

Campo Gravítico da Terra

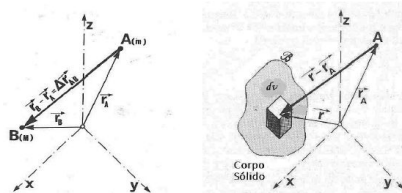
1. Condições de medição geodésica

- Os instrumentos com que são efectuadas as medições geodésicas, sobre a superfície da Terra, estão sujeitos à força da gravidade (são orientado segundo a sua direcção).
- Para poder interpretar e processar correctamente os resultados das medições, é necessário compreender os efeitos desta força.
- As medições são realizadas no espaço físico gravítico e o conhecimento da geometria deste espaço é essencial para uma correcta utilização dessas observações geométricas.
- Os geodestas, ao estudarem a geometria da Terra têm, necessariamente, que conhecer o campo gravítico terrestre.
- A definição de um sistema de referência altimétrico passa pelo conhecimento do campo gravítico terrestre.

Campo Gravítico da Terra

2. Lei da Gravitação Universal (Newton, 1667)

- “Uma massa atrai qualquer outra massa com uma força cuja magnitude é proporcional ao produto das duas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas”



- Esta lei explica tanto a queda dos corpos atraídos pela Terra, como o movimento dos planetas atraídos pelo Sol e é representada pela fórmula:

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = G \frac{Mm}{l^3} (\vec{r}_B - \vec{r}_A)$$

Campo Gravítico da Terra

2.1 Aceleração gravitacional

- Na fórmula da força de gravitação,

$G = 6.670 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2}$: constante de gravitação universal,
(primeiras medições foram feitas por Cavendish em 1798)

M e m : massa dos dois corpos

r : distância (ou vector) que une os dois corpos

- Considerando o caso de um corpo unitário à superfície da Terra, a fórmula pode-se resumir ao vector de aceleração gravitacional (gravitação)

$$\vec{g} = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{e}$$

onde **$M_T = 5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$** é a massa da Terra

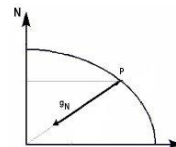
Campo Gravítico da Terra

2.1 Aceleração gravitacional

- Tomando os valores de G e M_T , juntamente com um raio médio da Terra de $r = 6\,371 \text{ Km}$, obtém-se um valor médio para a componente normal (gravitação) à superfície

$$\vec{g}_N = -6,672 \times 10^{-11} \frac{5,976 \times 10^{24}}{(6,371 \times 10^6)^2} \vec{e} = -982,022 \vec{e} \text{ (cms}^{-2}\text{)}$$

g tem a dimensão de uma aceleração,
a aceleração adquirida por um corpo de
massa unitária sob a acção do seu peso



- Um corpo qualquer de massa **m** à superfície sofre a acção da força de atracção da Terra (peso)

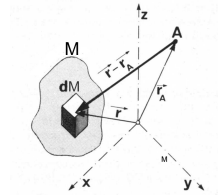
$$\vec{p} = m\vec{g}$$

Campo Gravítico da Terra

2.2 Força gravitacional

- Assumindo a Terra como um corpo rígido, de massa M e densidade ρ , a atracção que um elemento de massa $dm=\rho.dV$ exerce sobre um corpo de massa unitária no exterior da Terra é dada por

$$F = Gm \frac{(\vec{r}_B - \vec{r}_A) dm}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|^3}$$



Como as forças gravitacionais são aditivas, a força total resultante da Atracção da Terra é

$$F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{(\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{l^3} \rho(r) dV$$

Geodesia Física – Aula 4

FCUL-EG

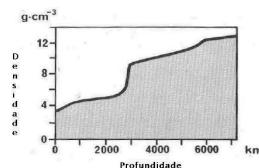
Campo Gravítico da Terra

2.3 Massa da Terra

- Esta fórmula pode ser usada no estudo da força gravitacional da Terra sobre corpos cuja massa pode ser considerada desprezível.

$$F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{(\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{l^3} \rho(r) dV$$

- Contudo, para determinar a gravitação por esta fórmula é necessário conhecer a distribuição da densidade $\rho(r)$ das massas no interior da Terra.
- O problema é que a densidade da Terra é conhecido apenas de forma aproximada, conhecem-se modelos obtidos a partir de observações sísmicas e assumindo uma distribuição esférica perfeita



Geodesia Física – Aula 4

FCUL-EG

Campo Gravítico da Terra

2.3 Massa da Terra

- Todos os modelos sísmicos assumem um modelo de simetria esférica, sendo portanto a densidade apenas função da distância ao centro de massa da Terra.
- A força gravitacional do modelo esférico da Terra é radial, a força gerada aponta sempre em direcção ao centro e depende apenas da distância.
- Isto significa que a gravitação da Terra esférica é equivalente à gravitação de uma partícula localizada no centro de massa, com massa M, igual à massa de todo o corpo, dada por:

$$M = \iiint_V \rho(r) dV$$

- Como a distribuição das massas não é perfeitamente radial, e a Terra não é uma esfera perfeita, a aceleração gravitacional desta forma resulta apenas num valor médio global (982,022 cms⁻²), de aproximação esférica.

Campo Gravítico da Terra

2.4 Sistema de referência (GRS80)

- Para a representação global do campo gravítico terrestre é definido um sistema de referência geocêntrico, fixo à Terra:
 - A origem coincide com o centro de massa;
 - O eixo principal, Z, coincide com o eixo médio de rotação da Terra (CIO – *Conventional International Origin*);
 - O eixo X é perpendicular a Z e aponta na direcção do meridiano internacional de referência;
 - O eixo Y é perpendicular ao plano XZ de forma a tornar o sistema XYZ dextrogiro (o plano XOY forma o plano equatorial)
- A utilização do eixo médio de rotação e do meridiano internacional de referência, define um sistema invariante no tempo.

Campo Gravítico da Terra

2.4 Sistema de referência (GRS80)

- O **Geodetic Reference System 1980** foi adoptado na XVII Assembleia Geral da IUGG, em Camberra, em Dezembro de 1979 através da RESOLUÇÃO Nº 7:
 - The **International Union of Geodesy and Geophysics** *recognizing* that the Geodetic Reference System 1967 adopted at the XIV General Assembly of IUGG, Lucerne, 1967, no longer represents the size, shape, and gravity field of the Earth to an accuracy adequate for many geodetic, geophysical, astronomical and hydrographic applications and *considering* that more appropriate values are now available, *recommends*:
 - a) that the Geodetic Reference System 1967 be replaced by a new **Geodetic Reference System 1980**, also based on the theory of the geocentric equipotential ellipsoid, (...)

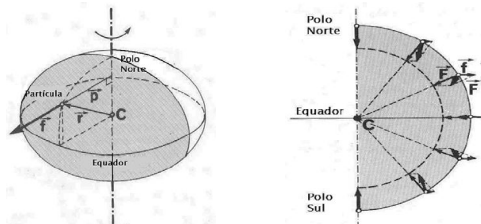
Campo Gravítico da Terra

2.5 Efeito da rotação da Terra

- O facto de a Terra estar animada de um movimento de rotação em torno do seu eixo provoca a existência de uma força adicional, f – *força centrífuga*:

$$\mathbf{f} = (\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{\omega} \cdot m = \omega^2 pm$$

- Esta força, embora aparente, só afecta as massas que se encontram fixas à Terra (tal como num carrossel).



Campo Gravítico da Terra

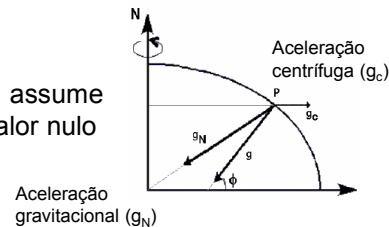
2.5 Efeito da rotação da Terra

- A intensidade desta força (aceleração) depende da distância ao eixo de rotação da Terra ($p=R\cos\varphi$):

$$g_c = \omega^2 R \cos \varphi$$

- R é o raio médio da Terra, φ é a latitude de lugar e ω é a velocidade angular

- A força é dirigida na direcção perpendicular ao eixo de rotação, assume o valor máximo no equador e o valor nulo nos pólos;



Geodesia Física – Aula 4

FCUL-EG

Campo Gravítico da Terra

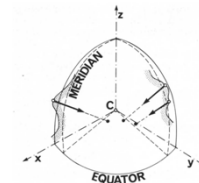
2.5 Força da Gravidade

- A aceleração total - **aceleração da gravidade** - resulta da combinação da aceleração gravitacional e aceleração centrífuga, é determinada, aproximadamente, por (aproximação esférica):

$$\vec{g} = \left[\frac{GM_T}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \varphi \right] \vec{e}_r$$

- A *Força da Gravidade* exercida sobre uma massa m à superfície da Terra é, então, dada por:

$$F_i(A) = F_i(x, y, z) = \left\{ G \iiint_V \frac{(\vec{r}_s - \vec{r}_i)}{l^3} \rho(r) dv + \vec{p}_s \omega^2 \right\} \cdot m$$



Geodesia Física – Aula 4

FCUL-EG

Campo Gravítico da Terra

2.6 Aceleração da Gravidade

- Tomando o valor da velocidade angular da Terra $\omega = 7,292 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, podemos calcular a aceleração gravítica

$$g = 982,022(1 - 0,00345 \cos^2 \varphi) \text{ cm s}^{-2}$$

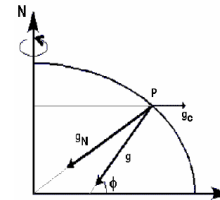
- A componente centrífuga atinge um valor máximo de apenas 0,53% da componente gravitacional
- Substituindo os valores de latitude obtêm-se

$$g_{\text{Pol}} = 982,022 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$g_{\text{Eq}} = 978,634 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Experimentalmente obtêm-se $g_{\text{Pol}} = 983,221 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$

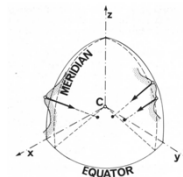
$$g_{\text{Eq}} = 978,049 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$



Campo Gravítico da Terra

3. Campo Gravítico

- O campo gravítico, sendo um campo vectorial, é definido em cada ponto por um vector
- Possui uma magnitude e uma direcção
- É mais fácil trabalhar com a sua magnitude, por se tratar de uma grandeza escalar



- A sua unidade é o Gal (cm/s^2), em homenagem a Galileu, e tem um valor médio de 980.3 Gal à superfície
- A direcção da gravidade é mais difícil de definir, são necessários mais alguns conceitos para se introduzir