Redes Geodésicas

1. Redes geodésicas

a) Fases de realização de uma Rede Geodésica

1- Observação Geodésica – Observações de ângulos, distâncias, desníveis, vectores entre os vértices geodésicos da rede, coordenadas, desvios da vertical e gravimetria, com a aplicação das respectivas correcções e reduções;

2- Encadeamento Geodésico - Cálculo prévio das coordenadas dos vértices da rede através do transporte de coordenadas (problema directo da geodesia usando apenas um dos possíveis caminhos), no elipsóide ou plano cartog.;

3- Ajustamento da Rede – Com observações redundantes, as coordenadas da rede devem resultar de um ajustamento de observações pelo MMQ (única e precisa).

Redes Geodésicas

1. Redes geodésicas

b) Actualmente, as redes geodésicas são concebidas para dar resposta a diferentes problemas;

c) A Geodesia já não se limita unicamente à concepção de redes de apoio à cartografia e à topografia para a elaboração de mapas e cartas;

d) Hoje em dia constroem-se:

– redes de apoio (cartog., obras, etc.);
– redes permanentes de apoio (GPS RTK);
– redes de monitorização de estruturas;
– redes de monitorização geodinâmica;
– redes dinâmicas globais.

Redes Geodésicas

1.1 Encadeamento geodésico

a) Cálculo de coordenadas aproximadas

- O transporte de coordenadas para todos os pontos da rede é feito a partir de um ponto inicial – *ponto origem do datum* – (onde, em termos clássicos, foram efectuadas observações astronómicas, observações azimutais e vários comprimento), ou um conjunto de pontos fiduciais – *referencial primordial*;

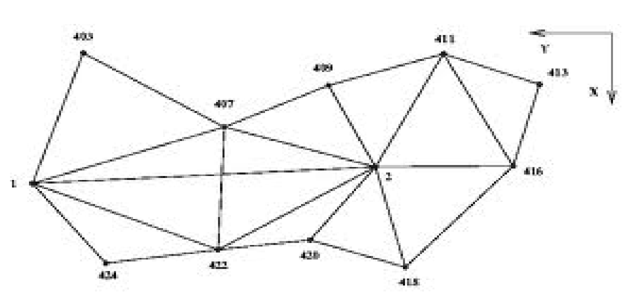
- Resolvendo-se sucessivamente os triângulos da rede e aplicando as fórmulas do problema directo da geodesia às observações, obtêm-se as coordenadas iniciais;

- Dos múltiplos percursos para o transporte de coordenadas, basta escolher um qualquer caminho para se transportarem as coordenadas a todos os pontos da rede.

Redes Geodésicas

1.1 Encadeamento geodésico

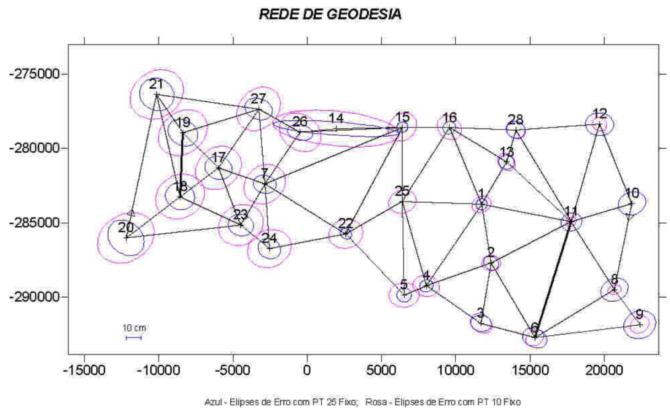
b) Observação da rede



- Todas as observações devem ser corrigidas dos erros respectivos e reduzidas ao elipsóide de referência através das correcções de redução

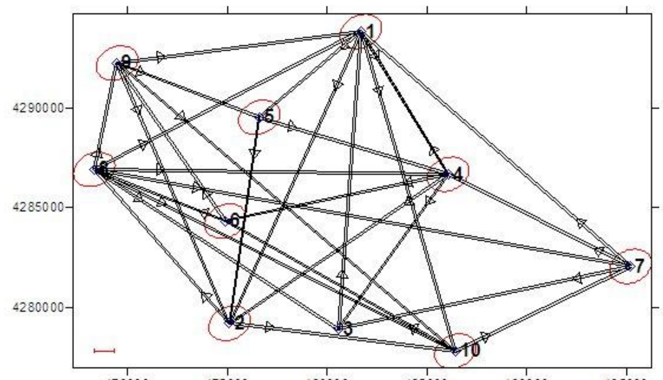
Redes Geodésicas

c) Exemplo: rede clássica do TP I



Redes Geodésicas

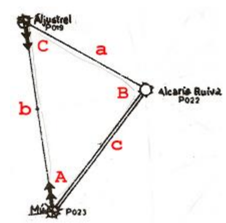
c) Exemplo: rede GPS do TP I



Redes Geodésicas

1.1 Encadeamento geodésico

b) Exemplo numérico do exercício prático



1- Determinam-se o lado ***b*** por;

$$b = arcsen\left(\frac{senB \cdot senc}{senC}\right) \cdot R_\alpha$$

2- Calcula-se o azimute *Mú-Alcaria* a partir do azimute e do ângulo medido em *Mú*;

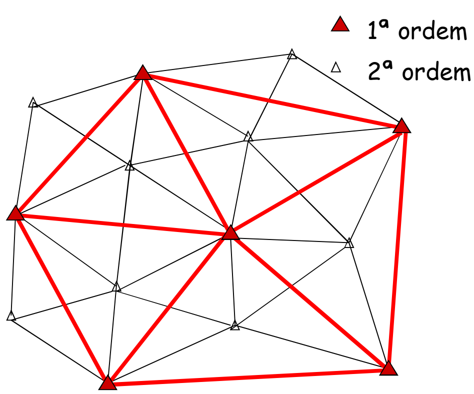
3- Aplica-se o problema directo a partir de *Mú* para *Alcaria* e Aljustrel;

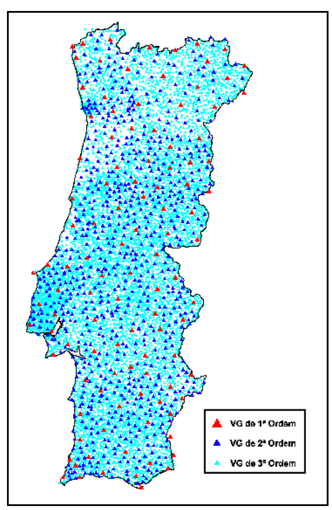
4- Determina-se o lado ***a*** e resolvem-se os triângulos adjacentes;

5- Procede-se de igual forma e repete-se o processo.

Redes Geodésicas

Rede geodésica nacional





Redes Geodésicas

1.2 Ajustamento de redes

a) O modelo matemático de um ajustamento é constituído por um modelo funcional e por um modelo estocástico;

b) O ***modelo funcional*** estabelece a relação matemática entre observações e coordenadas (os parâmetros do sistema) e é dado na sua forma geral por;

$$f\left(\vec{x}_t, \vec{l}_t\right) = \vec{0}$$

c) O ***modelo estocástico*** define e caracteriza a estatística e a correlação das observações e coordenadas e é constituído pelo conjunto de variâncias e covariâncias do sistema $\Sigma_{x,l} = \left[\Sigma_{xx}, \Sigma_{xl}, \Sigma_{lx}, \Sigma_{ll}\right]$

Observações Clássicas

1.3 Observações geodésicas clássicas

a) São as grandezas necessárias à determinação de coordenadas dos vértices de uma rede geodésica:

1 – Azimutes Astronómicos
2 – Ângulos (direcções) azimutais
3 – Comprimentos
4 – Distâncias Zenitais (reduções na geodesia bidimensional)
5 – Desníveis (nivelamento geométrico)

b) Sendo obtidas num sistema AL, estas devem ser sujeitas às típicas ***correcções instrumentais e atmosféricos***, e às ***correcções de redução ao elipsóide*** (AL →GL→G).

Observações Clássicas

2.1 Tipo de Erros

a) Quanto à sua natureza
- Aleatórios
- Sistemáticos
- Periódicos
- Grosseiros

b) Quanto à sua fonte
- Instrumentais (aleatórios, sistemáticos e periódicos)
- Operação (aleatórios, sistemáticos e grosseiros)
- Atmosféricos (aleatórios, sistemáticos e periódicos)

Observações Clássicas

2.2 Conceitos

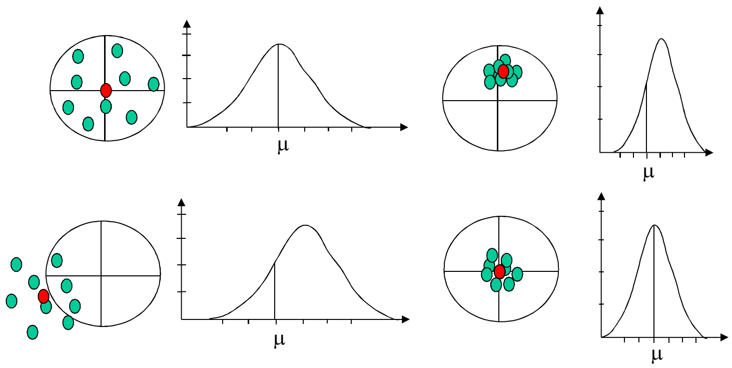
Precisão (ou incerteza padrão): traduz o grau de conformidade ou a dispersão das medidas de uma mesma quantidade. Se a dispersão dos valores for pequena (σ pequeno), então as medidas dizem-se precisas.

Exactidão (ou precisão absoluta): traduz a proximidade do conjunto das medidas, ou da sua média, relativamente ao valor médio (μ). Ou ainda, traduz um enviezamento entre o valor observado e o valor verdadeiro, provocado por um erro sistemático.

Observações Clássicas

Precisão ⇔ valor de σ

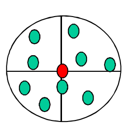
Exactidão ⇔ valor de (μ-x)



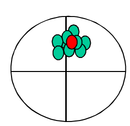
Observações Clássicas

Precisão ⇔ valor de σ

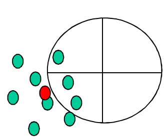
Exactidão ⇔ valor de (μ-x)



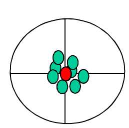
Exacta e
N/ Precisa



N/ Exacta e
Precisa



N/ Exacta e
N/ Precisa



Exacta e
Precisa

Geodesia e Aplicações– Aula 2 FCUL-EG

Observações Clássicas

2.3 Teoria e análise de erros de observação

a) Numa medição de qualquer tipo intervêm várias causas de erro;

b) O erro total ε, proveniente dos erros devidos às diferentes causas (x,y,z,...) é dado por

$$\varepsilon = f(x, y, z, \cdots)$$

a qual pode ser expressa num desenvolvimento em série de Mac-Laurin

$$\varepsilon = f(0,0,0,\cdots) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 \cdot x + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_0 \cdot y + \left.\frac{\partial f}{\partial z}\right|_0 \cdot z + \cdots$$

c) Admitindo que os erro (x,y,z,...) são muito pequenos, a série pode ser truncada na 1ª ordem e, consequentemente, **os erros podem ser considerados independentes** e ser estudados em separado.

Observações Clássicas

2.4 Erros instrumentais e atmosféricos

Erros	Azimutais	Zenitais	Comprimentos
Instrumentais	1- Falta de verticalidade do Eixo Principal; 2 – Falta de horizontalidade do eixo secundário; 3- Colimação; 4- Má graduação do limbo; 5- Excentricidades; 6- Inclinação do limbo; 7- Torção	1- Erro de índice ou colimação vertial	1- Excentricidade (Constante aditiva); 2- Catenária (Invar)
Atmosféricos	1- Refracção lateral; 2- Tremelina	1- Refracção vertical	1- Refracção; 2- Variação de frequência;

Observações Clássicas

2.5 Erros do Teodolito

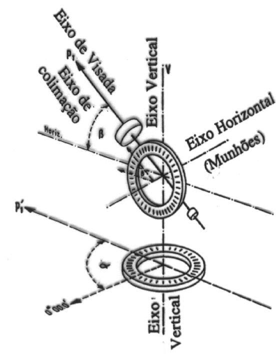
a) Condições geométricas de construção do Teodolito

1- Os seus eixos devem ser perpendiculares entre si;

2- O limbo deve ser perpendicular ao eixo principal;

3- O eixo principal deve passar pelo centro do limbo;

4- A graduação do limbo deve ser uniforme;



Observações Clássicas

2.5 Erros do Teodolito

b) A não satisfação destas condições origina erros instrumentais;

c) Estas condições advêm do facto do sistema de referência instrumental dever, em condições ideais de observação, ser coincidente ao sistema de referência astronómico local (AL);

d) O eixo principal deve coincidir com a vertical de lugar; o plano do limbo deve ficar na horizontal e o plano de pontaria deve ser vertical e conter a vertical de lugar da estação;

e) A não satisfação da 1ª condição origina os erros ditos axiais; a não satisfação da última condição origina erros de má graduação;

f) É importante referir que estes erros estão de igual modo presentes nos teodolitos electrónicos.

Observações Clássicas

2.5 Erros do Teodolito

Modo de operação para colmatar os erros:

1 – **Observações Conjugadas** – elimina os erros de colimação, falta de horizontalidade do eixo secundário, excentricidades da linha de pontaria e do limbo;
2 – **Reiteração do limbo** – minimizam erros de má graduação do limbo e da sua inclinação e melhora a estatística dos ângulos relativamente a erros de pontaria e refracção;
3 – **Rotação progressiva e regressiva da alidade** – elimina erros de folgas e de torção.

Observações encruzadas = conjugadas + rotações contrárias

Observações Clássicas

3.1 Observações de ângulos azimutais

a) A observação de ângulos azimutais exige um grande cuidado, quer por via dos erros, quer por via do seu tratamento matemático;

b) Por via dos erros, o método de observação deve ser completo e colmatar todos os erros instrumentais que influenciam nas medições;

c) Por via do tratamento matemático, as observações angulares devem corresponder a um conjunto de medidas homogéneas (de igual precisão) e o mais independente possível (sem correlação);

d) Até ao aparecimento dos EDM's modernos eram as medidas mais precisas, desde que efectuadas com o equipamento adequado e usando os métodos mais elaborados;

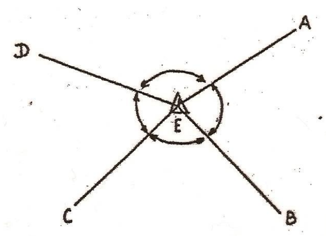
Observações Clássicas

3.1 Métodos de observações angular

a) Método de ângulos justapostos

Apresenta inconvenientes:

- Os ângulos deduzidos (AÊC, BÊD, etc.) têm precisões diferentes das dos ângulos medidos directamente;
- As direcções <u>são dependentes</u> umas das outras

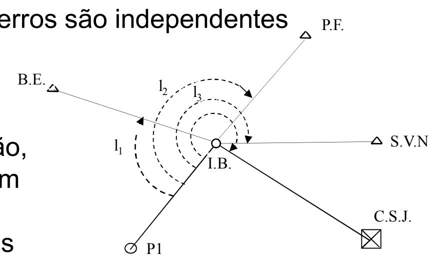


Observações Clássicas

3.1 Métodos de observações angular

b) Método dos giros do horizonte - Mais simples e com mais vantagens:

- Todos os ângulos deduzidos têm a mesma precisão teórica;
- As direcções e os seus erros são independentes



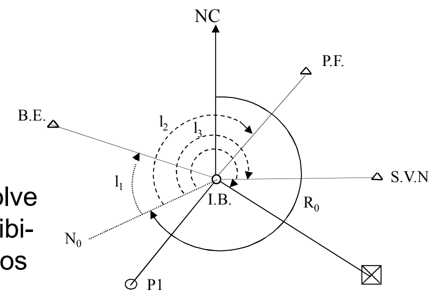
∴ A luz do Sol, a refracção, a névoa e neblina, podem dificultar a visibilidade simultânea das direcções

Observações Clássicas

3.1 Métodos de observações angular

c) Método dos giros do horizonte com referência externa (método das direcções)

∴ Este método mantém as características do método anterior e resolve o problema da impossibilidade de observar todos ao mesmo tempo



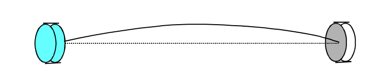
Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

a) Método directo – Medição com fios de Invar

b) Métodos indirectos – Medição electrónica de distâncias

◆ **Por tempo de percurso de um impulso**



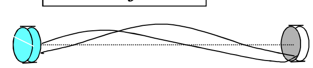
$$D = c \cdot t/2 + \varepsilon_{atm}$$

$$\sigma_t = 1ns \Rightarrow \sigma_D = 15cm$$

◆ **Por diferença de fase**

$$\Delta\phi = \phi_c - \phi_0$$

$$D = c \cdot \frac{\Delta\phi}{2f} + \varepsilon_{atm}$$



Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

c) Todos os principais aparelhos electrónicos de medição de distâncias baseiam-se neste princípio;

d) O tipo de radiação utilizado nas suas ondas de transporte pode ser: radiação luminosa (verde ou azul), radiação infravermelha ou micro-ondas;

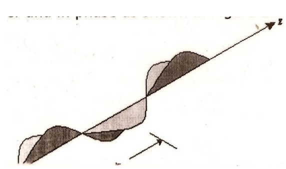
e) No caso da *radiação luminosa* (distanciómetros electro-ópticos) e o *infravermelho*, o sinal de medida é modelado no emissor sobre uma onda portadora, é transmitido para o reflector e devolvido para o receptor que se encontra junto do emissor;

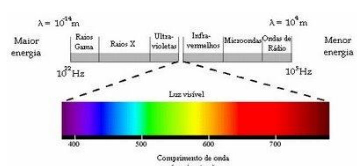
f) No receptor são comparadas as fases das ondas, emitidas e recebidas, e é deduzida a distância entre emissor-reflector;

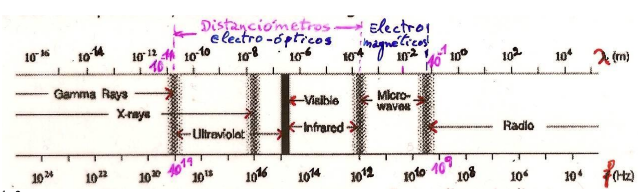
Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

g) Natureza das ondas electromagnéticas



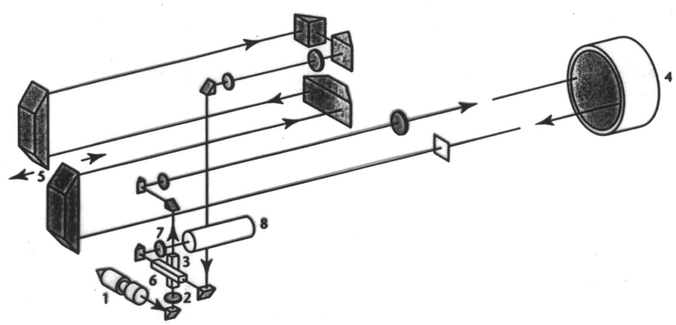




Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

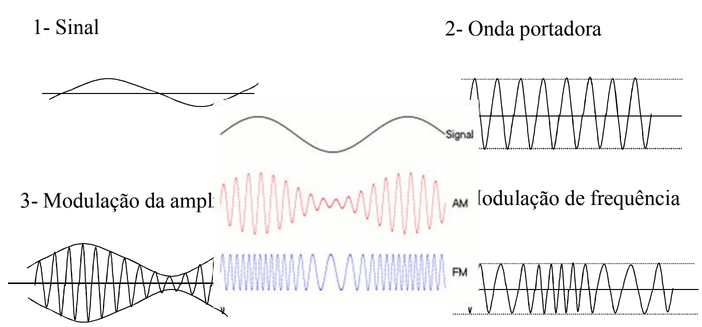
h) Princípio óptico de um distanciómetro (EDM)



Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

i) Tipos de modulação do sinal do EDM

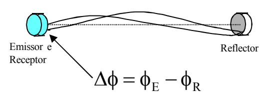


Observações Clássicas

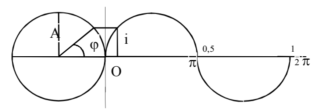
3.2 Métodos de observações de Distâncias

j) Natureza do sinal emitido e recebido

Emissão - $y_E = Asen(\omega t) = Asen\varphi$
Recepção - $y_R = Asen[\omega(t + \Delta t)] = Asen(\varphi + \Delta\varphi)$



Conversão de sinal-seno em sinal rectangular



Sendo o sinal contínuo, os valores do sinal emitido y_E e do sinal recebido y_R mudarão com o tempo, mas a ***diferença de fase $\Delta\varphi$ permanecerá constante***

Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

l) Cálculo da distância

- tempo de percurso

$$T = [N(\text{ciclos completos}) + \Delta N(\text{fracção de ciclo})] \cdot \tau$$

- período da radiação $\tau = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c}$

- fracção de tempo

$$\Delta t = \Delta N \cdot \tau = \Delta N \cdot \frac{\lambda}{c} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{c}$$

Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

m) Cálculo da distância

- Distância em função de N comprimentos de onda e da diferença de fase

$$D = \frac{c}{2}(N + \Delta N) \cdot \tau = \frac{c}{2}(N \cdot \tau + \Delta t)$$

ou

$$D = \frac{c}{2}\left(N \cdot \frac{\lambda}{c} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{c}\right) = \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

onde $U = \frac{\lambda}{2}$ é chamada a unidade de comprimento do distanciómetro

Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

n) Cálculo da distância

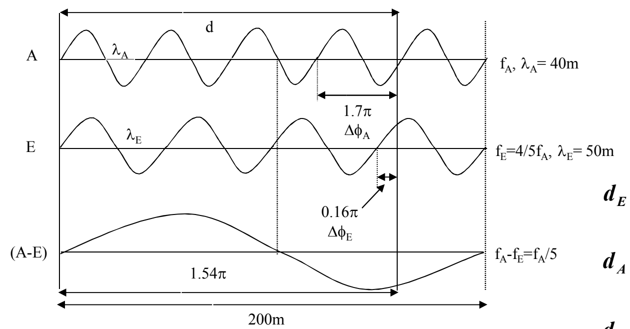
$$\boxed{D = N \cdot U + L}$$

- N é o número inteiro de comprimentos de onda, e é a ambiguidade desta relação de observação, onde apenas o termo da fracção de onda é conhecido;
- Esta ambiguidade não é determinada mas resolvida indirectamente através da introdução de mais uma unidade de comprimento (uma segunda onda);
- A mais pequena das unidades é a **unidade fundamental** do distanciómetro e é utilizada para obter a medida fina do valor da distância.

Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

o) Frequência portadora não modulada e sua diferença



$$d_E = n\lambda_E + \frac{\Delta\phi \cdot \lambda_E}{2\pi} + a$$

$$d_A = n\lambda_A + \frac{\Delta\phi \cdot \lambda_A}{2\pi} + a$$

$$d_{A-E} = \frac{\Delta\phi \cdot \lambda_{A-E}}{2\pi} + a$$

Observações Clássicas

3.2 Métodos de observações de Distâncias

p) A precisão de um distanciómetro depende, basicamente, da escolha da sua unidade fundamental, em virtude da limitação da medição de diferença de fase ($\approx$1%λ);

q) Em Geodesia, existem dois tipos fundamentais de distanciómetros de longo alcance: **electro-ópticos** (geodímetros) e os **electromagnéticos** (telurómetros);

r) Os electro-ópticos usam ondas da banda do visível ou do infra-vermelho; os electromagnéticos usam ondas portadoras da banda das micro-ondas, não exigem inter-visibilidade e permitem alcances até 150 km (usados na Hidrografia);

s) Os modernos distanciómetros electro-ópticos possuem uma portadora "*laser*" (Light Amplification by Stimulated Emission Radiation).

Observações GNSS

4.1 Métodos de observações

Modos de observação:
- **estático**
- **cinemático**

Modo estático:
- estático (fase ou código)
- rápido-estático (fases L1 e L2 + código)

Modo cinemático:
- Diferencial (código - DGPS)
- RTK (fases L1 e L2 + código - PDGPS)

Observações GNSS

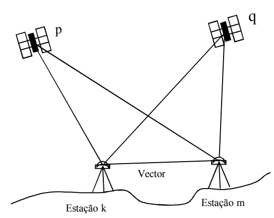
Observações GNSS

4.2 Posicionamento Preciso - PDGNSS

Fase observada $\varphi_k^p(t) = \varphi_T^p(t) - \frac{f\rho_k^p(t)}{C} - \varphi_k(t) + N_k^p(1)$

Diferenças simples da fase observada

$$\Delta_{km}^p = \varphi_k^p(t) - \varphi_m^p(t) = -\frac{f}{C}\left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t)\right] - \left[\varphi_k(t) - \varphi_m(t)\right] + N_{km}^p$$



Diferenças duplas da fase observada

$$\Delta_{km}^{pq} = \Delta_{km}^p - \Delta_{km}^q = -\frac{f}{C}\left\{\left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t)\right] - \left[\rho_k^q(t) - \rho_m^q(t)\right]\right\} + N_{km}^{pq}$$

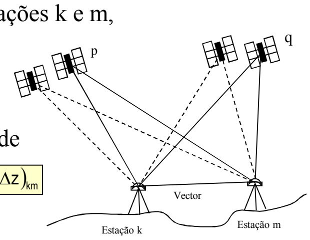
Com $\rho_m^p = \sqrt{(X^p - X_m)^2 + (Y^p - Y_m)^2 + (Z^p - Z_m)^2}$

Observações GNSS

4.2 Posicionamento Preciso - PDGNSS

a) Com observações de 1 hora a 15 segundos de intervalo, observando-se em simultâneo 6 satélites pelas estações k e m, forma-se um sistema de:

$$4 \text{ obs/min x } 60 \text{ min x } (6 \text{ sat} - 1) = 1200 \text{ equações}$$



b) Sistema de n observações de diferenças duplas de fase permitem determinar o vector: $\Delta X_{km} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)_{km}$

c) O sistema de equações resolve-se pelo MMQ, resultando a solução e a respectiva matriz de variâncias-covariâncias:

$$\Delta X_{km}\ ; \Sigma_{\Delta X} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 \\ \sigma_{yx}^2 & \sigma_{yy}^2 & \sigma_{yz}^2 \\ \sigma_{zx}^2 & \sigma_{zy}^2 & \sigma_{zz}^2 \end{bmatrix}$$

Observações GNSS

4.2 Posicionamento Preciso - PDGNSS

d) É possível converter o vector espacial ΔX em observações clássicas (azimute, dist. Zenital e distância linear), sabendo-se as coordenadas geodésicas (φ, λ,h) do ponto estação k, por:

$$\begin{cases} \alpha_{km} = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{-\operatorname{sen}\lambda_k \cdot \Delta X + \cos\lambda_k \cdot \Delta Y}{-\operatorname{sen}\varphi_k \cdot \cos\lambda_k \cdot \Delta X - \operatorname{sen}\varphi_k \cdot \operatorname{sen}\lambda_k \cdot \Delta Y + \cos\varphi_k \cdot \Delta Z} \right) \\ Z'_{km} = \operatorname{arcsen}\left(\dfrac{\cos\varphi_k \cdot \cos\lambda_{ki} \cdot \Delta X + \cos\varphi_k \cdot \operatorname{sen}\lambda_k \cdot \Delta Y + \operatorname{sen}\varphi_k \cdot \Delta Z}{s} \right) \\ s_{km} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \end{cases}$$

c) E com a relação diferencial entre este dois tipos de vector pode-se obter a respectiva matriz de variâncias-covariâncias, por aplicação da LGPVC:

$$(\alpha, Z, s)_{km} \; ; \Sigma_{\Delta X} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\alpha} & \sigma^2_{\alpha Z} & \sigma^2_{\alpha s} \\ \sigma^2_{Z\alpha} & \sigma^2_{Z} & \sigma^2_{Zs} \\ \sigma^2_{s\alpha} & \sigma^2_{sZ} & \sigma^2_{s} \end{bmatrix}$$

Observações combinadas

5. Observações geodésicas combinadas

a) É possível combinar todo o tipo de observações clássicas, de triangulação, nivelamento e GNSS, num só sistema de equações de ajustamente tridimensional de uma rede geodésica;

b) Para redes planimétricas, podem-se combinar as observações clássicas de azimutes geodésicos, de direcção azimutal, de distâncias geodésicas e azimutes e distâncias provenientes da conversão de vectores GNSS;

c) Dado que a altitude geodésica (h) é uma grandeza geométrica, para se obter a altitude ortométrica (H) deve-se ainda aplicar um modelo numérico de geóide de forma a resultar

$$H_m = h_m - N_m \quad \text{ou} \quad H_m = h_k + \Delta h_{km} - N_m$$