



Ciências
ULisboa

Faculdade
de Ciências
da Universidade
de Lisboa

Geodesia e Aplicações

Trabalho Prático – Relatório Final

Sílvia Mourão, FC57541

MESTRADO EM ENGENHARIA GEOESPACIAL

PROFESSOR CARLOS ANTUNES

DEGGE/FCUL

Índice

Índice de Figuras	1
Índice de Tabelas	2
Resumo	4
Capítulo 1 – Cálculo de Parâmetros para Transformação de Helmert	5
Introdução.....	5
Modelo Matemático e Dados	5
Resultados e Análise Crítica	12
Capítulo 2 – Ajustamento de Redes.....	13
Introdução.....	13
Rede Geodésica Clássica - Modelo Matemático e Dados.....	13
Rede Geodésica Clássica – Resultados e Análise Crítica	19
Rede de Monitorização - Modelo Matemático e Dados.....	19
Rede de Monitorização – Resultados e Análise Crítica.....	25
Capítulo 3 – Modelo Regional do Geoide	26
Introdução.....	26
Métodos e dados	26
Resultados e Analise	30
Referências.....	31

Índice de Figuras

Figura 1 - Transformação entre dois sistemas de coordenadas	5
Figura 2 - Distribuição dos pontos utilizados para cálculo da transformação para os três casos em estudo	6
Figura 3 - Parâmetros de transformação oficiais – DGT	7
Figura 4 - Gráfico de comparação das translações	8
Figura 5 - Gráfico de comparação das rotações	8
Figura 6 - Gráfico de comparação das exatidões	9
Figura 7 - Gráfico de comparação dos erros médios quadráticos	9
Figura 8 - Desvios planimétricos - A10, 119, G10	11
Figura 9 - Desvios altimétricos - A10, 119, G10	11
Figura 10 - Comparação erro absoluto caso 1 (vermelho) caso 2 (azul).....	16
Figura 11 - Comparação erro absoluto caso 3 (vermelho) caso 1 (azul).....	16
Figura 12 - Comparação erro absoluto caso 4 (azul) caso 3 (vermelho).....	16
Figura 13 - Elipses relativas caso 1 (vermelho) caso 3 (preto).....	17
Figura 14 - Elipses relativas caso 3 (preto) caso 4 (roxo).....	17
Figura 15 - Elipses de Confiança e Erro Absoluto para o caso 1	18
Figura 16 - Elipses de Confiança e Erro Absoluto para o caso 4	18
Figura 17 - Configuração da Rede do Jardim Botânico	20
Figura 18 - Rede Jardim Botânico com elipses de confiança	23
Figura 19 - Deslocamento entre campanha 3 e 5	24
Figura 20 - Deslocamento entre campanha 3 e 6	25
Figura 21 - Representação no Surfer dos pontos da rede e da vizinhança.....	26
Figura 22- Exemplo de grelhas de anomalia	27
Figura 23 - Covariância empírica anomalias	27
Figura 24 - Resultado inicial do cálculo do geoide com grelha Krigging de 0.02 e S1 de 2 graus.....	28
Figura 25 - Resultados do Caso 1	29
Figura 26 - Ajustamento inicial e final do caso 2	29
Figura 27 - Caso 3 final	30
Figura 29 - Caso 4 final	30

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Comparação de parâmetros de transformação	8
Tabela 2 - Comparação das soluções	10
Tabela 3 - Média e desvio padrão de coordenadas calculadas	10
Tabela 4 - Variância ao longo das iterações dos ajustamentos constrangidos	14
Tabela 5 - Peso das observações.....	14
Tabela 6 - Testes estatísticos do ajustamento	15
Tabela 7 - Casos de estudo	15
Tabela 8 - Cálculo dos pesos dos comprimentos	15
Tabela 9 - Cálculo de K	18
Tabela 10 - Erros Absolutos e Relativos	19
Tabela 11 - Variância a priori	21
Tabela 12 - Teste de Hipótese de Fisher para a primeira iteração	21
Tabela 13 - Testes de Fisher para ajustamento iterativo da rede	21
Tabela 14 - Testes de Fisher para ajustamento iterativo da rede	22
Tabela 15 - Cálculo de K	22
Tabela 16 - Ajustamento iterativo da campanha 5.....	23
Tabela 17 – Ajustamento iterativo da campanha 6.....	24
Tabela 18 - Casos de estudo	29
Tabela 19 - Resultados do Caso 1	29
Tabela 20 - Resultados do caso 2.....	29
Tabela 21 - Resultados dos casos 3 e 4	30

Resumo

Este relatório tem como objetivo apresentar os três trabalhos práticos desenvolvidos no âmbito da disciplina de Geodésia e Aplicações entre os meses de Setembro e Dezembro de 2021.

O primeiro trabalho prático consistiu na determinação de parâmetros de transformação de Helmert através da conversão de coordenadas de pontos entre dois sistemas de referência distintos.

O segundo trabalho prático focou-se no ajustamento de redes geodésicas bidimensionais, para o caso de uma rede geodésica clássica fixa a um Datum e para o caso de uma rede de monitorização livre.

O terceiro trabalho prático teve como objetivo a determinação de uma solução local para a ondulação do geoide na região sul de Portugal Continental, realizado através de modelação gravimétrica pelo integral de Stokes.

Estes trabalhos foram realizados com recurso a dados geoespaciais fornecidos pelo docente e aos softwares Fortran, Surfer e Excel.

Capítulo 1 – Cálculo de Parâmetros para Transformação de Helmert

Introdução

Um sistema de referência de coordenadas é uma estrutura utilizada para efetuar medições precisas de localizações na superfície da terra, na forma de coordenadas. Ao longo dos anos, com a evolução da engenharia geográfica e dos modelos matemáticos, um elevado número de sistemas de coordenadas foram criados, para uso global ou em determinadas regiões ou países, o que tornou necessário a criação de métodos de transformação de coordenadas entre sistemas de referência diferentes.

A transformação de Helmert é utilizada para transformar coordenadas cartesianas tridimensionais de um sistema de referência para um outro sistema de referência. A transformação de Helmert tem a vantagem de não necessitar de informação *a priori* relativa aos sistemas geodésicos (parâmetros do elipsoide) para realizar a conversão de coordenadas, sendo função apenas das coordenadas conhecidas nos dois sistemas. (Antunes, 2021)

Este trabalho teve como principal objetivo a determinação de parâmetros para aplicação de uma transformação de Helmert, neste caso do Datum73 para ETRS89. Através do cálculo de várias soluções, pretende-se averiguar a relação entre as soluções de transformação de coordenadas obtidas para amostras de pontos com diferentes configurações geométricas e as coordenadas obtidas através dos parâmetros de transformação oficiais fornecidos pelo IGP, e também a forma como a geometria e o tamanho da amostra influenciam esses resultados.

Modelo Matemático e Dados

A conversão de um sistema de coordenadas A para um sistema de coordenadas B é dada pela seguinte expressão, denominada Transformação de Helmert:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_A = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + \alpha \times 10^{-6}) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_B$$

Os parâmetros que compõe a Transformação de Helmert correspondem a 3 translações (em x, y e z), 3 rotações (em torno dos eixos de x, y e z) e um fator de escala (α), que tem um valor próximo de 1 e cuja principal função é compensar a imprecisão das observações e a utilização de escalas de comprimento diferentes.

Para aplicar a transformação de Helmert é necessário conhecer no mínimo as coordenadas de três pontos em ambos os sistemas, de modo a ser possível gerar um sistema de equações que permita determinar os sete parâmetros da transformação (mínimo de sete equações para sete incógnitas).

Estes parâmetros vão ser calculados neste trabalho para três conjuntos de pontos: 119 vértices geodésicos de primeira ordem de Portugal Continental, 10 pontos com distribuição espacial ao longo de Portugal continental e 10 pontos concentrados numa zona do país, neste caso no Alentejo.

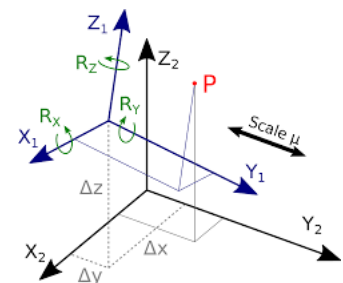


Figura 1 - Transformação entre dois sistemas de coordenadas

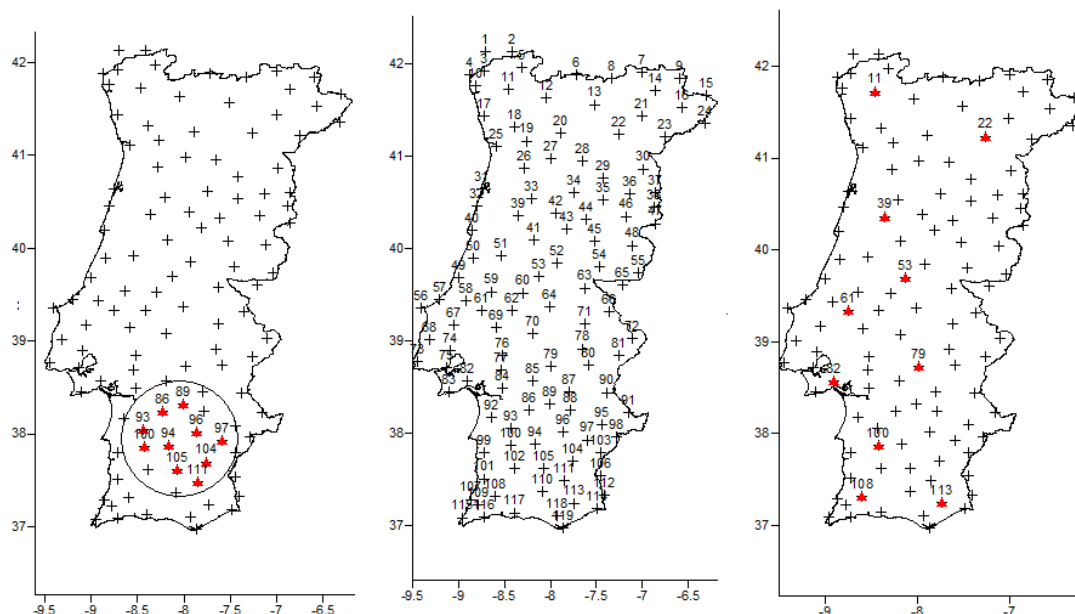


Figura 2 - Distribuição dos pontos utilizados para cálculo da transformação para os três casos em estudo

Para realizar este trabalho, foram fornecidos pelo docente os seguintes dados:

- Coordenadas nos sistemas Datum73 e ETRS89 dos 119 vértices geodésicos de primeira ordem;
- Cinco programas na linguagem Fortran, que irão ser utilizados em fases várias do cálculo;
- Mapa base do território português para uso no programa Surfer.

Os ficheiros de coordenadas originais foram primeiramente importados para o software Excel e as coordenadas de cada ponto convertidas de coordenadas geográficas para decimais. Após terem sido obtidas as coordenadas decimais, o ficheiro das coordenadas foi inserido no Surfer juntamente com o mapa de Portugal e foi feita uma seleção dos pontos a utilizar para os próximos passos.

Inicialmente foi utilizado o programa “CONVERT.for” de forma a juntar as coordenadas dos vértices nos sistemas de referência Datum73 e ETRS89 num mesmo ficheiro, que vai ser utilizado para entrada no programa “HELMERT1.for”.

1. Solução global (“119”)

Para a primeira solução foram utilizadas as coordenadas dos 119 vértices, de forma a abranger todo o território, sendo por isso esta solução denominada de “solução global”. No entanto, antes de se proceder a este passo, é necessário acrescentar um cabeçalho ao ficheiro que contém as coordenadas, onde estão explícitos o tipo de coordenadas contidas no ficheiro (cartográficas ou geodésicas), os dados dos elipsoides dos dois Datum e o número de pontos que irão ser utilizados para cálculo no passo seguinte. Este ficheiro tem o nome de “COMB119.txt”.

Preparado o ficheiro de entrada, foi então executado o programa HELMERT1.for. O programa toma as coordenadas dos dois sistemas e com base nestas calcula os resíduos associados a cada ponto, o erro medio quadrático, os sete parâmetros de transformação entre Datum (Δx , Δy , Δz , α , R_x , R_y , R_z) e as suas precisões.

2. Solução global com baixa amostra (“G10”)

Para a segunda solução escolheu-se um conjunto de dez pontos que tem uma dispersão pelo território nacional, sendo que os passos no projeto são semelhantes aos efetuados para a primeira solução. Para o ficheiro de entrada do “HELMERT1.for” entram apenas as coordenadas destes dez pontos escolhidos, resultando em parâmetros da transformação de Helmert diferentes dos calculados anteriormente.

3. Solução local (“A10”)

Finalmente, para o último caso de estudo, foram selecionados dez pontos localizados numa região do país, nomeadamente no Baixo Alentejo. Como no último caso, apenas os pontos escolhidos são utilizados para calcular os parâmetros da transformação de Helmert, sendo o processo de cálculo igual ao dos casos anteriores.

De modo a avaliar a qualidade das soluções os parâmetros da Transformação de Helmert, obtidos para os três conjuntos de dados estes foram comparados com os parâmetros publicados pela DGT (DGT, 2021). Para cada uma das soluções foram calculadas a exatidão (através da subtração dos valores de cada parâmetro para cada solução) e a incerteza (como output do programa “HELMERT1.for”). É necessário ter em atenção o sentido das rotações – a DGT considera nos parâmetros as rotações no sentido horário enquanto os programas utilizados no Fortran consideram as rotações em sentido anti-horário. É, por isso, necessário fazer uma troca de sinais nos parâmetros correspondentes às rotações.

Parâmetros de Transformação de Bursa-Wolf do Datum Lisboa e Datum 73 para PT-TM06-ETRS89

	DLx => PT-TM06	D73 => PT-TM06
DX (m)	-283,088	-230,994
DY (m)	-70,693	+102,591
DZ (m)	+117,445	+25,199
Rot X (")	-1,157	+0,633
Rot Y (")	+0,059	-0,239
Rot Z (")	-0,652	+0,900
F. escala (ppm)	-4,058	+1,950

Parâmetros calculados com base nos 119 vértices geodésicos de 1ª ordem e utilizando os 833 vértices geodésicos de 2ª ordem para controlo, com os seguintes resultados:

Resíduos	DLx			D73		
	E	N	Alt. Elip.	E	N	Alt. Elip.
E.M.Q. (m)	1,404	1,493	0,251	0,381	0,359	0,239
Máximo Abs. (m)	5,099	4,146	1,060	1,351	1,080	1,017

Figura 3 - Parâmetros de transformação oficiais – DGT

A seguinte tabela apresenta os dados utilizados para avaliar a qualidade das soluções:

	Parâmetros de Transformação				Exatidão			Incerteza		
	IGP	119	G10	A10	119	G10	A10	1192	G10	A10
Δx (m)	-230.994	-230.948	-239.944	-260.957	-0.046	8.95	29.963	1.56	6.04	3.915
Δy (m)	102.591	102.618	86.682	114.543	-0.027	15.909	-11.952	3.901	20.373	5.797
Δz (m)	25.199	25.222	30.234	1.337	-0.023	-5.035	23.862	1.414	4.964	4.356
R_x (")	-0.633	-0.634	-0.216	-0.035	0.001	-0.417	-0.598	0.086	0.433	0.15
R_y (")	0.239	0.24	-0.087	0.141	-0.001	0.326	0.098	0.051	0.186	0.15
R_z (")	-0.9	-0.899	-1.232	-0.115	-0.001	0.332	-0.785	0.103	0.527	0.162
α (ppm)	1.95	1.942	2.26	8.145	0.008	-0.31	-6.195	0.21	0.754	0.552

Tabela 1 - Comparação de parâmetros de transformação

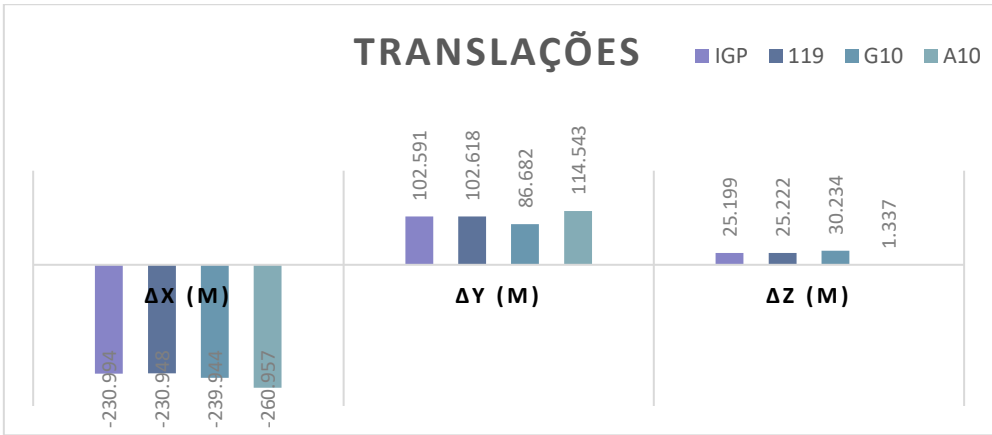


Figura 4 - Gráfico de comparação das translações

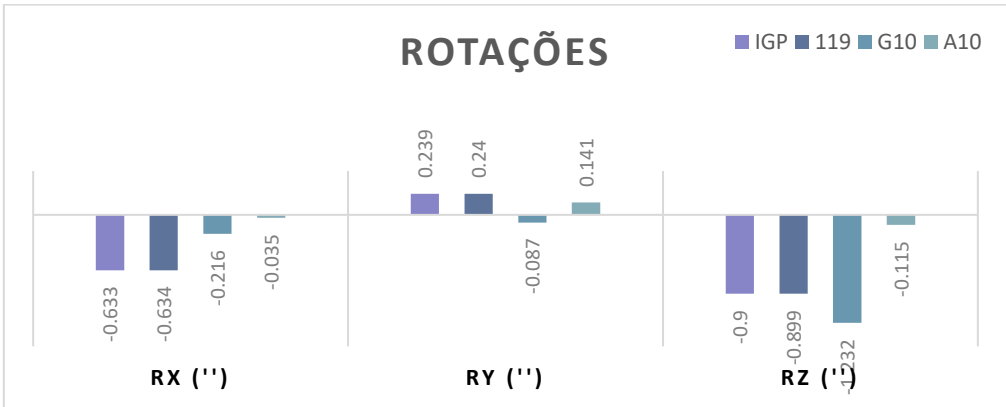


Figura 5 - Gráfico de comparação das rotações

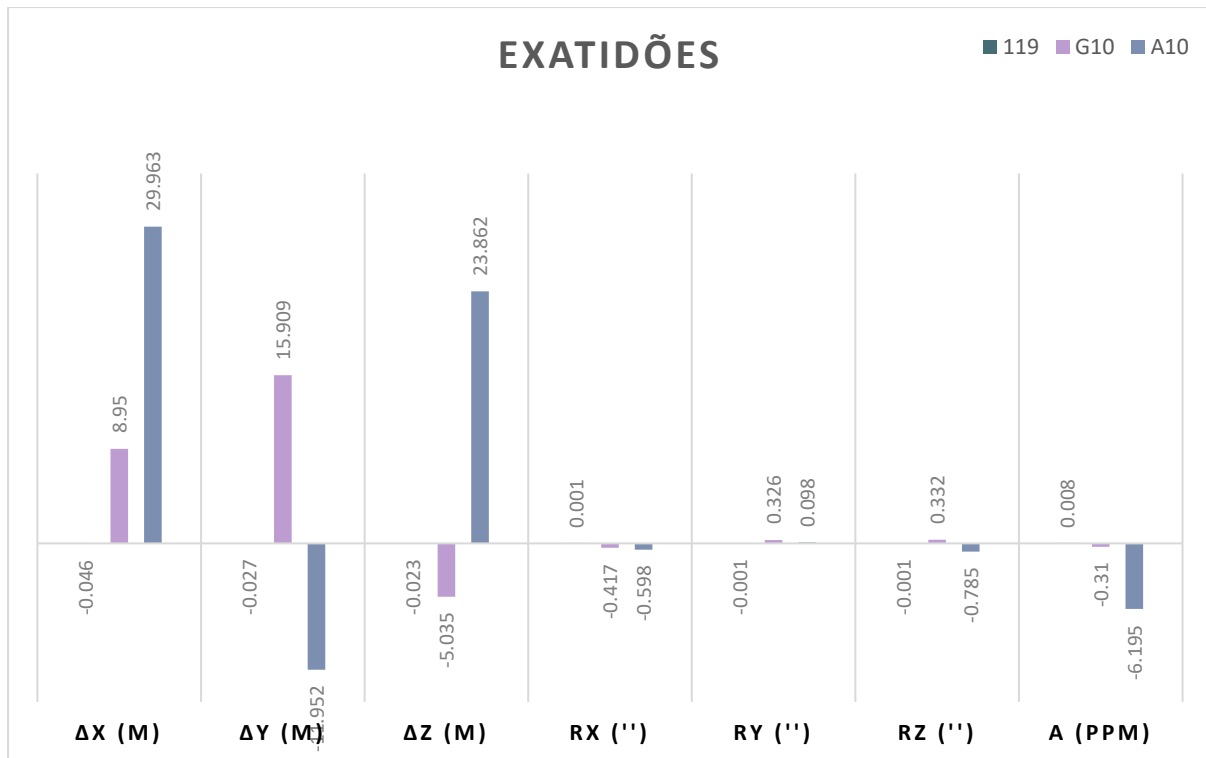


Figura 6 - Gráfico de comparação das exatidões

Analisando a tabela e os gráficos acima é possível verificar que os parâmetros obtidos para a solução global se aproximam mais da solução do IGP, o que se traduz numa maior exatidão e menor incerteza. A solução para 10 pontos espalhados pelo país tem o segundo melhor resultado pois exprime ainda uma boa disposição geométrica e a solução para o Alentejo tem a menor exatidão. Analisando o erro medio quadrático (EMQ) de cada solução, expresso no gráfico abaixo, verificamos que a solução local tem um valor menor de EMQ devido ao facto de no ajustamento entrarem menos vértices e existir maior proximidade entre eles. De notar que os valores para 119 pontos e para o “10G” são bastante semelhantes.

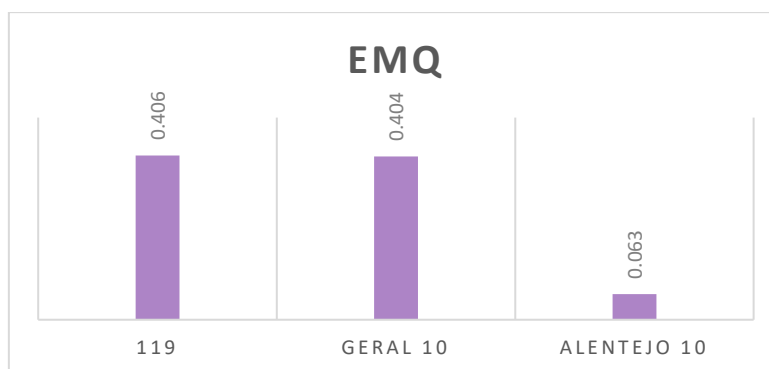


Figura 7 - Gráfico de comparação dos erros médios quadráticos

Para cada uma das transformações foram ainda calculadas a variância e a incerteza. Podemos também verificar na seguinte tabela que a solução de 119 pontos tem menor variância e incerteza, o que sugere que esta é a melhor solução. A variância para a solução local é, no entanto, menor do que a do caso “G10” devido à elevada concentração dos pontos, que tem como consequência um erro medio quadrático muito baixo.

	EMQ peso	GL	Variância	Incerteza
119	0.406	350	0.00039	0.01973
G10	0.404	23	0.00652	0.08072
A10	0.063	23	0.00102	0.03188

Tabela 2 - Comparação das soluções

Terminado o cálculo de soluções, os parâmetros das transformações são gravados em novos ficheiros para serem posteriormente utilizados para entrada no programa Fortran “HELMERT2.for”. Este programa toma também como ficheiro de entrada o “COMB119.txt”, que tinha sido gerado anteriormente e utilizado na primeira fase dos cálculos. Fornecidos os ficheiros de entrada, o programa “HELMERT2.for” faz a transformação de coordenadas geodésicas para coordenadas cartográficas no Datum73, utilizando os parâmetros da transformação de Helmert previamente obtidos para calcular as coordenadas cartográficas em ETRS89 e faz novamente a conversão destas para coordenadas geodésicas em ETRS89.

Apos terem sido calculadas as coordenadas ETRS89 para cada conjunto de parâmetros, foi criada a uma folha Excel onde são comparadas as coordenadas obtidas pelo “HELMERT2.for” com as coordenadas fornecidas pela DGT. Os resultados destas diferenças para a latitude e longitude saem em graus decimais, mas têm valores muito pequenos, pelo que, para melhor avaliar a exatidão das soluções, estes valores foram convertidos para segundos de arco.

Os desvios médios para cada coordenada e para cada solução encontram-se na tabela seguinte:

		Δ latitude		Δ longitude (")		Δ altitude (m)	
A10	Média	-0.0314	"	-0.0334	"	-0.1228	m
	DP	0.0354	"	0.0448	"	0.3600	m
	<u>DP</u>	<u>1.0933</u>	<u>m</u>	<u>1.0684</u>	<u>m</u>	<u>0.3600</u>	<u>m</u>
G10	Média	0.0022	"	0.0017	"	-0.0486	m
	DP	0.0140	"	0.0188	"	0.3600	m
	<u>DP</u>	<u>0.4331</u>	<u>m</u>	<u>0.4479</u>	<u>m</u>	<u>0.3600</u>	<u>m</u>
119	Média	-0.0002	"	0.0002	"	0.0018	m
	DP	0.0136	"	0.0179	"	0.3514	m
	<u>DP</u>	<u>0.4207</u>	<u>m</u>	<u>0.4275</u>	<u>m</u>	<u>0.3510</u>	<u>m</u>

Tabela 3 - Média e desvio padrão de coordenadas calculadas

Estes valores de desvios a cada umas das coordenadas calculadas podem ser visualizados na forma de vetores de deslocamento das coordenadas. Com recurso ao Excel foram elaborados ficheiros “.prn” com as coordenadas no sistema ETRS89 originais e com os desvios na longitude e latitude (em segundos de arco) e na altitude (em metros) que foram depois utilizados nos programas Fortran “SetasG.for” e “SetasH.for”, sendo que o primeiro calcula os vetores de deslocamento planimétrico e o segundo o deslocamento altimétrico.

Utilizando o programa Surfer foi possível fazer uma sobreposição dos desvios das coordenadas para cada vértice sobrepostos no mapa de Portugal.

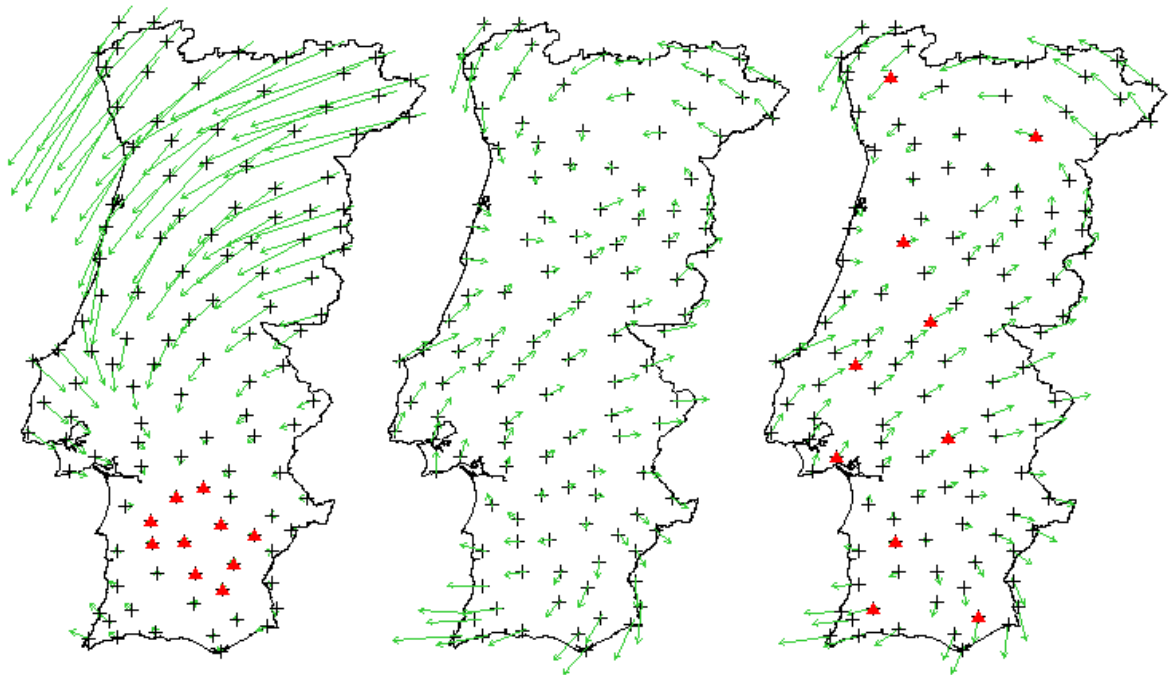


Figura 8 - Desvios planimétricos - A10, 119, G10

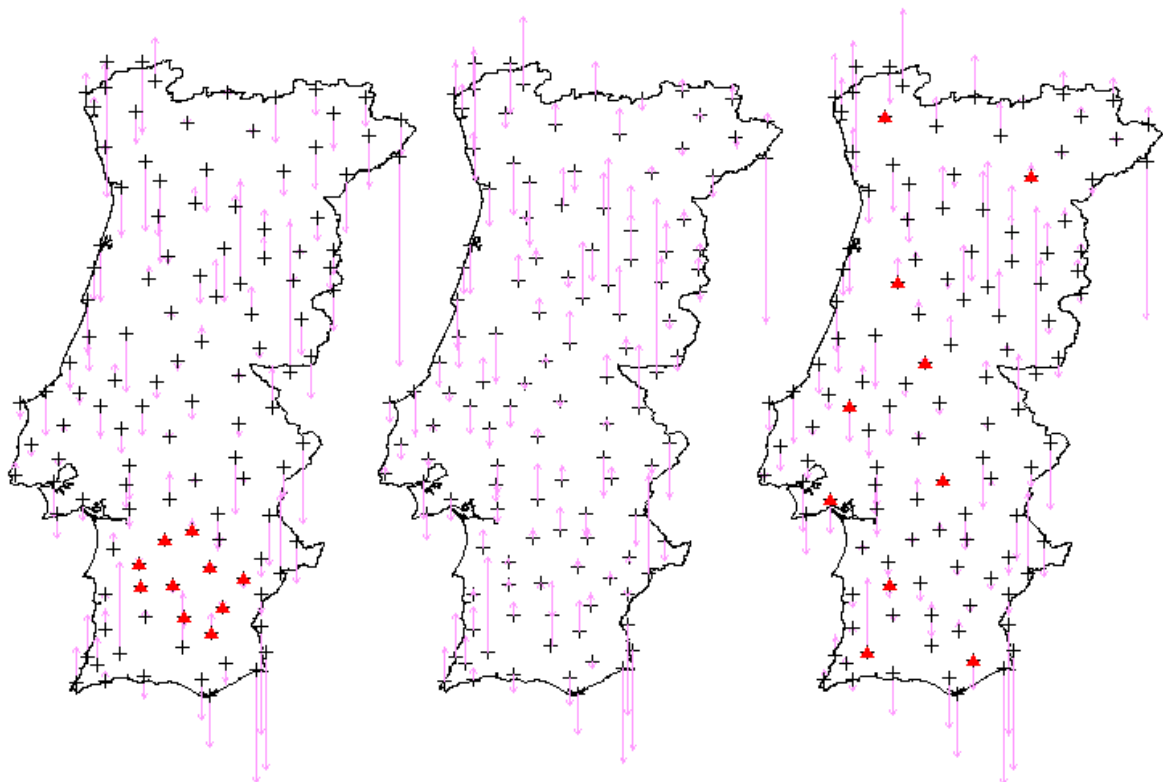


Figura 9 - Desvios altimétricos - A10, 119, G10

Pelos mapas das soluções é possível analisar os resultados pontuais de cada uma das soluções de uma forma mais intuitiva. Verifica-se que no caso de 119 pontos os desvios planimétricos encontram-se bem distribuídos por todos os vértices do país, no caso dos dez pontos no Alentejo a transformação obtém resultados melhores do que o caso de 119 pontos a nível local, no entanto, à medida que o a distancia aos pontos escolhidos aumenta, os vetores de deslocamento aumentam também, ou seja, a solução piora com a distância aos pontos onde foi calculada. No caso dos dez pontos distribuídos pelo país os vetores de deslocamento parecem ser bastante bons no norte e sul do país, existindo zonas com pior exatidão no centro e junto às fronteiras norte e sul do país.

A nível altimétrico, os deslocamentos no caso dos 119 pontos e da solução de dez pontos geral são muito semelhantes, no entanto no caso dos pontos no Alentejo existem já algumas diferenças nos deslocamentos altimétricos, que varia também com a distância, mas é ainda também influenciado pela altitude da região em geral ser mais baixa do que a média das altitudes pelo país.

Resultados e Análise Crítica

Através dos diferentes casos estudados, é possível concluir que a representatividade geométrica dos dados é o fator mais importante para garantir a qualidade das soluções de transformação, sendo mais importante do que o número de pontos. As soluções locais apresentam muito boa precisão para essa área, mas má precisão de transformação e má exatidão quando comparados com a transformação global.

Desta análise podemos concluir que a melhor solução para uma Transformação de Helmert é aquela que tem uma boa representatividade geométrica da área para a qual é calculada, aumentando também a exatidão à medida que aumenta o número de pontos, pois quanto maior a redundância melhor será o ajustamento dos parâmetros.

Capítulo 2 – Ajustamento de Redes

Introdução

Uma rede geodésica é uma rede normalmente desenhada com triângulos, medidos com exatidão através de técnicas de posicionamento terrestres ou observações GNSS. Atualmente, as redes geodésicas são criadas para dar resposta a diferentes problemas, como apoio a cartografia, apoio a construção, monitorização de estruturas ou monitorização geodinâmica.

A realização de uma rede geodésica é normalmente feita em três etapas, em primeiro lugar a observação geodésica, ou seja, as observações de ângulos, distâncias, desníveis, coordenadas, etc. entre os vértices geodésicos da rede, em segundo lugar o cálculo das coordenadas dos vértices da rede através do transporte de coordenadas e, em último lugar, o ajustamento das coordenadas dos pontos da rede, realizado através do método dos mínimos quadrados, possível devido a observações redundantes. (Antunes, 2021)

Este capítulo do trabalho prático foca-se no ajustamento de redes bidimensionais, sendo que no âmbito deste tema foram realizados dois trabalhos práticos: a compensação de uma rede geodésica clássica e a compensação de uma rede de monitorização do muro do Jardim Botânico de Lisboa. No primeiro caso foram observados comprimentos, azimutes astronómicos e direções azimutais. A compensação consistiu em efetuar um ajustamento livre, seguido de um ajustamento constrangido. No segundo caso foram feitas observações de um muro em risco de queda, que foram depois ajustadas e comparadas com observações de campanhas diferentes para verificar se ao longo do tempo existiu deslocamento do muro.

Rede Geodésica Clássica - Modelo Matemático e Dados

A primeira parte deste trabalho teve como objetivo a comparação da variância média de uma direção azimutal observada através de uma compensação livre da rede, feita numa primeira fase com dois pontos fixos e de seguida com um ponto, um comprimento e um azimute fixos. Para cada um dos casos foram realizadas três iterações.

Para realizar este trabalho, foram fornecidos pelo docente os seguintes dados:

- Documento Word que contem coordenadas cartográficas Datum73 dos 28 vértices da rede, coordenadas geodésicas dos vértices onde foram observados azimutes, observações de direção azimutal feitas na rede, comprimentos e azimutes medidos;
- Quatro programas em linguagem Fortran que irão ser utilizados em diversas fases do projeto.

Os dados do documento Word foram separados em dois ficheiros diferentes – um com as coordenadas dos vértices observados, chamado “pontos00.txt”, onde consta também o nome da rede, ponto central, Datum, configuração da rede (por exemplo, 27 pontos 1 fixo 120 direções 1 azimute 1 comprimento) e um com as direções azimutais, azimutes e comprimentos ao qual foi dado o nome “obs00.txt”. No ficheiro de observações foram também adicionados os pesos *a priori* de cada um dos tipos de observação, sendo que o valor das direções é fixo em 1.0 e os valores do azimute e do comprimento são estipulados como 10 e 12, visto que nesta fase se trata apenas da comparação de duas soluções.

De modo a realizar o ajustamento constrangido foi utilizado o programa fortran “DINAMEX.for” que utiliza para dados de entrada o ficheiro “DINAM.IN”. Dentro do “DINAM.IN” vão estar especificados

os parâmetros que vão entrar no ajustamento, nomeadamente o tipo de projeção, algumas opções relativas aos resíduos, aos coeficientes e ao tipo de compensação e uns fatores de escala que irão ser utilizados num passo posterior.

O “DINAMEX.for” tem como ficheiros de saída as matrizes de variância e covariância, coordenadas ajustadas dos pontos, resíduos das observações e a variância da unidade de peso. Esta última foi colocada numa tabela e a rede foi novamente ajustada utilizando como coordenadas de entrada as coordenadas ajustadas obtidas pelo ajustamento anterior. O ajustamento termina quando não existe alteração do valor da variância entre iterações consecutivas.

Variância	2 PF	1 PF, 1 AZ, 1 COMP
1ª Interação	1.477	1.477
2ª Interação	0.984	0.984
3ª Interação	0.984	0.984

Tabela 4 - Variância ao longo das iterações dos ajustamentos constrangidos

Analisando a tabela acima é possível verificar que resultado do ajustamento pelos dois métodos obtém valores semelhantes para a variância pelo que são equivalentes.

No passo seguinte, com vista a efetuar a compensação constrangida da rede, foram adicionados ao ficheiro de observações o comprimento e azimuth em falta, sendo este novo ficheiro chamado “obs2.txt”, e cuja configuração do cabeçalho é agora de 27 pontos livres, 1 ponto fixo, 120 direções, 2 comprimentos e 2 azimuthes. Em seguida é necessário calcular os pesos a atribuir a cada um do tipo de observações, pois vão ser estes pesos que irão restringir o ajustamento, nomeadamente das direções que irão ter um peso menor. Para isso, a variância da unidade de peso obtida anteriormente (0.984) será a nossa variância *a priori* e com os dados dos instrumentos ($a=0.008\text{m}$, $b=3\text{ppm}$ e precisão do azimuth = $0.4''$) foram calculadas com recurso ao Excel a variância e o peso dos comprimentos e dos azimuthes.

No caso dos comprimentos, temos que $\sigma^2 = a^2 + b^2 \cdot s^2$, sendo esta variância depois dividida pela variância *a priori* para obter o peso de cada um dos comprimentos. No caso dos azimuthes, a variância é igual para ambos pois foram ambos medidos com o mesmo instrumento, e este é obtido tomando a variância como o quadrado da precisão e dividindo-o depois pela variância *a priori*.

σ_o^2	0.984		
a	0.008		
b	0.000003		
s1 (m)	8192.9219	σ_p^2	1472.799
s2 (m)	4305.3893	σ_p^2	4262.926
az	0.4	σ_a^2	6.15

Tabela 5 - Peso das observações

Estes valores de pesos foram depois inseridos no ficheiro “obs2.txt” e o programa “DINAMEX.for” foi executado, tendo sido obtido um valor de variância da unidade de peso de 1.705. De forma a verificar se este aceitável ele tem de se comparado com o valor de variância estimado *a priori* através de um teste estatístico com recurso aos testes de Hipótese de Qui Quadrado e Fisher, sendo que se a variância não passar no teste estatístico é necessário continuar a realizar iterações deste ajustamento até que a variância seja aceitável.

			Iteração 1	Iteração 2
		Variância	1.705	0.952
		Graus Liberdade	44	44
Testes de Hipótese Qui Quadrado		Valor Teste	76.2398	42.5691
		Valor Função Excel	60.4809	60.4809
Testes de Hipótese Fisher		Valor Teste	1.7327	0.9675
		Valor Função Excel	1.3758	1.3758

Tabela 6 - Testes estatísticos do ajustamento

Neste caso foram necessárias duas iterações para que os valores da variância *a posteriori* sejam aceitáveis para o ajustamento.

No passo seguinte do trabalho foram gerados novos comprimentos entre os vértices, medidos com Range Master III ($a = 0.005\text{m}$ e $b = 1\text{ppm}$) através do programa “GERACOMP.FOR”. Estes comprimentos contêm já os respetivos pesos e por isso estão prontos para ser adicionados ao ficheiro das observações.

Passou-se assim ao estudo da compensação da rede com diferentes configurações geométricas. Em primeiro lugar foi utilizado o programa “REDEDXF.for” para obter o ficheiro “rede.dxf” onde está demonstrada a representação da rede física. Foi também elaborada uma lista com as coordenadas dos pontos ajustadas de forma a serem utilizados nesta representação.

Em seguida foram elaboradas elipses absolutas de erro da rede. O ficheiro “.dxf” que pode ser utilizado no Surfer para visualizar esta rede sai diretamente do “DINAMEX.for” quando é feito o ajustamento para cada iteração. De forma a estudar como a configuração da rede influencia as elipses de erro absoluto foram considerados quatro casos:

	Ponto Fixo	Número de Comprimentos
Caso 1	28	2
Caso 2	28	5
Caso 3	25	2
Caso 4	25	5

Tabela 7 - Casos de estudo

As escolhas recaíram sobre o ponto 28 (ponto fixo no ajustamento original) e o ponto 25 (ponto mais central da rede) de forma a melhor observar como a localização do ponto fixo influencia as elipses de erro. Os comprimentos adicionados à configuração original correspondem aos locais onde existiam maiores elipses de erro, nas zonas mais próximas das bordas da rede:

Ponto 1	Ponto 2	S (m)	Peso
14	15	4465.611	21895.1
20	21	9883.922	8020.1
6	9	7126.43	12983.9

Tabela 8 - Cálculo dos pesos dos comprimentos

As seguintes figuras demonstram os resultados comparativos entre os vários casos.

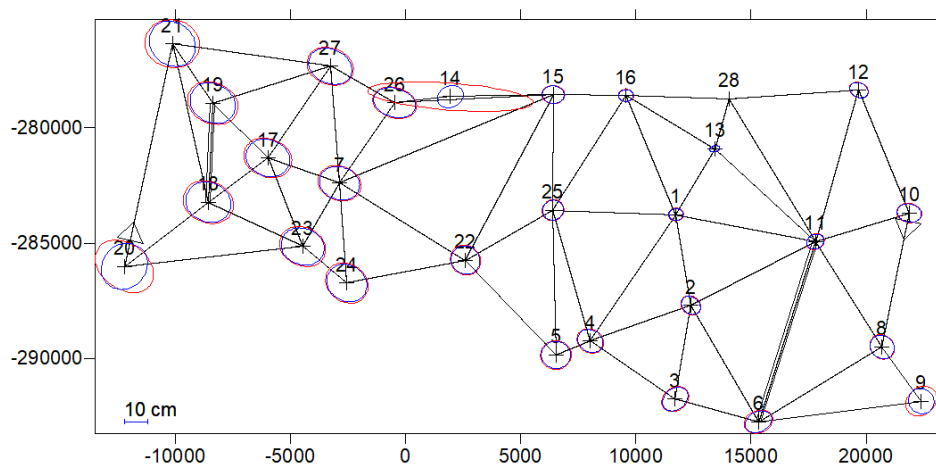


Figura 10 - Comparação erro absoluto caso 1 (vermelho) caso 2 (azul)

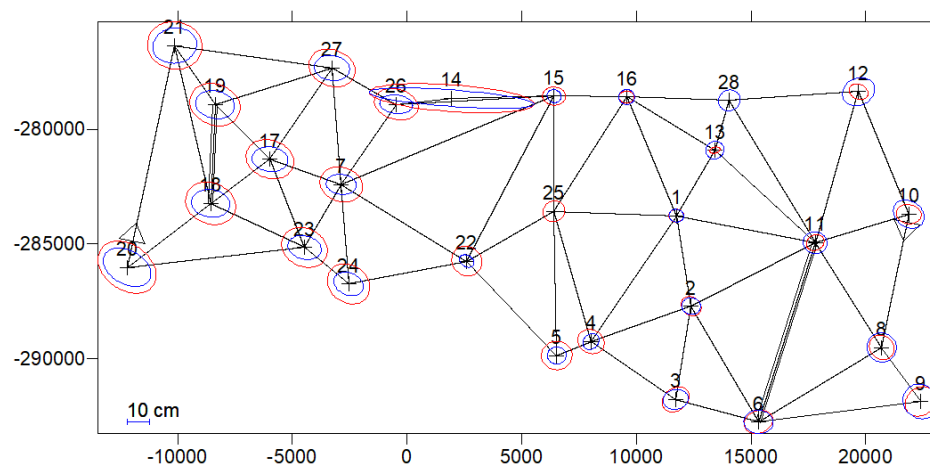


Figura 11 - Comparação erro absoluto caso 3 (vermelho) caso 1 (azul)

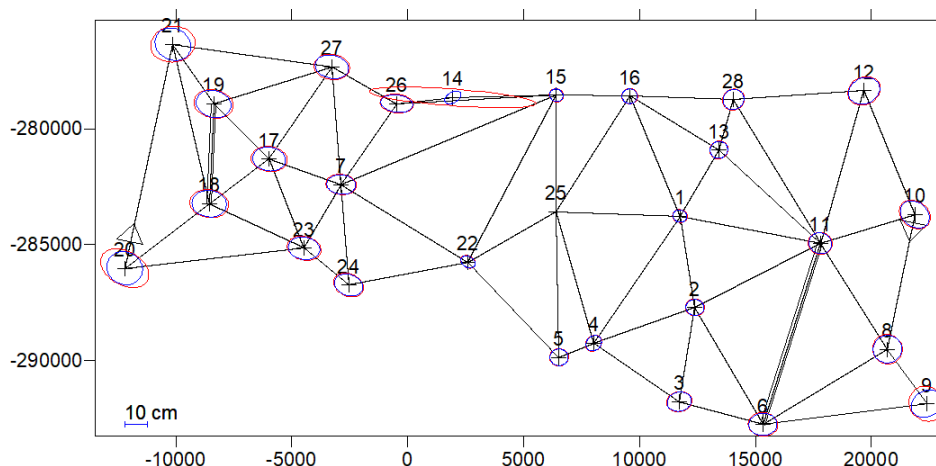


Figura 12 - Comparação erro absoluto caso 4 (azul) caso 3 (vermelho)

Observando as figuras 10, 11 e 12 é possível verificar que os erros absolutos são influenciados pelo ponto fixo e pela adição de novos comprimentos.

Em seguida, foram também calculadas as elipses relativas da rede geodésica, com recurso ao programa "ELIPSRELDXF.for". É importante ter em atenção que este programa necessita como dado

de entrada o ficheiro “.DAT” com a matriz de variâncias e covariâncias gerado pelo “DINAMEX.for” para cada um dos casos.

As seguintes figuras demonstram os resultados comparativos entre os vários casos.

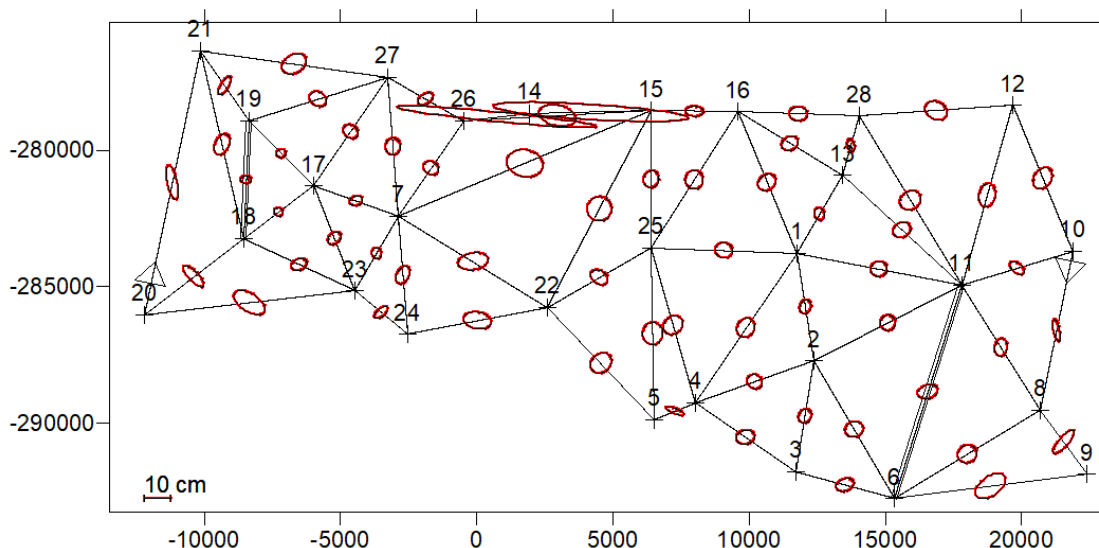


Figura 13 - Elipses relativas caso 1 (vermelho) caso 3 (preto)

Na figura 13 é possível verificar que as elipses relativas destes dois casos são exatamente iguais, o que demonstra que as elipses relativas não dependem do ponto fixo escolhido.

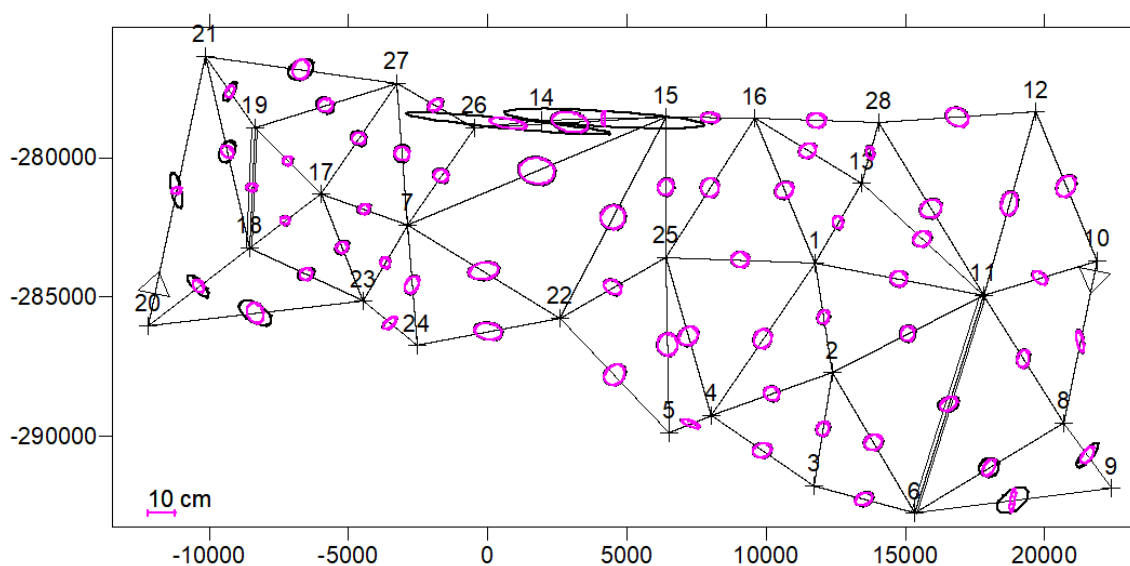


Figura 14 - Elipses relativas caso 3 (preto) caso 4 (roxo)

Na figura 14 verifica-se que com a adição de novos comprimentos as elipses relativas sofrem alterações apenas nos vértices onde foram acrescentados novos comprimentos.

Para concluir este estudo é necessário ainda calcular as elipses de confiança da rede, para uma confiança de 95%. Para isso é necessário realizar um cálculo do fator de ampliação K que vai ser aplicado às elipses de erro. Para determinar K foram considerados os graus de liberdade das diferentes representações da rede geodésica consideradas, sendo que o seu valor vai corresponder à raiz

quadrada de duas vezes o valor da função de Teste de Hipótese de Fisher para uma rede bidimensional com n graus de liberdade.

	Ponto Fixo	Comprimentos	Graus de Liberdade	Teste Fisher	K
Caso 1	28	2	44	3.209278	2.53
Caso 2	28	5	47	3.195056	2.53
Caso 3	25	2	44	3.209278	2.53
Caso 4	25	5	47	3.195056	2.53

Tabela 9 - Cálculo de K

Neste caso como não existe uma variação muito grande dos graus de liberdade da rede o valor de K vai ser igual a 2.53 para todos os casos.

Tendo em conta que as elipses de confiança vão depender das elipses de erro, será esperado um resultado melhor para as elipses de confiança do caso 4, onde as elipses de erro absoluto eram menores.

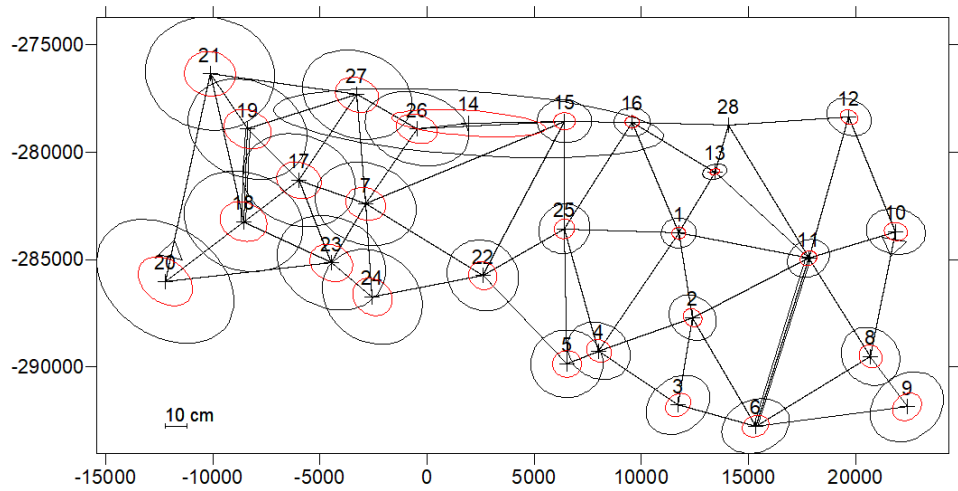


Figura 15 - Elipses de Confiança e Erro Absoluto para o caso 1

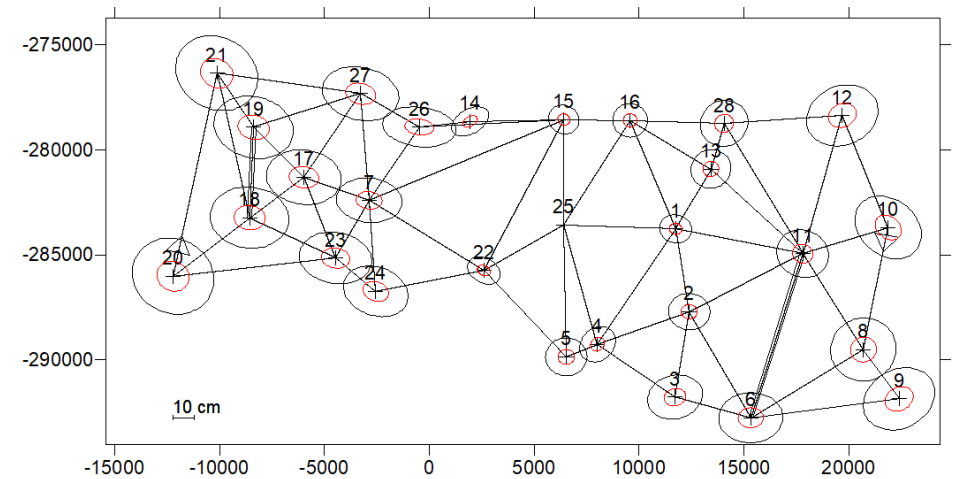


Figura 16 - Elipses de Confiança e Erro Absoluto para o caso 4

Finalmente, foi realizada uma análise dos valores máximo e mínimo dos erros absolutos através da análise das dimensões das elipses de erro para cada um dos casos, que são também um output do programa “DINAMEX.for”. O cálculo dos erros absolutos foi apenas feito para os casos 3 e 4 visto que estes não variam com o ponto fixo.

Ponto Fixo	S	Absoluto				Relativo			
			Eixo Maior	Eixo Menor	Media		Eixo Maior	Eixo Menor	Media
28	2	Media	0.0842	0.0586	0.0714				
		Max	0.3603	0.1033	0.2318				
		Min	0.0228	0.0133	0.0181				
28	5	Media	0.0670	0.0549	0.0609				
		Max	0.1071	0.0940	0.1006				
		Min	0.0220	0.0128	0.0174				
25	2	Media	0.0731	0.0478	0.0604	Media	0.0420	0.0251	0.0335
		Max	0.3603	0.0767	0.2185	Max	0.3680	0.0490	0.2085
		Min	0.0312	0.0244	0.0278	Min	0.0170	0.0100	0.0135
25	5	Media	0.0559	0.0440	0.0500	Media	0.0320	0.0227	0.0274
		Max	0.0800	0.0698	0.0749	Max	0.0660	0.0460	0.0560
		Min	0.0293	0.0229	0.0261	Min	0.0160	0.0060	0.0110

Tabela 10 -Erros Absolutos e Relativos

Observando esta tabela é possível verificar que o melhor resultado é obtido no caso do ponto fixo 25 e 5 comprimentos.

Rede Geodésica Clássica – Resultados e Análise Crítica

Analisando os produtos dos vários ajustamentos realizados nesta rede geodésica é possível concluir que a escolha do ponto fixo é um passo essencial quando é realizado o ajustamento da rede, visto que os erros absolutos e a elipse de confiança vão depender bastante deste ponto. No caso das elipses relativas, estas não dependem do ponto fixo, no entanto são bastante uteis para determinar quais os vértices onde existem maiores erros, sendo esses os escolhidos para adicionar novas observações, de forma a melhorar o ajustamento da rede.

O melhor resultado de ajustamento desta rede é o caso 4, onde foi escolhido um ponto fixo central e adicionados 3 comprimentos para melhorar os erros na zona mais exterior da rede. Com a adição de ainda mais observações seria possível continuar a melhorar o ajustamento, pois a rede torna-se mais robusta e os erros absolutos e relativos têm tendência a diminuir.

Rede de Monitorização - Modelo Matemático e Dados

O segundo trabalho pratico do capítulo 2 consistiu no ajustamento e analise da rede de monitorização do muro do jardim botânico. Esta rede foi criada para monitorizar um muro de suporte devido ao risco de derrocada.

Em primeiro lugar foi necessário estudar a configuração da rede tendo em atenção as dificuldades existentes no local, nomeadamente o facto de o solo ser argiloso, o que faz com que as bases onde assentam os instrumentos possam ter deslocamentos e o facto de existirem arvores no local, o que dificulta a visibilidade entre pontos.

Foi desenhada uma rede planimétrica, com 10 pontos distribuídos por 3 filas no muro a monitorizar, e quatro pontos na zona envolvente do jardim.

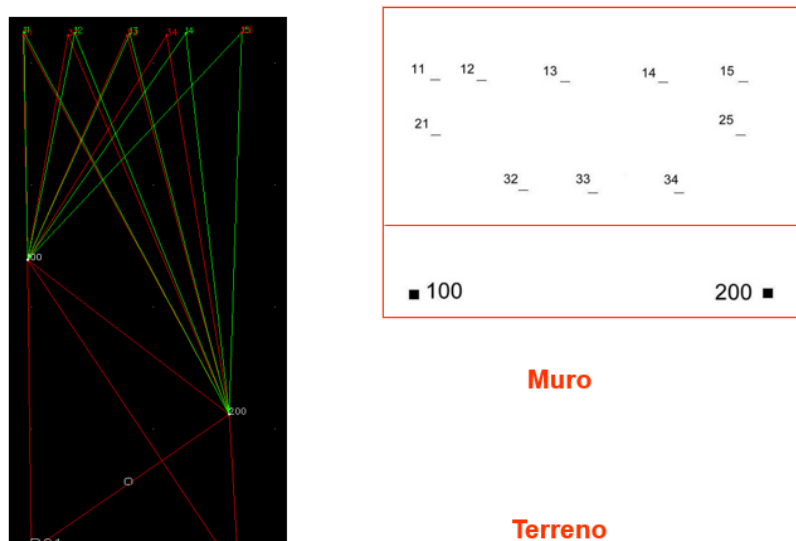


Figura 17 - Configuração da Rede do Jardim Botânico

Assim sendo, a rede foi estabelecida de acordo com a figura acima, sendo que os pontos 100 e 200 são pontos estação a partir dos quais se efetuaram as visadas para os pontos do muro e as visadas para os pontos 01 e 02 para definir a orientação do giro.

Neste processo de monitorização existiram várias campanhas, sendo que neste trabalho prático foram fornecidos dados sobre as campanhas 3, 5 e 6. Este trabalho tem como objetivo avaliar a eficiência dos métodos de constrangimento livre e compensação constrangida como forma de ajustamento da rede com recurso a teste estatístico e analisar, através da comparação entre duas campanhas, se existiu ou não deslocamento dos pontos no muro.

Para realizar este trabalho, foram fornecidos pelo docente os seguintes dados:

- Ficheiros de observação das três campanhas
- Desenho da Rede de Monitorização
- Dois programas em linguagem Fortran, a adicionar ao “DINAMEX.for” que já tinha sido utilizado na fase anterior do projeto.

A primeira etapa deste trabalho foi a realização de uma compensação constrangida da rede, sendo assumido neste caso que a variância dos pesos é dada apenas pela precisão do instrumento utilizado para fazer as medições.

Inicialmente foi utilizado o programa “GSI.for” para converter os dados de observação obtidos pela estação LEICA TCA2003 em dois ficheiros, “Dir03.txt” e “Dist03.txt”, que correspondem às direções azimutais e às distâncias observadas, que, de acordo com o enunciado foram obtidas com uma precisão de $\sigma_\alpha=0.5''$, $\sigma_D=1\text{mm} \pm 1\text{ppm}$.

Em seguida foram criados os ficheiros de entrada para o “DINAMEX.for”. Tal como no trabalho anterior, foi criado um ficheiro de coordenadas que necessitou de um cabeçalho com o nome da rede, o sistema de referência (neste caso 0 0 por se tratar de um sistema de referência local), o número de

pontos livres e fixos, o número de direções, comprimentos e azimutes. O ponto 200 foi escolhido como o ponto fixo para este ajustamento.

Foi também criado um ficheiro de observações combinadas, “Obs03.txt”, onde foram inseridos os dados obtidos anteriormente pelo “GSI.for” e o azimute dado no enunciado do projeto, sendo necessário ter em atenção dois fatores: em primeiro lugar, deve ser feita uma separação dos blocos de dados das direções medidas dos pontos 100 e 200 para assegurar o cálculo correto do ajustamento, em segundo lugar é necessário eliminar os comprimentos complementares (sendo considerado por exemplo o comprimento 1-100 e não o 100-1) pois estes contêm erros devido à mudança das bases. As direções e os comprimentos saem do “GSI.for” já com os pesos respetivos e ao azimute foi dado um peso de 10.0. É ainda necessário editar no ficheiro de entrada “DINAM.IN” a escala da representação.

Em seguida foi então realizado o ajustamento constrangido, utilizando para isso a seguinte configuração inicial: 13 pontos livres 1 ponto fixo 37 direções 26 distâncias e 1 azimute.

O resultado deste ajustamento foi então analisado através do teste de razão de variâncias de Fisher

Variância <i>a priori</i>	0.5
Precisão	0.25

Tabela 11 - Variância *a priori*

	Variância	Razão variâncias	Teste Fisher	GL	Direções	Comprimentos
Iteração 1	1.351	5.404	1.4447	32	37	26

Tabela 12 - Teste de Hipótese de Fisher para a primeira iteração

O ajustamento realizado não passa no teste de Fisher e por isso é necessário continuar a realizar iterações, eliminando as observações onde os resíduos são mais elevados. Os resultados das iterações são visíveis na seguinte tabela:

	Variância	Razão variâncias	Teste Fisher	GL	Direções	Comprimentos
Iteração 1	1.351	5.404	1.4447	32	37	26
Iteração 2	1.078	4.312	1.4523	31	36	26
Iteração 3	1.004	4.016	1.4602	30	35	26
Iteração 4	0.997	3.988	1.4686	29	34	26
Iteração 5	0.968	3.872	1.4775	28	33	26
Iteração 6	0.527	2.108	1.4868	27	33	25
Iteração 7	0.529	2.116	1.4967	26	32	25
Iteração 8	0.42	1.68	1.5072	25	31	25
Iteração 9	0.393	1.572	1.5184	24	30	25
Iteração 10	0.342	1.368	1.5303	23	29	25

Tabela 13 - Testes de Fisher para ajustamento iterativo da rede

Foram então necessárias 10 iterações até ser atingido um valor de variância *a posteriori* suficiente para passar no teste de Fisher, sendo que a configuração final da rede é de 29 direções, 25 comprimentos e um azimute.

No passo seguinte do trabalho, foi efetuada uma compensação livre seguida de uma compensação constrangida, semelhante ao que tinha já sido feito para a primeira parte deste capítulo. Para a compensação livre consideraram-se inicialmente 12 pontos livres e 2 pontos fixos 37 direções, 0 comprimentos e 0 azimutes, pois foi anteriormente provado que esta solução é equivalente a utilizar um ponto fixo um comprimento e um azimute.

Apos uma primeira iteração do “DINAMEX.for” para estes dados foi obtida um valor de variância da unidade de peso de 2.220. Sendo este valor bastante elevado e como existiam ainda resíduos altos em algumas das observações, optou-se por eliminar a observação com o valor de resíduo mais elevado, uma das direções 200 – 100 e depois disso voltar a correr o programa.

Neste segundo caso foi obtida uma variância de 0.757. Como a maioria dos resíduos neste caso apresentam valores razoáveis, tomou-se então este valor de variância como variância *a priori* para o ajustamento constrangido. Assim sendo, calculou-se um novo valor de precisão, que é de 0.87. Este valor vai ser utilizado no “GSI.for” para gerar observações com pesos que refletem esta precisão.

Assim, foram novamente seguidos os passos do ponto anterior, tendo o ajustamento constrangido sido começado com todos os valores de observações novamente incluídos e seguindo os mesmos passos que tinham sido considerados no ajustamento constrangido anterior, ou seja, verificação da solução do ajustamento pela razão de variâncias e comparação com o teste de Fisher, sendo eliminados os valores de maiores resíduos até que o ajustamento seja aceite.

	Variância	Razão variâncias	Teste Fisher	GL	Direções	Comprimentos
Iteração 1	2.948	3.894	1.4447	32	37	26
Iteração 2	2.042	2.697	1.4523	31	37	25
Iteração 3	1.76	2.325	1.4602	30	36	25
Iteração 4	1.55	2.048	1.4686	29	35	25
Iteração 5	1.356	1.791	1.4775	28	35	24
Iteração 6	1.205	1.592	1.4868	27	34	24
Iteração 7	0.871	1.151	1.4967	26	33	24

Tabela 14 - Testes de Fisher para ajustamento iterativo da rede

Apos a 7ª iteração foi verificado que o valor da variância *a posteriori* é suficiente para passar no teste de razão, por isso tomam-se as coordenadas ajustadas nesta iteração como as coordenadas finais da campanha 3. Por análise da tabela resultante deste ajustamento iterativo e do ajustamento iterativo do ponto anterior (onde foi assumida como precisão do instrumento 0.5), verifica-se que neste caso é mantida mais informação sobre as observações, pelo que a rede é mais robusta e não é necessário eliminar demasiada informação.

Terminado este passo, foram calculadas as elipses de confiança para este ajustamento, sendo K a raiz quadrada de duas vezes o valor do teste de Fisher para 0.95 probabilidade para uma rede bidimensional com 26 graus de liberdade.

Fisher	3.37
k	2.60

Tabela 15 - Cálculo de K

Foi novamente utilizado o “DINAMEX.for” para obter as elipses de confiança para este ajustamento.

Finalmente, os ficheiros “RedeBot.dxf”, as coordenadas finais dos pontos e as elipses de confiança foram importados para o Surfer com o objetivo de obter uma representação visual da rede.

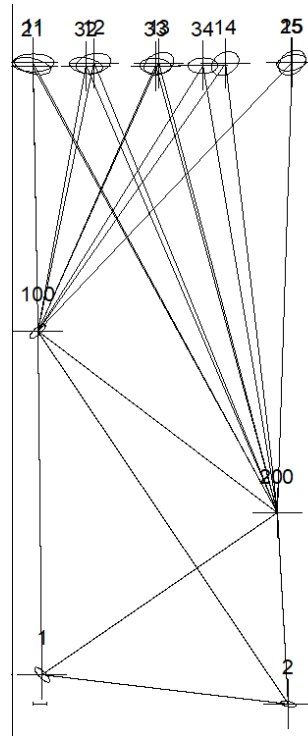


Figura 18 - Rede Jardim Botânico com elipses de confiança

Durante o período de monitorização do muro do Jardim Botânico foram realizadas várias campanhas. Concluída a campanha 3, é agora necessário fazer um ajustamento dos dados de outra campanha, de forma a analisar se existiram ou não deslocamentos no muro.

Para a campanha 5 existe um ficheiro de observações, denominado “FILE05A.GSI”, que irá ser utilizado pelo programa “GSI.for” para gerar os ficheiros das observações. Tendo sido determinada a variância *a priori* de 0.757 no ajustamento livre realizado na campanha 3, utilizou-se o valor de precisão de 0.87 para determinar os pesos das observações da campanha 5

	Variância	Razão variâncias	Teste Fisher	GL	Direções	Comprimentos
Iteração 1	32.994	43.585	1.3852	42	50	26
Iteração 2	8.877	11.727	1.4118	37	46	25
Iteração 3	4.936	6.520	1.4241	35	45	35
Iteração 4	3.542	4.679	1.4447	32	42	24
Iteração 5	2.766	3.654	1.4686	29	40	23
Iteração 6	2.203	2.910	1.4967	26	37	23
Iteração 7	1.308	1.728	1.5303	23	35	22
Iteração 8	0.968	1.279	1.5716	20	32	21

Tabela 16 - Ajustamento iterativo da campanha 5

Este resultado foi aceite ao fim de 8 iterações, existindo neste caso apenas 20 graus de liberdade. No entanto, este ajustamento foi aceite devido aos problemas existentes nas observações da campanha 5, onde várias observações tiveram de ser repetidas.

As coordenadas ajustadas da campanha 5 foram então comparadas com as coordenadas ajustadas da campanha 3 para verificar se existiu ou não deslocamento dos pontos visados no muro. O resultado dessa comparação foi utilizado no programa fortran “Setas.for” para gerar as setas bidimensionais de deslocamento dos pontos na campanha 5.

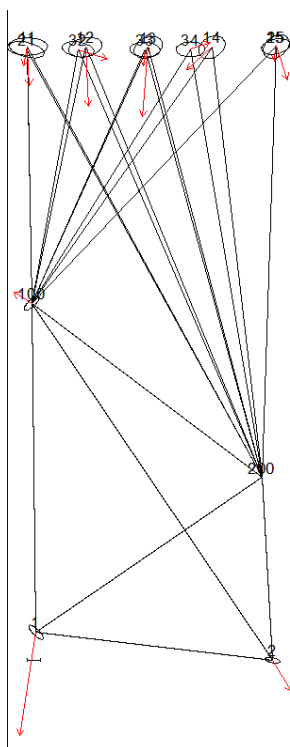


Figura 19 - Deslocamento entre campanha 3 e 5

Analisando esta imagem é possível observar que existiu deslocamento dos pontos entre a campanha 3 e 5, pois os vetores que indicam o deslocamento encontram-se fora das elipses de confiança. Neste caso o deslocamento médio foi de 2mm.

Um processo semelhante foi utilizado para a campanha 6. Sendo as medições nesta campanha mais estáveis, atingiu-se uma variância aceitável em apenas 4 iterações, mantendo a rede 27 graus de liberdade.

	Variância	Razão variâncias	Teste Fisher	GL	Direções	Comprimentos
Iteração 1	2.681	3.542	1.4375	33	38	26
Iteração 2	1.461	1.930	1.4602	30	36	25
Iteração 3	1.127	1.489	1.4775	28	35	24
Iteração 4	0.975	1.288	1.4868	27	34	24

Tabela 17 – Ajustamento iterativo da campanha 6

O programa “Setas.for” foi novamente utilizado para gerar setas de deslocamento entre a campanha 3 e 6, sendo expectável que nesta campanha existam também deslocamentos (sendo esta campanha posterior à 5) sendo que o valor médio neste caso foi de 1mm.

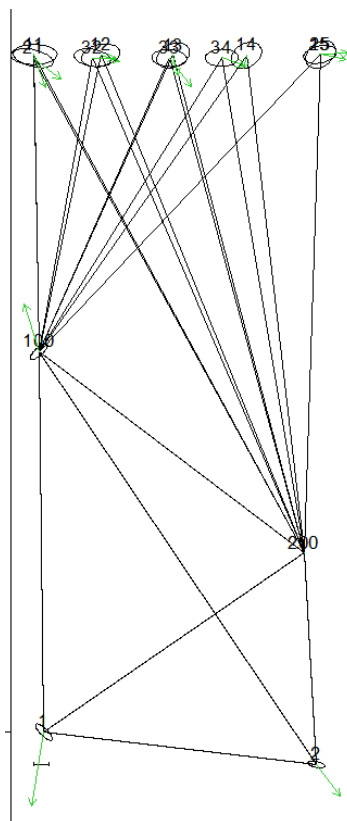


Figura 20 - Deslocamento entre campanha 3 e 6

Rede de Monitorização – Resultados e Análise Crítica

Para o ajustamento da rede do Jardim Botânico considerou-se inicialmente que a precisão do instrumento de medição poderia ser utilizada para dar a variância *a priori* da rede, no entanto a rede dificilmente ajustou a este valor, tendo sido necessário um elevado número de iterações. Optou-se então por realizar um ajustamento livre, de forma a encontrar um valor mais razoável para a variância, sendo que esse valor foi depois utilizado para calcular uma nova precisão para as observações e também para realizar um novo ajustamento constrangido da rede. Concluiu-se que a rede ajustou muito mais facilmente ao novo valor de variância, mantendo maior robustez. Assim sendo, é possível concluir que existem erros nas observações que não dependeram apenas da precisão do instrumento.

Apos realização do ajustamento das observações das campanhas 5 e 6 foi possível concluir que existiu um deslocamento em ambas comparativamente com a campanha 3. No entanto, o deslocamento entre as campanhas 5 e 6 não foi comparado, podendo ter havido alguma regressão em alguns locais, visto que o deslocamento medio entre a campanha 6 e 3 (1mm) é mais baixo do que o deslocamento médio entre a campanha 5 e 3 (2mm). Ainda assim, é claro pelos resultados que o muro não é estável e os resultados obtidos estão em linha com os resultados apresentados inicialmente pelo docente, onde se verificou um deslocamento de cerca de 10mm ao longo de 11 campanhas.

Capítulo 3 – Modelo Regional do Geoide

Introdução

O último trabalho deste relatório consistiu na determinação da ondulação do geoide na região sul de Portugal continental, através de modelação gravimétrica pelo Integral de Stokes. A determinação do geoide é a solução de um problema matemático de fronteira, sendo que existem vários métodos para a sua determinação.

O modelo gravimétrico do geoide é determinado através de observações de anomalias da gravidade, que podem ser utilizadas em modelos locais para cálculo de uma solução local do geoide através do método Integral de Stokes e da técnica de remoção - reposição. (Antunes, 2021)

Métodos e dados

Para realizar este trabalho, foram fornecidos pelo docente os seguintes dados:

- Valores de gravidade da rede gravimétrica – PTS1_g.DAT;
- Modelo regional adjacente – PTS1_kms02.DAT;
- Anomalias do modelo geopotencial EGM96 – PTS1_ag_EGM96.dat;
- Modelo de anomalias residuais do Terreno – PTS1-ag-RTM.DAT;
- Ondulações do modelo geopotencial EGM96 – PTS1_EGM96.DAT;
- Lista de marcas de nivelamento geométrico – PTS1_NPs.dat;
- Dois programas em linguagem Fortran utilizados durante os cálculos
- Um mapa base da zona sul de Portugal

De forma a proceder à determinação da ondulação do geoide, foi primeiro necessário criar uma folha de cálculo em Excel onde foram inseridos os valores de gravidade da rede gravimétrica, tendo depois sido usada a fórmula internacional da gravidade (Moritz, 1980) para calcular os valores de gravidade normal para cada um dos pontos da rede. Pela diferença destes dois valores foi calculado o valor de anomalia normal. Em seguida foram inseridos na tabela os valores de anomalias do modelo geopotencial EGM96, que foram subtraídos à anomalia normal para obter os valores de anomalia reduzida. Finalmente, foram inseridos na tabela os valores do modelo de anomalias residuais do terreno, que foram subtraídos às anomalias reduzidas obtidas anteriormente de forma a obter as anomalias residuais.

Desta folha Excel, foi gerado um ficheiro “pontos.txt”, que incluiu o número, latitude, longitude, altitude, anomalia normal, anomalia reduzida e anomalia residual de cada ponto da rede gravimétrica, tendo em seguida sido adicionados os pontos do modelo regional adjacente ao mesmo ficheiro.

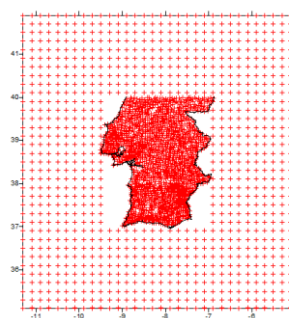


Figura 21 - Representação no Surfer dos pontos da rede e da vizinhança

Gerado este ficheiro, fez-se um processamento de dados com recurso ao Surfer, onde foram criadas grelhas que representam as anomalias residuais no terreno em cada ponto.

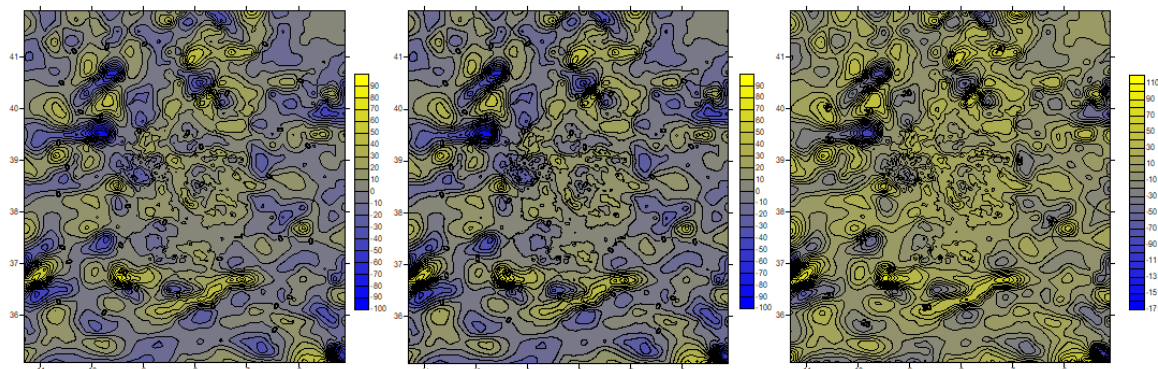


Figura 22- Exemplo de grelhas de anomalia

No processo de criação das grelhas podem ser tomadas algumas escolhas diferentes, especificamente no que toca ao tamanho da grelha, que irá corresponder à dimensão $\Delta\lambda$ e $\Delta\phi$ no integral de Stokes, podendo esta ser de 0.01'' ou 0.02'' e, também, relativamente ao método de criação da grelha que pode ser em Krigging ou Minimum curvature. Esta grelha é então aberta no surfer e guardada como ficheiro “.dat”.

Antes de passar ao cálculo do integral, é, no entanto, necessário analisar o variograma das anomalias. Através do programa “EMPCOV.for” é possível gerar um ficheiro de saída com a covariância empírica para cada um dos tipos de anomalia. Estes dados foram depois analisados no Excel.

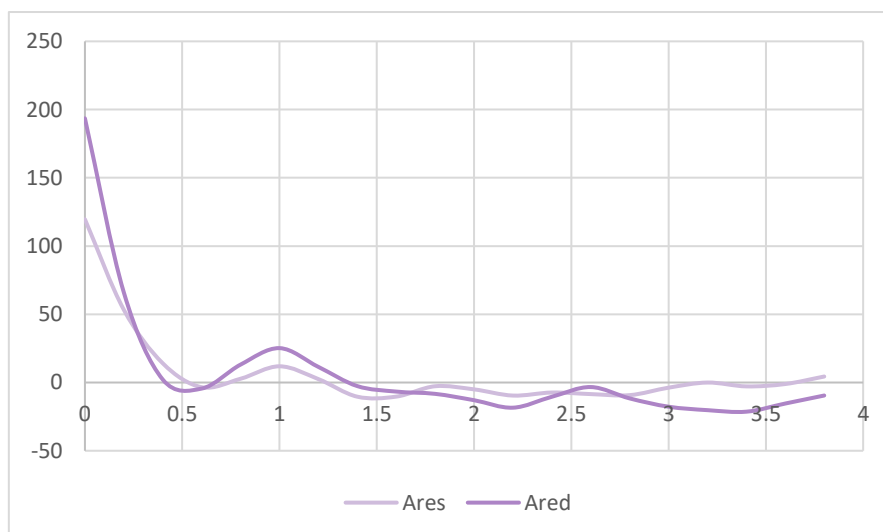


Figura 23 - Covariância empírica anomalias

Para o próximo passo do trabalho interessa estabelecer até onde existe correlação entre as anomalias reduzida e residual, de forma a poder ser estabelecida a distância de integração para o Integral de Stokes. Por análise do gráfico é possível concluir que existe uma boa correlação até aproximadamente 2.5 graus, pelo que os valores escolhidos para o passo seguinte serão 2 graus e 1.5 graus.

Completo este passo, é possível passar ao passo seguinte, o cálculo do Integral de Stokes. Para isso, é utilizado o programa “Stokes0.for”, que irá utilizar como dados de entrada os pontos de anomalias residuais que foram transformados em grelha e depois num ficheiro de dados, o ficheiro das

coordenadas e cálculos dos pontos gerado inicialmente e o ficheiro de ondulações do modelo geopotencial EGM96 fornecido pelo docente. É também necessário fornecer ao programa a indicação sobre o tamanho da grelha, que foi anteriormente definido (0.02 ou 0.01), assim como a dimensão de linhas e colunas da grelha, o raio interior do integral (S0) para o qual se utiliza a fórmula central do integral de stokes e o raio exterior do integral (S1), que vai ser determinado pela divisão do valor escolhido como grau de correlação pela dimensão da grelha.

O modelo determinado pelo programa pode ser tornado num mapa de contornos no surfer, ao qual se pode sobrepor o mapa da região sul de Portugal fornecido com os dados.

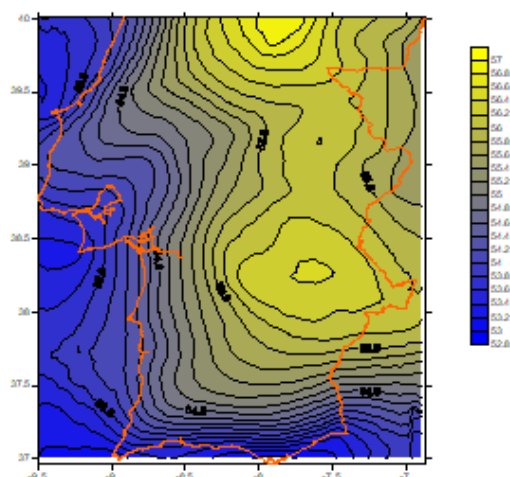


Figura 24 - Resultado inicial do cálculo do geoide com grelha Krigging de 0.02 e S1 de 2 graus

Este resultado é uma primeira aproximação do geoide, no entanto é necessário que este seja ajustado às marcas de nivelamento no território português. O passo do ajustamento é feito de forma iterativa e com recurso ao programa “Nadjust.for”. Para este programa é necessário fornecer um ficheiro de entrada com os 14 pontos de marcas de nivelamento. No entanto, este ficheiro tem ainda de ser preparado, através da função do surfer “Residuals”, que vai calcular as anomalias residuais entre o N da marca de nivelamento e o N do modelo do geoide obtido. Através destas anomalias é possível calcular o valor “Nmod” que vai ser necessário para fazer o ajustamento, assim como obter uma visão estatística da média e do desvio padrão dos resíduos da solução, o que no futuro ira ser útil para estimar se uma solução é boa. O programa “Nadjust.for” recebe ainda como dados de entrada o cálculo original do geoide.

Apos execução do programa é obtido um ficheiro “.dat” onde foi feita uma melhor aproximação do resultado do integral de stokes às marcas de nivelamento fornecidas. Estes ficheiros podem novamente ser usados para criar grelhas no Surfer, sendo possível observar como se vão alterando ao longo das iterações. O passo mais importante é, no entanto, comparar novamente o ficheiro das marcas de nivelamento com o ficheiro do geoide ajustado, fazer uma análise dos resíduos e eliminar pontos onde os resíduos sejam mais elevados, voltando posteriormente a correr o “Nadjust.for” já com um número de pontos reduzido.

Definiu-se como critério mínimo de paragem um desvio padrão de 0.12 m e a media dos resíduos ser o mais próxima de 0 possível. Em baixo são apresentados alguns resultados deste ajustamento. Em alguns casos foram feitas iterações apos ser atingido o critério de paragem para tentar reduzir ao máximo o desvio padrão. Foram para este trabalho considerados os quatro casos seguintes.

Caso	Modo grelha	Grelha	Graus Corr
1	Krigging	0.02	2
2	Krigging	0.02	1.5
3	Krigging	0.01	2
4	Minimum Curvature	0.02	2

Tabela 18 - Casos de estudo

		Iterações					
Caso 1	Stokes	1	2	3	4	5	6
Pontos	14	14	13	12	11	10	9
Desvio Padrão	0.282	0.210	0.176	0.149	0.108	0.091	0.078
Média	-0.95000	-0.00052	-0.00100	-0.00030	0.00020	-0.00001	-0.00100

Tabela 19 - Resultados do Caso 1

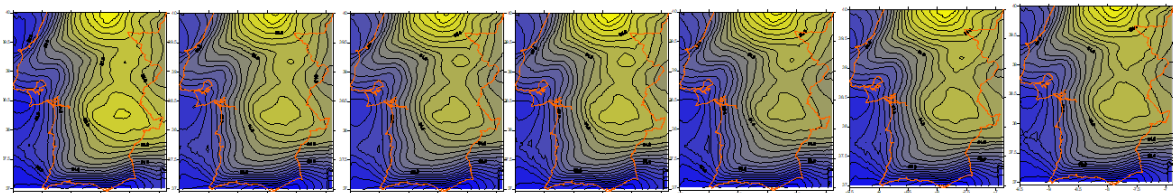


Figura 25 - Resultados do Caso 1

		Iterações			
Caso 2	Stokes	1	2	3	4
Pontos	14	14	13	12	11
Desvio Padrão	0.340	0.205	0.152	0.096	0.080
Média	-0.80000	-0.00080	-0.00070	-0.00080	-0.00100

Tabela 20 - Resultados do caso 2

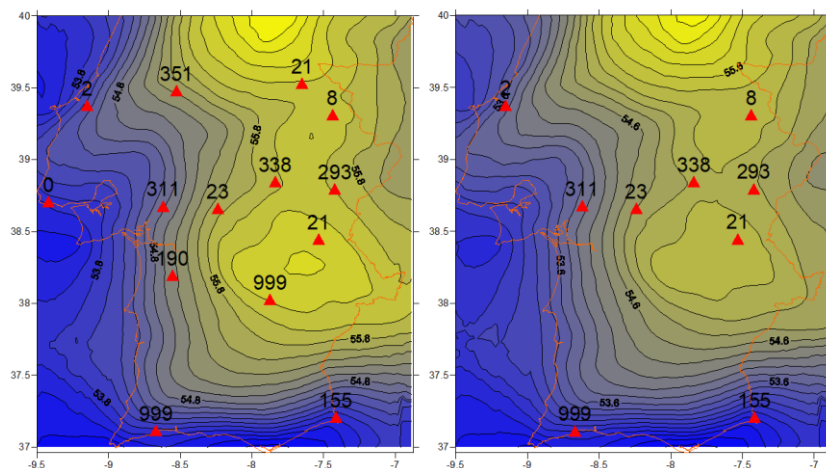


Figura 26 - Ajustamento inicial e final do caso 2

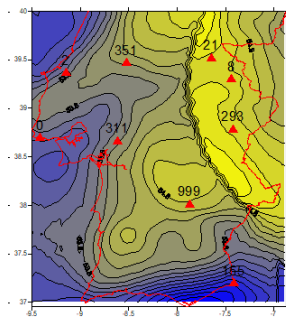


Figura 27 - Caso 3 final

	Iteração final		Iteração final
Caso 3	6	Caso 4	5
Pontos	9	Pontos	10
Desvio Padrão	0.082	Desvio Padrão	0.110
Média	0.01700	Média	0.0010

Tabela 21 - Resultados dos casos 3 e 4

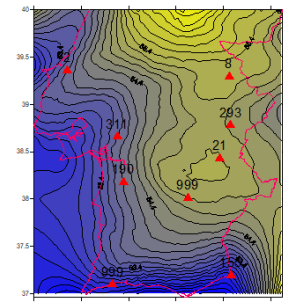


Figura 28 - Caso 4 final

Resultados e Análise

Analisando as imagens e as tabelas, é possível verificar que existe de facto uma diferença de resultados dependendo das escolhas feitas durante o cálculo. O resultado do caso 3, onde a grelha era de 0.01, é francamente o pior resultado do ajustamento, embora tenha sido atingido um bom desvio padrão tem a média mais alta de todos os resultados e a aproximação gráfica parece ter uma zona que não esta bem calculada, o que pode ser devido a erro do utilizador, embora esta solução tenha sido calculada por duas vezes, com raios centrais diferentes. Esta aproximação manteve também o ponto 0 em cascais, sendo que este não foi o ponto com maiores resíduos em nenhum dos passos do ajustamento e quando foi retirado fez aumentar o valor do desvio padrão.

As outras soluções embora ligeiramente diferentes tem resultados mais semelhantes, sendo que com o método de grelha de Minimum Curvature foi necessário fazer mais iterações de ajustamento até ser atingido um valor aceitável de desvio padrão. O modelo de ondulação com distancia de integral de 1.5 graus atinge mais rapidamente uma boa solução, mantendo um maior número de marcas de nivelamento, pelo que é considerada a melhor destas 4 soluções.

Referências

Antunes, C. (2021). Aulas de Geodesia e Aplicações.

DGT. (2021). *Transformação Coordenadas*. Obtido de DGT:

<https://www.dgterritorio.gov.pt/geodesia/transformacao-coordenadas>

Moritz, H. (1980). Geodetic Reference System.