

## Morfologia matemática binária

Baseia-se na teoria dos conjuntos e pretende quantificar as estruturas do ponto de vista geométrico.

Metodologia:

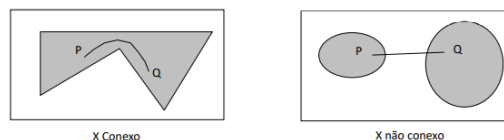
- Utiliza a noção de conjunto para representar estruturas:
- Transformação dos conjuntos por forma a torná-los mensuráveis
  - Interação do conjunto de objetos com outro de forma conhecida – elemento estruturante
  - A transformação do conjunto inicial ao longo de sucessivas operações evidencia as suas características estruturais, ou seja, o conjunto transformado é mais simples que o conjunto original
- Realização de medidas sobre os conjuntos transformados

**Morfologia binária** – aplica-se a imagens binárias

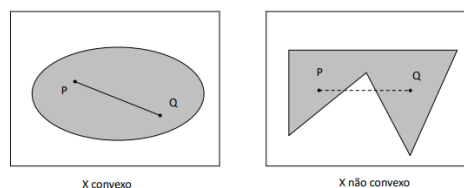
**Morfologia numérica** – imagens monocromáticas ou coloridas

Propriedades dos conjuntos

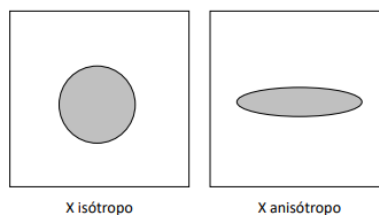
**Conexidade** – um conjunto diz-se conexo se existir um caminho que une 2 pontos que estejam contidos no mesmo conjunto. Vai depender da conectividade



**Convexidade** – Todo o segmento de reta que una os 2 pontos contidos no mesmo conjunto, esteja incluído no conjunto



**Isotropia** – conjunto uniformemente espalhado por todas as direções



**Extensiva** – se o conjunto resultante contém o conjunto inicial

**Crescente** -a relação de inclusão entre os conjuntos inicial e resultante mantém-se igual

**Idempotente** – a sua aplicação sucessiva não altera o conjunto.

Duas transformações morfológicas são iguais se o seu complementar for igual à primeira

**Homotópica** – não modifica o número de conexidade de um conjunto X.

### Elemento estruturante

Caso particular de uma imagem binária, sendo pequeno. O elemento estruturante vai percorrer a imagem e ver se encaixa ou não nos objetos. Nesse processo pode modificar a forma e as características (Ex: convexidade e conectividade).

O centro de referência do elemento estruturante é geralmente o centro geométrico. Vai ser o seu centro que vai marcar a posição sobre a imagem inicial e a posição do pixel transformado.

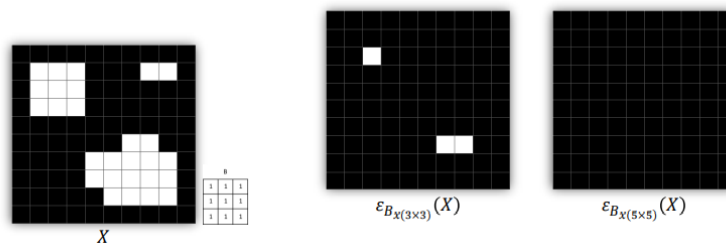
A distribuição dos pixels no interior de B designa-se de configuração de vizinhança

A **transformação de vizinhança** consiste na alteração/identificação de um pixel de uma imagem no caso de se verificar uma dada configuração de vizinhança V em redor desse pixel.

Como transformações de vizinhança mais comuns temos o adelgaçamento e o espessamento.

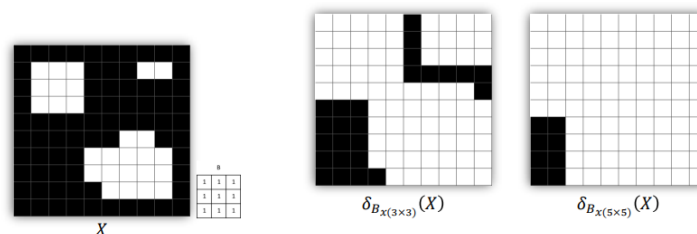
Transformação morfológica de **erosão** – consiste em reduzir a imagem. O ee tem de estar todo contido, reduzindo no pixel central.

$$\varepsilon_B(X) = \{x: B_x \subset X\}$$

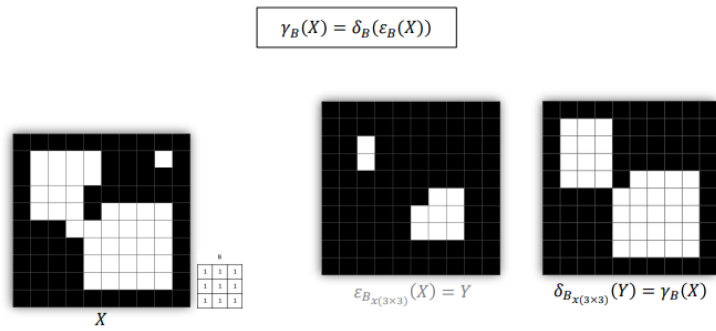


Transformação morfológica de **dilatação** – consiste em expandir. Para expandir não precisa de conter o ee. Só o pixel central é que tem de estar contido.

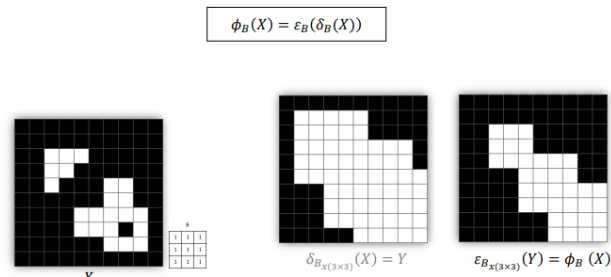
$$\delta_B(X) = \{x: B_x \cap X \neq \emptyset\}$$



**Abertura** – realiza-se a erosão e depois a dilatação – corta as ligações



**Fecho** – realiza-se a dilatação e depois a erosão – criam-se ligações



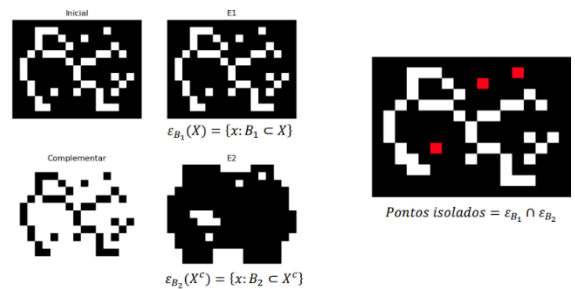
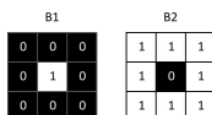
**Transformação tudo ou nada (HMT)** – consiste na transformação de vizinhança, constituída por 2 elementos estruturantes onde a junção dos dois conjuntos resulta de união, tendo como indicies (1, 0 (indiferente), -1). Os ee são complementares.

É geralmente utilizado para encontrar configurações específicas em grupos de pixéis ou objetos determinados pela interceção entre as erosões.

$$HMT_B(X) = \varepsilon_{B_1}(X) \cap \varepsilon_{B_2}(X^c)$$

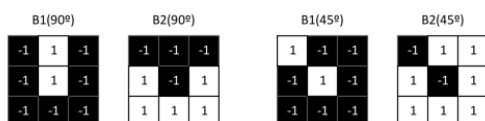
**Configurações do elemento estruturante**

- Pontos isolados



- Pontos extremos

Com  $B_1$  e  $B_2$ :



- Pontos múltiplos

Com  $B_1$  e  $B_2$ :

B1(90°)	B2(90°)	B1(45°)	B2(45°)																																				
<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr></table>	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	<table><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	-1																																					
-1	1	-1																																					
1	-1	1																																					
-1	-1	-1																																					
1	-1	1																																					
-1	1	-1																																					
1	-1	1																																					
-1	1	-1																																					
1	-1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	-1	1																																					
-1	1	1																																					

- Cantos retos

Com  $B_1$  e  $B_2$ :

B1	B2																		
<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	1	-1																	
-1	1	1																	
-1	-1	-1																	
-1	-1	-1																	
1	-1	-1																	
1	1	-1																	

- Contornos

Com  $B_1$  e  $B_2$ :

B1(90°)	B2(90°)	B1(45°)	B2(45°)																																				
<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	<table><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1																																					
-1	1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	1	1																																					
1	1	1																																					
1	1	1																																					
1	-1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	-1	-1																																					

**Adelgaçamento** (THIN) -corresponde a uma transformação de vizinhança que retira todos os pontos que correspondem a uma determinada configuração. É aplicada a imagem binária e produz uma imagem binária

$$THIN(X, B) = X \cap NOT[HMT(X, B)]$$

O ee vai percorrer todos os pixéis da imagem e comparando-o com a configuração de vizinhança. O que corresponderem à posição do centro B, é atribuído o valor de 0. Exemplo: erosão e abertura, esqueletização, escanhoamento

- Esqueletização – reduz as regiões da imagem binária, preservando a extensão e conectividade das regiões originais.
- Escanhoamento (prume) – suprime os extremos dos conjuntos binários até se verificar a condição de idempotencia.

**Espessamento** (THICK) – adiciona a X, todos os pontos que correspondam a uma determinada configuração de vizinhança

$$THICK(X, B) = X \cup HMT(X, B)$$

O ee vai percorrer todos os pixéis da imagem e comparando-o com a configuração de vizinhança. O que corresponderem à posição do centro B, é atribuído o valor de 1. Exemplo: dilatação, fecho envelope convexo

- Envelope convexo – Determina as concavidades nos objetos e o seu consequente preenchimento

- Esqueleto por zonas de influência (SKIZ) – divide a imagem em regiões, cada qual contendo um objeto distinto da imagem. As fronteiras são definidas por fora a que todos os pontos interiores estema próximos do correspondente objeto interior a essa área.

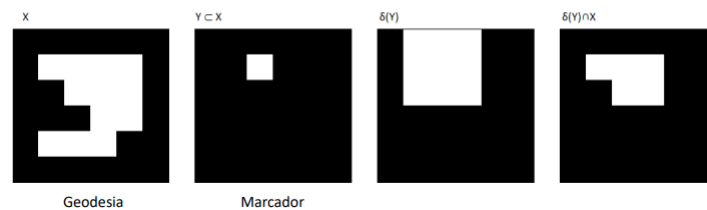
Transformações geodésicas binárias – são transformações morfológicas sobre uma imagem binária  $Y$ , condicionada por uma determinada geodesia binária  $X$ .

Podem ser:

- Dilatação geodésica
- Erosão geodésica
- Reconstrução geodésica binária por dilatações sucessivas
- Reconstrução geodésica binária por erosões geodésicas sucessivas

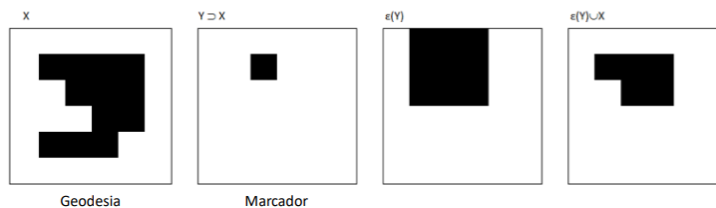
### Dilatação geodésica – encolhe a imagem

$$\delta_X(Y) = \delta(Y) \cap X$$



### Erosão geodésica – aumenta a imagem

$$\varepsilon_X(Y) = \varepsilon(Y) \cup X$$



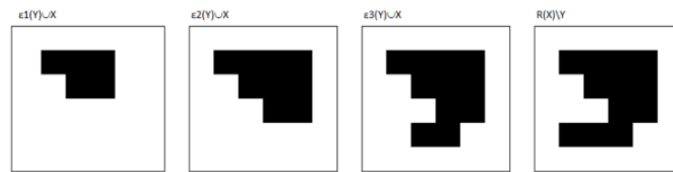
### Reconstrução geodésica binária por dilatações sucessivas

$$R_X(Y) = \delta_X^{\infty}(Y) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\delta_X \circ \dots \circ \delta_X)(Y) = \delta_X^n \left( \delta_X^{n-1} \left( \delta_X^{n-2} \left( \dots \left( \delta_X^1(Y) \right) \right) \right) \right)$$



## Reconstrução geodésica binária por erosões geodésicas sucessivas

$$R_X(Y) = \varepsilon_X^\infty(Y) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\varepsilon_X \circ \dots \circ \varepsilon_X)(Y) = \varepsilon_X^n \left( \varepsilon_X^{n-1} \left( \varepsilon_X^{n-2} \left( \dots \left( \varepsilon_X^1(Y) \right) \right) \right) \right)$$



**Número de conexidade (Número de Euler)** – número de vértices ( $v$ ) – nr de arestas ( $a$ ) + nr de polígonos ( $p$ ).

$$E = v - a + p$$

Na imagem digital

Número de objectos = 2

Número de buracos = 1

$$E = 2 - 1 = 1$$