Observações Clássicas

1. Correcção e Redução de Observações

As reduções a aplicar às medições feitas no terreno, após as correcções instrumentais e atmosféricas, são de ordem ***referencial***, relativas ao sistema de referência;

- Na geodesia bi-dimensional, o elipsóide é a superfície de referência à qual todas as medições devem ser reduzidas;

- Na cartografia, a superfície de referência é o plano cartográfico, e as respectivas reduções dependem do elipsóide e do tipo de projecção utilizados;

- Na geodesia espacial tri-dimensional, não há lugar a qualquer tipo de redução, a menos da transformação de coordenadas entre STC.

Observações Clássicas

2. Redução de observações geodésicas

a) Lei de Projecção de Helmert

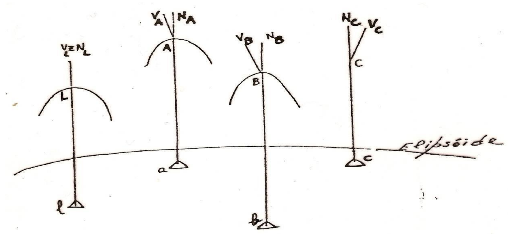
- Dado que as observações são obtidas directamente à superfície topográfica e o cálculo da rede geodésica é feito sobre o elipsóide, todas as observações devem ser projectadas (reduzidas) sobre o elipsóide de referência;

- Supondo que o elipsóide está posicionado relativamente ao sistema terrestre convencional (STC), todas os vértice geodésicos são ***projectados ortogonalmente sobre o elipsóide***;

Observações Clássicas

2. Redução de observações geodésicas

b) Projecção de Helmert



- A cada ponto no terreno corresponde um ponto no elipsóide obtido pela projecção feita através da normal ao elipsóide do ponto no terreno.

Observações Clássicas

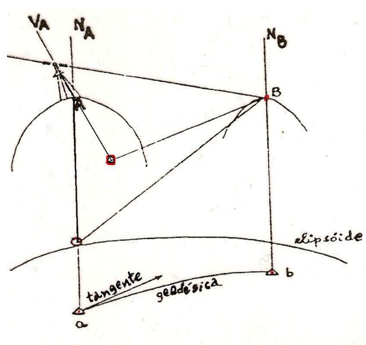
2. Redução de observações geodésicas

c) Tipos de redução

- Redução das direcções azimutais ao elipsóide:
  - 1- Correcção do desvio da vertical;
  - 2- Correcção de elevação do ponto visado;
  - 3- Correcção de redução à geodésica
- Redução de Azimutes Astronómicos;
  - 1- Equação de Laplace (desvio da vertical);
- Redução de comprimentos:
  - 1- Redução da corda espacial à corda do elipsóide;
  - 2- Redução da corda ao arco de elipsóide.

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais



$$d_{elip} = d_{obs} + \varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon'''$$

1) Passar o eixo instrumental da vertical para a normal ao elipsóide - **correcção do desvio da vertical**;

2) Passar a estação de ***A*** para ***a*** (sem correcção);

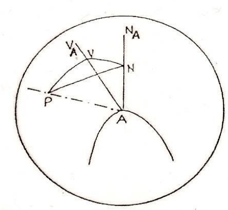
3) Passar ***B*** para ***b*** - **correcção de elevação do ponto visado**;

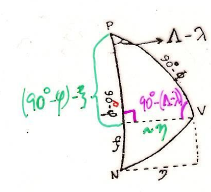
4) Passar da secção normal para a respectiva geodésica – **correcção de redução à geodésica**;

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

a) Correcção de redução do desvio da vertical





Componentes do desvio

$$\xi = \Phi - \varphi$$
$$\eta = (\Lambda - \lambda) cos\,\Phi$$

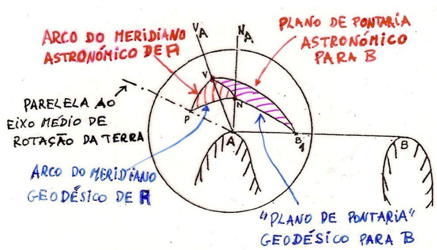
Desvio segundo o azimute α

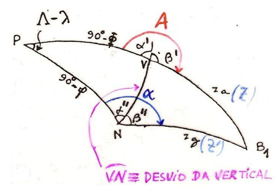
$$\Delta p = \xi\, cos\,\alpha + \eta\, sen\,\alpha$$

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

a) Correcção de redução do desvio da vertical





$$A = \alpha' + \beta'$$

$$\alpha = \alpha'' + \beta''$$

A Equação de Laplace passa pela determinação dos dois termos de α's e β's desta expressão. O termo dos α's resulta do 1º triângulo e o dos β's resulta do 2º triângulo.

$$\alpha = A + (\alpha'' - \alpha') + (\beta'' - \beta')$$

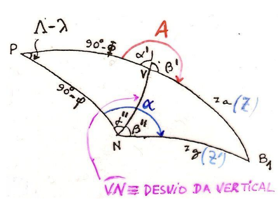
Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

a) Correcção de redução do desvio da vertical

- Feita a substituição das respectivas expressões resulta a chamada **Equação Completa de Laplace:**

$$\alpha = A - (\Lambda - \lambda) sen\varphi - (\xi sen\alpha - \eta \cos\alpha) cot\, gZ$$



Como as visadas das observações geodésicas situam-se próximas do horizonte, obtém-se a **Equação Reduzida de Laplace:**

$$\alpha = A - (\Lambda - \lambda) sen\varphi$$

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

a) Correcção de redução do desvio da vertical

- O facto de na geodesia se trabalhar com direcções, leva a aplicação da correcção do desvio da vertical seja feito em dois tempos;

- Ao azimute de orientação do giro (A_0) aplica-se apenas o primeiro termo da Eq. de Laplace, funciona como constante da estação;

- Às diferentes direcções azimutais do giro aplica-se o segundo termo, por este depender do azimute da direcção e da sua distância zenital;

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

a) Correcção de redução do desvio da vertical

- Se chamarmos aos azimutes do zero do limbo A_0 e α_0, então $\alpha_0 = A_0 - (\Lambda - \lambda) sen\varphi$

uma constante para cada estela de direcções;

- Para a redução das direcções astronómicas, temos

$$d_i = D_i - (\xi sen\alpha_i - \eta \cos\alpha_i) cot\,gZ$$

Dir. Az. Obs.	Dir. Az. Corr.	Az. Astronómico	Az. Geodésico
D_i (i=1,2,..)	$d_i = D_i - \Delta_{ti}$cotgZ_i	$A_i = D_i + A_0$	$\alpha_i = D_i + A_0 - (\Lambda-\lambda)sen\varphi - \Delta_{ti}$cotg$Z_i$

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

ξ=-3”.8; η=-8”.97; $\Delta\alpha$=6”.879

PE-PV	Dir. Az. Obs.	Corr. Lapl.	Dir. Az. Corr.	Az. Astro.	Az. Geod.
3 - 8	15º 9’ 4.40”	-0”.1820	15º 9’ 4.218”	280º 24’ 49.70”	280º 24’ 56.397”
3 - 15	42º 21’ 55.0”	-0”.2785	42º 21’ 54.722”	307º 37’ 40.30”	307º 37’ 46.901”
3 - 7	49º 30’ 3.80”	0”.172	49º 30’ 3.972”	314º 45’ 49.10”	314º 45’ 56.152”
3 - 2	53º 15’ 16.80”	0”.325	53º 15’ 17.125”	318º 31’ 2.10”	318º 31’ 9.304”

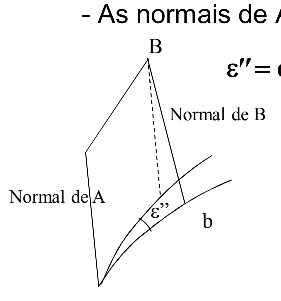
Az_0=265º 15’ 45.3”

Observações Clássicas

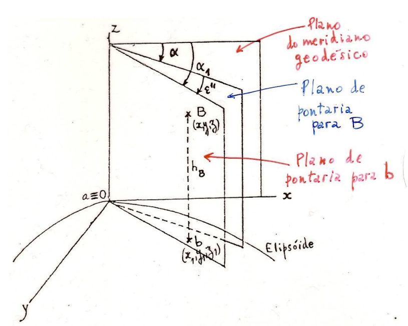
2.1 Redução de direcções azimutais

b) Correcção de redução da elevação do ponto visado

- As normais de A e B não são paralelas



$$\varepsilon'' = \alpha_1 - \alpha$$

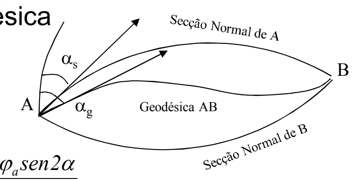


$$\varepsilon''('') = 206265 \cdot \frac{sen2\alpha}{2} \cdot \frac{e^2 \cos^2 \varphi_a}{a} \cdot h_B$$

Observações Clássicas

2.1 Redução de direcções azimutais

c) Correcção de redução à geodésica



- Fórmula aproximada:

$$\varepsilon''(rad) = -\frac{s^2 e'^2 \cos^2 \varphi_a sen2\alpha}{12N^2} \approx -\frac{s^2 e^2 \cos^2 \varphi_a sen2\alpha}{12a^2}$$

- Apesar desta correcção ser muito pequena (ordem das milésimas de segundo de arco), juntamente com a anterior (ordem das décimas de segundo de arco), comportam-se como erros sistemáticos, pelo que deve haver algum cuidado no seu desprezo.

Observações Clássicas

2.1 Redução de azimute astronómicos

a) Correcção de redução do desvio da vertical

- A conversão de um azimute astronómico a azimute geodésico faz-se pela aplicação da Equação de Laplace completa:

$$\alpha = A - (\Lambda - \lambda) sen\varphi - (\xi sen\alpha - \eta \cos\alpha) \cot gZ$$

- Esta correcção só pode ser aplicada em estações onde sejam feitas observações astronómicas (latitude e longitude para a eq. completa e apenas de longitude para a eq. reduzida);

- Estas estações são designadas de *estações de Laplace*.

- Para além do ponto origem (caso do datum local), devem ser feitas estações de Laplace com espaçamento de 100 a 200 Km.

Observações Clássicas

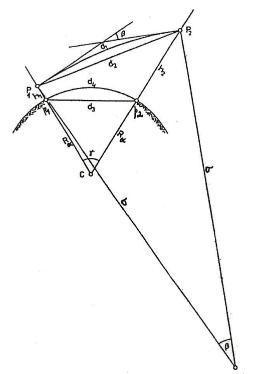
2.2 Redução de distâncias

a) Correcções de redução de comprimento ao elipsóide

1- Correcção de arco à corda (d_1-d_2)
(de refracção e só para electro-ópticas)

2- Correcção de corda à corda (d_2-d_3)

3- Correcção de corda ao arco (d_3-d_4)



∴ A aplicação destas correcções de redução respeita a Lei de Projecção de Helmert.

Observações Clássicas

2.2 Redução de distâncias

b) Correcção de frequência

- As condições ambientais de pressão e temperatura condicionam o funcionamento do oscilador de quartzo do EDM, provocando uma alteração da frequência da radiação em relação à frequência nominal;

- Se for possível medir à saída do sinal a frequência de emissão, através de um frequencímetro, então a distância deduzida internamente pelo EDM pode ser corrigida por

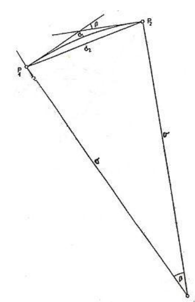
$$D = D' + D'\left(\frac{f_{ref} - f}{f_{ref}}\right)$$

Observações Clássicas

2.2 Redução de distâncias

c) Correcções de arco à corda espacial – Só para distâncias electro-ópticas

- As correcções do índice de refração aos comprimentos electro-ópticos não colocam o comprimento sobre o segmento recta (corda):
  - 1ª correcção de velocidade corrige o valor medido do índice de refracção;
  - 2ª correcção de velocidade corrige o valor medido da trajectória (correcção de curvatura);
- A correcção $d_1 - d_2$ reduz o valor de comprimento à corda espacial (distância espacial rectilínea).



Observações Clássicas

2.2 Redução de distâncias

d) Correcções de arco à corda espacial – Só para distâncias electro-ópticas

- Da figura tira-se $D_2 = 2\sigma \cdot sen\left(\frac{\beta}{2}\right) = 2\sigma \cdot sen\left(\frac{D_1}{2\sigma}\right)$

- Desenvolvendo a função seno

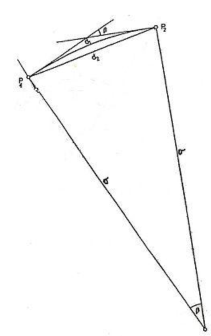
$$\left(senx = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x5}{5!} - \cdots\right)$$

e substituindo-a na expressão anterior, vem

$$D_2 = D_1 - \frac{D_1^3}{24\sigma^2} + \cancel{\frac{D_1^5}{1920\sigma^4}} - \cdots$$

- Finalmente a correcção pode ser escrita por

$$D_2 = D_1 - k^2 \frac{D_1^3}{24R_\alpha^2} \quad \text{com} \quad k = \frac{R_\alpha}{\sigma}$$



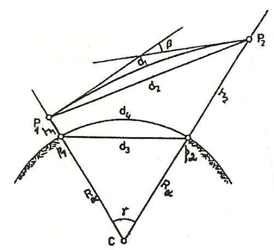
Observações Clássicas

2.2 Redução de distâncias

e) Correcção de redução à corda do elipsóide (d_2-d_3)

- Do teorema de Carnot sobre o triângulo P_1CP_2, tem-se

$$D_2^2 = (R_\alpha + h_1)^2 + (R_\alpha + h_2)^2 - 2(R_\alpha + h_1)(R_\alpha + h_2)\cos\gamma$$



- sabendo que $\cos\gamma = 1 - 2sen^2\frac{\gamma}{2} = 1 - 2\left(\frac{D_3}{2R\alpha}\right)^2$

e após alguma simplificação, obtém-se

$$D_2^2 = \Delta h^2 + \left(1 + \frac{h_1}{R\alpha}\right)\left(1 + \frac{h_2}{R\alpha}\right)D_3^2$$

Resultando finalmente: $D_3 = \sqrt{\dfrac{D_2^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_1}{R\alpha}\right)\left(1 + \frac{h_2}{R\alpha}\right)}}$

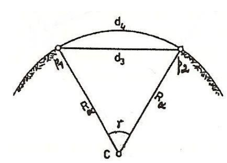
Observações Clássicas

2.2 Redução de distâncias

f) Correcção de redução ao arco do elipsóide

- Da figura tira-se

$$D_3 = 2R_\alpha sen\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2R_\alpha sen\left(\frac{D_4}{2R_\alpha}\right)$$



- Com um raciocínio análogo à passagem anterior do arco à corda, obtém-se $D_3 = D_4 - \dfrac{D_4^3}{24R_\alpha^2}$

- Escrevendo em ordem a D_4 e substituindo D_3 por D_4 no numerador do termo correctivo, vem

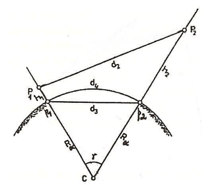
$$D_4 = D_3 + \frac{D_3^3}{24R_\alpha^2}$$

Observações Clássicas

2.2 Redução de distâncias

g) Correcção de redução directa (a menos de d_1)

- Da relação $\boldsymbol{D_3 = 2R_\alpha sen\left(\frac{D_4}{2R_\alpha}\right)}$



retira-se $\boldsymbol{D_4 = 2R_\alpha \cdot arcsen\left(\frac{D_3}{2R_\alpha}\right)}$

substituindo a expressão de D_3 em ordem a D_2, vem

$$D_4 = 2R_\alpha \cdot arcsen\sqrt{\frac{D_2^2 - \Delta h^2}{4R_\alpha^2\left(1+\frac{h_1}{R_\alpha}\right)\left(1+\frac{h_2}{R_\alpha}\right)}}$$

Nota: Na Topografia

$$D_0 = D_H \frac{R}{R + H_P}$$