

## OBSERVÁVEIS GPS

Um receptor GPS regista dois tipos de medições com maior interesse para a Geodesia: pseudo-distância e fase de batimento da onda portadora. Para certas aplicações, as medições Doppler e as medições da razão sinal/ruído podem também revelar-se úteis.

### Pseudo-distância

A distância entre o satélite e o receptor é determinada a partir da diferença entre o tempo de recepção e o tempo de emissão de um dado sinal (os códigos). O receptor GPS identifica a sequência de bits enviada por um dado satélite através da produção de uma réplica exacta do código (Figura 8); o sinal recebido é depois correlacionado com versões ligeiramente adiantadas ou atrasadas da réplica local, uma técnica conhecida como autocorrelação.

Numa situação ideal, com os relógios do transmissor e receptor perfeitamente sincronizados e a propagação do sinal a ser feita no vácuo, a distância entre o satélite e o receptor é facilmente determinada:

$$\rho = c \, d\tau \quad (1)$$

onde  $\rho$  é a distância receptor-satélite,  $c$  a velocidade da luz no vácuo e  $d\tau$  a diferença entre o tempo de recepção e o tempo de emissão.

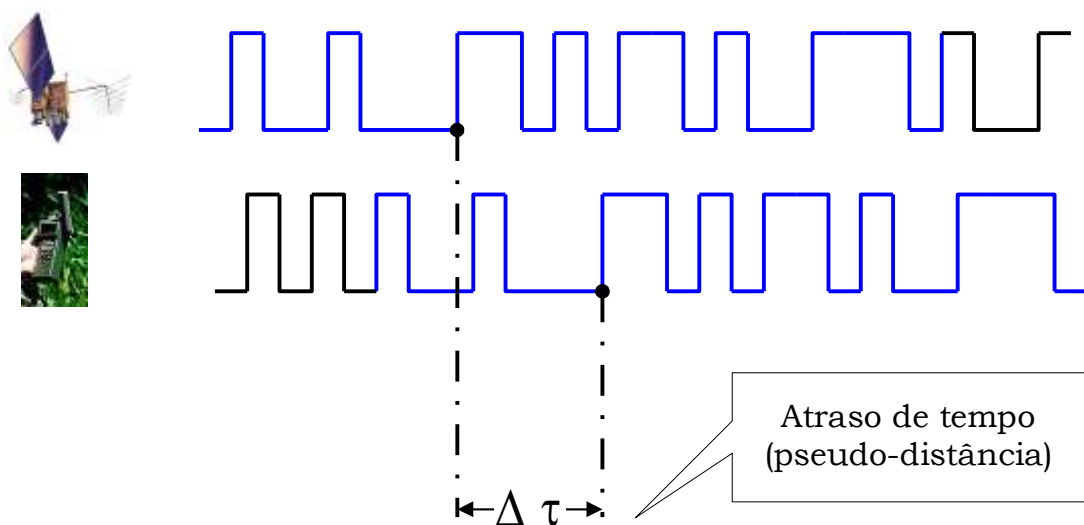


Figura 8 - Correlação de código.

No entanto, o tempo de transmissão é referido à escala de tempo do relógio do satélite e o tempo de recepção é referido à escala de tempo do relógio do receptor. Assim, as distâncias calculadas são afectadas pelos erros de sincronização dos dois relógios, relativamente à escala de tempo ideal, que é o tempo GPS. Para além disso, a propagação dos sinais é ainda afectada pela atmosfera terrestre, nomeadamente a ionosfera e a atmosfera electricamente neutra (estratosfera e troposfera). O resultado final é, por isso, uma distância enviesada, daí o nome de pseudo-distância.

Na escala de tempo GPS (GPST), o tempo decorrido entre a emissão e a recepção do sinal é dado por:

$$d\tau = \tau_r - \tau_e \quad (2)$$

onde  $\tau_e$  e  $\tau_r$  são as épocas correspondente à emissão e recepção, respectivamente, ambas na escala de tempo GPS. Estas épocas podem ser relacionadas com a escala de tempo local do relógio do receptor,  $T$ , e a escala de tempo local do relógio do satélite,  $t$ , ou seja:

$$d\tau = T(\tau_r) - t(\tau_e) \quad (3)$$

Adicionando e subtraindo a equação (2) à equação (3), obtemos:

$$d\tau = (\tau_r - \tau_e) + [\tau_e - t(\tau_e)] - [\tau_r - T(\tau_r)] \quad (4)$$

onde as diversas componentes são:

$(\tau_r - \tau_e)$	$d\tau$ : tempo de percurso do sinal no GPST (caso ideal);
$[\tau_e - t(\tau_e)]$	$dt$ : erro de sincronização do relógio do satélite relativamente ao GPST;
$[\tau_r - T(\tau_r)]$	$dT$ : erro de sincronização do relógio do receptor relativamente ao GPST.

A pseudo-distância entre o satélite e o receptor, após considerarmos os erros de sincronização do relógio do satélite e do receptor, é então dada por:

$$p = c d\tau = \rho + c(dt - dT) \quad (5)$$

Finalmente, é necessário considerar o efeito da ionosfera ( $d_{\text{ion}}$ ), estratosfera e troposfera ( $d_{\text{trop}}$ ) e outros erros ( $\varepsilon$ ), pelo que a equação de observação para a pseudo-distância é dada por:

$$p = c \, d\tau = \rho + c(dt - dT) + d_{\text{ion}} + d_{\text{trop}} + \varepsilon. \quad (6)$$

De notar que as coordenadas do receptor,  $R$ , e do satélite,  $r$ , estão implícitas na definição de  $\rho$ :

$$\rho = \|\mathbf{r} - \mathbf{R}\| = \sqrt{(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2}. \quad (7)$$

As coordenadas do satélite não são exactamente conhecidas, devido aos erros nas efemérides,  $d\rho$ , pelo que a expressão completa para a equação de observação de pseudo-distância será:

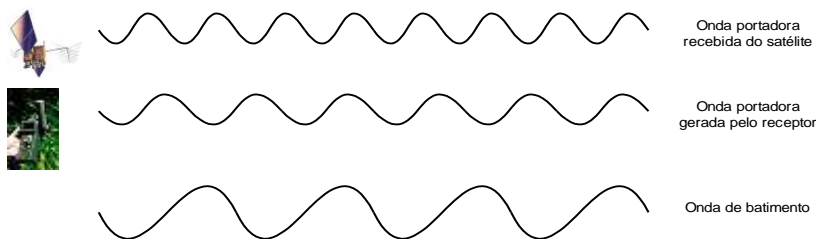
$$p = \|\mathbf{r} - \mathbf{R}\| + d\rho + c(dt - dT) + d_{\text{ion}} + d_{\text{trop}} + \varepsilon. \quad (8)$$

### Fase de batimento da onda portadora

A mistura de dois sinais sinusoidais de frequências muito próximas produz pulsações periódicas (Figura 9) e dá-se o nome de frequência de batimento à frequência que se obtém quando se faz a diferença entre dois sinais sinusoidais. Este facto é usado pelos receptores GPS, que geram uma frequência de referência, que é combinada com a frequência da onda portadora emitida pelo satélite (após esta ser transferida para uma frequência intermédia).

Designando por  $\phi^k(t)$  a fase do sinal transmitido por um dado satélite  $k$ , no instante  $t$ , e por  $\phi_i(T)$  a fase do sinal gerado pelo receptor  $i$  no instante  $T$ , a fase de batimento da onda portadora é dada por (em ciclos):

$$\phi = \phi_i^k = \phi^k(t) - \phi_i(T) \quad (9)$$



**Figura 9 - Geração de uma onda de batimento.**

Para um intervalo de tempo muito curto,  $\delta t$ , e para relógios estáveis, é válida a seguinte relação:

$$\phi(t + \delta t) = \phi(t) + f \delta t. \quad (10)$$

Considerando  $\delta t = T - t$ , tem-se  $T = t + \delta t$ . Nestas condições, podemos escrever:

$$\phi_i(T) = \phi_i(t + \delta t) = \phi^k(t) + f(T - t), \quad (11)$$

pelo que

$$\phi_i^k = -f(T - t). \quad (12)$$

Recorrendo à equação de observação de pseudo-distância, expressa pela Equação (6), à Equação (3) e tendo em consideração que, contrariamente ao que acontece com a pseudo-distância, a ionosfera provoca um avanço de fase (como se verá), a relação entre o tempo de emissão e o tempo de recepção é dada por:

$$t + dt + \frac{\rho}{c} - \frac{d_{\text{ion}}}{c} + \frac{d_{\text{trop}}}{c} = T + dT, \quad (13)$$

donde

$$T - t = (dt - dT) + \frac{\rho}{c} - \frac{d_{\text{ion}}}{c} + \frac{d_{\text{trop}}}{c}. \quad (14)$$

Substituindo na Equação (12), obtemos:

$$\phi_i^k = -f(T - t) = -\left(\frac{f}{c}\right)\rho - f(dt - dT) - \left(\frac{f}{c}\right)(-d_{\text{ion}} + d_{\text{trop}}). \quad (15)$$

O que o receptor regista (e que é expresso pela Equação (15)) é o número inteiro de ciclos,  $\text{Int}(\phi; t_o, t)$ , decorridos continuamente desde o instante inicial em que o receptor obteve sintonia da fase,  $t_o$ , e a parte fraccionária do ciclo,  $\text{Fr}(\phi)$ , para um dado instante de observação,  $t$ . Assim, para determinar o número total de ciclos decorridos até esse instante, temos que adicionar o número de ciclos completos decorridos desde que o sinal deixou o satélite até ao instante de sintonia,  $N(t_o)$ , que se designa por **ambiguidade de ciclo** (Figura 10). A ambiguidade de ciclo é única para cada par receptor-satélite, desde que esta contagem não seja interrompida (se tal acontecer dá-se um **salto de ciclo**). Em certos casos, o

receptor perde momentaneamente o sinal do satélite e uma nova ambiguidade é introduzida.

A equação de observação de fase será então derivada da relação:

$$\phi_{\text{total}} = N(t_0) + \text{Int}(\phi; t_0, t) + \text{Fr}(\phi). \quad (16)$$

Usando a Equação (15), já estabelecida para a fase observada, e substituindo, obtemos:

$$\phi_{\text{total}} = N - \left(\frac{f}{c}\right) \rho - f(dt - dT) - \left(\frac{f}{c}\right) (-d_{\text{ion}} + d_{\text{trop}}). \quad (17)$$

Multiplicando ambos os termos da equação por  $\lambda = c / f$ , fazendo  $\Phi_{\text{obs}} = -\lambda \phi_{\text{obs}}$ , e adicionando à equação de observação o termo correspondente a outros erros, obtemos a equação de fase em unidades de comprimento:

$$\Phi = \rho + c(dt - dT) + \lambda N - d_{\text{ion}} + d_{\text{trop}} + \varepsilon. \quad (18)$$

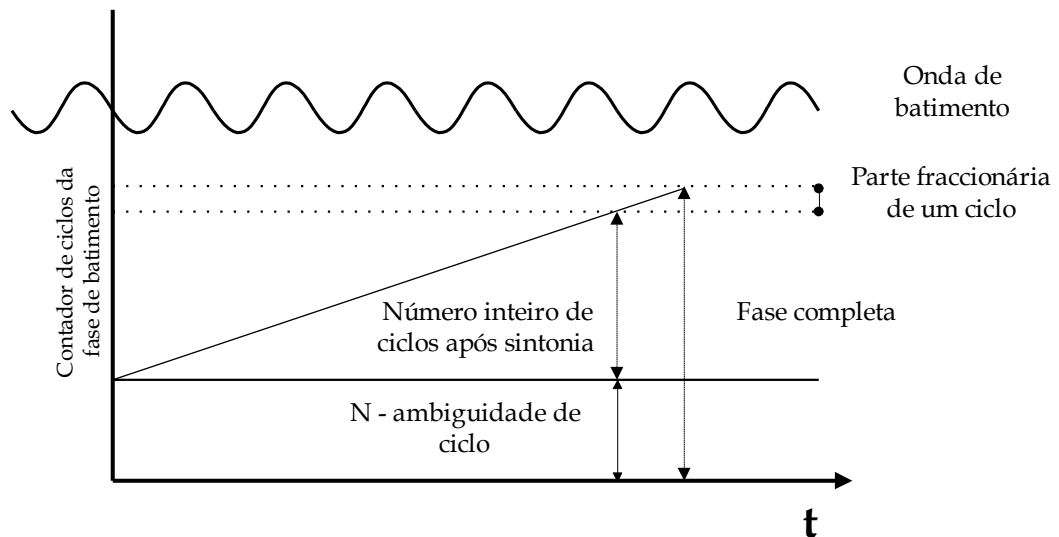


Figura 10 - As diversas componentes da fase de batimento da onda portadora.

## DIFERENÇAS DE OBSERVAÇÕES

Para receptores observando simultaneamente os mesmos satélites e/ou localizados muito próximos uns dos outros, alguns dos erros sistemáticos que afectam as observações GPS apresentam uma grande correlação. Como tal, existem vantagens significativas em estabelecer diferenças entre as observações originais, que aproveitem aquela correlação, minimizando ou eliminando alguns daqueles efeitos sistemáticos e melhorando a precisão dos resultados. Como exemplo, podemos estabelecer diferenças de observações para estações diferentes, para satélites diferentes e para épocas diferentes; estas diferenças podem ser simples, duplas ou triplas. A notação que será utilizada será a proposta por Wells et al. [1986].

### Diferenças simples

A formação de **diferenças simples entre épocas** baseia-se na solução Doppler e traduz-se na diferença das observações originais (fase ou pseudo-distância) entre duas épocas distintas (Figura 11). Se não houver perda de sintonia entre as duas épocas, a observação resultante para a fase não é afectada da ambiguidade do ciclo.

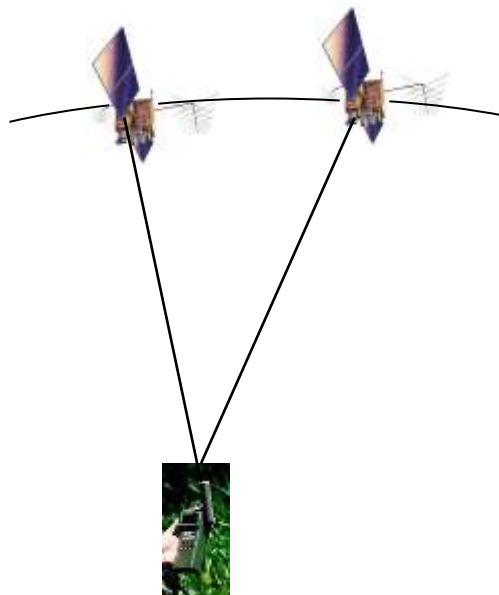


Figura 11 – Diferença simples entre épocas.

Como exemplo, consideremos a observação de fase numa dada estação  $i$ , em duas épocas  $t_1$  e  $t_2$ :

$$\Phi(t_1) = \rho(t_1) + c \left( dt(t_1) - dT(t_1) \right) + \lambda N - d_{\text{ion}}(t_1) + d_{\text{trop}}(t_1) + \varepsilon(t_1)$$

e

$$\Phi(t_2) = \rho(t_2) + c \left( dt(t_2) - dT(t_2) \right) + \lambda N - d_{\text{ion}}(t_2) + d_{\text{trop}}(t_2) + \varepsilon(t_2).$$

Usando a seguinte notação para diferença simples entre épocas:

$$\delta_{t_1 t_2}(\bullet) = (\bullet)_{t_2} - (\bullet)_{t_1}$$

e dado que o valor de  $N$  não se altera, se não houver falha de sintonia entre as duas épocas, obtemos:

$$\begin{aligned} \delta_{t_1 t_2}(\Phi) &= \rho(t_2) + c \left( dt(t_2) - dT(t_2) \right) + \lambda N - d_{\text{ion}}(t_2) + d_{\text{trop}}(t_2) + \varepsilon(t_2) - \\ &\quad \left( \rho(t_1) + c \left( dt(t_1) - dT(t_1) \right) + \lambda N - d_{\text{ion}}(t_1) + d_{\text{trop}}(t_1) + \varepsilon(t_1) \right) \end{aligned}$$

ou, na notação simplificada introduzida:

$$\delta\Phi = \delta\rho + c \left( \delta dt - \delta dT \right) - \delta d_{\text{ion}} + \delta d_{\text{trop}} + \delta\varepsilon. \quad (19)$$

Do mesmo modo, obteríamos a seguinte equação de observação para o caso da pseudo-distância:

$$\delta p = \delta\rho + c \left( \delta dt - \delta dT \right) + \delta d_{\text{ion}} + \delta d_{\text{trop}} + \delta\varepsilon. \quad (20)$$

As **diferenças simples entre receptores** (Figura 12) obtêm-se subtraindo as observações obtidas numa dada estação  $j$  para um dado satélite  $p$  às observações simultâneas para esse mesmo satélite obtidas numa estação  $i$ .

Usando a seguinte notação para designar as diferenças simples entre receptores:

$$\Delta_{ij}(\bullet) = (\bullet)_{\text{receptor } j} - (\bullet)_{\text{receptor } i}$$

e procedendo de forma idêntica à utilizada na derivação da equação para a diferença simples entre épocas, obtemos as seguintes equações:

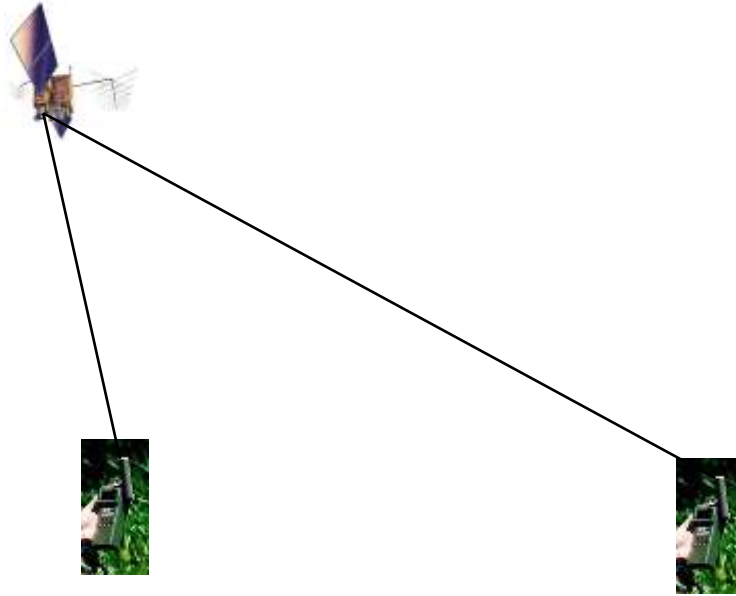


Figura 12 – Diferença simples entre receptores.

$$\Delta\Phi = \Delta\rho - c \Delta dT + \lambda \Delta N - \Delta d_{\text{ion}} + \Delta d_{\text{trop}} + \Delta\epsilon \quad (21)$$

$$\Delta p = \Delta\rho - c \Delta dT + \Delta d_{\text{ion}} + \Delta d_{\text{trop}} + \Delta\epsilon \quad (22)$$

Dado que o erro de sincronização do relógio do satélite é igual para ambas as estações, a construção das diferenças simples entre receptores permite eliminar este erro. Para além disso, existe uma redução (tanto mais significativa quanto menor for a distância entre estações) dos erros associados aos erros de efemérides e à influência da atmosfera terrestre na propagação dos sinais (ionosfera e atmosfera neutra).

A formação de **diferenças simples entre satélites** (Figura 13), obtidas a partir da diferença de observações simultâneas num receptor para dois satélites p e q, permite eliminar o erro de sincronização do relógio do receptor.

A notação usada para designar as diferenças simples entre satélites é a seguinte:

$$\nabla^{pq}(\bullet) = (\bullet)^{\text{sat. q}} - (\bullet)^{\text{sat. p}}$$



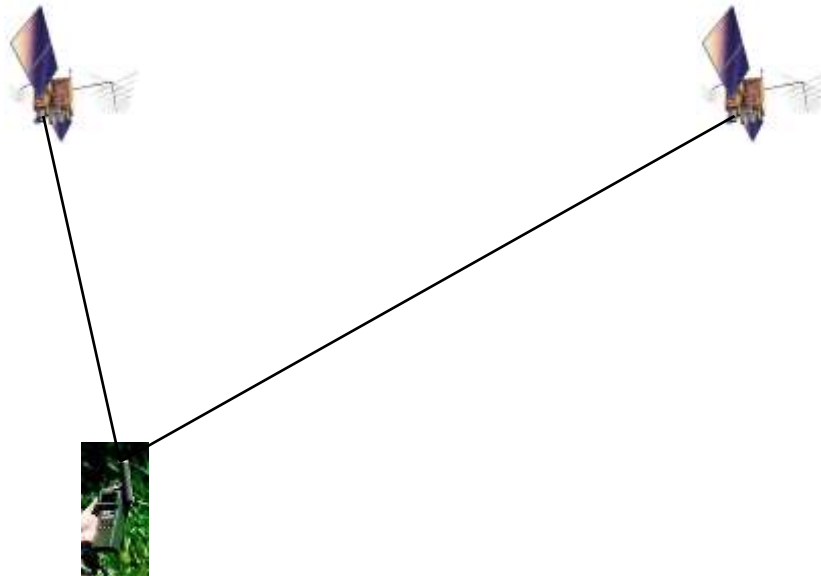


Figura 13 – Diferença simples entre satélites.

As equações resultantes são dadas por:

$$\nabla\Phi = \nabla\rho + c \nabla dt + \lambda \nabla N - \nabla d_{\text{ion}} + \nabla d_{\text{trop}} + \nabla \varepsilon \quad (23)$$

$$\nabla p = \nabla\rho + c \nabla dt + \nabla d_{\text{ion}} + \nabla d_{\text{trop}} + \nabla \varepsilon \quad (24)$$

### Diferenças duplas

Fazendo a diferença de observações de diferenças simples é possível combinar as vantagens inerentes a cada uma delas. As diferenças duplas entre receptores e satélites são as mais usadas, visto eliminarem ambos os erros dos relógios e, para além disso, reduzirem os efeitos atmosféricos e erros orbitais.

As **diferenças duplas receptor-tempo** são formadas fazendo a diferença simples entre épocas de diferenças simples entre receptores. Tal como no caso das diferenças simples entre épocas, a observação resultante elimina a ambiguidade do ciclo na equação para a fase. Os modelos matemáticos associados a esta diferença de observações são:

$$\delta\Delta\Phi = \delta\Delta\rho - c\delta\Delta dt - \delta\Delta d_{\text{ion}} + \delta\Delta d_{\text{trop}} + \delta\Delta\varepsilon \quad (25)$$

$$\delta\Delta p = \delta\Delta\rho - c\delta\Delta dT + \delta\Delta d_{\text{ion}} + \delta\Delta d_{\text{trop}} + \delta\Delta\epsilon \quad (26)$$

A diferença de observações envolvendo dois receptores e dois satélites dá origem às **diferenças duplas receptor-satélite** (Figura 14). A diferença de observações pode ser feita fazendo a diferença entre satélites de diferenças simples entre receptores ou, alternativamente, fazendo a diferença entre receptores de diferenças simples entre satélites. Ambas as abordagens conduzem a resultados idênticos. Tal como se poderá verificar nas equações resultantes, os erros de sincronização dos relógios dos receptores e satélites são eliminados e os restantes erros sistemáticos reduzidos.

$$\nabla\Delta\Phi = \nabla\Delta\rho + \lambda\nabla\Delta N - \nabla\Delta d_{\text{ion}} + \nabla\Delta d_{\text{trop}} + \nabla\Delta\epsilon \quad (27)$$

$$\nabla\Delta p = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d_{\text{ion}} + \nabla\Delta d_{\text{trop}} + \nabla\Delta\epsilon \quad (28)$$

### Diferenças triplas

As **diferenças triplas receptor-satélite-tempo** são formadas fazendo a diferença entre duas épocas de diferenças duplas receptor-satélite (ou satélite-receptor). Tal como as outras diferenças em tempo, a ambiguidade de ciclo é eliminada; para além disso, as diferenças triplas eliminam os erros dos relógios dos receptores e satélites e reduzem a influência dos restantes erros sistemáticos correlacionados. As equações resultantes para as diferenças triplas são:

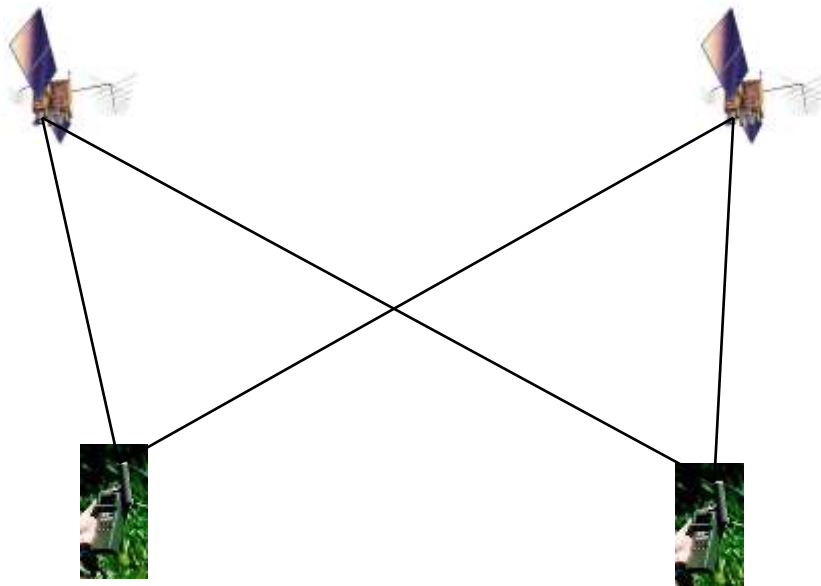


Figura 14 – Diferenças duplas receptor-satélite (satélite-receptor).

$$\delta \nabla \Delta \Phi = \delta \nabla \Delta \rho - \delta \nabla \Delta d_{\text{ion}} + \delta \nabla \Delta d_{\text{trop}} + \delta \nabla \Delta \epsilon \quad (29)$$

$$\delta \nabla \Delta p = \delta \nabla \Delta \rho + \delta \nabla \Delta d_{\text{ion}} + \nabla \Delta d_{\text{trop}} + \delta \nabla \Delta \epsilon. \quad (30)$$

A utilização de dados diferenciados tem como principal desvantagem a redução significativa de observações, que poderá, no caso de sessões muito curtas ou bases longas, enfraquecer a solução final. Para além disso, é necessário ter em consideração a correlação existente entre as observações (tanto matemática como física, esta difícil de modelar) e o aumento de ruído.

Os dados não diferenciados são afectados pelos erros dos relógios, mas este facto poderá revelar-se vantajoso, se se pretender controlar o desempenho dos relógios.

## COMBINAÇÃO LINEAR DE OBSERVAÇÕES

As diferenças de observações manipulam matematicamente observações de um único tipo (L1, L2, P1, P2). Um conceito semelhante pode ser aplicado na combinação linear das observações do mesmo tipo (fase ou pseudo-distância), mas obtidas em portadoras diferentes, ou combinação de fases com pseudo-distâncias, obtidas na mesma portadora. O uso de certo tipo destas combinações lineares poderá permitir, por exemplo, eliminar o efeito do atraso ionosférico ou determinar com maior facilidade as ambiguidades de ciclo inerentes às observações de fase.

Concentrando esta análise nas observações de fase, uma combinação linear arbitrária de fase em L1 e L2 (em ciclos) é dada por:

$$\phi_{nm} = n\phi_1 + m\phi_2 \quad (31)$$

onde  $n$  e  $m$  são coeficientes a definir para cada tipo de combinação linear.

A ambiguidade resultante para a combinação linear é dada por:

$$N_{nm} = nN_1 + mN_2, \quad (32)$$

onde  $N_1$  e  $N_2$  são as ambiguidades de ciclo para as portadoras L1 e L2, respectivamente.

Atendendo a que:

$$\phi = f t, \quad (33)$$

onde  $t$  designa a variável tempo, facilmente se deduz que a frequência e comprimento de onda associados à combinação linear  $\phi_{nm}$  são dados respectivamente por:

$$f_{nm} = nf_1 + mf_2 \quad (34)$$

e

$$\lambda_{nm} = \frac{c}{nf_1 + mf_2}. \quad (35)$$

A combinação linear para a fase, expressa em unidades de comprimento, obtém-se usando a relação:

$$\Phi = \lambda \phi. \quad (36)$$

Substituindo a Equação (36) na Equação (31), obtemos:

$$\Phi_{nm} = \frac{nf_1 \Phi_1 + mf_2 \Phi_2}{nf_1 + mf_2}. \quad (37)$$

O desvio padrão associado às observações originais pode ser propagado de modo a fornecer o desvio padrão associado à combinação linear, usando a lei de propagação das variâncias-covariâncias. Assumindo que

$$\sigma_{\phi_1} \cong \sigma_{\phi_2} = \sigma_{\phi}, \quad (38)$$

o desvio padrão da combinação linear, em ciclos, será

$$\sigma_{\phi_{nm}} = \sqrt{n^2 + m^2} \sigma_{\phi} \quad (39)$$

ou, em unidades de comprimento:

$$\sigma_{\Phi_{nm}} = \sqrt{\left(\frac{nf_1}{nf_1 + mf_2}\right)^2 + \left(\frac{mf_2}{nf_1 + mf_2}\right)^2} \sigma_{\Phi}. \quad (40)$$

A escolha de combinações lineares é obviamente ilimitada, mas apenas haverá vantagem em usar aquelas que satisfaçam pelo menos um dos seguintes critérios:

- $n$  e  $m$  inteiros, de modo a que as ambiguidades resultantes sejam ainda números inteiros;
- comprimento de onda relativamente grande, de modo a que a resolução das ambiguidades se faça mais facilmente;
- redução da influência ionosférica;
- desvio padrão (“ruído”) relativamente baixo.

As combinações mais utilizadas no processamento de observações GPS são as chamadas combinação de banda larga (*wide lane*), combinação de banda estreita (*narrow lane*) e a combinação livre da ionosfera (*ionosphere-free*), designadas abreviadamente por  $L_{\Delta}$ ,  $L_{\Sigma}$  e  $L_C$ , respectivamente.

Alguns tipos de combinações lineares resultam em equações de observação em que não surge o termo geométrico ( $\rho$ ), sendo designadas por combinações livres de geometria. São exemplos a **diferença de pseudo-distâncias** (em portadoras diferentes) e **diferença de fase com pseudo-distância** (para a mesma portadora):

$$p_1 - p_2 = (d_{\text{ion}_1} - d_{\text{ion}_2}). \quad (41)$$

$$\Phi_1 - p_1 = \lambda_1 N_1 - 2d_{\text{ion}_1}. \quad (42)$$

A **combinação de banda larga** também é um exemplo de uma combinação livre de geometria. Esta combinação corresponde a uma diferença de fases em portadoras diferentes, ou seja, a utilização de  $n=1$  e  $m=1$ . Apresenta um comprimento de onda de cerca de 86 cm, sendo útil na determinação de ambiguidades. O ruído associado é, no entanto, cerca de seis vezes superior ao das observações originais. Neste caso, tem-se:

$$L_{\Delta} = \Phi_1 - \Phi_2 = (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2) + (d_{\text{ion}_2} - d_{\text{ion}_1}). \quad (43)$$

A **combinação de banda estreita** tem um comprimento de onda de aproximadamente 10.7 cm, o que dificulta a determinação das ambiguidades,

especialmente em bases médias ou longas; o ruído associado a esta combinação é, no entanto, extremamente baixo. Os valores de  $n$  e  $m$  para esta combinação são, respectivamente, 1 e 1.

Outro pormenor de interesse comum a estas duas combinações lineares relaciona-se com os valores das ambiguidades, que não são independentes:

$$N_{\Delta} = N_1 - N_2 \quad (44)$$

$$N_{\Sigma} = N_1 + N_2 \quad (45)$$

ou seja, se  $N_{\Delta}$  é par,  $N_{\Sigma}$  tem que ser par, e se  $N_{\Delta}$  é ímpar,  $N_{\Sigma}$  tem que ser ímpar. Esta condição par-ímpar implica que se uma dada ambiguidade é resolvida para uma das combinações, o comprimento de onda da outra combinação é aumentada de um factor de 2. Por outras palavras, determinando as ambiguidades na combinação de banda larga (de maior comprimento de onda), o comprimento de onda na combinação de banda estreita virá a ser de cerca de 21.4 cm, em oposição aos cerca de 10.7 cm iniciais.

Uma combinação linear com bastante interesse é a que resulta da combinação das equações de diferença entre fase e pseudo-distância (Equação (42)), para duas portadoras diferentes. Se consideremos a seguinte aproximação para o atraso ionosférico:

$$d_{\text{ion}} = \frac{40.3}{f^2} \text{TEC}, \quad (46)$$

onde TEC é o número total de electrões (TEC - *Total Electron Content*) tem-se:

$$\phi_1 - \frac{p_1}{\lambda_1} = N_1 - \frac{2 \times 40.3 \text{TEC}}{f_1^2 \lambda_1}. \quad (47)$$

$$\phi_2 - \frac{p_2}{\lambda_2} = N_2 - \frac{2 \times 40.3 \text{TEC}}{f_2^2 \lambda_2}. \quad (48)$$

Subtraindo, vem:

$$\phi_1 - \phi_2 - \frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} = N_1 - N_2 - \frac{2 \times 40.3 \text{TEC}}{f_1^2 \lambda_1} + \frac{2 \times 40.3 \text{TEC}}{f_2^2 \lambda_2}. \quad (49)$$

Dado que  $\phi_1 - \phi_2 = \phi_\Delta$ ,  $N_1 - N_2 = N_\Delta$  e  $\lambda_i = c/f_i$ , tem-se, de forma equivalente,

$$\phi_\Delta - \frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} = N_\Delta - \frac{2 \times 40.3 \text{TEC}}{c} \left( \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right). \quad (50)$$

Da Equação (41), deduz-se que

$$40.3 \text{TEC} = (p_1 - p_2) \frac{f_1^2 f_2^2}{f_2^2 - f_1^2}, \quad (51)$$

pelo que

$$\frac{40.3 \text{TEC}}{c} \left( \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) = \frac{p_1 f_2}{\lambda_1} \left( \frac{1}{f_2 + f_1} \right) - \frac{p_2 f_1}{\lambda_2} \left( \frac{1}{f_2 + f_1} \right) \quad (52)$$

Substituindo na Equação (50), e simplificando, tem-se:

$$N_\Delta = \phi_\Delta - \left( \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \right) \left( \frac{p_1}{\lambda_1} - \frac{p_2}{\lambda_2} \right), \quad (53)$$

fórmula que nos permite calcular as ambiguidades de ciclo da banda larga usando uma combinação de fase com pseudo-distância. Uma vez determinadas as ambiguidades  $N_\Delta$ , as ambiguidades  $N_1$  e  $N_2$  são ser calculadas tendo em consideração a equação (44). Por exemplo, para  $N_1$  obtém-se:

$$N_1 = \phi_1 - \frac{f_1}{f_\Delta} (\phi_\Delta - N_\Delta) - \frac{p_1}{\lambda_1} \frac{f_2}{f_\Delta} + \frac{p_2}{\lambda_2} \frac{f_1}{f_\Delta}. \quad (54)$$

A **combinação livre da ionosfera**, tal como o nome indica, elimina o efeito de primeira ordem da ionosfera (o efeito residual é inferior a 1 ou 2 cm). Dado que o efeito da ionosfera depende da frequência dos sinais rádio que a atravessam (meio dispersivo), combinando as duas frequências usadas pelo GPS, podemos eliminar o seu efeito. O ruído associado a esta combinação linear é cerca de três vezes o ruído das observações originais, pelo que em bases muito pequenas (inferiores a uma dezena de quilómetros) poderá não haver vantagem em estabelecer esta combinação linear. Para além disso, a combinação livre da ionosfera não permite determinar ambiguidades, como veremos.

Para determinar os coeficientes  $n$  e  $m$  da combinação livre da ionosfera, partimos da equação de observação da fase. Para a fase em L1, temos:

$$\lambda_1 \phi_1 = \rho + c (dt - dT) + \lambda_1 N_1 - d_{\text{ion1}} + d_{\text{trop}} + \varepsilon$$

e para L2:

$$\lambda_2 \phi_2 = \rho + c (dt - dT) + \lambda_2 N_2 - d_{\text{ion2}} + d_{\text{trop}} + \varepsilon .$$

À semelhança das deduções anteriores, têm-se as seguintes equações equivalentes:

$$\lambda_1 \phi_1 = \rho + c (dt - dT) + \lambda_1 N_1 - \frac{40.3}{f_1^2} \text{TEC} + d_{\text{trop}} + \varepsilon , \quad (55)$$

para a fase em L1, e

$$\lambda_2 \phi_2 = \rho + c (dt - dT) + \lambda_2 N_2 - \frac{40.3}{f_2^2} \text{TEC} + d_{\text{trop}} + \varepsilon , \quad (56)$$

para a fase em L2.

Substituindo (55) e (56) na Equação (31), obtemos:

$$\begin{aligned} \phi_{nm} = & \left( \frac{n}{\lambda_1} + \frac{m}{\lambda_2} \right) [\rho + d_{\text{trop}} + \varepsilon] + (nf_1 + mf_2)[dt - dT] + (nN_1 + mN_2) \\ & + \left( -\frac{n}{\lambda_1 f_1^2} - \frac{m}{\lambda_2 f_2^2} \right) \times 40.3 \text{TEC} . \end{aligned}$$

O objectivo é eliminar o efeito da ionosfera, ou seja:

$$-\frac{n}{\lambda_1 f_1^2} - \frac{m}{\lambda_2 f_2^2} = 0 .$$

Escolhendo arbitrariamente  $n=1$ , obtemos:

$$m = -\frac{f_2}{f_1} .$$



Dado que a relação entre as frequências não é um número inteiro, esta combinação linear não poderá ser usada para determinar as ambiguidades. A combinação livre da ionosfera (conhecida abreviadamente por  $L_c$  ou, menos correctamente, por  $L_3$ ) constitui a combinação mais utilizada no processamento de dados GPS.

## FORMATOS

Cada receptor tem um formato próprio para registro de observações. O número de receptores actualmente disponíveis é enorme e, conseqüentemente, existe também um grande número de formatos para registrar as observações GPS. O problema de trocar dados entre várias organizações científicas, bem como o tratamento de dados proveniente de diferentes tipos de receptores, requeria a elaboração de um grande número de programas, que transformasse esses dados para um formato específico de cada programa de tratamento das observações. Para evitar este problema, um formato de troca comum foi proposto pelo Instituto Astronómico da Universidade de Berna, o que originou o formato RINEX (RINEX – *Receiver INdependent EXchange format*). Os ficheiros RINEX podem ainda estar compactados segundo um formato (ASCII) de compressão conhecido por Hatanaka, existindo aplicações que permitem compactar e descompactar segundo este formato.

O formato RINEX é independente do receptor e a generalidade dos fabricantes de receptores fornece programas que convertem o formato de representação interna, usada pelo seu receptor, para este formato. Desde a sua criação, várias versões têm sido introduzidas. Existem ficheiros RINEX de observações (pseudo-distância, fase e outras observações), mensagem de navegação (efemérides radiodifundidas) e observações meteorológicas.

Para a troca de órbitas pós-processadas entre a comunidade científica são usados formatos propostos pelo *National Geodetic Survey* (NGS) dos EUA. Existem 3 tipos diferentes de formatos: o formato SP1 (SP1 – *Standard Product #1*), que contém informação de posição e velocidade dos satélites, o formato SP2 (SP2 – *Standard Product #2*), que contém apenas as componentes do vector de posição do satélite (praticamente abandonado), e o formato SP3 (SP3 – *Standard Product #3*), que contém as componentes do vector de posição do satélite e informação do relógio do satélite. As coordenadas do vector de posição e velocidade do satélite são referidas a um sistema de coordenadas terrestre (WGS84, ITRF, ou outro).