Helmert com 119 Pontos	8
3.3.2. Helmert com 10 Pontos V1 e V2.....	13
3.3.3. Helmert com 10 Pontos V3	17
3.3.4. Análise de Resultados.....	20
4. Trabalho Prático II	20
4.1. Generalidades.....	20
4.2. 1ªTrabalho de Redes	22
4.2.1. Compensação Livre da Rede	22
4.2.2. Cálculo do Peso dos Comprimentos.....	24
4.2.3. Cálculo do Peso dos Azimutes	24
4.2.4. Compensação Constrangida Ponto 28 Fixo.....	24
4.2.5. Compensação Constrangida Ponto 25 Fixo.....	27
4.2.6. Análise comparativa 28Fixo Vs 25Fixo	28
4.2.7. Equilíbrio da Rede	29
4.3. Trabalho de Redes II.....	32
4.2.1. Compensação Livre Época III	34
4.2.2. Compensação Constrangida Época III	34
4.2.1. Compensação Livre Época V	36
4.2.1. Compensação Constrangida Época V.....	37
4.2.2. Compensação Livre Época VI.....	38
4.2.3. Compensação Livre Época VI.....	39
5. Trabalho Prático III	40
5.1. Generalidades.....	40
5.1.1. Cálculo de Reduções	41
5.1.2. Cálculo da Covariância Empírica.....	42
5.1.3. Cálculo do Integral de Stokes.....	43
5.1.1. Ajustamento do Modelo de Geóide	44
6. Conclusões	46

7. Bibliografia.....	47
----------------------	----

Índice de Figuras

Figura1. Processo de tratamento de dados.....	5
Figura2. Coordenadas Iniciais Dt-73	7
Figura3. Funcionamento de Helmert1	8
Figura4. Gráfico de Análise de Erro.....	9
Figura5. Gráfico Comparativo Versão de 119Pts Vs 109Pts	10
Figura6. Funcionamento do Programa Helmert2	11
Figura7. Mapa de Diferenças com 119 Pontos.....	12
Figura8. Mapa de Diferenças Vs Pontos Utilizados.....	12
Figura9. Área Buffer 1.....	13
Figura10. Área Buffer 2	15
Figura11. Mapa de Variação para Buffer1 (vermelho) Buffer2 (azul).....	16
Figura12. Distribuição Uniforme de 10 Pontos	17
Figura13. Variação dos Resíduos V_x , V_y e V_z Respetivamente.....	18
Figura14. Dispersão do Erro com o Método das Grelhas Solução1 e Solução2 Respetivamente.....	19
Figura15. Rede Clássica.....	22
Figura16. Resultado da Compensação Livre 2 Pts Fixos	23
Figura17. Resultado da Compensação Livre 1 Pts Fixo, 1 Az e 1 Comprimento	23
Figura18. Compensação Constrangida	25
Figura19. Elipses Absolutas com Pt 28 Fixo.....	26
Figura20. Elipses Relativas com Pt 28 Fixo	26
Figura21. Variância a posteriori com o Ponto 25 Fixo.....	27
Figura22. Elipses Absolutas Ponto 25 Fixo	27
Figura23. Elipses Relativas Ponto 25 Fixo	28
Figura24. Ficheiro de Observações Inicial e Final	30
Figura25. Rede Clássica com 5 Comprimentos	30
Figura26. Elipses Absolutas 5Comprimentos Vs 2 Comprimentos.....	31
Figura27. Elipses Relativas 5Comprimentos Vs 2Comprimentos.....	31
Figura28. Ficheiro GSI in	32
Figura29. Processo de Ajustamento da Rede.....	33
Figura30. Ficheiro de Observações Organizado	33
Figura31. Resultado da Compensação Livre Época III	34

Figura32.	Rede Ajustada Época 3	35
Figura33.	Fator de Ampliação	35
Figura34.	Resultado da Compensação Livre Época V	36
Figura35.	Rede Ajustada Época V e Diferenças para Época III	38
Figura36.	Rede Ajustada Época VI e Diferenças para Época III	40
Figura37.	Gráfico da Covariância Empírica	42
Figura38.	PTS1_AR_GRID2.dat	43
Figura39.	Stokes.in	43
Figura40.	Modelo de Geoide Stokes0	44
Figura41.	Resíduos das duas Grelhas	44
Figura42.	Modelos de Geoide Ajustados	45
Figura43.	Superfície do Modelo Adotado	46

Índice de Tabelas

Tabela 1.	Dt73 (DGT)	7
Tabela 2.	Comparação de Solução de Parâmetros com 119pts Vs Oficial	9
Tabela 3.	Erro Médio Quadrático das 3 Componentes	13
Tabela 4.	Pontos Área 1	14
Tabela 5.	Estudo dos Parâmetros de Transformação com 10 Pontos V1	14
Tabela 6.	Pontos Buffer	15
Tabela 7.	Estudo dos Parâmetros de Transformação com 10 Pontos V1	16
Tabela 8.	Comparação de Parâmetros Calculados com 10 Pontos e Oficiais	18
Tabela 9.	Tabela de Alterações	19
Tabela 10.	Avaliação do EMQ para a Solução 1/ Solução 2	19
Tabela 11.	Cálculo dos Pesos	24
Tabela 12.	Aplicação dos Testes Estatísticos	25
Tabela 13.	Erro Médio das Elipses Absolutas	28
Tabela 14.	Erro Médio Elipses Relativas	29
Tabela 15.	Análise Comparativa do Erro Médio	31
Tabela 16.	Teste Fisher Aplicado à Compensação Constrangida Época III	35
Tabela 17.	Aplicação do Teste Estatístico às Várias Iterações Época V	36
Tabela 18.	Teste Fisher Aplicado à Compensação Constrangida Época V	38
Tabela 19.	Compensação Livre Época VI	38
Tabela 20.	Compensação Constrangida Época VI	39
Tabela 21.	Cálculo do Erro Médio das Elipses para as 2 Épocas de Observação	40

Tabela 22.	Tabela de Cálculo de Anomalias	41
Tabela 23.	PTS1_AR_RTM1a.dat (entrada ao Stokes).....	42
Tabela 24.	Tabela de Resoluções	42
Tabela 25.	Avaliação Estatística do Ajustamento às Marcas de Nivelamento.....	45

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho surge no decorrer da disciplina Geodesia e Aplicações, enquadrado na componente prática da mesma.

No que respeita à organização do mesmo este está dividido por capítulos onde a cada um corresponde um trabalho prático relacionado com temáticas abordadas na componente teórica da disciplina. Desta feita o trabalho comporta 3 relatórios (um por cada trabalho prático efetuado) abordando as seguintes temáticas:

- Transformação de Coordenadas;
- Ajustamento de redes (dois trabalhos realizados, um relatório por cada)
- Modelo de Geoide.

Cada capítulo será constituído por uma componente teórica, demonstração de resultados, análise de dados obtidos.

No corpo do trabalho será incluído um capítulo de metodologia, onde será exposta a forma como foi feita a análise de dados, métodos utilizados entre outros, procurando sempre que todos os casos sejam abordados com uma metodologia científica.

No final do trabalho reservou-se um capítulo para conclusões com o objetivo de expor todos os aspetos positivos e negativos assim como lições aprendidas com a elaboração de todos os trabalhos práticos.

2. METODOLOGIA

No que respeita a esta temática ela é parte integrante de qualquer trabalho de cariz científico explicando sempre de forma detalhada todos os modelos escolhidos para tratamento de dados e obtenção de resultados.

Desta feita o processo metodológico adotado pode ser resumido na figura 1.

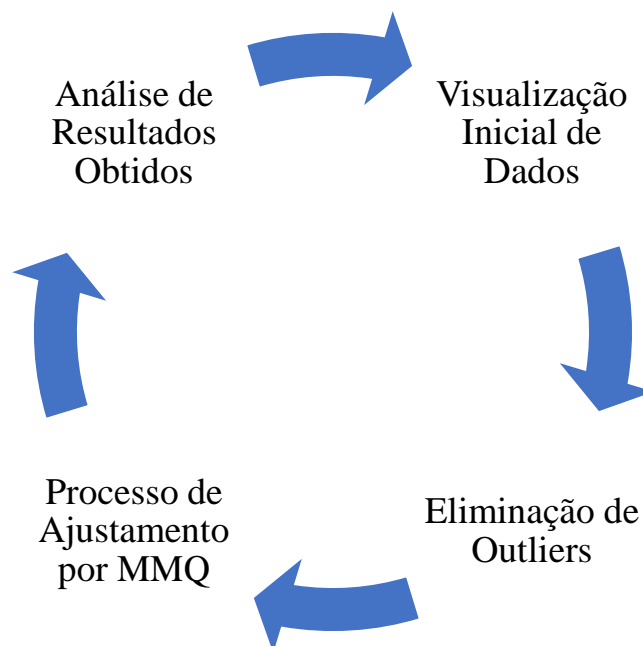


Figura1. Processo de tratamento de dados

A nível de meios para elaboração dos trabalhos estes resumem-se à utilização de programas elaborados pelo docente para efetuar o ajustamento, sendo objetivo da disciplina a interpretação de resultados de forma a desenvolver competências que nos permitam resolver determinadas situações.

A nível de software utilizado em todos os trabalhos fez-se uso do compilador *FORTAN* e do visualizador *SURFER*.

3. TRABALHO PRÁTICO I

3.1. GENERALIDADES

O presente trabalho teve como principal objetivo o cálculo de parâmetros de transformação e aplicação dos mesmos a um conjunto de coordenadas efetuando assim a passagem de um Datum para outro, neste caso do Datum 73 para ETRS89, a transformação utilizada é denominada de transformação de Helmert ou Bursa Wolf. Esta transformação faz uso de 7 parâmetros de transformação:

- Escala;
- 3 Rotações;
- 3 Translações.

A transformação de Helmert tem como fator positivo o facto de não necessitar de dados *a priori* uma vez que é função das coordenadas dos dois sistemas, bastando o conhecimento de 3 pontos em cada um dos sistemas para a obtenção dos 7 parâmetros, onde cada ponto contribui com três equações sendo necessário no mínimo 7 equações. (Antunes, 2017)

Os parâmetros são então calculados pela aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), sendo posteriormente aplicados às coordenadas conhecidas no outro sistema de referência.

As transformações entre sistemas de coordenadas e respetivos Datum são operações de extrema importância nos dias de hoje uma vez que todos os esforços da comunidade internacional convergem para a adoção de sistemas de referência comuns (com o respetivo Datum associado), tendo a comunidade europeia adotado o Datum global ETRS89 referido ao elipsoide GRS80, este elaborado de forma a ser coincidente com o ITRF à época de 1989 e fixado à parte estável da placa euroasiática. (DGT,2017)

Várias observações vão ser feitas no decorrer deste trabalho prático assim como testes de precisão, sendo para isso elaboradas.

3.2. VISUALIZAÇÃO DA REDE

No presente trabalho embora o mesmo não trate o ajustamento de uma rede, resolvemos atribuir esta denominação aos pontos que vão ser alvo de transformação.

Desta feita vai se fazer uso de observações de vértices geodésicos de primeira ordem do território nacional (Portugal Continental).

A rede de pontos utilizada encontra-se uniformemente distribuída por todo o território encontrando-se no sistema de referência Datum 73, sendo a mesma constituída por um conjunto de 119 pontos.

O Datum 73 é um sistema de referência que atualmente se encontra obsoleto encontrando-se o mesmo é definido pelos seguintes parâmetros:

Ponto origem das coordenadas geodésicas:	Vértice Geodésico Melriça TF4 (Observações Astronómicas de 1964)	
Elipsoide de referência:	Hayford (ou Internacional 1924)	Semi-eixo maior: $a = 6\,378\,388$ m Achatamento: $f = 1/297$
Para trabalhos associados a este Datum (produção cartográfica e outros) é habitualmente usado o seguinte sistema de projeção:		
Projeção cartográfica:	Gauss-Krüger	
Latitude da origem das coordenadas retangulares:	39° 40' 00" N	
Longitude da origem das coordenadas retangulares:	08° 07' 54",862 W	
Falsa origem das coordenadas retangulares:	Em M (distância à Meridiana): +180,598 m Em P (distância à Perpendicular): -86,990 m	
Coefficiente de redução de escala no meridiano central:	1,0	

Tabela 1. Dt73 (DGT)

De forma a criar uma representação da nossa amostra efetuou-se um reajuste das coordenadas geográficas utilizadas, uma vez que se encontravam no formato grau, minuto e segundo foram passadas para graus decimais para possibilitar a representação das mesmas num programa CAD, tendo-se obtido o resultado apresentado na figura 1.

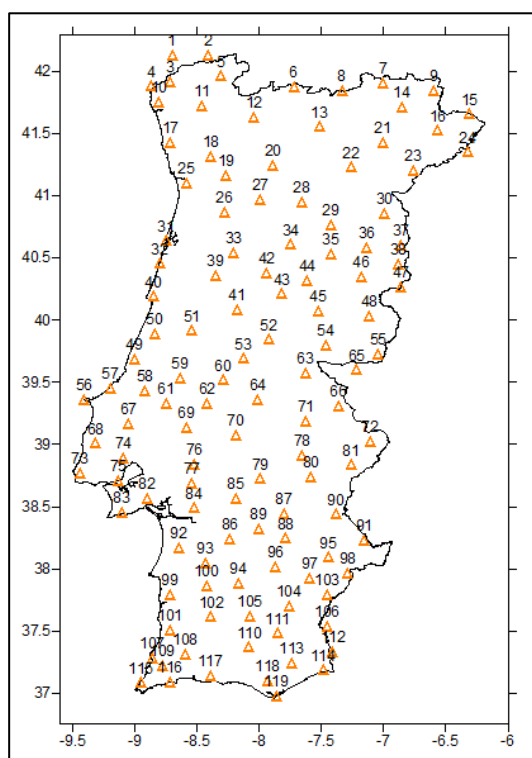


Figura2. Coordenadas Iniciais Dt-73

3.3.CÁLCULO DE PARÂMETROS HELMERT

Neste subcapítulo iremos efetuar o cálculo dos 7 parâmetros de transformação de Helmert, com base nos 119 pontos conhecidos.

O cálculo numérico será efetuado tendo por base um programa fortran, não iremos abordar a componente analítica uma vez que toda a fundamentação teórica já foi referida anteriormente e o objetivo principal do trabalho desenvolver as capacidades críticas e de interpretação de resultados.

Assim sendo iremos elaborar estudos da relação existente entre o número de pontos utilizado e a disposição dos mesmos para o cálculo dos parâmetros de transformação, assim como se os mesmos se relacionam com a precisão obtida.

Desta feita para uma melhor compreensão dos resultados iremos apresentar os mesmos de forma separada, tratando cada solução como um novo subcapítulo.

Vamos então chegar a 4 soluções:

- Com os 119 pontos;
- Utilizando três configurações com número fixo de pontos alterando a geometria (10 Pontos);

Após cada configuração criada vamos proceder a uma comparação dos resultados obtidos com os dados oficiais fornecidos pela DGT, sendo posteriormente efetuada uma análise integrada de todos resultados obtidos, sendo avaliados alguns parâmetros de precisão.

3.3.1. Helmert com 119 Pontos

Nesta versão serão criados parâmetros de transformação com base nos 119 pontos fornecidos, procedemos então da forma ilustrada na figura 2, o processo ilustrado tem precedência de uma pequena formatação de coordenadas para que o ficheiro de input tenha o aspeto a baixo descrito, para tal fez-se recurso a um programa designado de *Convert*, que se destina a colocar 2 ficheiros de coordenadas diferentes num só ficheiro, em que apenas lhe temos de acrescentar o cabeçalho como posteriormente será descrito..

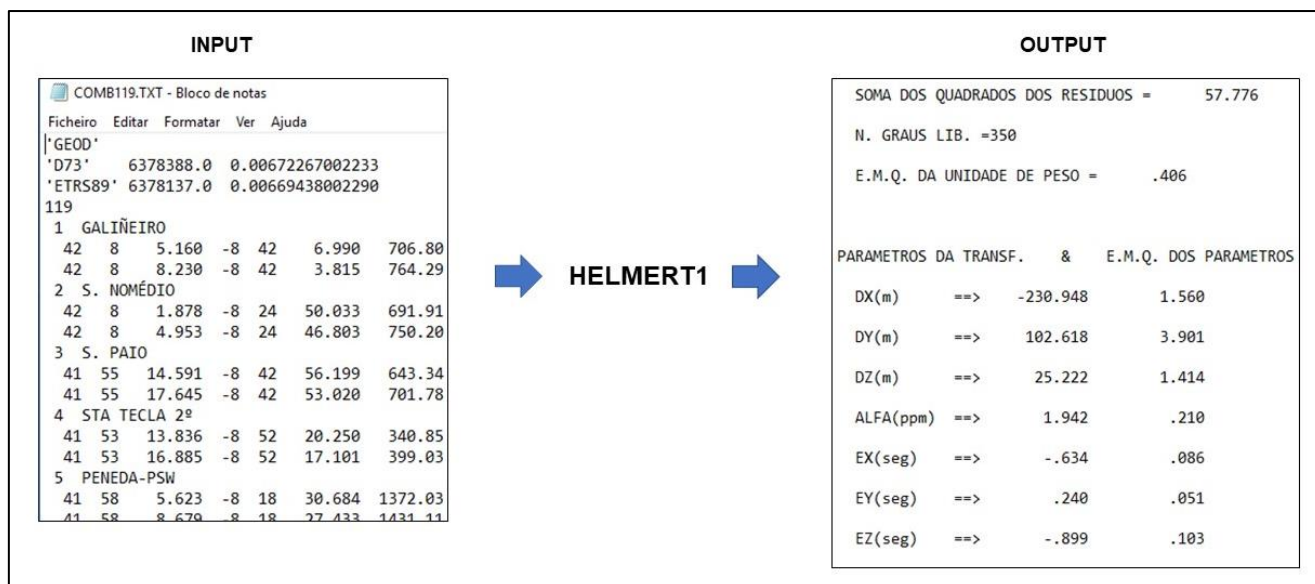


Figura3. Funcionamento de Helmert1

O programa tem como input um ficheiro de coordenadas geradas pelo programa CONVERT, onde a particularidade do mesmo está no cabeçalho onde consta:

- 1ª Linha tipo de coordenadas;
- 2ª Linha sistema de coordenadas de partida (Sistema/ Semieixo maior, quadrado da 1ª excentricidade)

- 3ª Linha sistema de coordenadas de chegada (Sistema/ Semieixo maior, quadrado da 1ª excentricidade)
- 4ª Linha nº de pontos utilizados;
- Linhas subsequentes pontos organizados da seguinte forma:

Nº Nome

Coord. Geod. Dt73

Coord. Geod. ETRS89

Como output do programa vamos ter um ficheiro de diferenças entre coordenadas com os parâmetros de transformação no final.

De forma a confirmar que os parâmetros calculados se encontram corretos ou traduzem uma boa aproximação apresentamos a tabela 2 que faz a comparação entre os parâmetros calculados e os oficiais publicados no site da DGT.

COMPARAÇÃO					
	CALCULADO*	OFICIAL	DIF	UN_COMP	UN_COMP^2
DX	-230.948	-230.994	0.046	0.046	0.002116
DY	102.618	102.591	0.027	0.027	0.000729
DZ	25.222	25.199	0.023	0.023	0.000529
ESC	1.942	1.95	-0.008	-2.4	5.76
RX	0.634	0.633	0.001	0.03	0.0009
RY	-0.24	-0.239	-0.001	-0.03	0.0009
RZ	0.899	0.9	-0.001	-0.03	0.0009
* Para as rotações foi efetuado o simétrico uma vez que a DGT efetua as mesmas e no sentido contrário ao por nós trabalhado				RMS	2.4013

Tabela 2. Comparação de Solução de Parâmetros com 119pts Vs Oficial

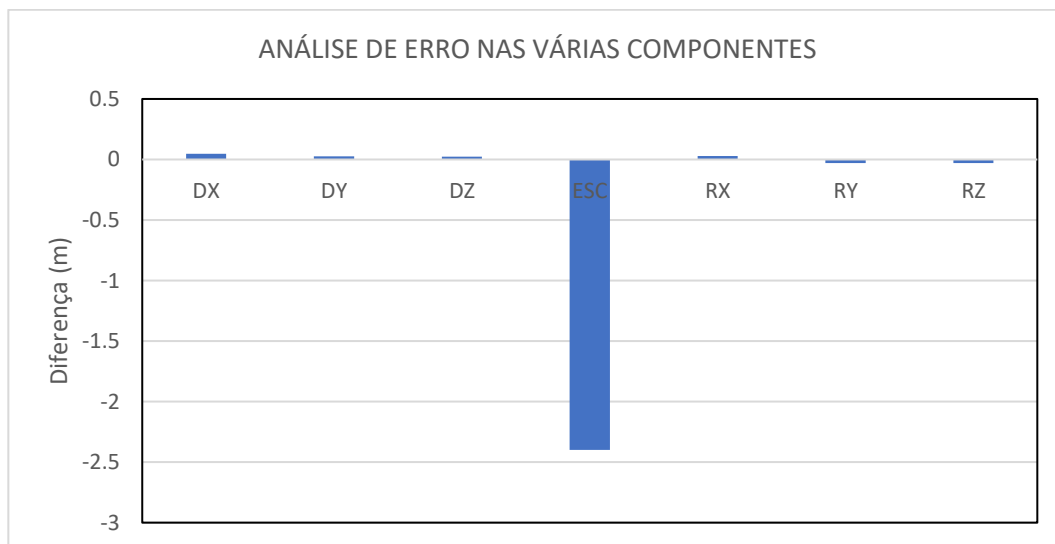


Figura4. Gráfico de Análise de Erro

Da análise da tabela 2 podemos verificar que os erros nas componentes de rotação e translação são da ordem de grandeza do milímetro, enquanto que o fator escala é da ordem de grandeza de metro.

Uma vez verificados todos os parâmetros, efetuou-se uma análise de todos os desvios calculados individualmente para cada ponto, e verificando-se que existiam pontos com desvios na ordem de grandeza de metro, ao que de forma a analisar se esses pontos eram fatores influenciadores de agravamento de erro, retiramos os mesmos do ficheiro .in do programa Helmert1, corremos o programa e efetuamos uma análise semelhante à anterior.

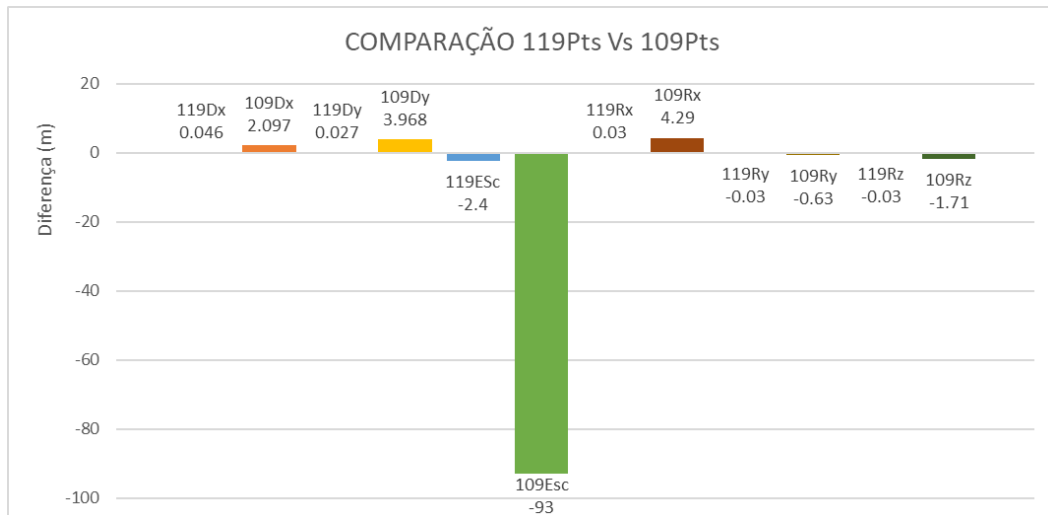


Figura5. Gráfico Comparativo Versão de 119Pts Vs 109Pts

Verifica-se então que o facto de se ter eliminado pontos com erro na ordem de grandeza de metro não influenciou positivamente o resultado final dos parâmetros pelo que se optou por prosseguir para a transformação de coordenadas com a solução obtida com os 119Pts.

Para efetuar a aplicação dos parâmetros calculados fez-se uso do programa Helmert2 que aplica as rotações, translações e fatores escala a todos os pontos no sistema de coordenadas inicial, o funcionamento do mesmo encontra-se esquematizado na figura 5.

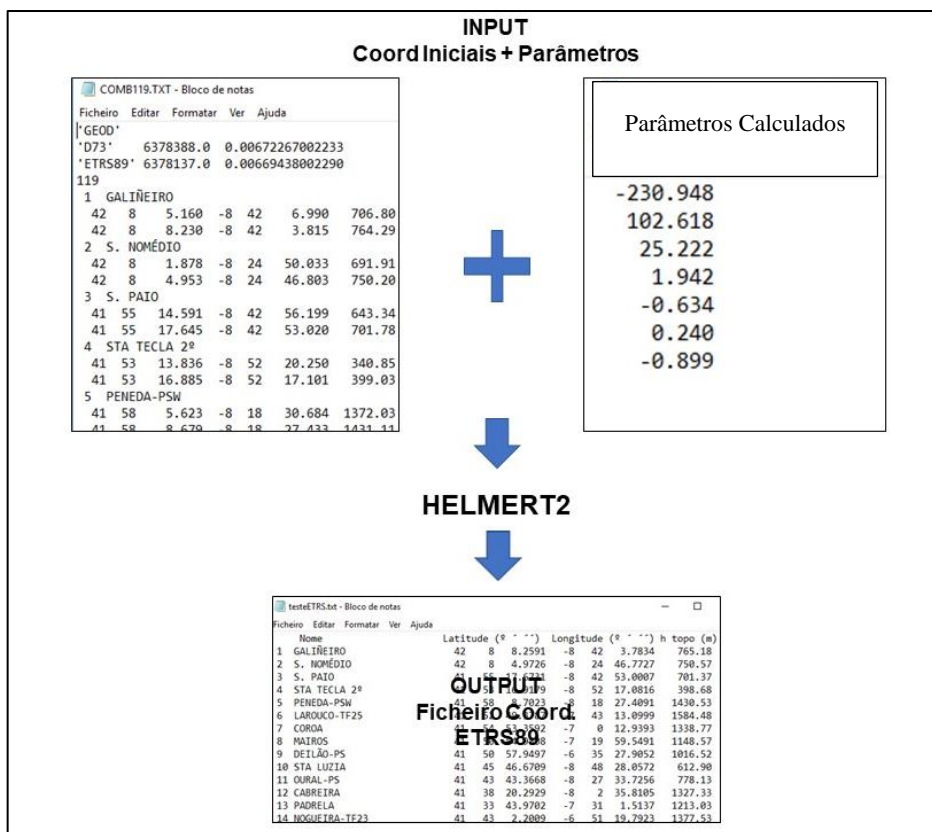


Figura6. Funcionamento do Programa Helmert2

Após se ter obtido as coordenadas no sistema ETRS89 à semelhança do que foi feito com os parâmetros de transformação efetuou-se a comparação das mesmas com as coordenadas oficiais disponibilizadas pela DGT. Como resultado deste processo resultou um novo ficheiro de desvios que serviu de input ao programa “setas”, este programa tem como principal objetivo gerar um .dxf de vetores de desvio, possibilitando visualizar o comportamento dos parâmetros utilizados ao longo da área de aplicação.

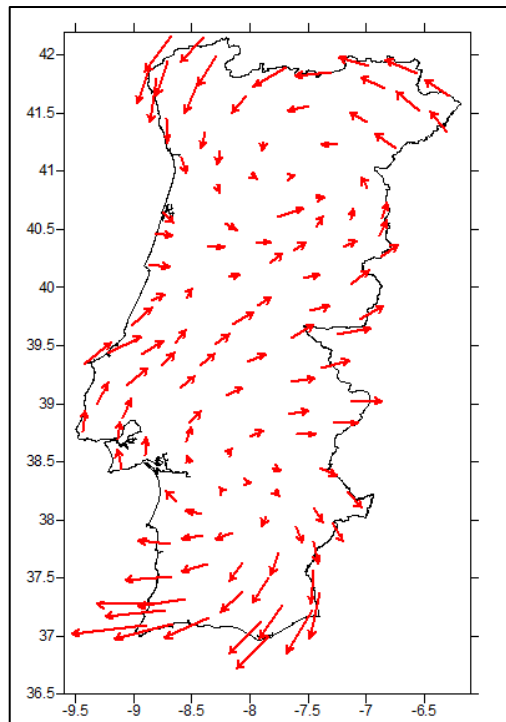


Figura7. Mapa de Diferenças com 119 Pontos

Da análise da figura 7 verificamos a existência de duas zonas circunscritas uma mais a Norte outra mais central onde as diferenças são menores, aumentando com o afastamento a estas.

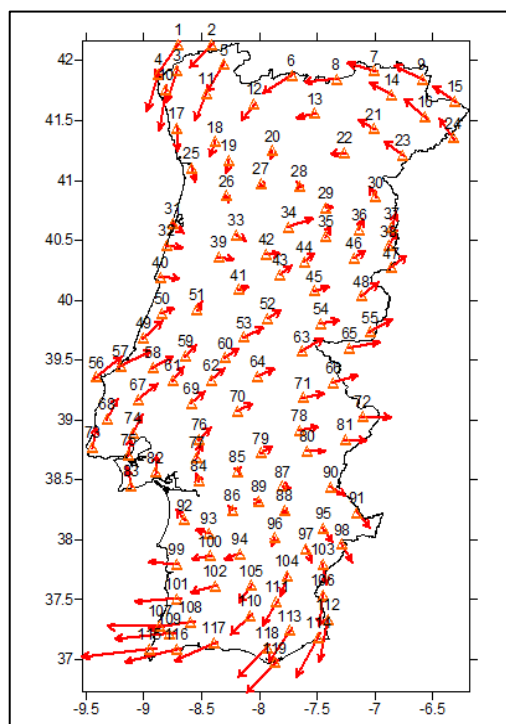


Figura8. Mapa de Diferenças Vs Pontos Utilizados

Da visualização da figura 8 onde se sobrepôs os 119 pontos utilizados às diferenças, verifica-se que os fatores que podem influenciar as coordenadas obtidas são:

- Densificação de pontos;

- Geometria dos pontos, isto é, forma como os mesmos se encontram distribuídos.

Para analisar este fenómeno iremos proceder a uma análise mais pormenorizada num subcapítulo distinto.

No seguimento dos mapas apresentados anterior mente foi calculado o EMQ para as várias coordenadas (M, P e C).

	Latitude	Longitude	Cota
EMQ (m)	0.41	0.54	0.35

Tabela 3. Erro Médio Quadrático das 3 Componentes

3.3.2. Helmert com 10 Pontos V1 e V2

Neste subcapítulo pretende-se testar o comportamento dos parâmetros fixando o número de pontos e alterando a geometria dos mesmos. Para tal procedeu-se da seguinte forma:

- Determinou-se uma primeira área e distribuíram-se os 10 pontos uniformemente pela mesma;
- Processou-se o Helmert1 e avaliou-se o resultado obtido;
- Incrementou-se a 1ª área e repetiu-se os paços anteriores;
- Efetuou-se a comparação de resultados.

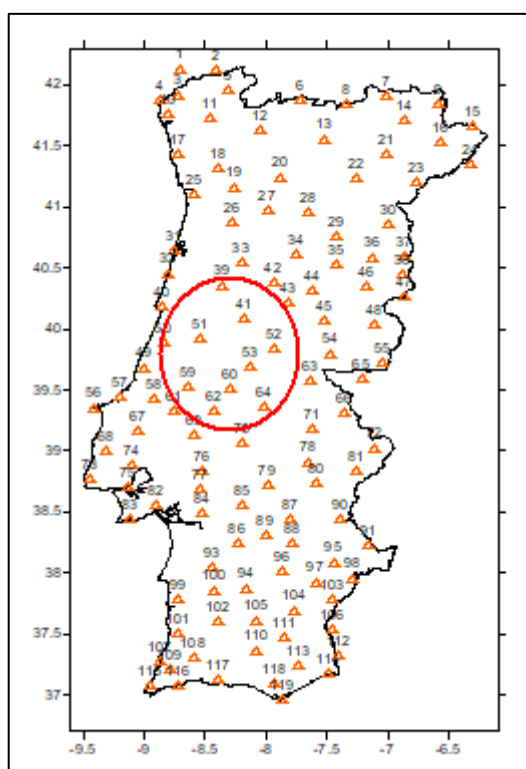


Figura9. Área Buffer 1

A figura 9 ilustra a área na qual foram distribuídos uniformemente os 10 pontos, desta feita foram escolhidos os seguintes pontos:

Ponto	Nº
1	39
2	41
3	50
4	51
5	52
6	53
7	59
8	60
9	62
10	64

Tabela 4. Pontos Área 1

Como resultado do processamento do Helmert1 obtivemos os parâmetros constantes na tabela

COMPARAÇÃO					
	CALCULADO*	OFICIAL	DIF	UN_COMP	UN_COMP^2
DX	-225.507	-230.994	5.487	5.487	30.11
DY	131.898	102.591	29.307	29.307	858.90
DZ	40.214	25.199	15.015	15.015	225.45
ESC	0.303	1.95	-1.647	-494.1	244134.81
RX	-1.391	0.633	-2.024	-60.72	3686.92
RY	0.004	-0.239	0.243	7.29	53.14
RZ	-0.253	0.9	-1.153	-34.59	1196.47
* Para as rotações foi efetuado o simétrico uma vez que a DGT efetua as mesmas e no sentido contrário ao por nós trabalhado				RMS	189.0524

Tabela 5. Estudo dos Parâmetros de Transformação com 10 Pontos V1

A comparação neste caso não faz muito sentido uma vez que o objetivo aqui é verificar se a geometria da amostra é fator influenciador da precisão, assim sendo faz todo o sentido comparar apenas o EMQ resultante das duas versões de buffer's, sendo o segundo buffer ilustrado na figura 10 resultado de uma incrementação de cerca de 100Km na área anterior.

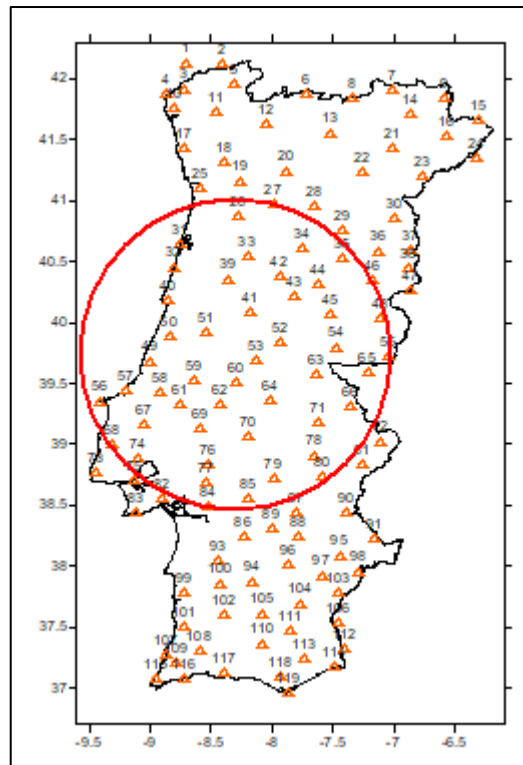


Figura10. Área Buffer 2

A esta área distribuímos uniformemente os pontos constantes na tabela 6.

Ponto	Nº
1	26
2	32
3	34
4	41
5	50
6	55
7	57
8	60
9	76
10	78

Tabela 6. Pontos Buffer

De igual forma foram calculados os parâmetros de transformação através destes 10 pontos, de onde derivou a tabela 7.

COMPARAÇÃO					
	CALCULADO*	OFICIAL	DIF	UN_COMP	UN_COMP^2
DX	-227.768	-230.994	3.226	3.226	10.407076
DY	106.179	102.591	3.588	3.588	12.873744
DZ	33.93	25.199	8.731	8.731	76.230361
ESC	0.724	1.95	-1.226	-367.8	135276.84
RX	0.871	0.633	0.238	7.14	50.9796
RY	-0.116	-0.239	0.123	3.69	13.6161
RZ	0.927	0.9	0.027	0.81	0.6561
* Para as rotações foi efetuado o simétrico uma vez que a DGT efetua as mesmas e no sentido contrário ao por nós trabalhado				RMS	139.1000

Tabela 7. Estudo dos Parâmetros de Transformação com 10 Pontos V1

A principal ilação que se pode tirar destas duas versões de parâmetros é que o EMQ de V1 é maior que o de V2. Para analisar o comportamento da aplicação dos parâmetros às coordenadas de todo o território processou-se o programa Helmert2 para obtenção de coordenadas e do programa setas para verificar as diferenças ao longo de todo o território através do dxf gerado.

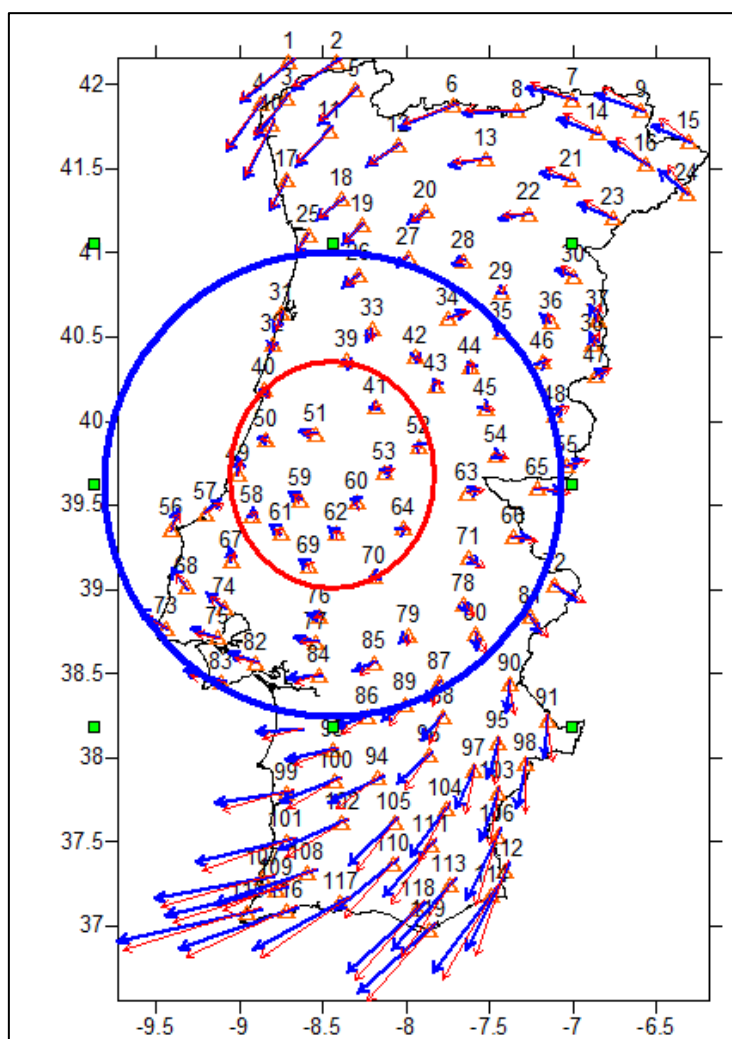


Figura11. Mapa de Variação para Buffer1 (vermelho) Buffer2 (azul)

No geral verifica-se que quanto maior o buffer introduzido, se os pontos dentro do mesmo forem escolhidos de forma a formar uma “malha” de igual espaçamento, menor será o EMQ obtido e menores vão ser as diferenças em relação às coordenadas verdadeiras.

Da figura 11 podemos concluir que os resultados obtidos nas duas iterações visualmente não diferem muito, contudo como já foi referido o EMQ da solução obtida é mais satisfatório, o facto de serem semelhantes visualmente pode-se concluir que se deve á geometria que nos 2 casos é semelhante embora a área abrangida seja maior, tem-se então que a precisão obtida está diretamente ligada com a área abrangida Vs forma como os pontos se encontram distribuídos na mesma (para uma boa precisão têm de estar uniformemente distribuídos).

3.3.3. Helmert com 10 Pontos V3

Uma vez que no ponto anterior se verificou que à medida que se vai fazendo variar a área, isto é, quanto maior a área melhor a precisão obtida, neste subcapítulo vai-se maximizar a área abrangida pelos 10 pontos, distribuindo uniformemente os 10 pontos por todo o território continental.

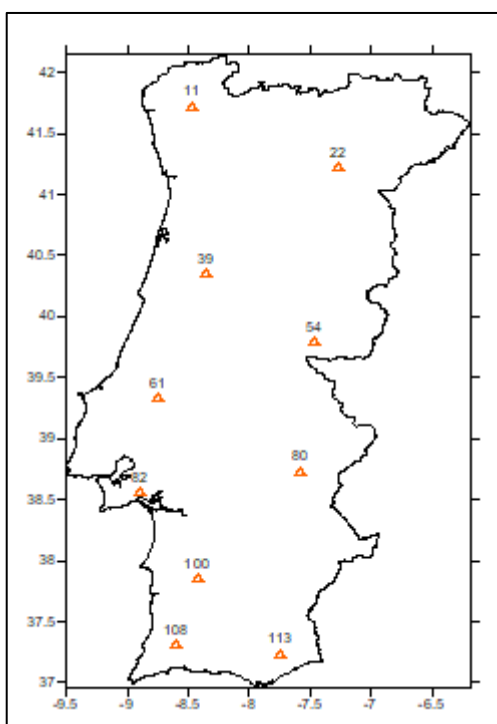


Figura12. Distribuição Uniforme de 10 Pontos

Após a configuração dos pontos definida processou-se o Helmert1a, programa alterado de forma a que o output gere um ficheiro com os resíduos das componentes x, y e z dispostos por colunas, para que seja mais fácil fazer a organização do ficheiro que servirá para determinar “grelhas de resíduos”.

De forma análoga ao que foi feito anteriormente na tabela 8 vem o resumo da comparação dos parâmetros calculados com os 10 pontos uniformemente distribuídos face aos oficiais.

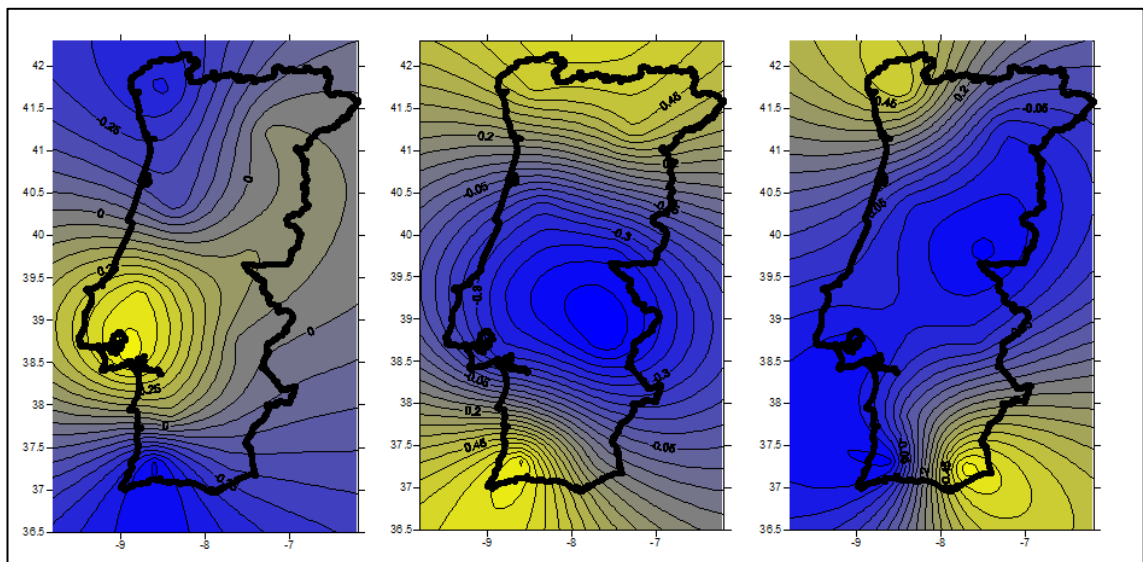
COMPARAÇÃO					
	CALCULADO*	OFICIAL	DIF	UN_COMP	UN_COMP^2
DX	-228.152	-230.994	2.842	2.842	8.076964
DY	102.996	102.591	0.405	0.405	0.164025
DZ	23.333	25.199	-1.866	-1.866	3.481956
ESC	1.809	1.95	-0.141	-42.3	1789.29
RX	0.521	0.633	-0.112	-3.36	11.2896
RY	-0.326	-0.239	-0.087	-2.61	6.8121
RZ	0.784	0.9	-0.116	-3.48	12.1104
* Para as rotações foi efetuado o simétrico uma vez que a DGT efetua as mesmas e no sentido contrário ao por nós trabalhado				EMQ1 (m)	16.1742

Tabela 8. Comparação de Parâmetros Calculados com 10 Pontos e Oficiais

Aqui confirma-se que a precisão dos parâmetros está diretamente ligada à geometria da configuração de pontos selecionados, estes como foram escolhidos de forma a obedecerem a uma distribuição uniforme baixam abruptamente o resultado do EMQ, aumentando a precisão dos mesmos.

As grelhas referidas anteriormente são geradas com recurso ao software Surfer, que ao ser dado como input o ficheiro dos 10 pontos uniformemente distribuídos, já com os respetivos resíduos das 3 componentes (x, y e z), através de um interpolador gera uma grelha de resíduos para todo o território, para este caso foi utilizado como método de interpolação o *kriging*¹.

Na figura 13 podemos ver como se propagam os resíduos ao longo do território continental, para as 3 componentes V_x , V_y e V_z .

Figura13. Variação dos Resíduos V_x , V_y e V_z Respetivamente

Da análise da componente V_z verifica-se que o Sistema Montejunto-Estrela, correspondente à cordilheira que atravessa diagonalmente o território de Portugal Continental, de sudoeste para nordeste é bem visível, uma vez que corresponde a uma zona onde há uma grande variação desta componente.

Após o cálculo/interpolação dos resíduos através da função *residuals* do Surfer, estes são automaticamente adicionados à tabela *Excel* dos 119 pontos em Dt73, esta foi novamente exportada para prn, tendo sido adicionado o respetivo cabeçalho, para que possa ser processado o programa Helmert2a, versão alterada para que os resíduos interpolados possam ser lidos e adicionados ao cálculo matricial.

Este ficheiro gerou um novo de coordenadas ETRS89 que foi novamente analisado através de cálculo do EMQ e visualização do output gerado pelo programa setas. Uma vez que se verificou que na zona NE do território e na zona de Lisboa

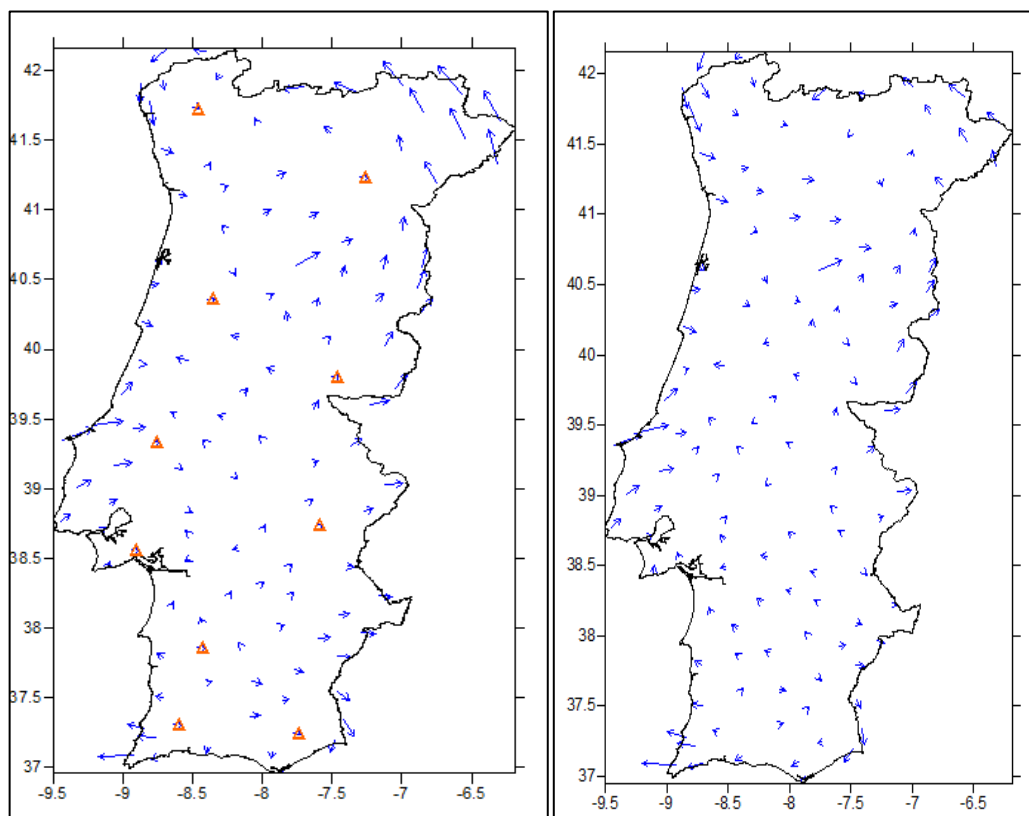


Figura14. Dispersão do Erro com o Método das Grelhas Solução1 e Solução2 Respetivamente

Verifica-se que da solução1 para a solução2 houve francas melhorias tendo-se efetuado as seguintes alterações a nível de pontos de controlo:

Solução1	Solução2
22	16
61	60
82	74

Tabela 9. Tabela de Alterações

Obteve-se então um melhor resultado geral uma vez que as áreas que se encontravam com grande diferença em relação às coordenadas oficiais contam na solução 2 com um valor de EMQ mais baixo como se demonstra na tabela 9.

	Latitude (m)	Longitude (m)	Cota (m)
EMQ1	0.20	0.22	0.35
EMQ2	0.14	0.22	0.36

Tabela 10. Avaliação do EMQ para a Solução 1/ Solução 2

3.3.4. Análise de Resultados

Da determinação dos parâmetros com as várias configurações chegámos à conclusão que o ajustamento não é diretamente dependente no número de pontos utilizado assim como da área geográfica onde são aplicados, isto é, não é por aplicar pontos só a norte ou pontos só no centro ou no sul que a precisão dos resultados finais vai melhorar.

A precisão está diretamente relacionada com a configuração geométrica dos pontos escolhidos, como verificamos no ultimo caso onde distribuámos uniformemente 10 pontos e através do método das grelhas utilizando o interpolador kriging conseguimos melhorar a deriva espacial das soluções obtidas, sendo esta a principal conclusão chegada pela elaboração do trabalho.

4. TRABALHO PRÁTICO II

4.1. GENERALIDADES

O cálculo de ajustamentos de redes geodésicas bidimensionais divide-se em três áreas fundamentais:

- Observação da Rede: através de observações de ângulos, distâncias, desníveis, vetores entre os vértices geodésicos da rede, coordenadas, desvios da vertical e gravimetria, com a aplicação das respetivas correções e reduções;
- Encadeamento geodésico: que consiste no cálculo prévio das coordenadas dos vértices da rede através do transporte de coordenadas, aplicando-se o problema direto da geodesia e escolhendo-se apenas um caminho possível para a rede;
- Ajustamento da rede: face á redundância das observações que existe na rede, é necessário que as coordenadas calculadas se obtenham a partir de observações ajustadas, conseguido através do MMQ.(Antunes, 2017)

É nesta última fase que nos vamos focar uma vez que o objetivo da disciplina como já foi referido é a interpretação dos resultados e é nesta fase que esse passo se processa.

Desta forma torna-se necessário ter algumas noções de como se processa o ajustamento, definindo o modelo funcional e modelo estocástico associado ao ajustamento, onde o primeiro descreve a relação matemática e o segundo as propriedades probabilísticas, representadas pelas variâncias e covariâncias das observações.

Que na sua versão linear, em forma matricial, assume a forma:

$$A \cdot \delta + W = v$$

Em que A é a matriz Jacobiana, δ é o vetor dos parâmetros correção às coordenadas iniciais, W o vetor de fecho e v o vetor dos resíduos. (Antunes, 2017)

Desta feita como método dos mínimos quadrados vamos minimizar da soma dos quadrados dos resíduos pesados das observações:

$$\phi = v^T P_1 v$$

em que P_1 é a matriz de pesos das observações e v é o vetor de resíduos.

Esta matriz permite “pesar” observações com diferentes precisões. Desta forma torna-se, necessário determinar os critérios para a escolha de pesos a atribuir às várias observações

Para os comprimentos, utiliza-se a respetiva fórmula de variâncias:

$$p_{comp} = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sigma_{comp}^2}$$

Para os azimutes as observações de azimutes astronómicos seguem um processo estatístico de estimação por MMQ do qual resulta uma estimativa de precisão a posteriori, esse valor deve ser utilizado para a definição do peso a atribuir. (Antunes, 2017)

Para as direções, utiliza-se o método de compensação livre ou a fórmula de Ferrero:

$$\hat{\sigma}_{dir}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N \Delta^2}{6N}$$

No nosso trabalho efetuou-se uma compensação livre para estimar a variância *a priori* do ajustamento constrangido, esta que corresponde à variância *a posteriori* da compensação livre. Na compensação livre são fixados quatro graus de liberdade da rede, ficando as direções livres de constrangimentos.

Após o ajustamento efetuasse um teste da razão em que pode ser aplicada a uma variável *Fisher* ou *qui-quadrado* no nosso caso iremos aplicar a primeira, se a variância a posteriori for estatisticamente diferente da variância a priori, após uma utilização adequada da matriz de pesos há que verificar se o modelo matemático representa o problema e se for necessário proceder à sua reformulação.

Se existirem erros sistemáticos ou grosseiros nas observações, após a aplicação do MMQ, os resíduos tomarão valores anormais que se vão refletir no cálculo da variância a posteriori, aqui é necessário proceder a uma avaliação dos resíduos por forma a verificar quais as observações que estão a contaminar a solução final.

De seguida já com todo o cálculo efetuado e validado procede-se à extração de informação da matriz de variâncias e covariâncias das coordenadas ajustadas para representar elipses de erro absolutas se forem em relação à rede como um todo ou relativas se forem em relação a um determinado.

4.2. 1ª TRABALHO DE REDES

Compensação de uma rede geodésica clássica no sistema Hayford-Gauss Datum 73, onde foram observados os comprimentos, os azimutes astronómicos e as direções azimutais com Wild T3. Partindo das coordenadas aproximadas dos vértices da rede disponibilizada.

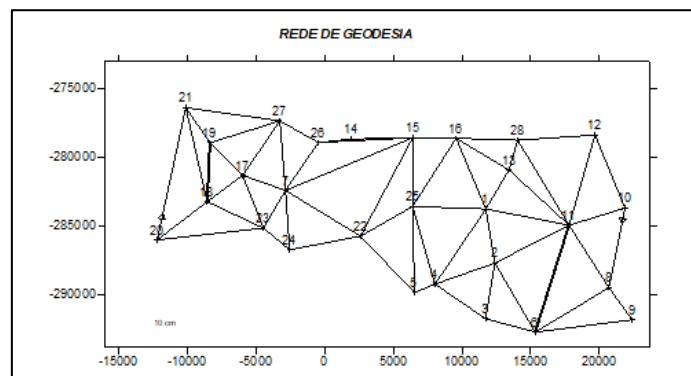


Figura15. Rede Clássica

4.2.1. Compensação Livre da Rede

No que respeita à fundamentação teórica e à forma de proceder na compensação livre já foi referido anteriormente vamos então demonstrar os resultados obtidos na determinação da variância *a priori* através do método escolhido.

Desta forma e seguindo o enunciado vamos demonstrar os resultados obtidos pelas duas formas de cálculo solicitadas.

Para realizar a compensação livre com dois pontos fixos que para o caso corresponderam aos últimos 2 pontos da lista disponibilizada uma vez que o programa por defeito tem definido a contagem dos pontos fixos de baixo para o cima, mas podiam ser quais quer outros que para este caso não influencia o resultado final, simplesmente temos de colocar no final da lista os que pretendemos.

Uma condição tida *a priori* é que o peso das direções será 1 tendo então a seguinte relação:

$$P_{dir} = 1 \Rightarrow \sigma_0^2 = P_{dir} \times \sigma_{dir}^2 \Rightarrow \sigma_0^2 = \sigma_{dir}^2$$

Após correremos o programa DINAMEX ao fim da segunda iteração com 2 pontos fixos chegamos a uma variância por unidade de peso de 0.984.

Ao efetuar a 1ª iteração verificou-se que havia um ponto que apresentava um resíduo muito grande ao retirar esse ponto e efetuar uma outra iteração o processo estabiliza pois foi efetuada uma terceira iteração e o valor da variância por unidade de peso não alterou.

Na figura 16 é possível verificar o resultado final, onde são indicados os pontos fixos, é visível a variância por unidade de peso e a ordem dos resíduos que se encontra no milímetro. De referir a referida figura resulta de uma conjugação do cabeçalho com o final do ficheiro gerado pelo DINAMEX.

COMPENSAÇÃO GEODESICA DA REDE : REDE DE GEODESIA (ZONA SUL)

DATUM : Datum_73

ELIPSÓIDE : HAYFORD

PROJECCÃO CARTOGRÁFICA : GAUSS

PARA O PONTO CENTRAL DE 39 40 .000
-8 7 54.862

26 PONTOS LIVRES

2 PONTOS FIXOS

120 DIRECÇÕES 0 COMPRIMENTOS 0 AZIMUTES

VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO = .984

NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE = 42

COORDENADAS COMPENSADAS

PONTO	DELTA M	DELTA P	M	P
1	.0000	.0000	11742.3101	-283761.0549
2	.0000	.0001	12391.3188	-287703.4447
3	-.0001	.0002	11711.1188	-291769.3843
4	.0000	.0001	8022.4290	-289248.7334
5	.0001	.0002	6528.6703	-289855.1911
6	-.0001	.0002	15324.8929	-292749.7765
7	.0001	-.0001	-2868.5125	-282401.9961
8	-.0001	.0000	20696.8665	-289505.6791
9	-.0002	.0001	22395.5772	-291855.6434

Figura16. Resultado da Compensação Livre 2 Pts Fixos

Igual procedimento foi efetuado para a compensação livre com 1 ponto fixo, 1 comprimento e 1 azimute. Contudo esta forma não é tão robusta como a de fixação de dois pontos uma vez que só ao fim da 3 iteração é que o processo estabilizou, embora se tenha chegado ao mesmo resultado.

COMPENSAÇÃO GEODESICA DA REDE : REDE DE GEODESIA (ZONA SUL)

DATUM : Datum_73

ELIPSÓIDE : HAYFORD

PROJECCÃO CARTOGRÁFICA : GAUSS

PARA O PONTO CENTRAL DE 39 40 .000
-8 7 54.862

27 PONTOS LIVRES

1 PONTOS FIXOS

120 DIRECCÕES

1 COMPRIMENTOS

1 AZIMUTES

VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO = .984

NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE = 42

COORDENADAS COMPENSADAS

PONTO	DELTA M	DELTA P	M	P
1	-.1124	-.0152	11742.3101	-283761.0549
2	-.1019	.0165	12391.3188	-287703.4448
3	-.1301	.0553	11711.1189	-291769.3845
4	-.1014	.0730	8022.4290	-289248.7335
5	-.1251	.0815	6528.6702	-289855.1913
6	-.1338	.0641	15324.8930	-292749.7767

Figura17. Resultado da Compensação Livre 1 Pts Fixo, 1 Az e 1 Comprimento

De igual forma o resultado obtido passa nos testes efetuados anteriormente uma vez que chegou-se ao mesmo valor.

Contudo também se verifica que à um menor número de graus de liberdade neste segundo processo, este facto deve-se a terem sido feitas mais iterações e eliminado mais observações, verifica-se também que a precisão das coordenadas baixou bastante, isto deve-se a termos dado peso 1 ao comprimento e azimute, o que fez com que ocorresse um ajustamento neste tipo de observações.

Se tivéssemos atribuído um valor consideravelmente alto a ambos os valores ia fazer com que as correções fossem só efetuadas às direções.

Desta feita tem-se determinado o cálculo da variância *a priori* para a compensação constrangida.

Concluimos então que relativamente às direções:

$$\sigma_0^2 = 0.984$$

$$\sigma = 0.992$$

4.2.2. Cálculo do Peso dos Comprimentos

Pelo enunciado temos que $\sigma_{comp}^2 = a^2 + b^2 \cdot s^2$, com $a = 0.008 \text{ m}$ e $b = 3 \text{ ppm}$, daqui por aplicação da fórmula

$$P_{comp} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{comp}^2}$$

Conseguimos chegar aos pesos dos vários comprimentos.

Comprimento	s	σ	Peso(m2)
6_11	8192.9219	0.000668	1472.8
18_19	4305.3893	0.000231	4262.9
a	0.008		
b	0.000003		
σ_0^2	0.984		

Tabela 11. Cálculo dos Pesos

4.2.3. Cálculo do Peso dos Azimutes

Por aplicação da fórmula seguinte retiramos diretamente o valor do peso dos azimutes uma vez que incerteza associada a estas observações é conhecida.

$$P_{Az} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{Az}^2}$$

Onde:

$$P_{Az} = 6,15''^2$$

4.2.4. Compensação Constrangida Ponto 28 Fixo

Uma vez determinada a variância *a priori* de entrada à compensação constrangida e determinados os pesos das observações iniciamos o ajustamento constrangido já com todas as observações, isto é, direções azimutais comprimentos e azimutes incluídos.

Para efetuar a compensação constrangida fixamos 1 ponto e introduzimos as 120 direções, os 2 comprimentos e os 2 azimutes.

COMPENSAÇÃO GEODESICA DA REDE : REDE DE GEODESIA (ZONA SUL)				
DATUM : Datum_73		ELIPSÓIDE : HAYFORD		
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA : GAUSS				
PARA O PONTO CENTRAL DE		39 40	.000	
		-8 7	54.862	
27 PONTOS LIVRES		1 PONTOS FIXOS		
120 DIRECÇÕES	2 COMPRIMENTOS	2 AZIMUTES		
DIRECÇÃO	ME	MV	RESÍDUOS	
1	1 -	16	-.788	
2	1 -	13	-1.222	
3	1 -	11	.439	
.	.	.	---	
VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO =			.952	
NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE =			44	
COORDENADAS COMPENSADAS				
PONTO	DELTA M	DELTA P	M	P
1	-.0127	.4155	11742.4098	-283760.6242
2	-.1178	.7464	12391.3029	-287702.7149
3	-.1601	1.1171	11711.0889	-291768.3227

Figura18. Compensação Constrangida

Após o DINAMEX ter sido processado com todas as direções comprimentos e azimutes temos de avaliar os resíduos ir eliminando observações que apresentem altos valores de resíduos até a variância por unidade de peso estabilizar.

Com o valor da variância por unidade de peso estabilizado torna-se necessário aplicar um teste estatístico para verificar a compatibilidade da variância *a priori* de 0.984 e *a posteriori* de 0.952, para tal efetuamos nesta fase os 2 testes, χ^2 e \mathbf{f} (Fisher).

Validação Estatística				
Graus Liberdade	44	<	qui	60.48089
Variavel teste χ	42.56911			
Variavel teste \mathbf{f}	0.96748		Fish	1.387223

Tabela 12. Aplicação dos Testes Estatísticos

A tabela 11 resume o processo de aplicação dos cálculos para determinação da variável teste χ^2 e \mathbf{f} .

$$\chi^2 = n \frac{\sigma_0^2}{\sigma^2} \quad \mathbf{f} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma^2}$$

Ambas as vareáveis têm de ser inferiores às tabeladas.

Uma vez efetuada a validação estatística passamos à fase de visualização e análise do ajustamento, através da análise das elipses de erro geradas pelo DINAMEX.

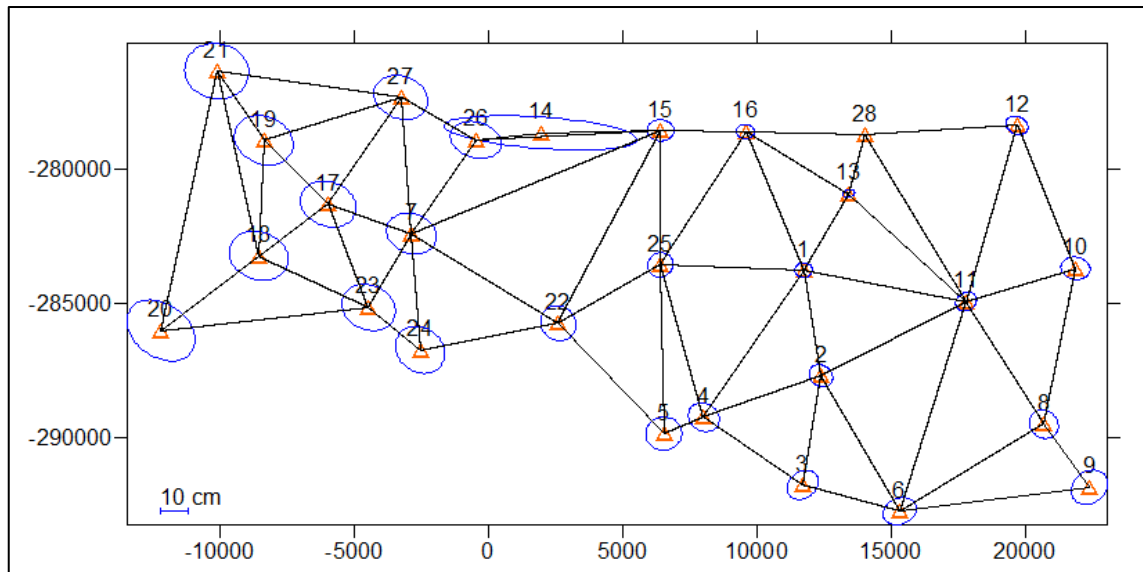


Figura19. Elipses Absolutas com Pt 28 Fixo

Da observação da rede através das elipses absolutas na figura 19, podemos verificar que à medida que nos afastamos do ponto origem da rede o erro vai aumentando, de tal forma que no ponto mais afastado ele é máximo e isso verifica-se na parte esquerda da rede.

Há ainda um ponto que aparece com um erro que faz querer que possa existir um outlier, é o caso do ponto 14, contudo nesta fase essa elipse foi ignorada e irá ser avaliada mais à frente.

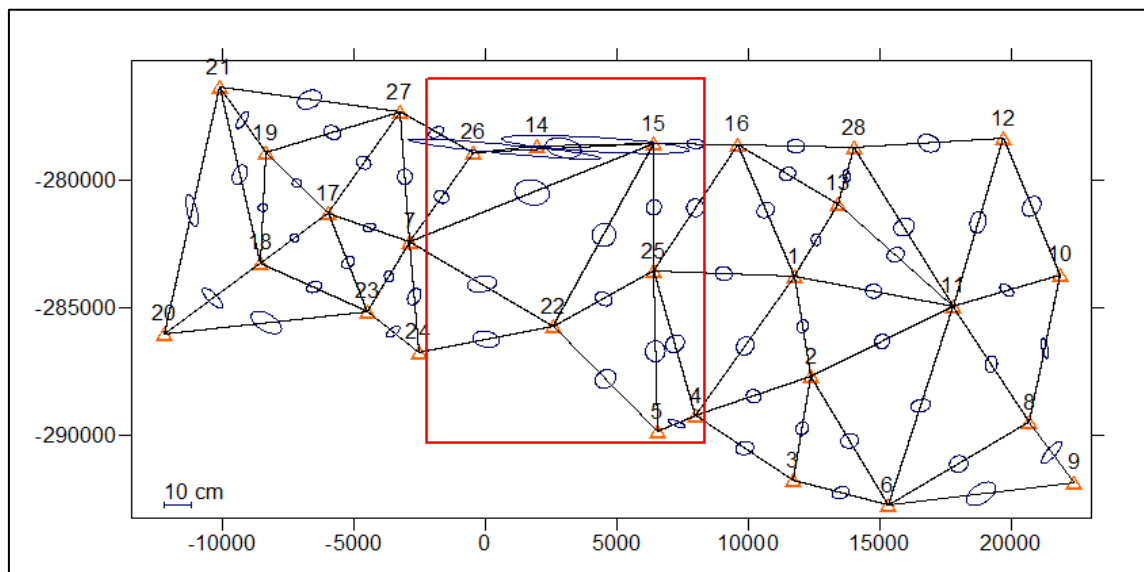


Figura20. Elipses Relativas com Pt 28 Fixo

Da análise das elipses relativas que refletem a relação entre pontos vizinhos, na figura 20 verifica-se novamente uma discrepância de escala entre as elipses da esquerda direita e central, verificando-se que na parte central a existência de lacunas a nível de observações, contudo esse será um problema a abordar num outro capítulo.

4.2.5. Compensação Constrangida Ponto 25 Fixo

A compensação constrangida com o ponto 25 fixo seguiu os mesmos passos que a efetuada com o ponto 28 fixo sendo a fase de análise a mais relevante nestes subcapítulos.

Contudo não se deixou de apresentar a variância *a posteriori*, uma vez que é fundamental para ter uma melhor perceção da diferença entre as duas hipóteses de origem de da rede apresentadas, sendo esta igual à anterior, passando de igual forma os testes estatísticos efetuados.

COMPENSAÇÃO GEODESICA DA REDE : REDE DE GEODESIA (ZONA SUL)

DATUM : Datum_73

ELIPSÓIDE : HAYFORD

PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA : GAUSS

PARA O PONTO CENTRAL DE 39 40 .000
-8 7 54.862

27 PONTOS LIVRES 1 PONTOS FIXOS

120 DIRECÇÕES 2 COMPRIMENTOS 2 AZIMUTES

DIRECÇÃO ME MV RESÍDUOS

1 1 - 16 -.789

VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO = .952

NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE = 44

COORDENADAS COMPENSADAS

PONTO DELTA M DELTA P M P

1 .0001 -.0006 11741.8865 -283761.1248

2 -.0002 -.0009 12390.7798 -287703.2155

3 -.0005 -.0010 11710.5660 -291768.8233

4 -.0005 -.0006 8022.2096 -289248.3103

5 -.0006 -.0005 6528.5635 -289854.6944

Figura21. Variância a posteriori com o Ponto 25 Fixo

Após a estabilização do valor partimos para a interpretação gráfica da rede.

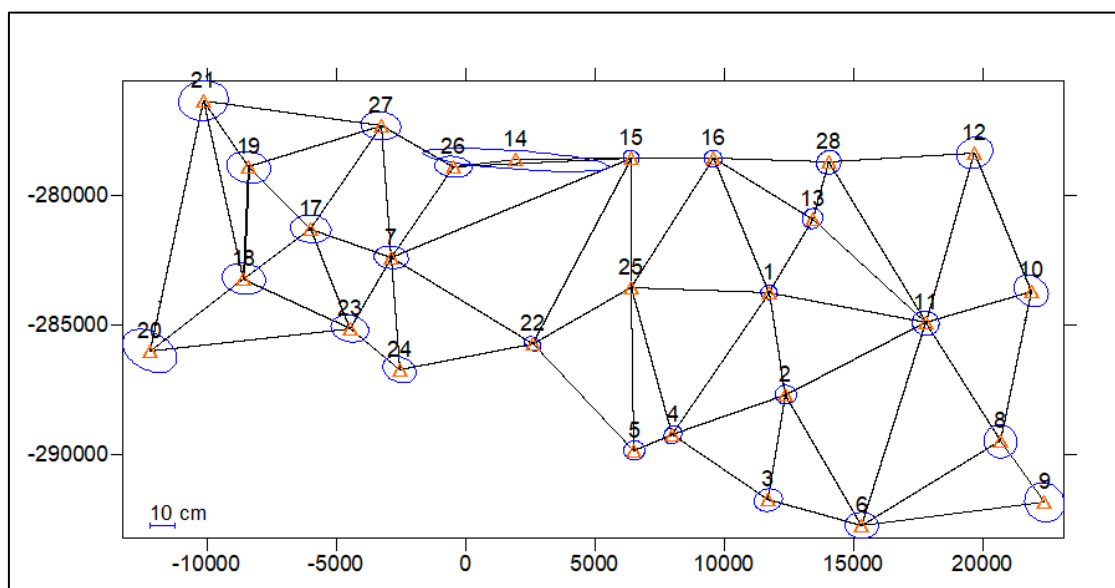


Figura22. Elipses Absolutas Ponto 25 Fixo

Com a mudança da origem da rede para o ponto 25 verifica-se que a rede se torna mais equilibrada diminuindo no geral a dimensão das várias elipses, verificando-se no entanto que a elipse do ponto 14 ainda se encontra muito alterada reafirmando a tese anterior de que no centro da rede existem problemas com as observações.

No que respeita às elipses relativas as mesmas embora apareçam mais bem distribuídas verifica-se uma discrepância do centro da rede para os seus extremos.

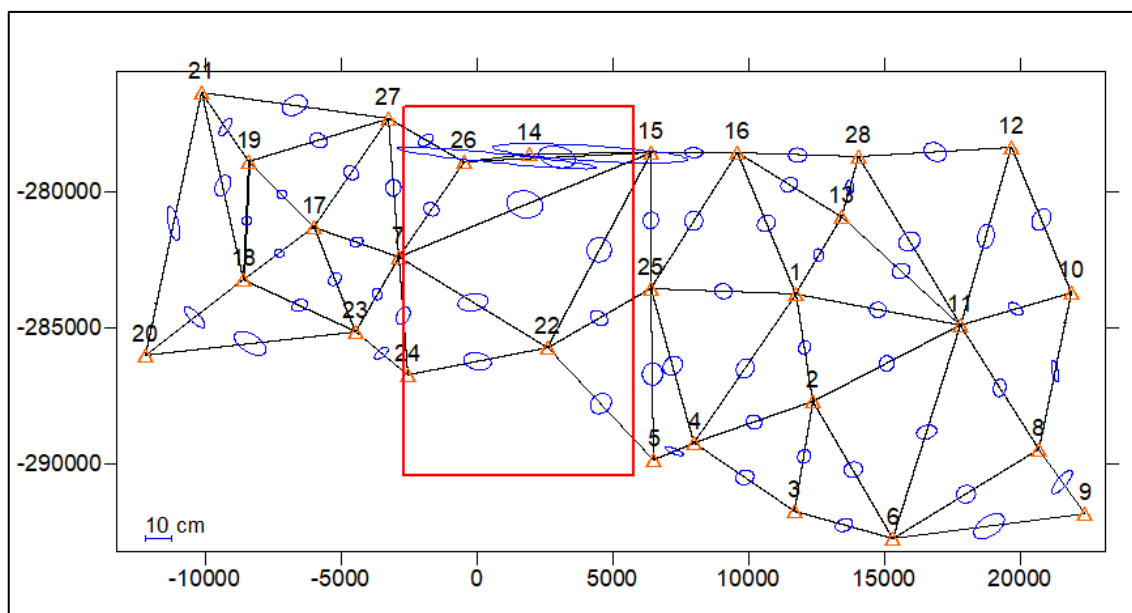


Figura 23. Elipses Relativas Ponto 25 Fixo

4.2.6. Análise comparativa 28Fixo Vs 25Fixo

Muitas outras origens poderiam ser testadas contudo iríamos chegar as mesmas conclusões:

- As elipses de erro absolutas variam negativamente com o afastamento à origem, isto é, quanto maior a distância à origem maior a elipse;
- A centralização do ponto de origem traz melhorias na resposta da rede ao ajustamento tendo-se verificado um erro médio menor quando se adota o ponto 25 como origem da rede:

Análise do Erro Médio dos Semi-eixos Elipses Absolutas			
25 Fixo		28 Fixo	
Maior	Menor	Maior	Menor
0.0946	0.0498	0.1046	0.0631
0.0722		0.0839	

Tabela 13. Erro Médio das Elipses Absolutas

- No que respeita às elipses relativas elas traduzem a relação de vizinhança e como tal não alteram o resultado tendo-se verificado o mesmo erro médio nos dois casos:

Análise do Erro Médio dos Semi-eixos Elipses Relativas			
25 Fixo		28 Fixo	
Maior	Menor	Maior	Menor
0.0604	0.0263	0.0604	0.0263
0.0433		0.0433	

Tabela 14. Erro Médio Elipses Relativas

- Verifica-se que em ambos os casos existe um problema com a rede a nível da ligação central, uma vez que as elipses alteram significativamente na zona central em ambos os casos;
- O problema referido anteriormente poderá estar na origem do erro associado ao ponto 14 da rede;
- A principal ilação retirada da alteração do ponto central da rede é que o mesmo está diretamente ligado com a qualidade do ajustamento da mesma, sendo a posição central a origem que mais beneficia o resultado final uma vez que o erro é propagado com a distância à origem, aumentando nesse sentido.

4.2.7. Equilíbrio da Rede

Uma das conclusões anteriores foi que a rede estaria desequilibrada na zona central, estando a contaminar a solução obtida no ponto 14. Desta feita destinou-se um subcapítulo à resolução deste problema tendo sempre por base as duas soluções apresentadas anteriormente.

Assim sendo uma vez que se verificou que o problema da rede era falta de observações na zona central através do programa GERACOMP, adicionamos comprimentos à rede e fomos analisar novamente as elipses de erro geradas nas duas situações propostas anteriormente.

Este programa calcula os comprimentos e os rumos sobre o plano cartográfico a partir das coordenadas compensadas dos seus extremos com recurso á função g05ddf simula erros normais sobre esses comprimentos, transformando-os em seguida nos correspondentes comprimentos sobre o elipsoide calcula também os pesos com que esses comprimentos devem entrar na futura compensação.(Antunes, Carlos, in GERACOMP)

Como solução temos um ficheiro com vários comprimentos e rumos entre os vários pontos, destes apenas selecionamos os que correspondem à zona que quisemos reforçar com observações. Neste caso reforçamos com comprimentos mas da mesma

forma que foram calculados os comprimentos também poderia ter sido calculado outras observações através do problema inverso.

Ficheiro Inicial 2									Ficheiro Final 5								
Comprimentos									Comprimentos								
28	16	190	49	30	1				28	12	5	11	42.3	1			
28	13	115	13	50.1	1				5	24	9599.951	8398.8					
28	11	67	53	10.6	1				6	11	8192.921	1472.8					
28	12	5	11	42.3	1				14	15	4465.609	21895.1					
6	11	8192.921	1472.8						14	22	7125.2786	12986.7					
18	19	4305.389	4262.9						18	19	4305.389	4262.9					
10	8	191	36	31.8	37.064149	-7.531646	6.15		10	8	191	36	31.8	37.064149	-7.531646	6.15	
20	21	12	4	1.5	37.052724	-8.161723	6.15		20	21	12	4	1.5	37.052724	-8.161723	6.15	

Figura24. Ficheiro de Observações Inicial e Final

Na figura 24 são visíveis os comprimentos adicionados por forma a reforçar a zona central e mais precisamente a zona do ponto 14, de seguida de forma análoga iremos efetuar a análise da elipses geradas, desta feita apenas para o caso 2 em que fixamos o ponto 25 pois foi onde obtivemos melhores resultados. Analisando desta forma se efetivamente há algum problema de ligação entre o troço direito da rede e o esquerdo.

Iniciamos na figura 25 por expor a nova rede formada agora por 27 pontos mais um fixo, 5 comprimentos (linha dupla) e dois azimutes, a rede foi colocada a tracejado para que fosse mais fácil visualizar os comprimentos inseridos.

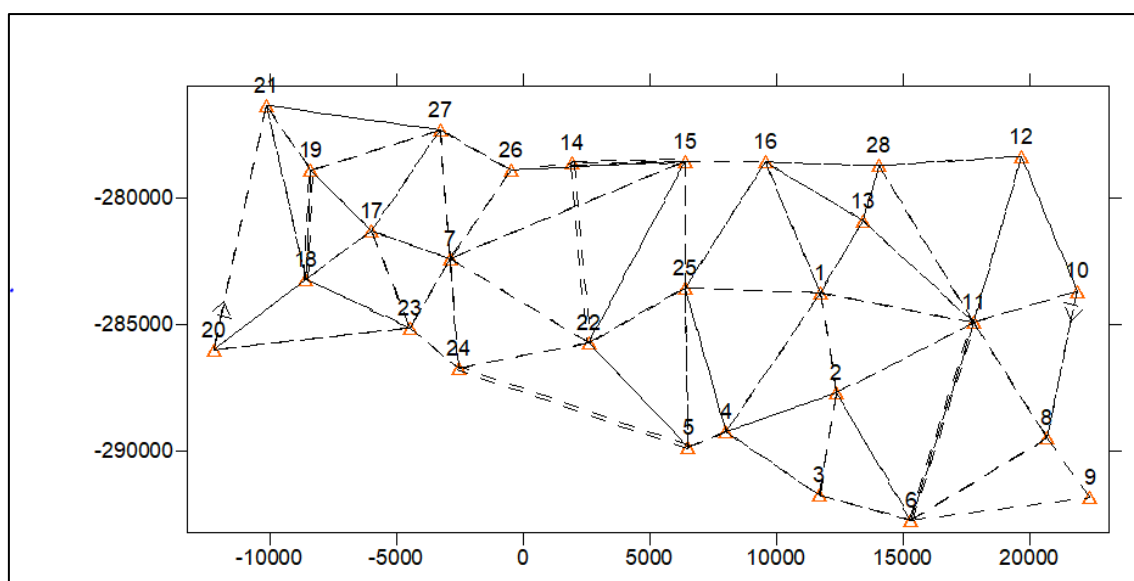


Figura25. Rede Clássica com 5 Comprimentos

Na figura 26 verifica-se que a solução melhora significativamente, para o lado esquerdo da rede, verificando-se também uma normalização da incerteza associada ao ponto 14, em que o resíduo já é compatível com o dos restantes pontos.

Podemos assim efetuar a comparação através da visualização dos dois casos, estando graficado a verde o resultado obtido com 2 comprimentos e a azul o obtido como a adição de mais 3 comprimentos gerados pelo GERACOMP.

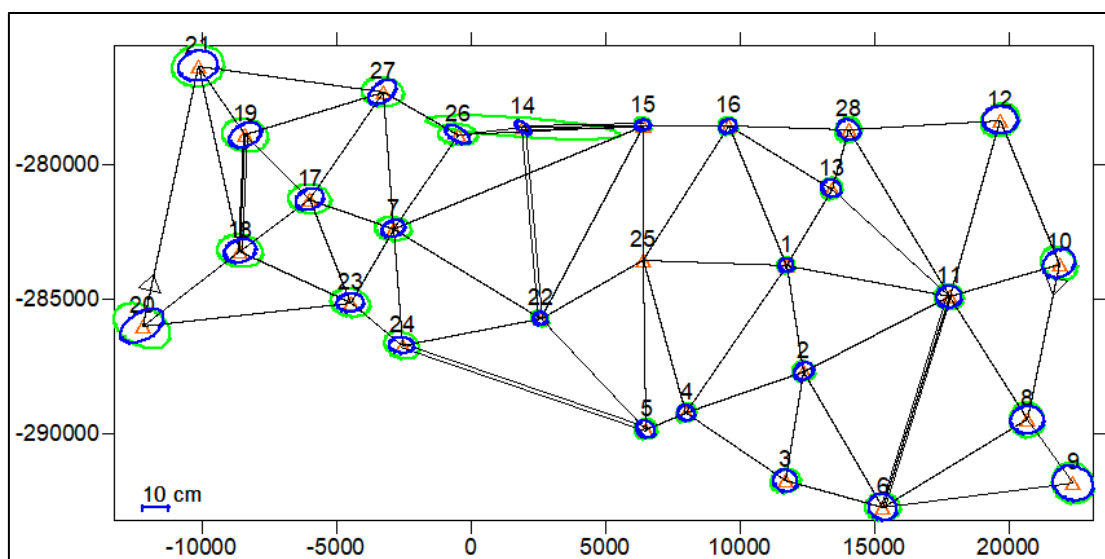


Figura 26. Elipses Absolutas 5Comprimentos Vs 2 Comprimentos

No que respeita às elipses relativas, podemos verificar na figura 27 que não houve uma melhoria global, mas houve uma melhoria local, mais precisamente na região central e no ponto 14 uma vez que as restantes elipses da rede se encontram praticamente coincidentes.

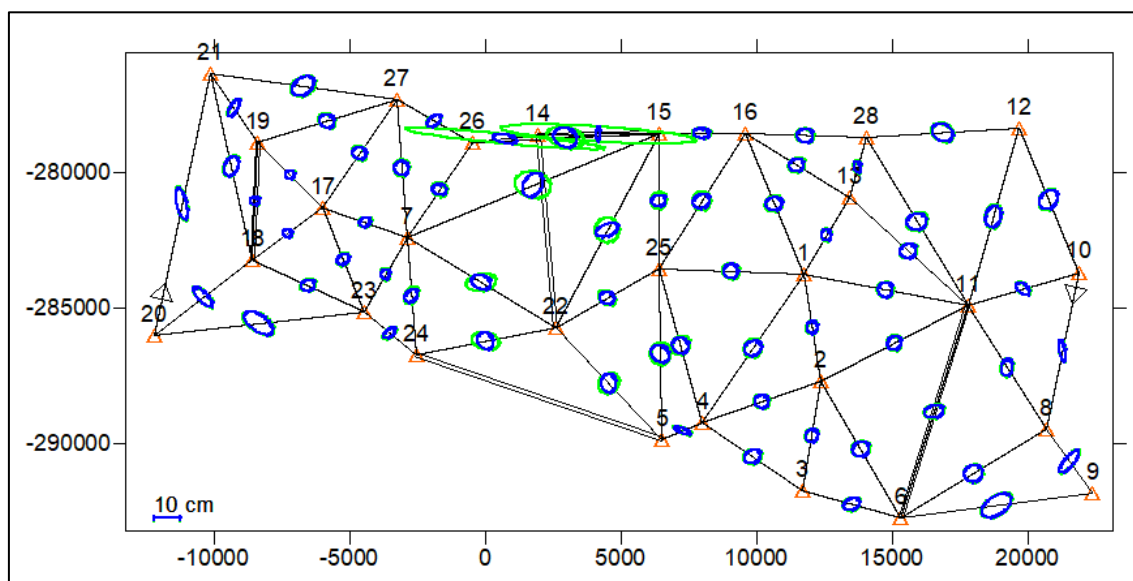


Figura 27. Elipses Relativas 5Comprimentos Vs 2Comprimentos

Para avaliar o erro efetuamos o cálculo do erro médio à semelhança do efetuado anteriormente e comparamos com os resultados obtidos nesse mesmo subcapítulo.

	Análise do Erro Médio dos Semi-eixos Elipses Absolutas/Relativas			
	Absolutas		Relativas	
	Maior	Menor	Maior	Menor
C/5	0.0517	0.0380	0.0334	0.0229
Comprimentos	0.0449		0.0281	
C/2	0.0722		0.0433	
Comprimentos				

Tabela 15. Análise Comparativa do Erro Médio

4.3. TRABALHO DE REDES II

O segundo trabalho de redes consiste em efetuar o ajustamento de uma rede de monitorização de um muro de alvenaria no Jardim Botânico, situado junto ao antigo observatório Astronómico de Lisboa.

Este trabalho tem vindo a ser desenvolvido pelo docente e pelos alunos ao longo dos últimos anos devido ao facto de se ter denotado que o mesmo apresentava alguma deformação, daí para o cálculo foram determinados pontos de apoio à rede, ponto 1 e ponto 2, que posteriormente foi substituído pelo pontos 100 e 200 uma vez que os primeiros revelaram-se instáveis.

Para este trabalho vamos contar com 3 épocas de observação onde para cada uma delas foi efetuado o estudo demonstrado anteriormente para a rede clássica com a diferença que aqui estamos a falar de monitorização de pequenos deslocamentos.

Desta feita após disponibilizadas as observações foi necessário organizar o ficheiro GSI, que continha os dados retirados das estações. Para tal recorreu-se ao programa GSI que tem como objetivo normalizar os dados e colocar os mesmos de forma perceptível.

```
'FILE03.GSI'
'DIR03a.TXT'
'DIST03a.TXT'
0.5 1.0 1.0
8
6
01 3
02 3
200 8
200 8
100 8
100 7

0.5 1.0 1.0
0.87 1.0 1.0|
```

Figura28. Ficheiro GSI in

A figura 28 diz respeito ao ficheiro de entrada do programa GSI que tem como output 2 ficheiros, 1 com observações de comprimentos e outro com direções.

Após estes 2 ficheiros criados tem de se organizar os dados, numa primeira fase só necessitamos do ficheiro de direções uma vez que vamos ter de efetuar uma compensação livre para determinar a variância *a priori* da compensação constrangida.

Com a variância *a priori* determinada temos de voltar a correr o programa GSI uma vez que as observações têm uma precisão diferente da utilizada na compensação livre, após processar novamente os dados é que organizamos o ficheiro inicial de observações. O esquema ilustrado na figura 29 tem por objetivo resumir de forma clara o que foi dito atrás.

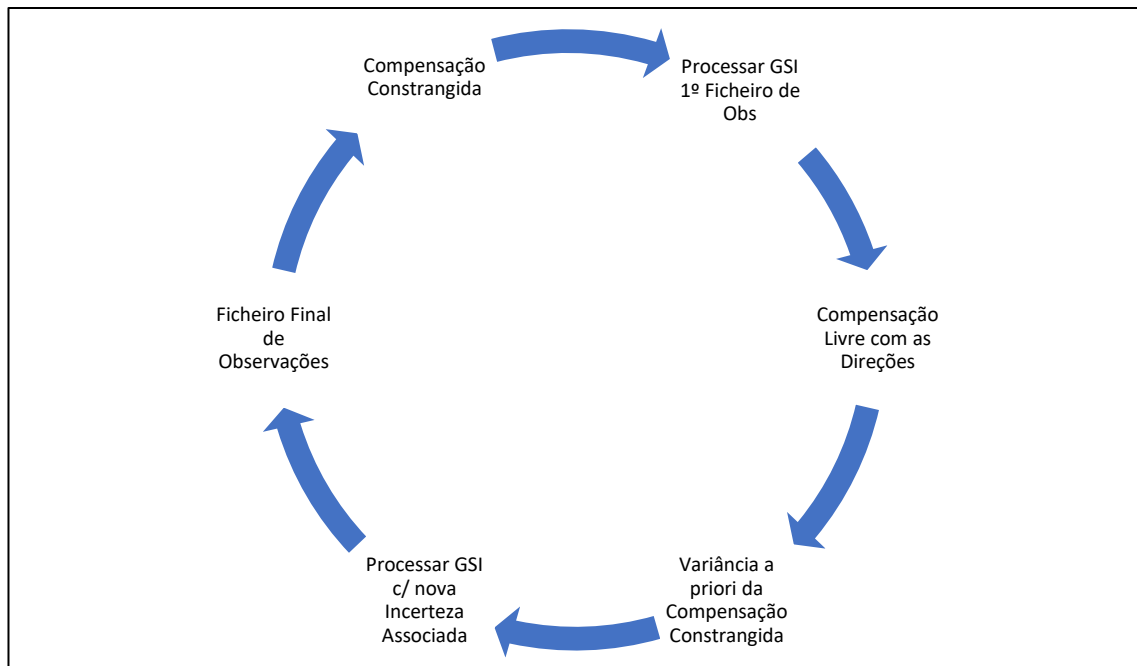


Figura29. Processo de Ajustamento da Rede

Direções						Comprimentos/ Azimutes			
1	100	359	59	59.5	1.0	1	100	23.8257	249858.2
1	200	56	14	11.5	1.0	1	200	19.7577	249902.4
1	2	97	32	37.5	1.0	1	2	17.1682	249926.3
2	1	359	59	56.5	1.0	2	100	31.1407	249757.8
2	100	49	19	52.0	1.0	2	200	13.2477	249956.1
2	200	79	53	46.5	1.0	200	11	35.5204	249685.0
200	1	359	59	54.5	1.0	200	12	33.6873	249716.6
200	100	71	47	28.0	1.0	200	13	32.2331	249740.5
200	21	95	52	46.0	1.0	200	14	31.3968	249753.8
200	32	101	24	45.0	1.0	200	15	31.2632	249755.9
200	33	109	19	50.0	1.0	200	21	35.3485	249688.0
200	34	115	7	31.5	1.0	200	32	33.7389	249715.7
200	25	126	23	19.5	1.0	200	33	32.1434	249742.0
200	2	301	12	8.5	1.0	200	34	31.4600	249752.8
100	1	359	59	58.5	1.0	200	25	31.2674	249755.8
100	11	179	49	44.5	1.0	100	11	18.6198	249913.4
100	12	192	33	35.5	1.0	100	12	18.9700	249910.1
100	13	205	9	48.5	1.0	100	13	20.3723	249896.3
100	14	215	46	13.0	1.0	100	14	22.6645	249871.6
100	15	224	13	14.0	1.0	100	15	25.6503	249835.6
100	200	308	1	38.5	1.0	100	200	20.8594	249891.3
100	2	326	52	31.0	1.0	100	21	18.4002	249915.4
200	1	359	59	53.5	1.0	100	32	18.7087	249912.5
200	100	71	47	22.5	1.0	100	33	20.1288	249898.7
200	11	96	6	50.5	1.0	100	34	21.6880	249882.5
200	12	102	20	37.0	1.0	100	25	25.6342	249835.8
200	13	109	49	20.5	1.0	100	01	179 14 20.0	10.0
200	14	117	57	13.5	1.0				
200	15	126	26	33.5	1.0				
200	2	301	12	6.0	1.0				

Figura30. Ficheiro de Observações Organizado

O ficheiro da figura 30 corresponde à organização do ficheiro final de observações comporta as seguintes tarefas:

- Organização dos giros;
- Eliminação dos comprimentos duplicados.

Após efetuar as tarefas atrás descritas agrega-se os vários ficheiros num só e designa-se o mesmo de Obs_epoca.txt.

4.2.1. Compensação Livre Época III

De forma ao trabalho não se tornar repetitivo optou-se nesta rede por efetuar tabelas resumo onde é possível visualizar o processo de ajustamento até à passagem no teste estatístico.

Foram feitas iterações para conseguir passar no teste aplicado que para o efeito à semelhança do anterior foi o teste de *Fisher*.

Como resultado do teste temos a variância por unidade de peso retirada da iteração 5, visível na figura 30.

COMPENSAÇÃO GEODESICA DA REDE : REDE BOTANICO				
DATUM : LOCAL		ELIPSÓIDE : NULO		
PROJECCÃO CARTOGRÁFICA : NULA				
PARA O PONTO CENTRAL DE		0 0	.000	
		0 0	.000	
12 PONTOS LIVRES		2 PONTOS FIXOS		
36 DIRECCÕES		0 COMPRIMENTOS		0 AZIMUTES
DIRECCÃO	ME	MV	RESÍDUOS	
1	1 - 100		.327	
2	1 - 200		.297	
VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO = .756				
NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE = 6				
COORDENADAS COMPENSADAS				
PONTO	DELTA E	DELTA N	E	N
1	.0000	.0002	-.0015	.0012
2	-.0001	.0000	17.0434	-2.0252
11	.0000	.0004	-.6228	42.4371
12	.0001	.0002	3.5582	42.3903
13	.0002	.0002	8.0952	42.3739
14	.0002	.0002	12.6824	42.3881
15	.0002	.0001	17.3212	42.4416
21	.0000	.0010	-.6712	42.2219
25	.0004	.0004	17.2918	42.4485
32	.0002	.0008	3.0316	42.2292

Figura31. Resultado da Compensação Livre Época III

Como já foi referido após a compensação livre é necessário correr novamente o programa GSI de forma a estimar os pesos atribuídos às direções agora com uma incerteza mais precisa, ficando após este processo com o ficheiro final das observações (após organização), e passa-se à compensação constrangida da rede.

4.2.2. Compensação Constrangida Época III

Da mesma forma que foi efetuado anteriormente a tabela 17, resume o processo de ajustamento da rede através da compensação constrangida até ao momento de passagem no teste.

teste de hipótese de fisher 0				
Inc	0.756			
Var_0=	0.572			
graus_lib	32			
variancia unidade peso	1.351			
	Var-Test=	2.364	<	1.445
teste de hipótese de fisher a				
Inc	0.756			
Var_0=	0.572			
graus_lib	30			
variancia unidade peso	0.75			
	Var-Test=	1.312	<	1.460

Tabela 16. Teste Fisher Aplicado à Compensação Constrangida Época III

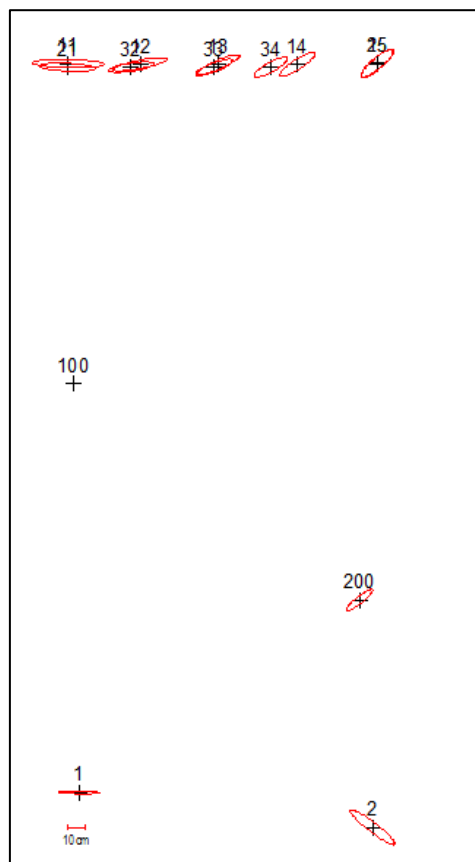


Figura32. Rede Ajustada Época 3

Após o ajustamento para que as elipses de erro possam ser visíveis é necessário calcular um fator de ampliação para as mesmas através da variável *Fisher*, onde entramos com os seguintes parâmetros visíveis na figura 33.

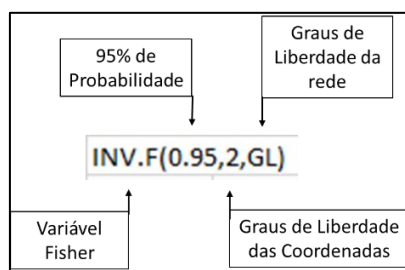


Figura33. Fator de Ampliação

A nível de graus de liberdade entrou-se com os graus em que o teste foi aceite tendo chegado a uma constante:

$$K = 3.3$$

Esta que seria introduzida no DIMAM.IN, como fator de escala para as elipses.

4.2.1. Compensação Livre Época V

O ajustamento da época inicial não traz nenhuma informação relevante para o trabalho uma vez que neste trabalho queremos avaliar deslocamentos, contudo é de extrema importância uma vez que esta é a época de referência.

As coordenadas finais da época de referência são tomadas como coordenadas iniciais de cada época que se queira processar.

Desta feita expõe-se o resultado da compensação livre para a época V na tabela 17, onde para chegar à variância de referência da compensação constrangida foram necessárias 5 iterações. De referir que o cálculo deve-se ao facto de considerarmos épocas independentes

teste de hipótese de fisher 0				
Inc	0.5			Fisher (32,95%)
Var_0=	0.25			
graus_lib	5			
vârianca unidade peso	0.46			
	Var-Test=	1.84	<	2.215

Tabela 17. Aplicação do Teste Estatístico às Várias Iterações Época V

Como resultado final da compensação livre temos o ficheiro final visível na figura 34.

COMPENSAÇÃO GEODESICA DA REDE : REDE BOTANICO				
DATUM : LOCAL		ELIPSÓIDE : NULO		
PROJECCÃO CARTOGRÁFICA : NULA				
PARA O PONTO CENTRAL DE		0	0	.000
		0	0	.000
12 PONTOS LIVRES		2 PONTOS FIXOS		
34 DIRECCÕES	0 COMPRIMENTOS	0 AZIMUTES		
DIRECCÃO	ME	MV	RESÍDUOS	
1	100	- 1	-.511	
2	100	- 11	.000	
3	100	- 12	.000	
4	100	- 13	.000	
VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO =				.460
NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE =				5
COORDENADAS COMPENSADAS				
PONTO	DELTA E	DELTA N	E	N
1	-.0001	-.0066	-.0028	-.0071
2	.0012	-.0006	17.0445	-2.0284
11	.0011	-.0012	-.6208	42.4376
12	.0017	-.0048	3.5611	42.3868
13	.0011	-.0057	8.0978	42.3692

Figura34. Resultado da Compensação Livre Época V

4.2.1. Compensação Constrangida Época V

A tabela 8, resume o processo de ajustamento da rede através da compensação constrangida até ao momento de passagem no teste.

Nesta época verifica-se que houve muitos incidentes durante a observação, incidentes esses que inclusive levaram a que fossem feitas repetições de algumas observações, estes factos levaram a que o teste estatístico só fosse ultrapassado à 7ª iteração, após a qual calculamos o fator de ampliação das elipses e repetimos o DINAMEX.

$$K = 3.4$$

teste de hipótese de fisher 0				
Inc	0.680			
Var_0=	0.46			
graus_lib	30			
variancia unidade peso	1.701			Fisher (32,95%)
	Var-Test=	3.679	<	1.460
teste de hipótese de fisher a				
Inc	0.68			
Var_0=	0.46			
graus_lib	27			
variancia unidade peso	1.56			Fisher (31,95%)
	Var-Test=	3.374	<	1.487
teste de hipótese de fisher b				
Inc	0.68			
Var_0=	0.46			
graus_lib	26			
variancia unidade peso	1.301			Fisher (30,95%)
	Var-Test=	2.814	<	1.497
teste de hipótese de fisher c				
Inc	0.68			
Var_0=	0.46			
graus_lib	25			
variancia unidade peso	1.044			Fisher (29,95%)
	Var-Test=	2.258	<	1.507
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.68			
Var_0=	0.46			
graus_lib	24			
variancia unidade peso	0.933			Fisher (28,95%)
	Var-Test=	2.018	<	1.518
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.68			
Var_0=	0.46			
graus_lib	23			
variancia unidade peso	0.789			Fisher (28,95%)
	Var-Test=	1.706	<	1.530
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.68			
Var_0=	0.46			
graus_lib	22			
variancia unidade peso	0.616			Fisher (28,95%)
	Var-Test=	1.332	<	1.543

Tabela 18. Teste Fisher Aplicado à Compensação Constrangida Época V

O resultado gráfico da época V é visível na figura 35 onde através do programa setas efetuamos a representação das diferenças entre as coordenadas da época III e época V.

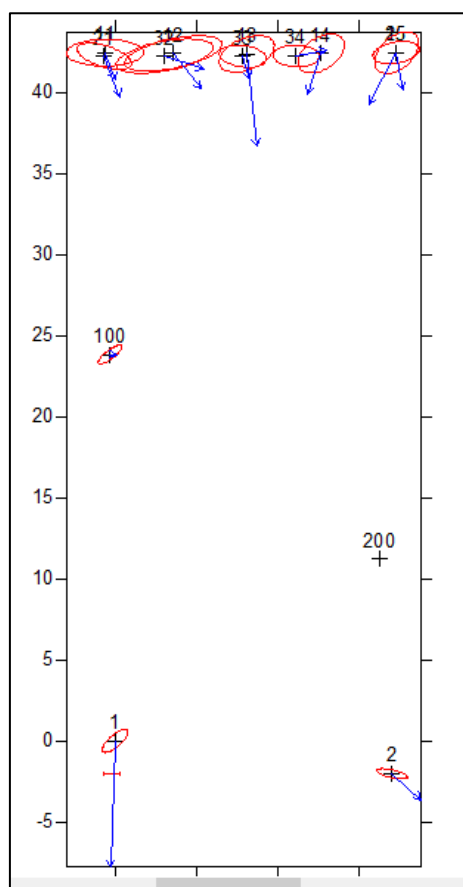


Figura35. Rede Ajustada Época V e Diferenças para Época III

Por análise das setas geradas verificamos que houve deslocamento das marcas.

4.2.2. Compensação Livre Época VI

A tabela 19 resume o cálculo da compensação livre para a época 6:

teste de hipótese de fisher 0				
Inc	0.500			Fisher (32,95%)
Var_0=	0.25			
graus_lib	8			
variancia unidade peso	2.206			
	Var-Test=	8.824	<	1.939
teste de hipótese de fisher a				
Inc	0.5			Fisher (31,95%)
Var_0=	0.25			
graus_lib	6			
variancia unidade peso	0.972			
	Var-Test=	3.888	<	2.099
teste de hipótese de fisher b				
Inc	0.5			Fisher (30,95%)
Var_0=	0.25			
graus_lib	5			
variancia unidade peso	0.225			
	Var-Test=	0.900	<	2.215

Tabela 19. Compensação Livre Época VI

4.2.3. Compensação Livre Época VI

A tabela 20 resume a compensação constrangida da época VI

teste de hipótese de fisher 0				
Inc	0.474			Fisher (32,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	33			
variancia unidade peso	1.531			
	Var-Test=	6.804	<	1.438
teste de hipótese de fisher a				
Inc	0.5			Fisher (31,95%)
Var_0=	0.25			
graus_lib	30			
variancia unidade peso	0.9			
	Var-Test=	3.6	<	1.460
teste de hipótese de fisher b				
Inc	0.474			Fisher (30,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	29			
variancia unidade peso	0.759			
	Var-Test=	3.373	<	1.460
teste de hipótese de fisher c				
Inc	0.474			Fisher (29,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	26			
variancia unidade peso	0.446			
	Var-Test=	1.982	<	1.469
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.474			Fisher (28,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	25			
variancia unidade peso	0.429			
	Var-Test=	1.907	<	1.477
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.474			Fisher (28,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	24			
variancia unidade peso	0.368			
	Var-Test=	1.636	<	1.477
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.474			Fisher (28,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	23			
variancia unidade peso	0.356			
	Var-Test=	1.582	<	1.477
teste de hipótese de fisher d				
Inc	0.474			Fisher (28,95%)
Var_0=	0.225			
graus_lib	21			
variancia unidade peso	0.309			
	Var-Test=	1.373	<	1.477

Tabela 20. Compensação Constrangida Época VI

Após a compensação constrangida calculamos o fator de ampliação das elipses e repetiu-se o DINAMEX.

$$K = 3.4$$

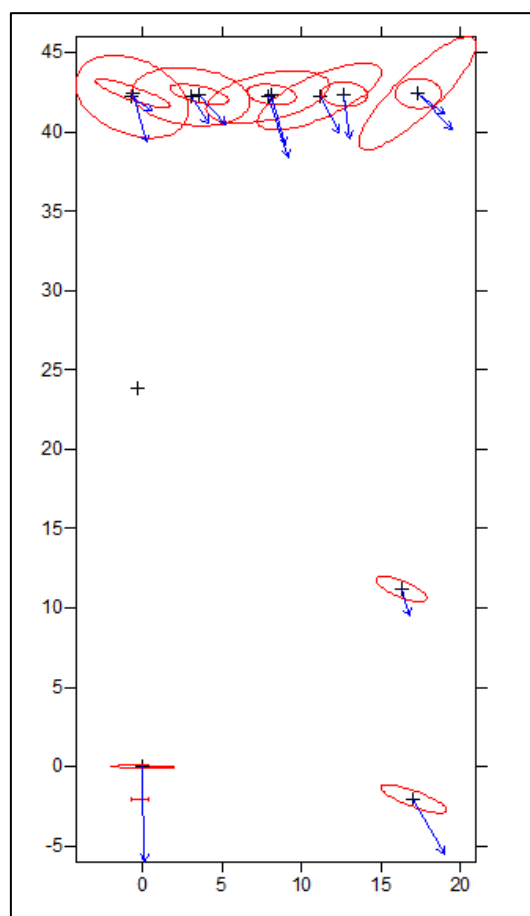


Figura36. Rede Ajustada Época VI e Diferenças para Época III

De forma a analisar os dois ajustamentos efetuados, foi calculado o erro médio para os dois ajustamentos efetuados, como foi visível na tabela 21.

Erro Médio para a V e VI Época	
Época V	Época VI
0.000387	0.000605

Tabela 21. Cálculo do Erro Médio das Elipses para as 2 Épocas de Observação

Pelo cálculo podemos admitir que existe um maior movimento na época VI uma vez que tem maior erro associado.

5. TRABALHO PRÁTICO III

5.1. GENERALIDADES

O trabalho prático III consiste no ajustamento de um modelo de geóide de Portugal continental, através de vários dados disponibilizados:

- Valores de gravidade da rede gravimétrica;
- Modelo regional adjacente ;
- Anomalias do modelo geopotencial EGM96;
- Modelo de anomalias residuais do Terreno RTM;

- Ondulações do modelo geopotencial EGM96;
- Lista de marcas de nivelamento geométrico.

Este trabalho vai ser resolvido com recuso ao integral de Stokes, o integral pode ser resolvido de duas formas, ou integrando ou com recurso à transformada de Fourier, esta que torna o processamento de dados mais rápido.

O integral de Stokes encontra-se assim representado pela seguinte fórmula:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma$$

Esta é a fórmula mais importante da geodesia física, pois permite determinar diretamente a ondulação do geóide a partir das anomalias da gravidade definidas sobre o geóide, a fórmula não é de fácil aplicação, já que a superfície terrestre não coincide com o geóide, e as anomalias da gravidade observadas não são definidas sobre o geóide, isto implica que os valores de gravidade observados à superfície tenham de ser reduzidos ao nível geóide. (Antunes, 2017).

Uma vez que os dados cedidos apenas dizem respeito a uma zona do país é necessário efetuar a aplicação de métodos de interpolação desta feita para o efeito foi utilizado o kriging.

Para efetuar o ajustamento utilizou-se marcas de nivelamento geométrico, dispersas por todo o país com uma configuração uniforme, tendo-se chegado no final a um modelo ajustado.

5.1.1. Cálculo de Reduções

Para que o integral de Stokes seja possível de aplicar temos que remover inicialmente as massas exteriores, desta forma organizou-se um ficheiro com todos os dados necessários ao cálculo das anomalias residuais, onde entre outros teve de ser calculada a gravidade normal. O objetivo deste cálculo é retirar às anomalias observadas o efeito global da ondulação do geóide, sendo o efeito do terreno resultado da diferença entre o MDT do modelo EGM-96 e o MDT em trabalho/real.

Na tabela 20 é apresentado um excerto da folha de cálculo que foi utilizada para efetuar o cálculo das anomalias reduzidas e residuais para todos os pontos onde tinha sido medida a gravidade, a amostra utilizada tem um total de 2134 pontos.

NUM	LAT	LON	H	G	GAMA	ANOM	ANOM_EGM96	ANOM_red	ANOM_RTM	ANOM_res
1	38.98241	-8.79991	3.5	980080.56	980079.5048	1.06	23.50	-22.44	-7.69	-14.75
2	39.0152	-8.85063	5.4	980088.66	980082.4051	6.25	27.04	-20.79	-7.73	-13.06
3	38.97821	-8.83652	12.02	980088.92	980079.1333	9.79	26.39	-16.60	-6.68	-9.92
4	39.02368	-8.7909	12.53	980079.79	980083.1553	-3.37	22.27	-25.64	-6.98	-18.66
5	38.97801	-9.13484	295.16	980153.85	980079.1156	74.73	57.34	17.39	25.69	-8.30
6	38.97923	-9.07671	99.29	980129.53	980079.2235	50.31	50.76	-0.45	2.95	-3.40

Tabela 22. Tabela de Cálculo de Anomalias

Após o cálculo das anomalias reduzidas e residuais criou-se um ficheiro com apenas os dados necessários ao cálculo do integral de Stokes.

NUM	LAT	LON	H	ANOM	ANOM_red	ANOM_res
1	38.98241	-8.79991	3.50	1.06	-22.44	-14.75
2	39.01520	-8.85063	5.40	6.25	-20.79	-13.06
3	38.97821	-8.83652	12.02	9.79	-16.60	-9.92
4	39.02368	-8.79090	12.53	-3.37	-25.64	-18.66
5	38.97801	-9.13484	295.16	74.73	17.39	-8.30
6	38.97923	-9.07671	99.29	50.31	-0.45	-3.40

Tabela 23. PTS1_AR_RTM1a.dat (entrada ao Stokes)

5.1.2. Cálculo da Covariância Empírica

Após termos as anomalias reduzidas ao geóide normalizado temos de calcular a covariância empírica que nos irá permitir estimar a influência das massas em função da distância. A partir da tabela 36 foi criado um novo ficheiro denominado de PTS1_AR_RTM1.DAT, que permitiu juntamente como ficheiro do modelo EGM_96 correr o programa EMCOV e calcular a covariância empírica.

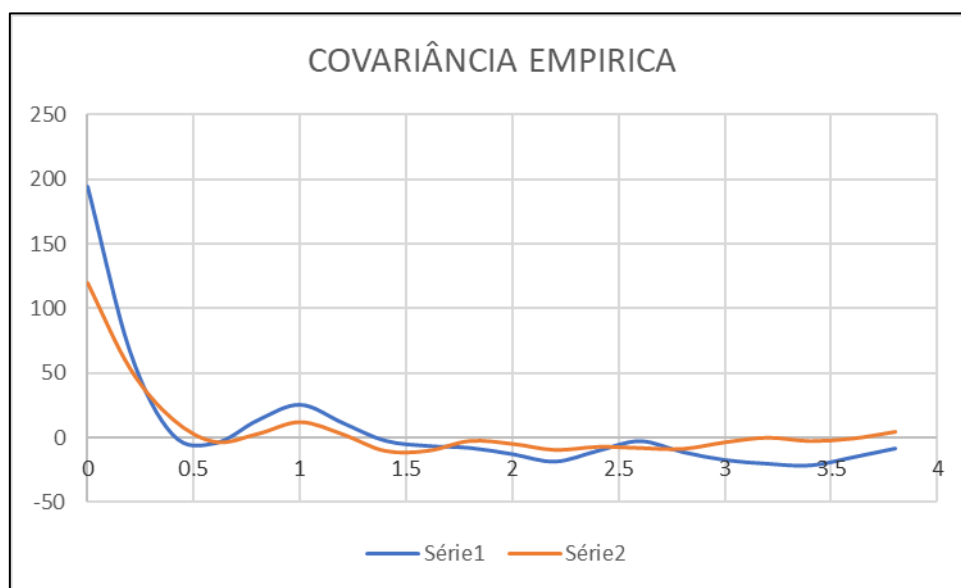


Figura37. Gráfico da Covariância Empírica

De forma a aplicar o integral de Stokes foram criadas grelhas regulares no Surfer, tendo sido calculadas as várias resoluções possíveis, uma vez que a partir do gráfico da covariância empírica verificamos a distância até à qual existe uma correlação positiva calculando-se desta forma o raio até onde é aplicado o integral de stokes auxiliando na construção da grelha regular.

	RESOLUÇÃO	
1	50	100
1.5	75	150
1.8	90	180
2	100	200

Tabela 24. Tabela de Resoluções

5.1.3. Cálculo do Integral de Stokes

O processamento foi realizado recorrendo ao programa STOKES0.FOR que resolve o integral de Stokes através da solução numérica, sobre uma grelha regular, a grelha regular foi criada no SURFER, tendo para o efeito sido criadas duas redes uma com uma de 0.01° outra com 0.02° .

Após o calculo do integral de Stokes ficamos com o modelo de geoide.

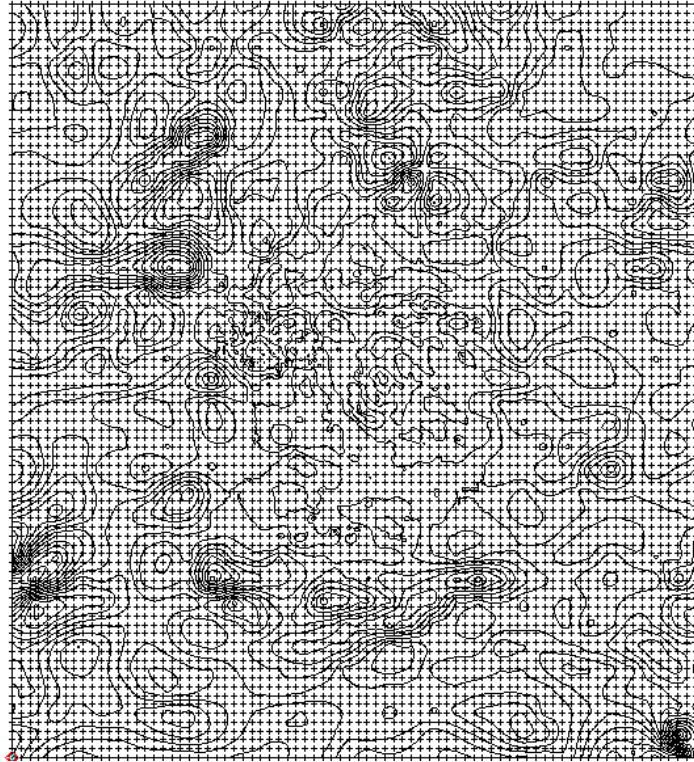


Figura38. PTS1_AR_GRID2.dat

A figura 39 representa a grelha criada em formato *contours* para dar entrada no programa Stokes0.

O programa stokes necessita então dos seguintes elementos de entrada:

```
'PTS1_AR_GRID2.dat'
'PTS1_AR_RTM1a.dat'
'PTS1_EGM96.DAT'
'PTS1_GEOID_RES2.DAT'
0.01 0.01
681 621 1.0| 90
```

Figura39. Stokes.in

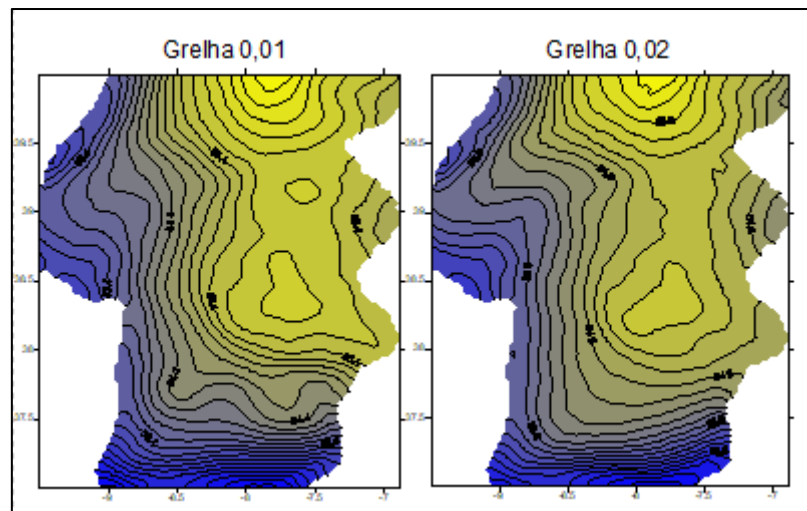


Figura40. Modelo de Geoide Stokes0

Da mesma forma foram criadas os contours das anomalias para as duas grelhas:

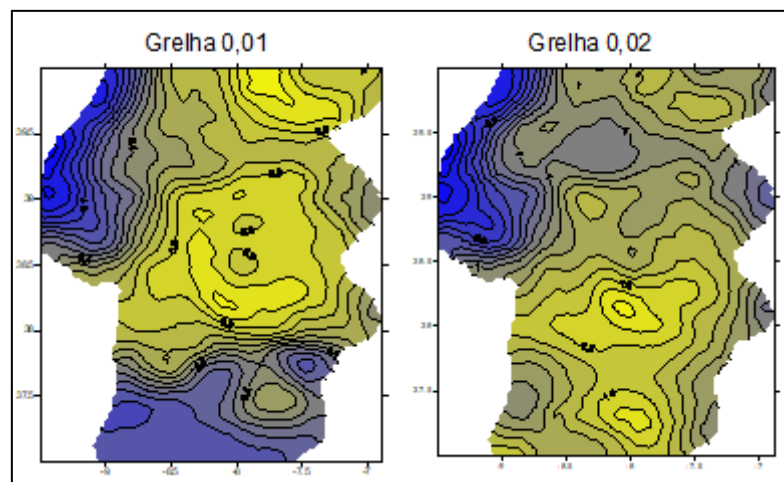


Figura41. Resíduos das duas Grelhas

5.1.1. Ajustamento do Modelo de Geóide

Após o processamento do Stokes0 deu-se início a um processo de ajustamento iterativo onde por experimentação e verificação de resíduos foi se efetuando iterações tendo em vista um modelo de geóide ajustado tendo o processo seguido a evolução demonstrada na figura 40, o ajustamento foi conseguido através da função residuals do Surfer onde o modelo calculado foi sendo ajustado às marcas de nivelamento geométrico.

Paralelamente ia sendo feita uma avaliação estatística dos resíduos, através da avaliação do erro médio.

Tendo-se efetuado 8 iterações mas chegando à conclusão que o melhor modelo em termos estatísticos foi obtido na 1 iteração com um erro médio de 0.31m

A tabela 41 resume o calculo estatístico efetuado ao longo do ajustamento às marcas de nivelamento.

Iteração	1	2	3	4	5	6
Number of values	14	13	12	11	10	9
Sum	-12.5900	-11.5782	-10.4449	-9.9735	-8.7970	-8.0668
Minimum	-1.3100	-1.3149	-1.3149	-1.3149	-1.3149	-1.3149
Maximum	-0.1200	-0.1248	-0.1248	-0.1248	-0.1248	-0.1248
Mean	-0.8993	-0.8906	-0.8704	-0.9067	-0.8797	-0.8963
Standard deviation	0.3176	0.3281	0.3342	0.3247	0.3291	0.3445

Tabela 25. Avaliação Estatística do Ajustamento às Marcas de Nivelamento

Da mesma forma iremos apresentar todos os modelos ajustados obtidos.

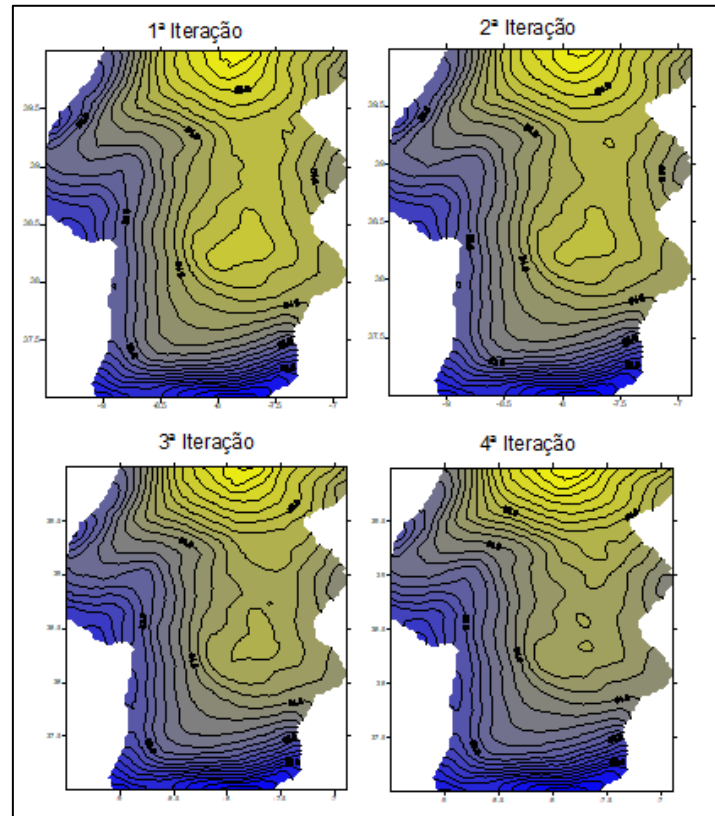


Figura42. Modelos de Geoide Ajustados

Como já referimos anteriormente o modelo de geoide que apresentou um menor erro médio foi o modelo 1 contudo o mesmo deverá ter sido pela falta de experiência do operador uma vez que este é um processo que temos de ter algum cuidado nas observações que retiramos assim. Este é um trabalho que também exige alguma paciência uma vez que é executado através de tentativa erro muitas das vezes, pois pode haver uma observação que parece ter um resíduo muito grande e eliminamo-la mas a mesma está a ser contaminada por uma que embora tenha um resíduo menor destabiliza a amostra.

Por fim apresenta-se a representação da superfície do modelo de geoide definido como o que mais se ajusta às marca de nivelamento.

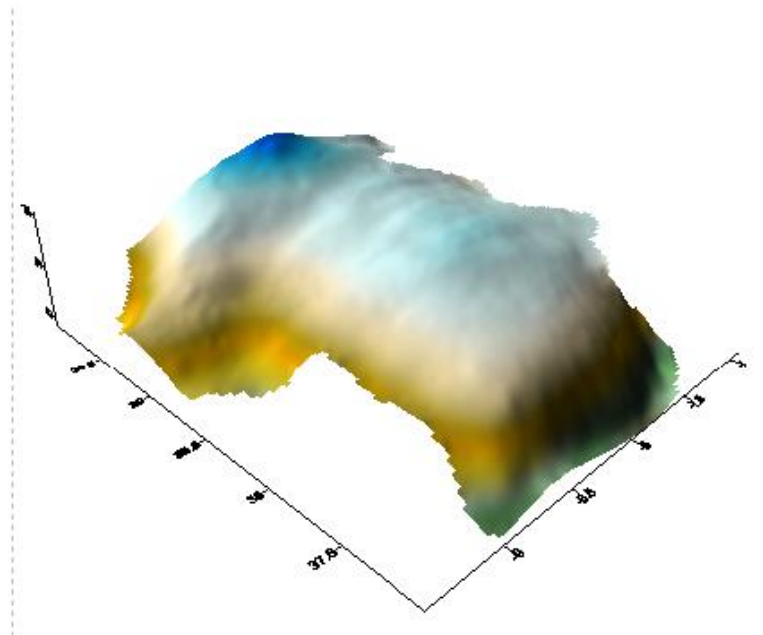


Figura43. Superfície do Modelo Adotado

6. CONCLUSÕES

A disciplina de Geodesia e Aplicações fazendo parte do currículo obrigatório do Mestrado em Engenharia Geospacial tem uma especial importância, desta feita todos os trabalhos efetuados no decorrer da cadeira visão preparar os alunos a vicissitudes que possam ocorrer durante futuras funções.

No entanto a geodesia embora não seja uma área com forte empregabilidade qualquer individuo da área das ciências geográficas tem especial interesse por todos os assuntos abordados na disciplina.

A nível de conclusões referentes aos vários trabalhos efetuados as mesmas foram feitas no corpo do trabalho juntamente com a componente prática.

Os trabalhos solicitados pelo docente seguiram um desencadeamento lógico, devido a desafios propostos pelo docente durante a apresentação dos trabalhos os mesmos mostraram-se bastante desafiantes, levando a aprofundar áreas de cariz técnico que de que pessoalmente tenho especial interesse, o caso do trabalho de transformação de coordenadas e cálculo do modelo de geoide.

7. BIBLIOGRAFIA

Antunes, Carlos. (2017). Apresentações das aulas de Aplicações de Geodesia. Lisboa, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa;

Antunes, Carlos. (2016). Apresentações de Geodesia Física. Lisboa, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

www.dgterritorio.pt