

## Imagens digitais

Malha digital – suporte no qual as imagens digitais são representadas e sobre o qual se estabelecem as conexões entre os pontos vizinhos

Numa primeira fase é necessário definir as relações de vizinhança entre os pixels da malha digital, para isso é necessário definir a geometria da malha digital e caracterizando-a topologicamente. A malha é composta por pixel – cada ponto dessa malha. A malha pode ser hexagonal ou retangular.

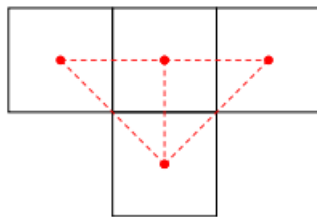
As regras de conectividade estabelecem a relação entre 2 ou mais pixels. Para que dois pixels se considerem conectados tem de verificar as condições radiométricas (tem de pertencer ao mesmo intervalo) e de adjacência espacial – tem de se introduzir o conceito de vizinhança.

Existe a vizinhança de conectividade 4 – só permite ligações verticais e horizontais (4 pixels vizinhos) e de conectividade 8 – pode haver conexão na diagonal.

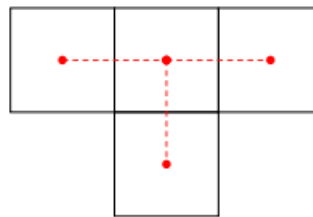
$$V_4(x, y) = \{(x, y), (x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1)\}$$

$$V_8(x, y) = V_4(x, y) \cup \{(x + 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x - 1, y - 1)\}$$

Grafo de adjacência consiste nas ligações elementares que conectam os pixéis.

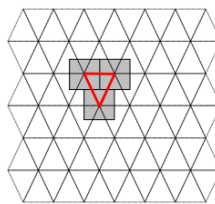


Grafo de conectividade 8



Grafo de conectividade 4

A conectividade 6 é sempre constituída por 7 pixels.



Na malha de conectividade 4 não há ambiguidade no seu conjunto e no complementar, pois não se intersejam, mas na conectividade 8, há ambiguidade lógica, como tal, o complementar da conectividade 8 é a conectividade 4.

Na malha digital as distâncias podem ser euclidianas - calculadas através das diferenças entre as coordenadas pixel e distâncias grafológicas – corresponde à menor soma de conexões que ligam os 2 pixels, temos de ter em atenção que tipo de conectividade é que estamos a trabalhar.

Resolução – descreve o nível de detalhe de uma imagem. descreve o detalhe da imagem. Resoluções mais altas significam maior detalhe. Pode ser associada a:

- Número de Pixels
- Pixels por polegada
- Pontos por polegada
- Espacial
- Espectral
- Radiométrica
- Temporal

Número de pixels – consiste num conjunto de pixels que correspondem ao número de colunas e ao número de linhas.

A quantidade de pixels está associada ao tamanho de uma imagem digital e não à sua representação no ecrã.

Pixel por polegada (PPI) – indica quantos pixels estão numa linha de polegada. Quanto mais pixels existir numa polegada, maior será a qualidade.

$$\text{diagonal (pixels)} = \sqrt{\text{largura}^2 + \text{altura}^2}$$
$$PPI = \frac{\text{diagonal (pixels)}}{\text{diagonal (polegadas)}}$$

Pontos por polegada (DPI) – resolução com que a imagem será impressa. Depende dos valores de pixels, já que é necessário fazer uma conversão antes. O DPI influencia o tamanho e a qualidade da foto.

$$\text{diagonal (polegadas)} = \frac{\text{diagonal (pixels)}}{DPI}$$

Exemplo:

Imagem de 256×256 pixels

$$\text{diagonal (cm)} = \text{diagonal (polegadas)} \times 2.5400051 =$$

A distância máxima de impressão pode ser calculada da seguinte forma

$$\text{distância (cm)} = \frac{k}{n} \times 2.5400051$$

Por exemplo, para uma imagem com resolução de 1920 × 1080 pixels, a 72 DPI, tem-se:

- Largura da imagem no papel =  $1920/72 \times 2.5400051 = 67,73$  cm
- Altura da imagem no papel =  $1080/72 \times 2.5400051 = 38,10$  cm

Resolução espacial – capacidade de distinção espacial entre 2 objetos próximos

Resolução espectral – medir o poder de resolução dos valores do comprimento de onda.

Resolução radiométrica – consistência no poder de distinção de diferenças de intensidades dos objetos. Número total de níveis de cinzento –  $2^n$ ,  $n$  = bits

Resolução temporal – intervalo de tempo do qual é adquirida informação acerca de um mesmo objeto. Series que mostram o mesmo objeto em momentos diferentes são referidas como informação multi-temporal.

## Filtragem espacial

Características de um filtro bidimensional:

- Matriz quadrada
- Número ímpar de objetos, sendo o elemento central (0,0)
- Os valores numéricos designam-se por coeficientes

Caso o filtro não apresente um número ímpar de elementos, acrescenta-se uma linha ou coluna a zeros de modo que fique com número ímpar de elementos.

**Correlação** (“ $\otimes$ ”) - multiplicação das colunas do filtro com as colunas da imagem.

$$\begin{aligned} H \otimes f(x,y) &= \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 H(i,j) \times f(x+i,y+j) = \\ &= H(-1,-1) \times f(x-1,y-1) + H(-1,0) \times f(x-1,y) + H(-1,1) \times f(x-1,y+1) + \\ &\quad + H(0,-1) \times f(x,y-1) + H(0,0) \times f(x,y) + H(0,1) \times f(x,y+1) + \\ &\quad + H(1,-1) \times f(x+1,y-1) + H(1,0) \times f(x+1,y) + H(1,1) \times f(x+1,y+1) \end{aligned}$$

**Convolução** “\*” – semelhante à correlação, mas tem de se rodar o filtro H. Se H for simétrico, a convolução é igual à correlação.

A convolução respeita a propriedade associativa, sendo útil quando se quer utilizar mais do que um filtro. Realizando sempre a convolução entre os filtros e depois a convolução entre o filtro resultante e a imagem.

Para os pixels de fronteira da imagem, há que fazer uma adaptação para executar o processo de filtragem, realizando-se uma das 4 opções:

- Utiliza-se os subconjuntos de pixels que estão dentro dos limites da imagem
- São escolhidos valores iguais a zeros das regiões que estão fora da imagem.
- Acrescenta-se linhas e colunas à imagem com valores igual ao pixel da imagem que estiver mais próximo
- Acrescenta-se linhas e colunas à imagem de forma que reflita a continuidade do caracter periódico para o exterior da imagem

O filtro pode ter diversas formas: círculo, diamante, quadrado.

Propriedades dos filtros:

A classificação das janelas de convolução faz-se segundo duas propriedades: **convexidade e a isotropia**

A frequência espacial é caracterizada no número de variações de níveis de cinzento por unidade de distância. Se os valores numéricos oscilarem muito, a zona é de alta frequência.

**Filtros espaciais 2D**- operadores que permitem alterar a frequência espacial de uma imagem, modificando o valor do tom de cinzento de cada pixel em função dos tons de cinzento dos pixels da sua vizinhança. Podem ser lineares ou não lineares.

**Lineares** – cada pixel resulta de uma combinação linear entre os pixels da sua vizinhança.

Não lineares- quaisquer outros filtros.

**Passa-baixa** – suaviza o aspeto da imagem, apresenta um efeito de desfocagem. Os coeficientes do filtro são positivos, devendo a sua soma ser 1.

Exemplos de filtros lineares passa-baixa:

**média** – todos os coeficientes são iguais

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline f_{i-1,j-1} & f_{i,j} & f_{i+1,j+1} \\ \hline f_{i,j-1} & f_{i,j} & f_{i,j+1} \\ \hline f_{i+1,j-1} & f_{i+1,j} & f_{i+1,j+1} \\ \hline \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ \hline 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ \hline 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ \hline \end{array}$$

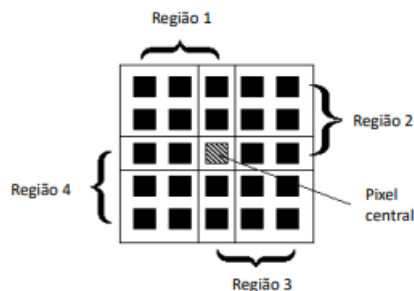
Função                      Coeficientes                      Valor calculado

**Gaussiano 2-D**- operador de convolução que utiliza um kernel sobre a forma de “bomba” gaussiana. Filtro de média ponderada, com maior peso no pixel central, diminuindo o peso progressivamente para o exterior. Logo a suavização vai ser mais delicada preservando melhor a média quando usado em imagens com ruído. Preserva melhor as fronteiras.

Exemplos de filtros não lineares passa-baixa

**Mediana** -Resultado melhor que a média

**Kuwahara** – suaviza a imagem sem perturbar a nitidez e a posição das fronteiras. Neste considera-se uma janela quadrada, dividida em 4 regiões calculando-se a média e a variância. O valor correspondido ao pixel central, corresponde ao valor médio que tem uma menor variância.



Filtro Passa-alta - Evidencia o detalhe. Para tal, definem-se filtros derivativos – operadores de gradiente. Coeficientes positivos no centro e negativos na periferia – soma igual a 0.

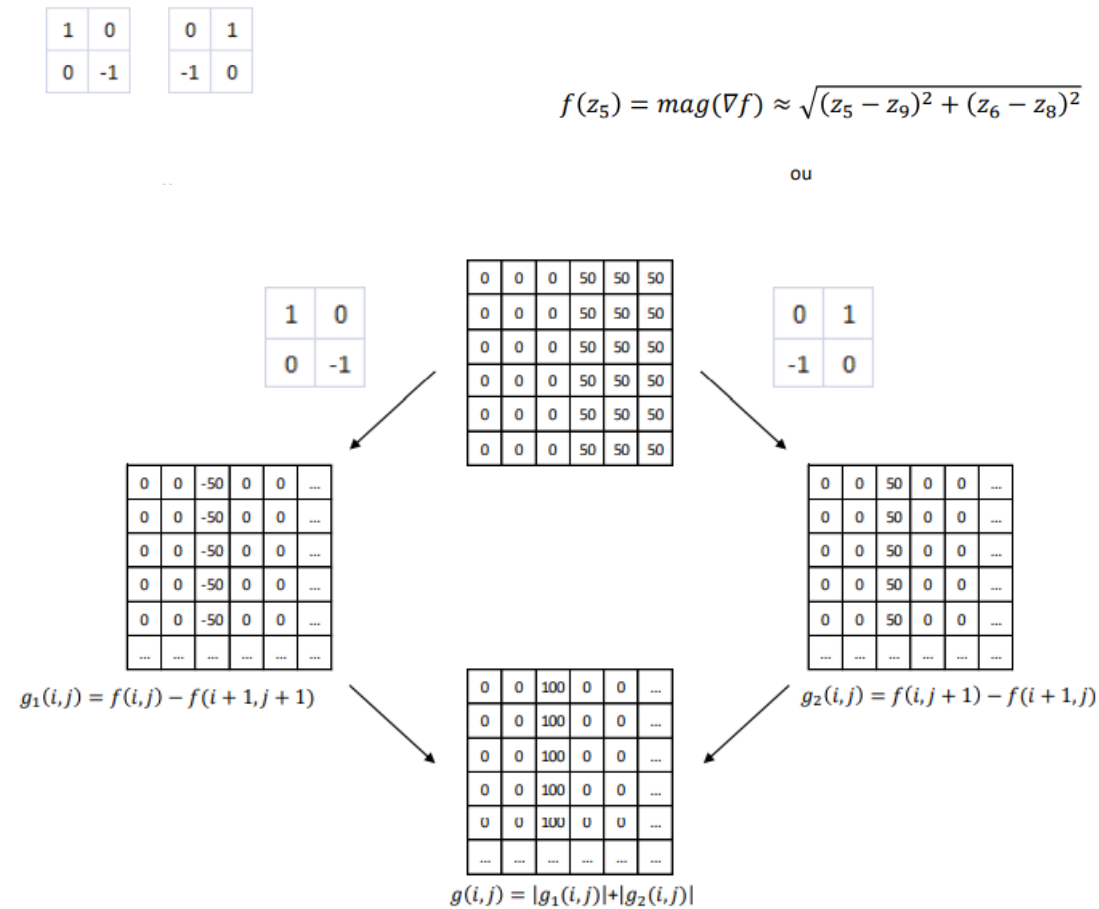
**Gradiente:** O gradiente de uma função  $f$ , no ponto  $(x,y)$ , define-se por  $\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$

A magnitude é dada por  $mag(\nabla f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$ .

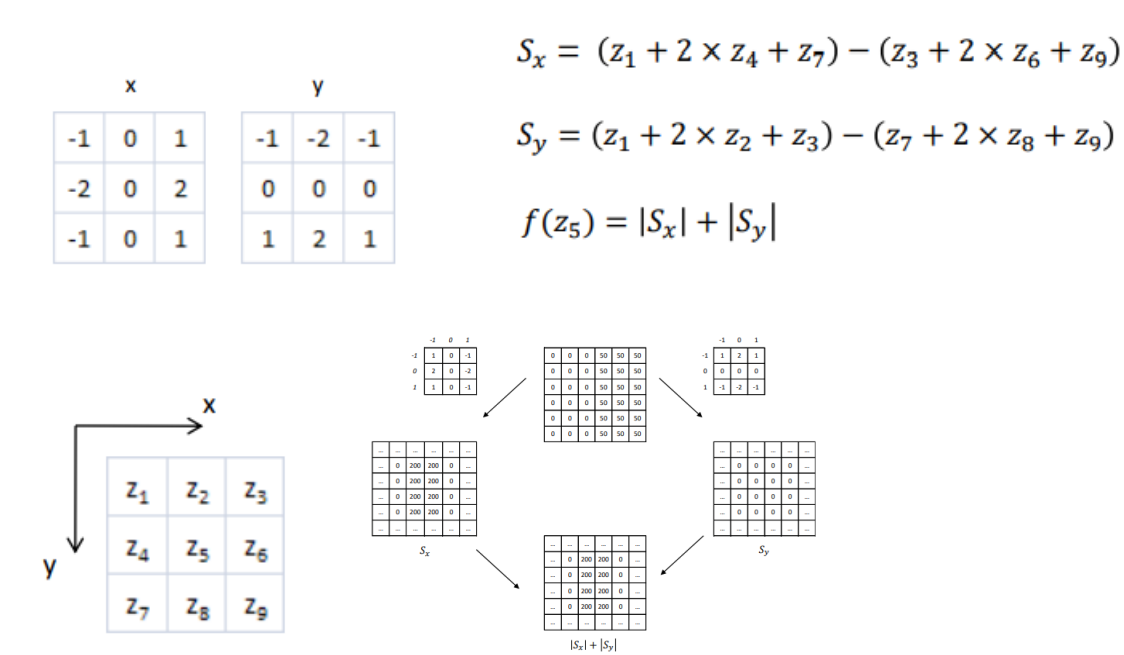
$$\text{Filtro Passa-Alta} = \text{Imagem original} - \text{Filtro Passa-Baixa}$$

Exemplos filtros passa-alta

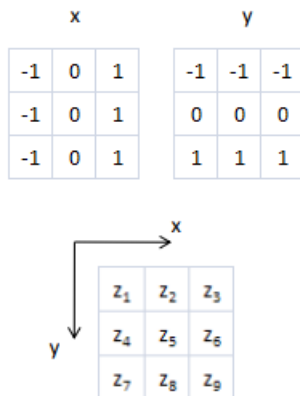
Roberts – calcula o gradiente numa direção de 45 graus



Sobel - realça linhas verticais e horizontais mais escuras, sem realçar pontos isolados.



Prewitt - realça linhas verticais e horizontais mais escuras, sem realçar pontos isolados.



$$S_x = (z_1 + z_4 + z_7) - (z_3 + z_6 + z_9)$$

$$S_y = (z_1 + z_2 + z_3) - (z_7 + z_8 + z_9)$$

$$f(z_5) = |S_x| + |S_y|$$

Os filtros passa-alta podem ser desenhados em função da direção.

Filtro passa-banda – remove/atenua determinados intervalos de frequências. Realçam as fronteiras e as outras características da filtragem passa alta, mas na presença de ruído.

Configuração: positivos na vizinhança do centro e alternadamente negativos e positivos no sentido da periferia.

$$\text{Filtro Passa-Banda} = \text{Filtro Passa-Baixa 1} - \text{Filtro Passa-Baixa 2}$$

Operação Unsharp -permite sobressair as fronteiras de uma imagem, através da subtração de uma imagem e a imagem suavizada pelo filtro passa baixa.

$$u(i, j) = f(i, j) + k \times [f(i, j) - PB(i, j)], \quad 0 \leq k \leq 1$$

Filtro de laplaciano – distingue-se dos restantes filtros de realce de fronteiras pois utiliza a informação de segundas derivadas relativas às variações de intensidade dos pixels. Pode apresentar conectividade4 e conectividade 8.

Configuração:

Laplaciano negativo – pixel central negativo e coeficientes externos positivos

Laplaciano positivo – pixel central positivo e coeficientes externos negativos

Soma dos coeficientes tem de ser nula.

$$\nabla^2 f(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\nabla^2 f(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtro Laplaciano do gaussiano – Para minimizar o ruído, realiza-se, primeiro, um filtro passa-baixa gaussiano e depois o operador laplaciano.

Dado que a convolução é associativa, pode-se, primeiro, realizar a convolução do filtro gaussiano com o operador laplaciano e só depois executa-se a imagem com o operador laplaciano do gaussiano.

Vantagens:

Menos operação aritméticas pois os kernels são mais pequenos que a imagem.

O filtro LoG pode ser pré-calculado antecipadamente, executando apenas 2 vezes o operador de convolução.

$$LoG(x, y) = \nabla^2(G(x, y)) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} G(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} G(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \times \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \times e^{-\left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)}$$

Laplaciano do gaussiano



Domínio das frequências

Frequência – número de ciclos que corre no intervalo de tempo de 1 segundo.

O processo de digitalização de um sinal analógico, consiste em gerar uma sequência discreta  $S$  de impulsos com uma frequência de amostragem  $f_s$ .

A frequência de amostragem deve ser maior que 2 vezes a máxima frequência do sinal, conseguindo assim, reproduzir uma amostra bastante fiel ao sinal original.

**Transformada de Fourier (TF)** – qualquer sinal pode ser expresso como uma soma de várias senoidais, ou seja, soma de funções seno e cosseno.

Esta primeiro decompõe o sinal – definido no domínio espacial – nas suas componentes seno e cosseno – representando-o no domínio das frequências ou espaço de Fourier.

**Transformada direta de Fourier (DFT)** – passagem do domínio espacial para o domínio das frequências

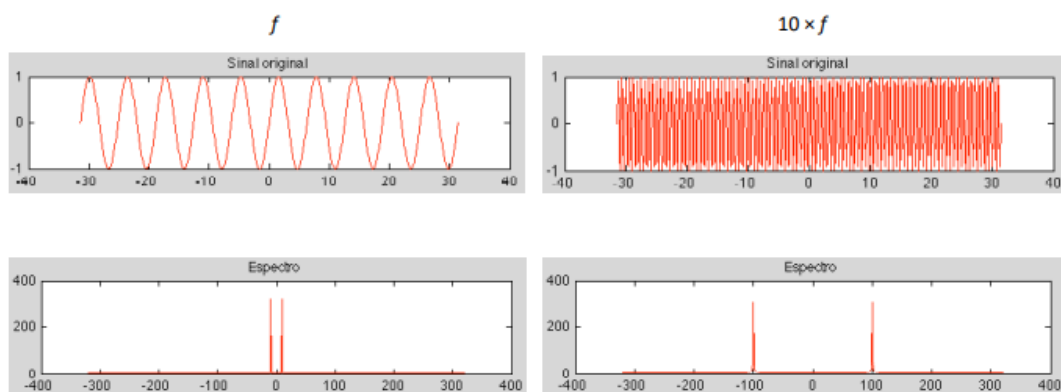
$$F(u) = \sum_{x=0}^{N-1} \left[ f(x) \times e^{-j\frac{2\pi ux}{N}} \right] = \sum_{x=0}^{N-1} \left[ f(x) \times \left( \cos\left(-\frac{2\pi ux}{N}\right) + j \sin\left(-\frac{2\pi ux}{N}\right) \right) \right]$$

**Transformada inversa de Fourier (IFT)** – passagem do domínio das frequências para o domínio espacial.

$$f(x) = \frac{1}{N} \times \sum_{u=0}^{N-1} \left[ F(u) \times e^{j\frac{2\pi ux}{N}} \right] = \frac{1}{N} \times \sum_{x=0}^{N-1} \left[ f(x) \times \left( \cos\left(\frac{2\pi ux}{N}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi ux}{N}\right) \right) \right]$$

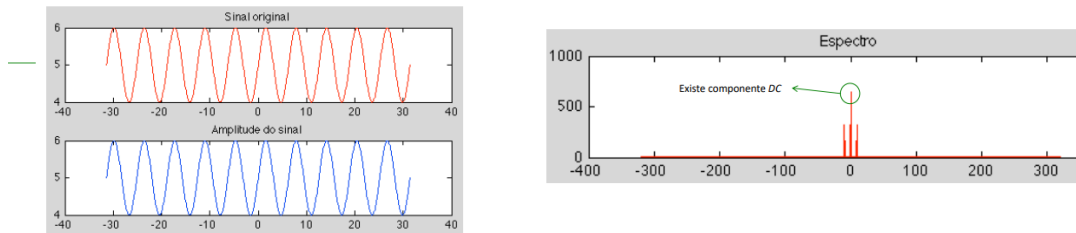
**Espectro** – contém as magnitudes das frequências das ondas que o constituem. Este tem uma parte positiva e outra parte negativa. A parte negativa é sempre uma versão espelhada da parte positiva.

Quanto mais afastado para a esquerda (e para a direita) estiver o pico, maior é a frequência.



C = o transladar do sinal segundo a direção yy.

A componente **DC** tem uma amplitude igual ao valor médio do sinal. Se o espectro tiver um valor diferente de zero na origem, saber-se-á que o valor médio do sinal é diferente.



Numa imagem, as variações são apresentadas pelas variações espaciais dos tons de cinzento dos pixels.

A frequência espacial corresponde à frequência ao longo do espaço onde há modelação da intensidade.

A transformação do domínio espacial para o domínio das frequências espaciais resulta numa função de valores complexos. Para visualizar o espectro, pode fazer-se com a determinação da função magnitude.

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[ f(x, y) \times e^{-j2\pi \left( \frac{u \times x}{M} + \frac{v \times y}{N} \right)} \right]$$

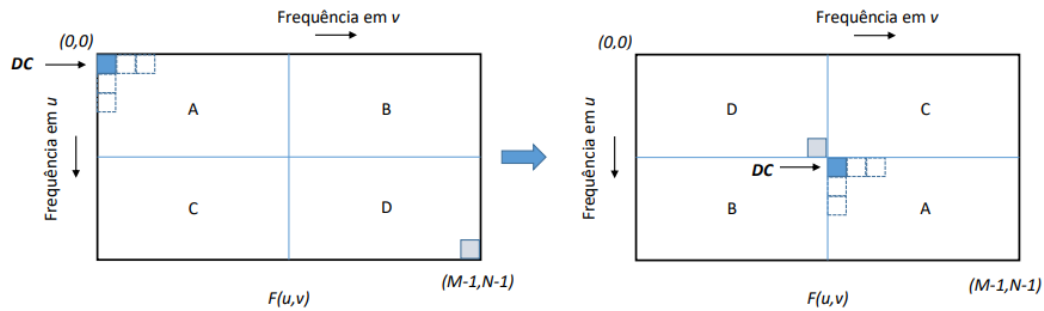
A função  $f(x,y)$  é a imagem no domínio espacial e o termo exponencial é a função-base que corresponde à representação de cada ponto  $F(u,v)$  do espaço de Fourier.

$$Mag(u, v) = \frac{1}{(N \times M)} |F(u, v)|$$

A transformada direta discreta de Fourier corresponde à transformada de Fourier amostrada, como tal, não contém todas as frequências que formam uma imagem, mas sim um conjunto de amostras.

O número de frequências corresponde ao número de pixels da imagem do domínio espacial, ou seja, o espectro e a imagem tem as mesmas dimensões.

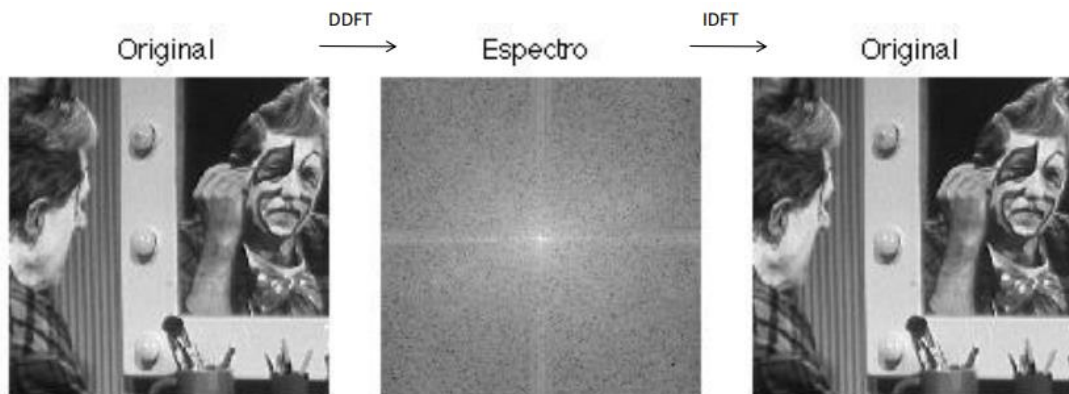
Para melhor interpretação, a função base é geometricamente alterada de forma a que o  $F(0,0)$  se localize no centro.



Quase sempre, o intervalo numérico é bastante grande para ser visualizado no ecrã, como tal, recorre-se ao operador logaritmo na função magnitude de modo a obter uma representação de 8 bits.

Transformada inversa discreta de Fourier (IDFT)

$$f(x, y) = \left( \frac{1}{M \times N} \right) \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \left[ F(u, v) \times e^{j2\pi \left( \frac{u \times x}{M} + \frac{v \times y}{N} \right)} \right]$$

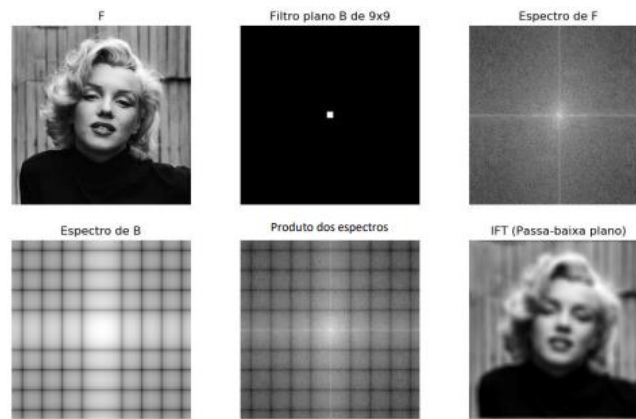


A TF está diretamente relacionada com muitas operações, entre as quais a filtragem.

Uma operação no domínio espacial que resulta de uma operação de convolução entre um kernel e uma imagem de cinzentos, executa-se com uma simples multiplicação nos domínios das frequências.

Filtragem de Butterworth – filtro passa baixa e consegue controlar a nitidez com a ordem ( $n$ ).

Teorema da convolução – uma convolução entre 2 sinais obtém-se multiplicando as suas transformadas individuais de Fourier e executando a inversa da TF desse produto, tornando mais rápido o processo de filtragem.



Exemplos de aplicação:

- detecção da orientação de texto através da linearização dos picos da imagem.
- Operações de localização de objetos numa imagem

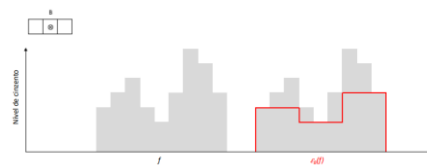
## Morfologia matemática numérica

Estas operações atribuem a cada pixel da imagem novos valores correspondentes ao mínimo ou máximo valor de uma dada vizinhança, sendo a vizinhança definida de acordo com a forma do elemento estruturante.

Esta tem aplicação em processos de contraste de imagem, descrição de texturas, detecção de fronteiras e limiarização.

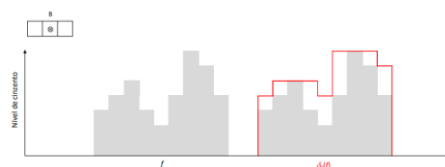
### Erosão

$$\varepsilon_B(f(x)) = \min_{b \in B} f(x + b)$$



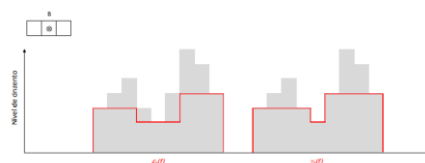
### Dilatação

$$\delta_B(f(x)) = \max_{b \in B} f(x + b)$$



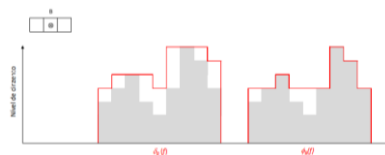
### Abertura – erosão + dilatação

$$\gamma_B(f(x)) = \delta_B(\varepsilon_B(f(x)))$$



### Fecho – dilatação + erosão

$$\phi_B(f(x)) = \varepsilon_B(\delta_B(f(x)))$$

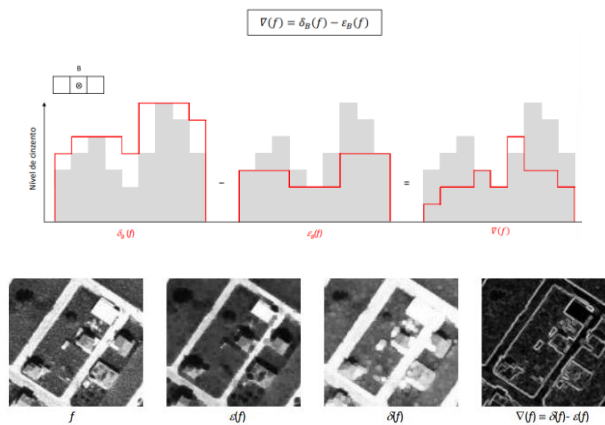


### Suavização morfológica

Pode ser feita de diversas formas:

- Operação de abertura e depois de um fecho, removendo-se os artefactos claros e escuros com tamanho igual ou abaixo do tamanho do elemento estruturante.
- Média entre as operações de erosão e dilatação de uma imagem

**Gradiente morfológico** – determina-se pela diferença algébrica entre a dilatação e a erosão



Os operadores do gradiente servem para destacar as fronteiras dos objetos, ou seja, as suas arestas. A espessura de uma aresta detetada por um gradiente morfológico é de dois pixels – um pixel para cada lado da fronteira.

Se houver ruído, a imagem tem de ser filtrada primeiro antes de aplicar o operador de gradiente para evitar realçar o ruído.

**Nota:**

Ao contrário dos operadores de gradiente prewitt, sobel e roberts, os gradientes morfológicos obtidos com elementos estruturantes simétricos tendem a depender de menos da direccionalidade das arestas.

**Semi-gradientes** – são usados para detetar limites internos ou externos de uma fronteira. Este só tem 1 pixel de espessura.

**Semi-gradientes por erosão ou gradiente interno** – diferença entre a imagem original e a sua erosão numérica.

$$\nabla_B^-(f) = f - \varepsilon_B(f)$$

- Evidencia as fronteiras internas dos objetos que são mais claros que o fundo
- Evidencia as fronteiras externas dos objetos que são mais escuras no fundo

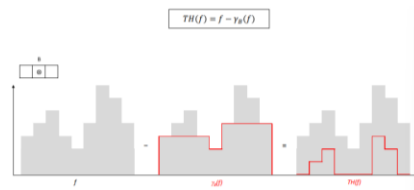
**Semi-gradientes por dilatação ou gradiente externo** – diferença entre a dilatação e a imagem original.

$$\nabla_B^+(f) = \delta_B(f) - f$$

- Evidencia as fronteiras internas dos objetos que são mais escuros que o fundo
- Evidencia as fronteiras externas dos objetos que são mais claras no fundo

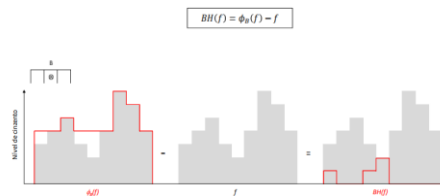
## Transformação chapéu-alto

Chapéu-Alto (top-hat) TH – diferença entre a imagem e a sua abertura



No TH são extraídos os picos de intensidade que não estão contidos no elemento estruturante, realçando os detalhes da imagem.

Chapéu-baixo (BH) – bottom-hat – consiste na diferença do fecho com a imagem inicial.



São extraídos os “vales” de intensidade da imagem. Todas as estruturas em caule que não estão contidas no ee são removidas da imagem.

## Chapéu-Alto auto complementar

A soma do TH e BH extrai todos os elementos da imagem que não estão contidos no elemento estruturante, resultando da diferença entre o fecho e a abertura.

$$TH(f) + BH(f) = f - \gamma_B(f) + \phi_B(f) - f = \phi_B(f) - \gamma_B(f)$$

## Filtragem sequencial alternada

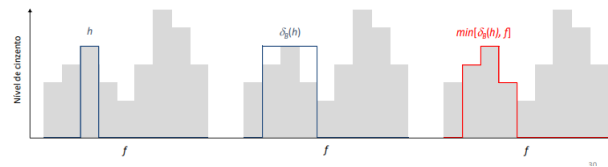
Uma imagem que contenha ruídos escuro e claro pode ser obtida através da aplicação de uma sequência de operações de fecho-abertura ou abertura-fecho, começando por utilizar ee de baixas dimensões e ir aumentando progressivamente o seu tamanho até um dado tamanho final.

Transformações geodésicas numéricas - são transformações morfológicas aplicadas a uma imagem  $h$ , mas condicionada pela morfologia de uma outra imagem numérica  $f$ .

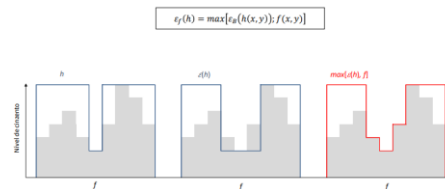
Podendo ser:

- Dilatação geodésica
- Erosão geodésica
- Reconstrução geodésica numérica por dilatações sucessivas
- Reconstrução geodésica numérica por erosões geodésicas sucessivas (construção dual)

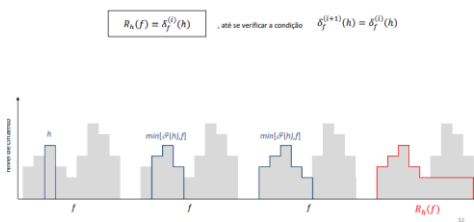
**Dilatação geodésica** –determino o ee, dilato o ee, interseção com a imagem.



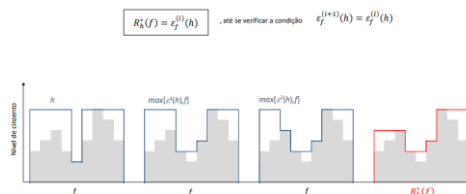
**Erosão geodésica** – determino o ee, depois tenho de erodir o ee e por fim interseção com a imagem.



**Reconstrução geodésica numérica por dilatações sucessivas**

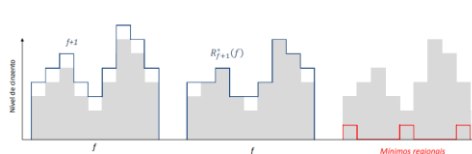


**Reconstrução geodésica numérica por erosões geodésicas sucessivas (construção dual)**

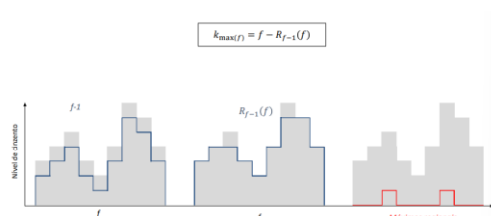


**Extremos regionais** – uma imagem com mínimos/máximos regionais é uma imagem binária

**Mínimos regionais de elevação h**- superfície conexa sobre a qual é impossível alcançar um ponto de elevação inferior.



**Máximos regionais** - superfície conexa sobre a qual é impossível alcançar um ponto de elevação superior





**Transformação watershed** – tem como objetivo segmentar uma imagem de cinzentos em regiões distintas, a partir de uma imagem binária de marcadores.

- Imagem 1 de entrada – imagem de cinzentos
- Imagem 2 de entrada – imagem de marcadores
- Imagem de saída – imagem binária com as bacias de escoamento resultantes da transformação.

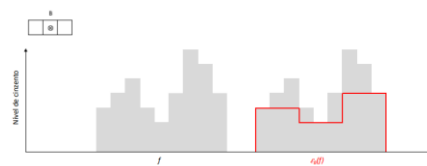
## Morfologia matemática numérica

Estas operações atribuem a cada pixel da imagem novos valores correspondentes ao mínimo ou máximo valor de uma dada vizinhança, sendo a vizinhança definida de acordo com a forma do elemento estruturante.

Esta tem aplicação em processos de contraste de imagem, descrição de texturas, detecção de fronteiras e limiarização.

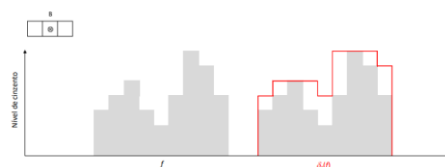
### Erosão

$$\varepsilon_B(f(x)) = \min_{b \in B} f(x + b)$$



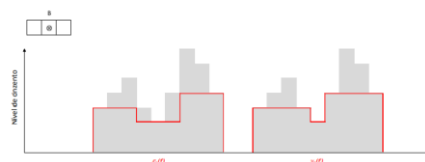
### Dilatação

$$\delta_B(f(x)) = \max_{b \in B} f(x + b)$$



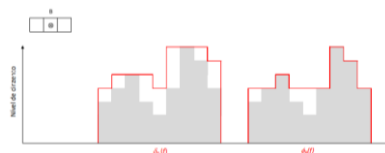
### Abertura – erosão + dilatação

$$\gamma_B(f(x)) = \delta_B(\varepsilon_B(f(x)))$$



### Fecho – dilatação + erosão

$$\phi_B(f(x)) = \varepsilon_B(\delta_B(f(x)))$$

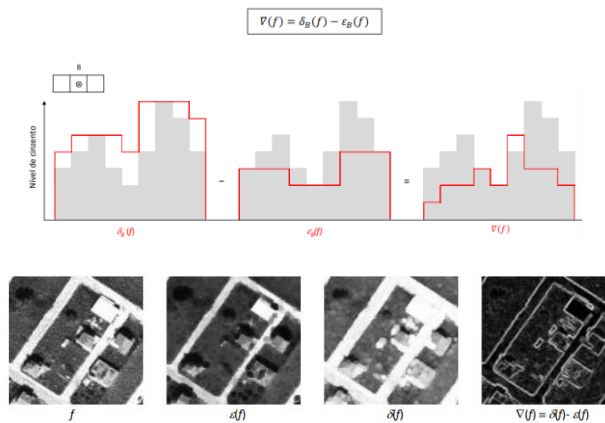


### Suavização morfológica

Pode ser feita de diversas formas:

- Operação de abertura e depois de um fecho, removendo-se os artefactos claros e escuros com tamanho igual ou abaixo do tamanho do elemento estruturante.
- Média entre as operações de erosão e dilatação de uma imagem

**Gradiente morfológico** – determina-se pela diferença algébrica entre a dilatação e a erosão



Os operadores do gradiente servem para destacar as fronteiras dos objetos, ou seja, as suas arestas. A espessura de uma aresta detetada por um gradiente morfológico é de dois pixels – um pixel para cada lado da fronteira.

Se houver ruído, a imagem tem de ser filtrada primeiro antes de aplicar o operador de gradiente para evitar realçar o ruído.

**Nota:**

Ao contrário dos operadores de gradiente prewitt, sobel e roberts, os gradientes morfológicos obtidos com elementos estruturantes simétricos tendem a depender de menos da direccionalidade das arestas.

**Semi-gradientes** – são usados para detetar limites internos ou externos de uma fronteira. Este só tem 1 pixel de espessura.

**Semi-gradientes por erosão ou gradiente interno** – diferença entre a imagem original e a sua erosão numérica.

$$\nabla_B^-(f) = f - \varepsilon_B(f)$$

- Evidencia as fronteiras internas dos objetos que são mais claros que o fundo
- Evidencia as fronteiras externas dos objetos que são mais escuras no fundo

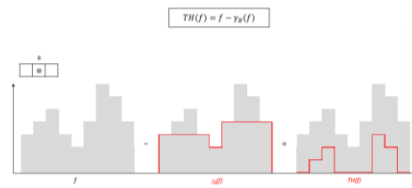
**Semi-gradientes por dilatação ou gradiente externo** – diferença entre a dilatação e a imagem original.

$$\nabla_B^+(f) = \delta_B(f) - f$$

- Evidencia as fronteiras internas dos objetos que são mais escuros que o fundo
- Evidencia as fronteiras externas dos objetos que são mais claras no fundo

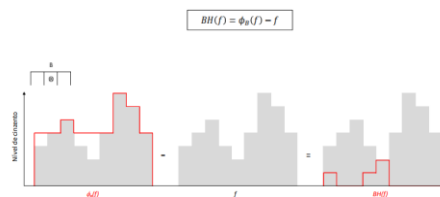
## Transformação chapéu-alto

Chapéu-Alto (top-hat) TH – diferença entre a imagem e a sua abertura



No TH são extraídos os picos de intensidade que não estão contidos no elemento estruturante, realçando os detalhes da imagem.

Chapéu-baixo (BH) – bottom-hat – consiste na diferença do fecho com a imagem inicial.



São extraídos os “vales” de intensidade da imagem. Todas as estruturas em caule que não estão contidas no ee são removidas da imagem.

## Chapéu-Alto auto complementar

A soma do TH e BH extrai todos os elementos da imagem que não estão contidos no elemento estruturante, resultando da diferença entre o fecho e a abertura.

$$TH(f) + BH(f) = f - \gamma_B(f) + \phi_B(f) - f = \phi_B(f) - \gamma_B(f)$$

## Filtragem sequencial alternada

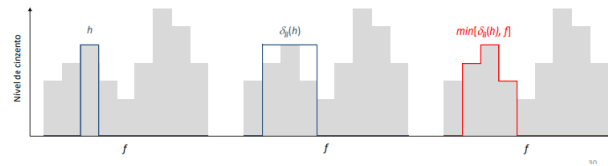
Uma imagem que contenha ruídos escuro e claro pode ser obtida através da aplicação de uma sequência de operações de fecho-abertura ou abertura-fecho, começando por utilizar ee de baixas dimensões e ir aumentando progressivamente o seu tamanho até um dado tamanho final.

Transformações geodésicas numéricas - são transformações morfológicas aplicadas a uma imagem  $h$ , mas condicionada pela morfologia de uma outra imagem numérica  $f$ .

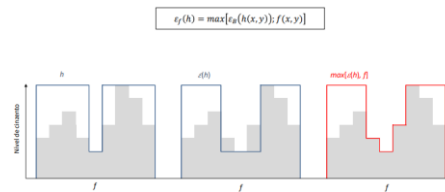
Podendo ser:

- Dilatação geodésica
- Erosão geodésica
- Reconstrução geodésica numérica por dilatações sucessivas
- Reconstrução geodésica numérica por erosões geodésicas sucessivas (construção dual)

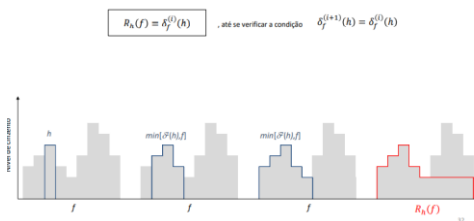
**Dilatação geodésica** –determino o ee, dilato o ee, interseto com a imagem.



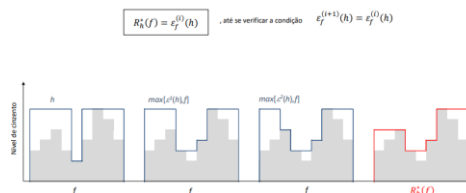
**Erosão geodésica** – determino o ee, depois tenho de erodir o ee e por fim interseto com a imagem.



**Reconstrução geodésica numérica por dilatações sucessivas**



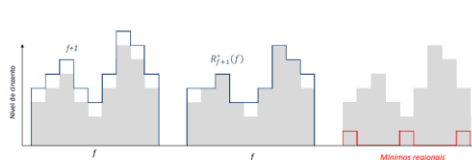
**Reconstrução geodésica numérica por erosões geodésicas sucessivas (construção dual)**



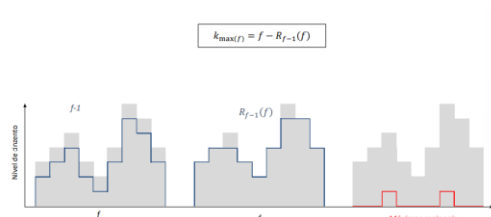
**Extremos regionais** – uma imagem com mínimos/máximos regionais é uma imagem binária

**Mínimos regionais de elevação h-** superfície conexa sobre a qual é impossível alcançar um ponto de elevação inferior.

$$k_{\min(f)} = R_{f+1}^*(f) - f$$



**Máximos regionais** - superfície conexa sobre a qual é impossível alcançar um ponto de elevação superior



**Transformação watershed** – tem como objetivo segmentar uma imagem de cinzentos em regiões distintas, a partir de uma imagem binária de marcadores.

- Imagem 1 de entrada – imagem de cinzentos
- Imagem 2 de entrada – imagem de marcadores
- Imagem de saída – imagem binária com as bacias de escoamento resultantes da transformação.

## Segmentação de imagem

A segmentação de imagem consiste na decomposição de uma imagem digital em uma série de regiões distintas.

Tem como objetivo simplificar ou alterar a representação inicial de uma imagem para uma outra que tenha maior significado e que seja mais simples de analisar.

É tipicamente utilizada para localizar objetos e limites de objetos nas imagens, considerando todos os pixels de uma dada região semelhantes.

As regiões adjacentes têm características diferentes.

Técnicas de segmentação de imagem:

- Classificação do pixel
- Técnicas baseadas em regiões
- Técnicas baseadas em transições
- Outras técnicas

### Classificação do pixel

As técnicas de segmentação do pixel assentam na atribuição de uma certa classe a cada nível.

Pixels da mesma classe formam todos juntos um segmento da função  $f$ .

O volume de cálculo é proporcional ao número de pixels que a imagem contém.

- **Limiarização (threshold) simples do histograma** – é útil na discriminação entre objetos de primeiro plano e de regiões de contexto. Mediante um certo valor de threshold  $t$ , a imagem de intensidade é convertida em imagem binária.
- **Threshold pela média** – calcula-se o valor médio e usa-se como valor para  $t$ . Utiliza-se este método quando a imagem tem aproximadamente a mesma quantidade de pixels no background e no foreground.
- **Threshold pelo método “p-tile”** - acontece quando se conhece a fração aproximada que um certo objeto ocupa na imagem inteira.
- **Threshold por histerese** – realiza-se quando não há um vale bem definido no histograma. Consiste em realizar 2 limiarizações ou seja, os pixels que são inferiores a  $t_1$  pertencem ao background, os maiores que  $t_2$  pertencem ao objeto e os que estão entre  $t_1$  e  $t_2$  tem de ser analisados de acordo com os pixels adjacentes.
- **Threshold por pesquisa das modas** – determinação dos picos de frequência e dos mínimos locais entre os picos.
- **Threshold pela máxima distância (d)** – determinação do nível de cinzento que se encontra à maior distância da reta que une o primeiro índice de frequência diferente de zero e o pico significativo do histograma.
- **Threshold pelo método de Otsu** – consiste em executar a limiarização automática de uma imagem de cinzentos em duas classes, por intermédio de uma análise estatística otimizada.
- **Threshold adaptado** -esta técnica de segmentação é aplicada em circunstâncias de variação de luminosidade ao longo da imagem. Este consiste em
  - Aplicar o filtro passa-baixa(média) com um filtro de dimensões suficientemente grandes
  - Determinação do valor absoluto da subtração da imagem filtrada á imagem original seguido da subtração de uma constante ao resultado
  - Limiarização simples do resultado anterior.

- **Threshold multi-níveis(quantização)** – A imagem contém mais do que 1 objeto. Consiste em usar limiarizações em vários níveis de intensidade para separar esses objetos.

Vantagens da limiarização

- Fácil de implementação
- Rapidez
- Adequado para certo tipo de imagens

Desvantagem

- Pode ser pouco eficaz pois não garante a coerência dos objetos.

**Clustering** – consiste na técnica de agrupar os pixels em grupos com base nos seus atributos de intensidade radiométrica.

Neste temos de definir os centroides iniciais para os clusters, determinar quais os pixels mais próximos de cada centroide e re-determinar o respetivo centroide a partir, por exemplo, da distância euclidiana.

O processo é iterativo e termina quando os centroides não sofrem alterações.

Técnicas de agrupar os clusters:

K-means clustering – agrupa pela média

Gray K-means clustering – agrupa pixels de imagem de cinzentos

Color K-means clustering - agrupa pixels de imagem de cores

Histograma multivariado (HMF) – estabelece as correlações espaciais das intensidades dos pixels para reduzir a informação dos dados a um nível mais refinado. É uma ferramenta complementar dos meios convencionais de análise de imagem.

$$HMF[p, q, 0] = HMF[p, q, 0] + 1 \quad \begin{cases} p = rgb[i, j, 0] \\ q = rgb[i, j, 1] \end{cases} \quad \text{Bandas 1 e 2}$$

$$HMF[p, q, 1] = HMF[p, q, 1] + 1 \quad \begin{cases} p = rgb[i, j, 0] \\ q = rgb[i, j, 2] \end{cases} \quad \text{Bandas 1 e 3}$$

$$HMF[p, q, 2] = HMF[p, q, 2] + 1 \quad \begin{cases} p = rgb[i, j, 1] \\ q = rgb[i, j, 2] \end{cases} \quad \text{Bandas 2 e 3}$$

## Técnicas baseadas em regiões

Esta técnica visa a agregação ou partição de regiões de acordo com as características dos pixels na imagem – intensidade, textura...).

No final desta técnica, tem de se respeitar a condição de indepotencia.

**Separação de regiões** (region splitting) – separação da imagem ou de uma ou várias áreas de interesse, num conjunto de regiões disjuntas de forma que haja coerência entre pixels.

Ex: transformação morfológica watershed. Separação da matriz em 4 até que não dê para realizar mais divisões.



**Split and merge** – combinação das técnicas region splitting and region growing. Após a partição por region splitting, executa-se o processo de fusão das regiões que cumpram os critérios de homogeneidade estabelecidos.

## **Técnicas baseadas em transições**

**Transições** – descontinuidades na intensidade de uma dada imagem. Podem ser:

- Degrau – mudança abrupta entre 2 valores
- Linha – a mudança acontece, mas após alguma distância regressa ao valor anterior.

Estas mudanças são raras de acontecer, verificando-se quase sempre os modelos de “rampa” e “telhado”.

Estas técnicas assentam na determinação de linhas de transição numa imagem por uso de operadores de deteção de zonas de transição. A variação radiométrica dos pixels na fronteira é mais acentuada que os entre os pixels internos de cada região.

### **Nota:**

Pode acontecer que regiões de uma imagem obtidas com metodologias de crescimento de regiões não coincidam com metodologias de transições e vice-versa.

**Canny-edge detector** – deteta fronteiras.

Parte-se de uma imagem de cinzentos e obtém-se uma imagem binária com as posições das descontinuidades radiométricas.

### **Síntese do algoritmo**

1. Suaviza-se a imagem com um filtro gaussiano
2. Filtro derivativo para realçar as primeiras derivadas espaciais mais elevadas nas direções horizontais e verticais.
3. Determina-se o ângulo de inclinação entre as direções horizontais e verticais do gradiente.
4. Nas linhas de junção do gradiente, realiza-se uma busca pelos máximos nas quatro direções e coloca-se os restantes a zero
5. Realização de um threshold. Todos os pixels que pertencem às linhas de fronteira são denominados de pixels fortes (maiores que  $t_2$ ). Os que não pertencem, são denominados de pixels fracos (menor que  $t_1$ ). Os que estão entre  $t_1$  e  $t_2$ , a escolha é realizada por histerese.

**Transformação de Hough** – algoritmo que deteta linhas retas, tendo sido alargado para linhas curvas.

A equação reduzida de uma linha no espaço-imagem escreve-se com base no conhecimento do seu declive e no valor da ordenada na origem  $b$ .

Escrevendo as equações base, define-se o **espaço de Hough**. Neste espaço, obtém-se diferentes linhas com diferentes inclinações, interseccionando-se todas num só espaço de coordenadas.

#### Síntese do algoritmo

1. Determinar o valor de  $\rho$  relativamente para cada valor de  $\alpha$ .  
$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$
2. Construir a função acumuladora do espaço de Hough, em vez de linhas retas
3. Extrair os máximos da matriz
4. Determinar a equação reduzida da reta por inversão da sua representação em coordenadas polares.

A transformação de Hough parte de uma imagem de fronteiras previamente obtida (Ex: canny-edge)

#### Técnicas baseadas em morfologia matemática

Consiste em combinar técnicas de crescimento de regiões com a deteção de transições. Esta abordagem agrupa os pixels em todo dos mínimos ou máximos regionais.

Exemplos de técnicas:

- **Separação de objetos** – combina várias técnicas morfológicas.

Síntese do algoritmo:

1. Transformar a imagem em cinzentos
2. Threshold da imagem de cinzentos para obter uma primeira aproximação dos objetos
3. Determinar a distância no interior dos objetos e os máximos regionais através da reconstrução geodésica numérica por dilatações geodésicas sucessivas.
4. Determinação do watershed do complementar numérico da função D, usando os máximos regionais como marcadores binários.
5. Interseção do watershed com a imagem- ficando os objetos separados.

- **Imagem-mosaico** – reconfiguração da imagem por unificação dos valores de cinzentos das bacias de watershed.

Síntese do algoritmo

1. Determinação do gradiente morfológico
2. Determinação da imagem de watershed do gradiente a partir dos mínimos regionais
3. Atribuição de um valor de cinzento único a cada bacia de watershed.

## Medidas de similitude

- **Erro Médio Quadrático** – mede a quantidade de alteração ocorrida no processamento de uma imagem. Quando dá 0, é porque os elementos comparados são idênticos
- **Correlação cruzada** – percorrer uma matriz de pequenas dimensões por todas as posições de uma matriz de maiores dimensões, calculando o valor da correlação entre cada posição. A correlação é sensível às variações de luminosidade. Valores compreendidos entre 0 e infinito.
- **Correlação cruzada normalizada** – A subtração das médias torna o processo insensível às diferenças de brilho. Valores compreendidos entre -1 e 1.
- **Template matching** – técnica de segmentação que visa a encontrar objetos semelhantes a um dado objeto que se designa por template. Baseia-se no cálculo da correlação cruzada normalizada.
- **Correlação cruzada com a transformada de Fourier** – aplica-se primeiro o teorema da convolução.

## Correlação de fase

Técnica que permite determinar uma translação de imagem através do espectro de potência cruzado