

Quais os tipos de sensores que conhece? Qual a diferença principal entre ambos?

**Câmara fotográfica digital:** registra as imagens através de um sensor (CCD: *charge-coupled device*; CMOS: *complementary metal-oxide-semiconductor*).

**Sensor:** mede, num certo ponto, uma determinada característica de um certo objecto. Os sensores de satélite medem as intensidades de radiação do espectro eletromagnético e, com essas medidas, obtêm imagens em diversos intervalos de comprimento de onda.

Explique a diferença entre o modelo aditivo de cor (RGB) e o modelo subtrativo de cor (CMYB), onde e porque se usam.

**Sistema aditivo:** evolui do tom PRETO para o tom BRANCO. A mistura de cores, nos processos representação em computador, evolui no sentido da cor branca (sistema de cor RGB – *Red, Green, Blue*).



**Sistema subtrativo:** Evolui do tom BRANCO para o tom PRETO. A mistura de cores, nos processos de pintura ou de impressão, evolui no sentido da cor preta (sistema de cor CMYK – *Ciano, Magenta, Yellow, Black*).



**RGB:** é a abreviatura do sistema aditivo de cores formado por Vermelho (*Red*), Verde (*Green*) e Azul (*Blue*). Usa-se em dispositivos de projecção de luz, como monitores e *datashows*.

**CMYB:** é a abreviatura do sistema subtrativo de cores formado por Ciano (*Cyan*), Magenta (*Magenta*), Amarelo (*Yellow*) e Preto (*black*).

Diga o que entende por: *i)* resolução espacial; *ii)* resolução temporal; *iii)* resolução radiométrica.

**Resolução:** Descreve o nível de detalhe de uma imagem. O termo aplica-se a imagens digitais, imagens em sequências de vídeo e outros tipos de imagem. Resoluções mais altas significam maior detalhe.

- Tipos de resolução associados às imagens digitais:

1. Número de pixels (*pixel resolution*)
2. Espacial (*spatial resolution*)
3. Espectral (*spectral resolution*)
4. Radiométrica (*radiometric resolution*)
5. Geométrica (*geometric resolution*)
6. Temporal (*temporal resolution*)

**Resolução espacial:** capacidade de distinção espacial entre dois objectos próximos de uma imagem (não é o tamanho do menor objecto que pode ser visto na imagem). Quantifica-se pela área real que um pixel da imagem representa. Normalmente, os pixels correspondem a áreas quadrangulares.

**Resolução radiométrica:** poder de distinção de diferenças de intensidade dos objectos. É geralmente expressa em níveis de cinzento, ou número de *bits*.

- O número total de níveis de cinzento, que uma imagem de  $n$  *bits* pode ter, é igual a  $2^n$ . Por exemplo:

**Resolução temporal:** intervalo de tempo depois do qual é adquirida informação acerca de um mesmo objecto.

- Séries de imagens que mostram um mesmo objecto, tiradas em momentos diferentes (ao longo do tempo) são referidas como informação multi-temporal.



É possível determinar a escala de uma imagem digital conhecendo apenas a sua resolução geométrica? E conhecendo apenas a sua resolução espacial? Justifique ambas as respostas.

**Resolução geométrica:** Dimensão do pixel no ecrã. Uma unidade normalmente utilizada é *dpi* (*dots per inch*), ou seja, o número de pontos por polegada, na mesma escala do original; como se tem 1 polegada = 2,5400051 cm, por exemplo uma resolução de 72 dpi é equivalente a uma resolução de  $\approx 353 \mu\text{m}$  (micron).

- Sabendo a resolução em DPI (a dim de cada DPI), depois é só aplicar regra 3 simples para saber a dimensão de objetos nessa imagem em função do nr de DPI que “ocupa”.
- Depois conseguimos saber a escala da imagem ( $E = 1/N$ )

**Resolução espacial:** capacidade de distinção espacial entre dois objectos próximos de uma imagem (não é o tamanho do menor objecto que pode ser visto na imagem). Quantifica-se pela área real que um pixel da imagem representa. Normalmente, os pixels correspondem a áreas quadrangulares.

- Sabendo o tamanho de um objeto, contando o número de pixels que ele ocupa, e sabendo a sua dimensão, também é possível determinar a escala da imagem.

O que é, e como se quantifica a resolução radiométrica de uma imagem?

**Resolução radiométrica:** poder de distinção de diferenças de intensidade dos objectos. É geralmente expressa em níveis de cinzento, ou número de *bits*.

- O número total de níveis de cinzento, que uma imagem de  $n$  bits pode ter, é igual a  $2^n$ . Por exemplo:
  - Quantização de uma imagem será o espaço de armazenamento que a imagem necessitará para ser guardada:  $2^n$ , onde  $n$  é o número de Bits;
  - Resolução radiométrica de cada píxel:  $0 < p_x < 2^n - 1$
  - 1 Byte = 8 Bits
  - Quantização em Bytes =  $L \times C \times (n/8)$
  - Exemplos:
    - Imagem de 8 Bits tem  $2^8$  níveis de cinza = 256
    - Dimensão de 200 X 300
    - Quantização (Bytes) =  $200 \times 300 \times (8/8) = 60000$  Bytes de espaço necessário
    - A mesma Imagem mas com 16 Bits, terá  $2^{16}$  níveis de cinza = 65536, e a  $Q(\text{bytes}) = 200 \times 300 \times (16/8) = 120000$  Bytes de espaço necessário (ou 120 Kbytes)
    - A mesma imagem mas a 24 bits, terá 16777216 níveis de cinza = 16777216, e  $Q = 200 \times 300 \times (24/8) = 180000$  bytes de armazenamento necessário

Qual o espaço mínimo  $S$  de armazenamento em bytes (1 byte = 8 bits) para uma imagem de dimensões  $512 \times 512$ , com pixels de 16 bits?

$$Q = 512 \times 512 \times (16/8) = 131072 \text{ bytes}$$

Uma medida comum de transmissão de informação digital consiste no número de *bits* por segundo (*bits/s*). Geralmente, a transmissão é feita em grupos de *bits* (*bytes*), consistindo cada grupo em um bit de início e um bit de paragem. Usando esta aproximação, quantos minutos demoraria a ser transmitida uma imagem digital de 8 *bits*, com  $512 \times 512$  pixels, a uma taxa de transmissão de 9600 *bits/s*?

- $Q(\text{bytes}) = 512 \times 512 \times (8/8) = 262144$  bytes
- $(1\text{byte} = 8 \text{ Bits}) \quad Q(\text{bits}) = 262144 \times 8 = 2097152$  bits
- $T = (2097152 \times 1) / 9600 = 218.45 \text{ seg} = 219 \text{ segundos}$

Determine a escala de um objecto quadrangular de 3 metros de lado e com 50 pixels de lado na imagem, sendo que esta tem uma resolução geométrica de 150 dpi (1 polegada = 2,5400051 cm).

**Resolução geométrica:** Dimensão do pixel no ecrã. Uma unidade normalmente utilizada é *dpi* (*dots per inch*), ou seja, o número de pontos por polegada, na mesma escala do original; como se tem 1 polegada = 2,5400051 cm, por exemplo uma resolução de 72 dpi é equivalente a uma resolução de  $\approx 353 \mu\text{m}$  (micron).

$$RG = \frac{2,5400051}{72} \approx 353 \mu\text{m}$$

- $RG = 25.400051 \text{ mm} / 150 \text{ dpi} = 0.169333673 \text{ mm}$
- $\text{Dim Obj ecrã} = RG \times 50 \text{ px} = 8.466683667 \text{ mm}$
- Se obj com 3000mm tem 8.467mm no ecrã, então 1mm no ecrã corresponde a N mm na realidade:
  - $N = 3000/8.467 = 354.330$
- $E = 1 / N = 1/354.330$

Em operações que envolvem uma malha digital de conectividade 8 há uma ambiguidade lógica na complementaridade de conjuntos. Refira qual é e descreva qual é a forma de resolver essa ambiguidade.

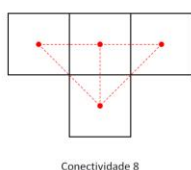
A noção de conectividade entre pixels descreve a relação entre dois ou mais pixels. De uma forma geral, para que dois pixels sejam considerados como conectados, têm que verificar certas condições de adjacência radiométrica e adjacência espacial.

A vizinhança de conectividade-8 do pixel de coordenadas  $(x, y)$  é o conjunto de pixels  $V_8$ .

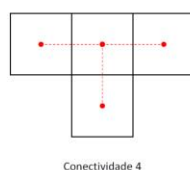
$$V_8(x, y) = V_4(x, y) \cup \{(x + 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x - 1, y - 1)\}$$

O **grafo de adjacência** de um certo conjunto de pixels é representado pelo conjunto de ligações elementares que conectam esses pixels.

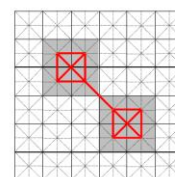
Na malha de conectividade-8, a conexão na diagonal já se faz, logo há um máximo de oito pixels a que cada pixel se pode conectar. A vizinhança de cada pixel é assim constituída por nove pixels. Na figura os pixels sombreados integram um só conjunto conexo.



Conectividade 8

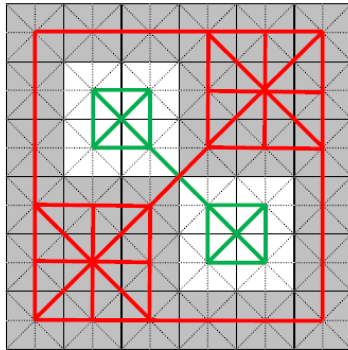


Conectividade 4

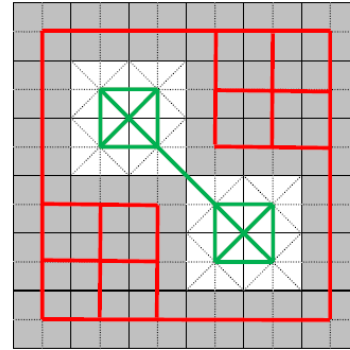




No caso da conectividade-8, há uma ambiguidade lógica. A intersecção entre os grafos do conjunto e do seu complementar é diferente do conjunto vazio. Como tal, quando se usa a malha digital quadrada, constitui-se a regra de considerar-se a conectividade-8 para um conjunto e a conectividade-4 para o seu complementar (ou vice-versa).



Ambiguidade

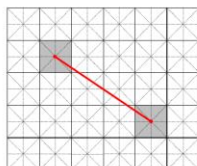


Solução

Quais as distâncias euclidiana e grafológicas entre os dois pixels sombreados da figura abaixo, para as conexidades 4 e 8 da malha digital?

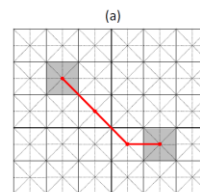
- As distâncias entre pixels, numa malha digital, definem-se com **distância euclidiana** e **distância grafológica**.

**Distância euclidiana:** calculada através das diferenças de coordenadas-pixel entre os dois pixels.

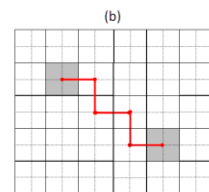


$$|\Delta M| = 3; |\Delta P| = 2; Dist = \sqrt{13} \approx 3.6;$$

**Distância grafológica:** corresponde ao valor da menor soma de conexões que ligam os dois pixels dentro do grafo de adjacência da malha digital.



(a): distância grafológica numa malha de conectividade-8 (Chessboard Distance):  $Dist = 3$ ;



(b): distância grafológica numa malha de conectividade-4 (City Block Distance):  $Dist = 5$ .

Sendo  $z(x)$  uma operação de Expansão Linear de Contraste (*Contrast Stretching*) determine o valor de  $z(6)$  para uma resolução radiométrica de 3-bits, sem saturação.

**Expansão Linear de Contraste (ELC):** também designada de “normalização”, ou em inglês por “*contrast stretching*”, é uma técnica de realce de imagem que visa melhorar a qualidade de visualização, por alteração do histograma da imagem, com a imposição de novos limites mínimo e máximo.

4	5	1	6	1	1	3
3	4	5	3	6	6	4
5	6	5	6	5	2	2
3	4	4	4	5	6	6
3	2	3	3	4	3	5
2	2	3	2	2	3	4
2	2	2	2	2	2	1

$$z_{out} = (z_{in} - a) \times \left( \frac{d - c}{b - a} \right) + c$$

a = mínimo valor presente na imagem;  
b = máximo valor presente na imagem;  
c = limite máximo inferior (0);  
d = limite máximo superior (255);

$Z_{in}$  = imagem de entrada;  
 $Z_{out}$  = imagem de saída;

$$\rightarrow D = 2^3 = 8 \text{ bits}$$

$$\rightarrow Z_{out} = (6-1) * ((8-0)/(6-1)) + 0 = 7$$

Em que circunstâncias se executa a reamostragem de pixels? Quais os três métodos de reamostragem mais comuns?

- Sempre que há alteração das dimensões ou orientação da imagem é necessário reamostrar os pixels da imagem.
- A reamostragem do tom de cinzento pode geralmente ser efectuada de três formas: vizinho mais próximo, interpolação bilinear e interpolação bicúbica.

**Vizinho mais próximo** (designado também por interpolação de ordem zero): o valor atribuído ao pixel calculado por aplicação das fórmulas de transformação é simplesmente o valor do pixel mais próximo.

- Este procedimento é computacionalmente simples e produz resultados aceitáveis em muitos casos.
- No caso em que a imagem original tenha uma estrutura fina onde o tom de cinzento varie significativamente de um pixel para outro podem surgir estruturas artificiais na imagem resultante.

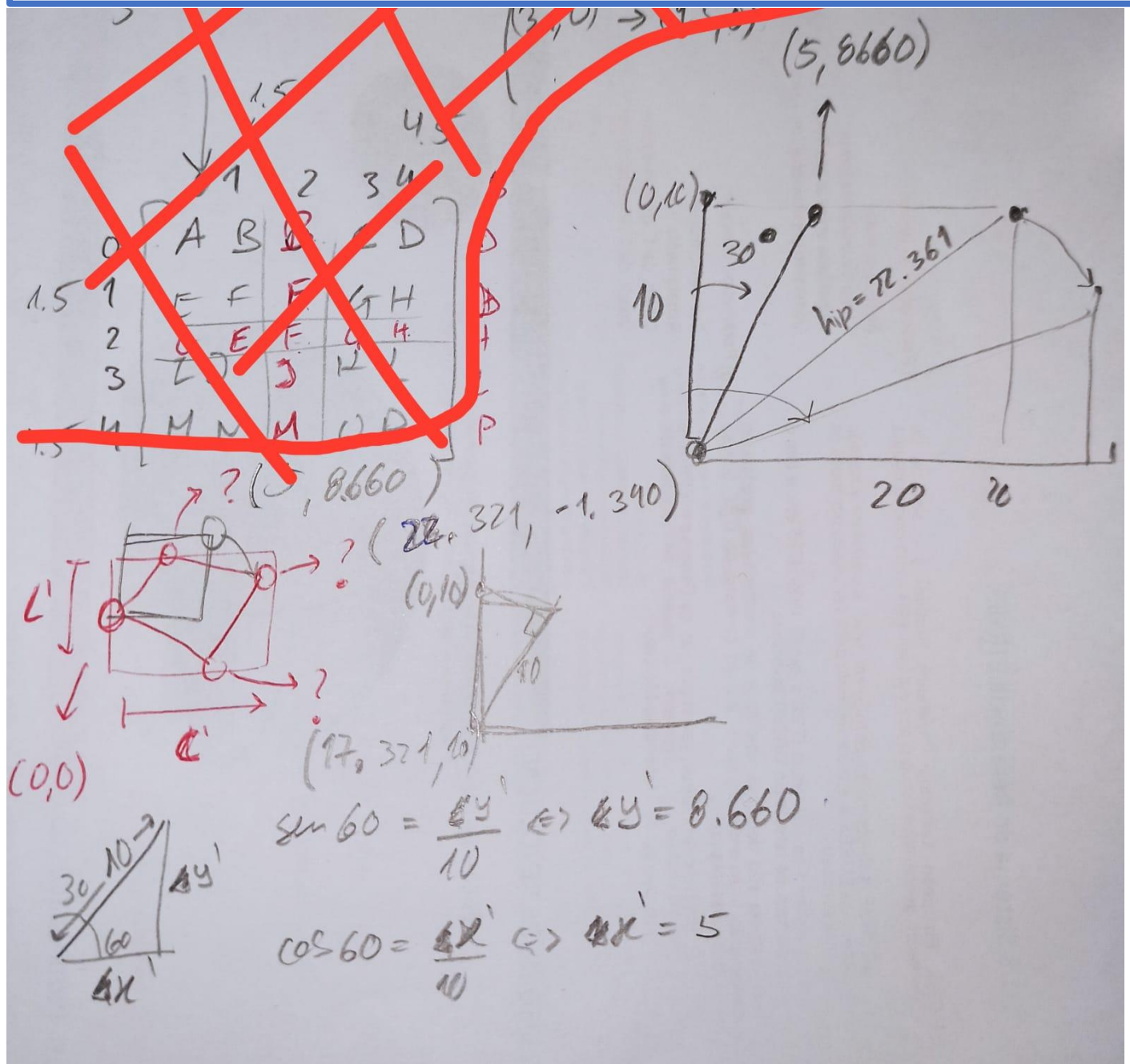
**Interpolação Bilinear** (de ordem 1): utiliza a região de  $2 \times 2$  e produz resultados mais agradáveis do ponto de vista visual, apenas com um ligeiro aumento na complexidade e tempo de execução.

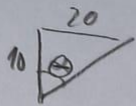
- Executa-se em dois passos: primeiro ao longo das linhas e depois ao longo das colunas.

**Interpolação bicúbica** (de ordem dois): utiliza a região de  $4 \times 4$  pixels em torno da posição do pixel a calcular.

- Passa pela determinação de uma série de polinómios de grau 3 ajustados aos valores de intensidade radiométrica contidos num array de pixels ( $4 \times 4$ ) que envolve a posição a calcular.

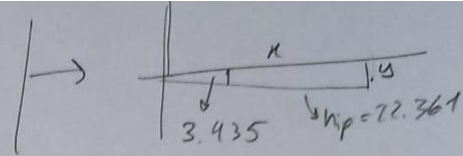
Considere uma rotação de  $30^\circ$ , no sentido dos ponteiros do relógio, de uma dada imagem com dimensões Linhas  $\times$  Colunas =  $10 \times 20$ . Quais as dimensões da nova imagem?





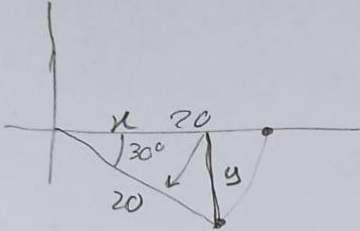
$$\tan \theta = \frac{20}{10} \Rightarrow \theta = 63.435^\circ$$

$$\theta + 30 = 93.435^\circ$$



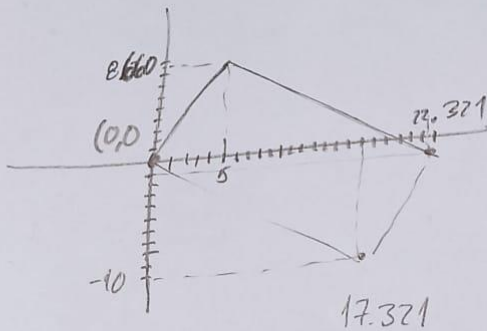
$$\cos(30^\circ) = \frac{x}{27.361} \Rightarrow x = \cancel{22.361} 22.321$$

$$\sin 30 = \frac{y}{27.361} \Rightarrow y = \cancel{13.68} -1.340$$



$$\cos 30 = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 17.321$$

$$\sin 30 = \frac{y}{20} \Rightarrow y = -10$$



$$\text{nova dim} = \Delta x \times \Delta y$$

$$= (22.321 - 0) \times (10 + 8.660)$$

$$= 22.321 \times 18.660$$

caso as px são inteiros

$$= 23 \times 19$$

Pela notação matricial:

$$P_1 = (0,0) \quad P_2 = (0,10) \quad P_3 = (20,10) \quad P_4 = (20,0)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_1' = (0,0)$$

$$P_2' = (\cos 30 \times 0 + 10 \sin 30, -\sin 30 \times 0 + 10 \cos 30) = (5, 8.660)$$

$$P_3' = (20 \cos 30 + 10 \sin 30, 20 \sin 30 + 10 \cos 30) = (22.321, -1.340)$$

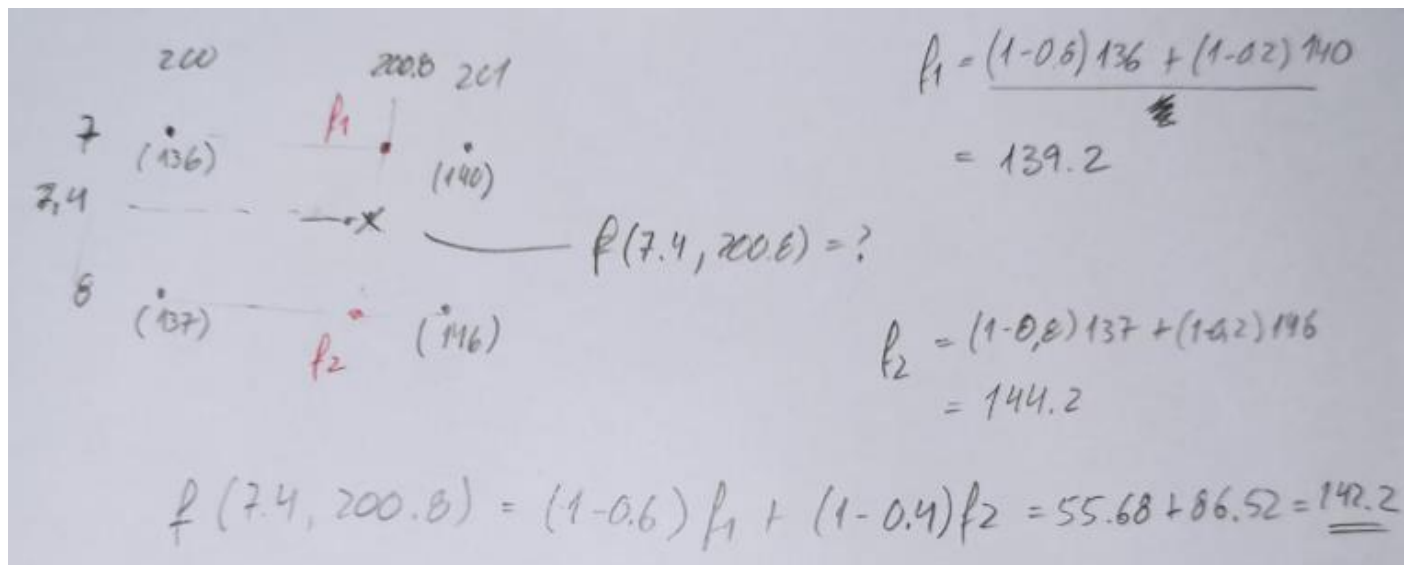
$$\text{nova dim} = L \times C$$

$$= \Delta y \times \Delta x$$

$$= 19 \times 23$$



Dados os seguintes quatro níveis de cinzento,  $f(7,200) = 136$ ;  $f(8,200) = 137$ ;  $f(7,201) = 140$ ; e  $f(8,201) = 146$ , calcule o valor na posição  $(7.4, 200.8)$  usando o método de interpolação bilinear.



Como se determina um filtro passa-alta a partir de um filtro passa baixa?

Filtro que atenua, ou elimina, os eventos da imagem com baixa frequência, pelo que os filtros tornam mais nítidas as fronteiras radiométricas e os detalhes.

- A forma da função resposta necessária para implementar um filtro passa-alta indica que este deve ter os coeficientes positivos na vizinhança do centro e negativos na periferia, devendo a respectiva soma ser igual a 0.

$$\text{Filtro Passa-Alta} = \text{Imagem original} - \text{Filtro Passa-Baixa}$$

- Por exemplo, a partir do filtro da média anterior tem-se:

$$\begin{aligned} PA_{i,j} &= f_{i,j} - PB_{i,j} \\ &= f_{i,j} - \left( \frac{1}{9} \times f_{i-1,j-1} + \frac{1}{9} \times f_{i-1,j} + \frac{1}{9} \times f_{i-1,j+1} + \frac{1}{9} \times f_{i,j-1} + \frac{1}{9} \times f_{i,j} + \frac{1}{9} \times f_{i,j+1} + \frac{1}{9} \times f_{i+1,j-1} + \frac{1}{9} \times f_{i+1,j} + \frac{1}{9} \times f_{i+1,j+1} \right) \\ &= -\frac{1}{9} \times f_{i-1,j-1} - \frac{1}{9} \times f_{i-1,j} - \frac{1}{9} \times f_{i-1,j+1} - \frac{1}{9} \times f_{i,j-1} + \frac{8}{9} \times f_{i,j} - \frac{1}{9} \times f_{i,j+1} - \frac{1}{9} \times f_{i+1,j-1} - \frac{1}{9} \times f_{i+1,j} - \frac{1}{9} \times f_{i+1,j+1} \end{aligned}$$

$f_{i-1,j-1}$	$f_{i-1,j}$	$f_{i-1,j+1}$
$f_{i,j-1}$	$f_{i,j}$	$f_{i,j+1}$
$f_{i+1,j-1}$	$f_{i+1,j}$	$f_{i+1,j+1}$

Função

 $1/9 \times$ 

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Coeficientes

-1/9	-1/9	-1/9
-1/9	8/9	-1/9
-1/9	-1/9	-1/9

	$PA_{i,j}$	

Valor a calcular

Na matriz  $3 \times 3$  seguinte, que valor deve ser colocado na posição em falta para que possa ser considerado um filtro passa-baixa linear?

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & \dots & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

→ Filtros de passa-baixa devem ter soma dos coeficientes = 1, logo :  $z(5) = 1 - 5 \cdot (1/8) = 0.375 = 3/8$

Para uma posição genérica  $z_k$  de uma dada imagem, deduzir os coeficientes do filtro passa-alta relacionado com o filtro passa-baixa da alínea anterior.

Aplicando no Zúgo  $F(i,j)$

$$P_B = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

$$P_B(i,j) = F(i-1,j-1) \cdot \frac{1}{8} + F(i-1,j) \cdot \frac{1}{8} + F(i-1,j+1) \cdot \frac{1}{8} \\ + F(i,j-1) \cdot \phi + F(i,j) \cdot \frac{3}{8} + F(i,j+1) \cdot \frac{1}{8} \\ + F(i+1,j-1) \cdot \phi + F(i+1,j) \cdot \phi + F(i+1,j+1) \cdot \frac{1}{8}$$

~~Talvez não~~

$$\Leftrightarrow P_A = F(i,j) - P_B(i,j) \Leftrightarrow$$

esta operação  
faz-se com a  
coordenada

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & F(i,j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

soma dos coef = 0 ✓

Exemplo das aulas TP:

```

201
202     # passo 2 - Aplicar filtro passa-alta determinado a partir do filtro anterior
203     """
204     EXPLICAÇÃO:
205
206     convulsão para cada píxel pelo filtro da média
207     PB (i,j) = F(i-1, j-1)*(1/9) + F(i-1, j)*(1/9) + F(i-1, j+1)*(1/9) +
208               F(i, j-1)*(1/9) + F(i, j)*(1/9) + F(i, j+1)*(1/9) +
209               F(i+1, j-1)*(1/9) + F(i+1, j)*(1/9) + F(i+1, j+1)*(1/9)
210
211     F = PB + PA <=> PA = F - PB <=>
212
213     <=> PA(i,j) = F(i,j) - PB (i,j) = F(i,j) - [ F(i-1, j-1)*(1/9) + F(i-1, j)*(1/9) + F(i-1, j+1)*(1/9) +
214           F(i, j-1)*(1/9) + F(i, j)*(1/9) + F(i, j+1)*(1/9) +
215           F(i+1, j-1)*(1/9) + F(i+1, j)*(1/9) + F(i+1, j+1)*(1/9) ] <=>
216
217     <=> PA(i,j) = F(i,j) - F(i-1, j-1)*(1/9) - F(i-1, j)*(1/9) - F(i-1, j+1)*(1/9) -
218           F(i, j-1)*(1/9) - F(i, j)*(1/9) - F(i, j+1)*(1/9) -
219           F(i+1, j-1)*(1/9) - F(i+1, j)*(1/9) - F(i+1, j+1)*(1/9) <=>
220
221     <=> PA(i,j) = F(i-1, j-1)*(-1/9) + F(i-1, j)*(-1/9) + F(i-1, j+1)*(-1/9) -
222           F(i, j-1)*(-1/9) + F(i, j)*(8/9) + F(i, j+1)*(-1/9) -
223           F(i+1, j-1)*(-1/9) + F(i+1, j)*(-1/9) + F(i+1, j+1)*(-1/9)
224
225
226     CONCLUSÃO: no final, calculado filtro de passa alta o resultado final é o mesmo
227     """
228

```

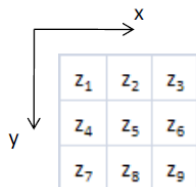
Na matriz 3×3 seguinte, que valor deve ser colocado na posição em falta para que possa ser considerada um filtro passa-alta? Qual o nome do filtro em causa?

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & \dots & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ➔ Nos filtros de passa alta a soma dos coeficientes deve ser = 0, logo  $z(5) = 0$
- ➔ Este filtro é o filtro de sobel

**Sobel:** este operador realça linhas verticais e horizontais mais escuras que o fundo, sem realçar pontos isolados. Consiste na aplicação de duas máscaras, descritas a seguir, que compõem um resultado único.

x			y		
-1	0	1	-1	-2	-1
-2	0	2	0	0	0
-1	0	1	1	2	1



$$S_x = (z_1 + 2 \times z_4 + z_7) - (z_3 + 2 \times z_6 + z_9)$$

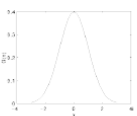
$$S_y = (z_1 + 2 \times z_2 + z_3) - (z_7 + 2 \times z_8 + z_9)$$

$$f(z_5) = |S_x| + |S_y|$$

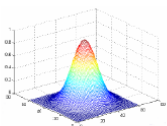
Qual o aspecto mais relevante que diferencia os filtros passa-baixa gaussiano e da média? Justifique.

**Média:** É o mais simples filtro linear passa-baixa. Todos os coeficientes são iguais. Calcula-se a média dos tons de cinzento no interior da janela (H) e substitui-se o pixel central da janela pelo valor resultante (por esta razão as janelas são normalmente quadradas com dimensão ímpar (3 x 3, 5 x 5, etc.).

**Gaussiano 2-D:** é um operador de convolução usado para “desfocar” imagens e remover detalhe e ruído, à semelhança do filtro da média. No entanto, utiliza um kernel representado sob a forma de uma “bossa” gaussiana (em forma de sino).



$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \times e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)}$$



$$G(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \times e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)}$$

$$G_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0.0113 & 0.0838 & 0.0113 \\ 0.0838 & 0.6193 & 0.0838 \\ 0.0113 & 0.0838 & 0.0113 \end{bmatrix}$$

Exemplo

Para a ilustração seguinte, qual o resultado da convolução entre a máscara M e imagem F, no pixel central de F?



F

10	100	110	40	80
90	20	190	25	20
50	210	220	190	150
30	240	255	200	130
140	110	150	60	90

M

-2	-1	4	-1	-2
----	----	---	----	----

Handwritten notes illustrating a 2D convolution operation:

$$I \times H(x, y) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N (H(x, y) \times I(k-i, y-j))$$

Input matrix (I) and kernel matrix (H) are shown. The kernel is a 3x3 matrix:

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculation for the top-left element (0,0) of the output:

$$(10 \times 4) + (100 \times -1) + (110 \times -2) = 40 - 100 - 220 = -280$$

$$-1 \times 100 + 4 \times 100 - 1 \times 110 - 2 \times 40 = 200$$

$$-2 \times 10 + -1 \times 100 + 4 \times 110 - 1 \times 40 - 2 \times 80 = 170$$

Output matrix (O) is shown with the first row values: -280, 200, 170, ...

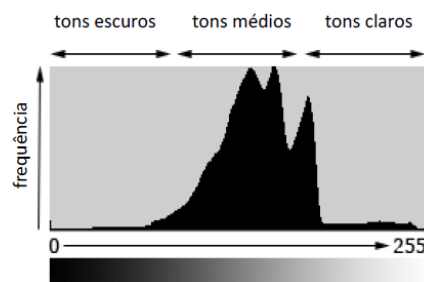
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1																			
2																			
3																			
4		0	0	0	0	0	0												
5		0	1	3	2	1	0			1	2	3			8	14	13	8	
6		0	1	3	3	1	0			0	1	0			16	23	22	10	
7		0	2	1	1	3	0			2	1	2			20	31	26	17	
8		0	3	2	3	3	0								10	9	15	10	
9		0	0	0	0	0	0												
10																			

Exemplo da Net:

O que entende por histograma de uma imagem? É possível extrair informação espacial acerca dos objectos de uma imagem a partir do seu histograma? Justifique.

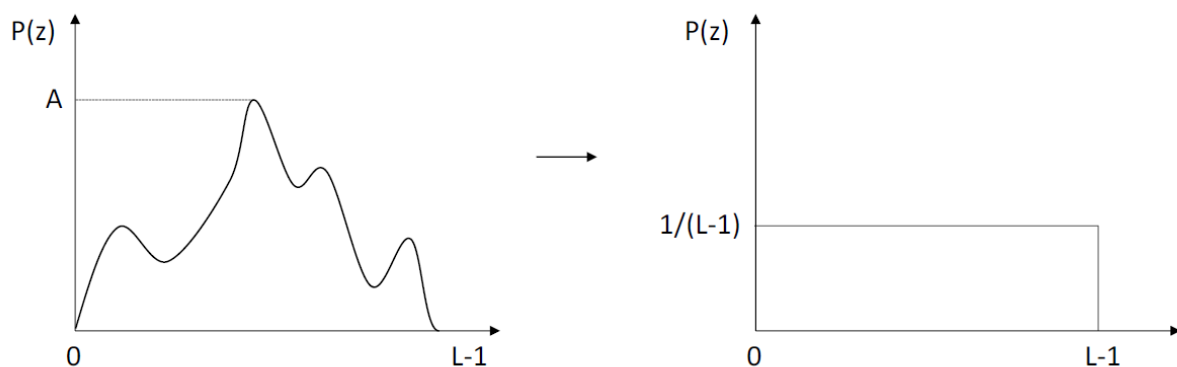
**Histograma:** função discreta  $h(z) = m_z/(L \times C)$ , onde  $z$  é um nível de cinzento pertencente ao intervalo  $[0, \dots, 2^n - 1]$  ( $n$  = numero de bits da imagem),  $m_z$  é o número de pixels na imagem com esse nível de cinzento e  $(L \times C)$  é o número total de pixels da imagem;

- Embora a forma do histograma forneça informação útil para a análise do contraste de uma imagem, não descreve o conteúdo dessa imagem.



Qual a forma teórica do histograma acumulado de uma imagem após a operação de realce de equalização do histograma? Porquê?

**Equalização do histograma:** a operação de equalização do histograma visa transformar um histograma de uma imagem em um histograma uniforme.



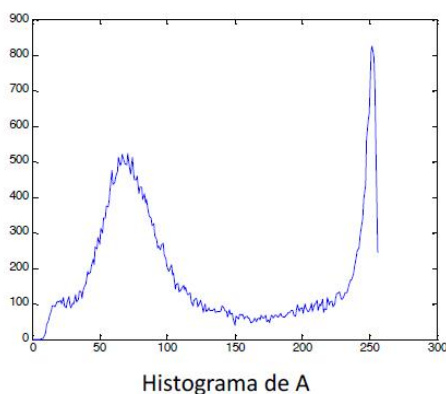
- No histograma equalizado, os valores de cinzento tenderão a ter todos a mesma frequência.

$$H(i) = \text{floor} \left( \frac{\sum_{k=0}^i N_k}{nlin \times ncol} \times (L - 1) \right)$$

$N_k$ : valor de frequência do nível  $k$ ;  
 $nlin$ : número de linhas;  
 $ncol$ : número de colunas.

## O que entende por “limiarização” do histograma de uma imagem?

- Em diversas aplicações é útil proceder à separação de regiões da imagem, em sub-regiões, usando o histograma como ponto de partida.
- É um método de simples execução em que, por observação do histograma e escolha de um valor de corte, se diferenciam regiões com características radiométricas distintas.
- Bastante eficaz quando o histograma da imagem é bimodal.
- Como resultado geral, obtém-se uma imagem binária em que, os pixels apenas têm valores 0 (preto) e 1 (branco).



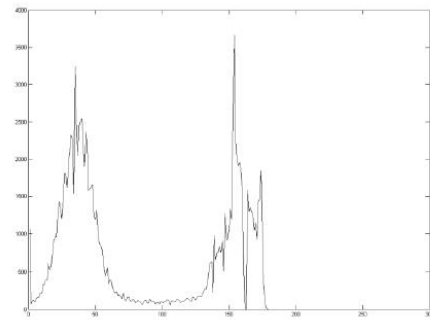
A



$A \leq 180$

Que nome se dá a um histograma com dois picos de frequência predominantes?

- A figura mostra o histograma da imagem correspondente que, por ter dois picos, é designado por bimodal. Uma análise deste histograma permite verificar que o primeiro pico, correspondente aos valores do tom de cinzento entre 10 e 70, representa a parte emersa, enquanto que o segundo pico, cobrindo os tons de cinzento entre 130 e 178, representa a parte oceânica.



Histograma bimodal

Escreva a expressão da convolução de K com I.

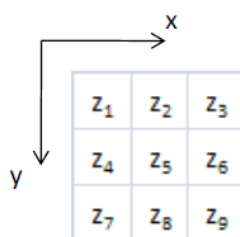
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

K

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

I

x			y		
-1	0	1	-1	-2	-1
-2	0	2	0	0	0
-1	0	1	1	2	1



$$S_x = (z_1 + 2 \times z_4 + z_7) - (z_3 + 2 \times z_6 + z_9)$$

$$S_y = (z_1 + 2 \times z_2 + z_3) - (z_7 + 2 \times z_8 + z_9)$$

$$f(z_5) = |S_x| + |S_y|$$



	-1	0	1
-1	1	0	-1
0	2	0	-2
1	1	0	-1

0	0	0	50	50	50
0	0	0	50	50	50
0	0	0	50	50	50
0	0	0	50	50	50
0	0	0	50	50	50
0	0	0	50	50	50

...	...	...	...	...	...
...	0	200	200	0	...
...	0	200	200	0	...
...	0	200	200	0	...
...	0	200	200	0	...
...	...	...	...	...	...

 $S_x$ 

...	...	...	...	...	...
...	0	200	200	0	...
...	0	200	200	0	...
...	0	200	200	0	...
...	0	200	200	0	...
...	...	...	...	...	...

 $|S_x| + |S_y|$

Deduza a expressão geral resultante da aplicação do operador de Sobel bidirecional (N-S e E-W) à função  $3 \times 3$  genérica a seguir representada. Considere, para o efeito, apenas as posições em que o *kernel* está totalmente incluído na janela da referida imagem. Represente a função resultante.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Handwritten derivation of the Sobel operator formulas:

Horizontal kernel  $K$ :  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Vertical kernel  $V$ :  $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

Generic  $3 \times 3$  matrix:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Formulas for  $S_x$  and  $S_y$ :

$$S_x = (a_{11} + 2a_{21} + a_{31}) - (a_{13} + 2a_{23} + a_{33})$$

$$S_y = (a_{11} + 2a_{12} + a_{13}) - (a_{31} + 2a_{32} + a_{33})$$

Final magnitude function:

$$f(a_{22}) = |S_x| + |S_y|$$

Exemplo da aula

x			y		
-1	0	1	-1	-2	-1
-2	0	2	0	0	0
-1	0	1	1	2	1

$z_1$	$z_2$	$z_3$
$z_4$	$z_5$	$z_6$
$z_7$	$z_8$	$z_9$

$$S_x = (z_1 + 2 \times z_4 + z_7) - (z_3 + 2 \times z_6 + z_9)$$

$$S_y = (z_1 + 2 \times z_2 + z_3) - (z_7 + 2 \times z_8 + z_9)$$

$$f(z_5) = |S_x| + |S_y|$$

Explique a afirmação. “O ruído independente é geralmente descrito por um modelo de ruído aditivo”.

- A caracterização do ruído agrupa-se, de forma geral, em duas classes distintas:

**Ruído independente:** É frequentemente descrito por um modelo de ruído aditivo, onde a imagem registada  $s(x,y)$  é a soma da imagem verdadeira  $f(x,y)$  com o ruído  $r(x,y)$ .

$$s(x, y) = f(x, y) + r(x, y)$$

**Ruído dependente:** Está correlacionado com o conteúdo da imagem original. Os modelos deste tipo de ruído são multiplicativos, ou não-lineares. São modelos matematicamente mais complicados de elaborar e, por isso, o ruído é, sempre que possível, assumido como sendo independente do conteúdo da imagem.

O que entende por Signal-to-Noise-Ratio (SNR)? Como se relaciona o valor do SNR com a existência de ruído visível numa imagem?

O conceito de “**Signal to Noise Ratio (SNR)**” (proporção Sinal-Ruído) é um indicador útil e universal de comparação das quantidades relativas de sinal e ruído existentes num sistema electrónico de aquisição de dados.

Proporções elevadas corresponderão à baixa existência de ruído visível, enquanto que baixas proporções corresponderão a existência significativa de ruído na imagem.

A sequência de imagens seguinte mostra representações 2D e 3D de uma imagem contendo a palavra SINAL, um pouco degradada (esquerda) e outra bastante mais degradada (direita).

O SNR é usado para quantificar de quanto um sinal, obtido por um dispositivo electrónico, está corrompido por ruído, por comparação com a intensidade do sinal.

O SNR pode ter diversas definições. Começemos por associar a quantidade de ruído ao valor do seu desvio padrão  $s_n$ .

A caracterização do sinal  $z$  pode ser feita de várias formas. Se o intervalo de representação do sinal é conhecido (sinal limitado),  $z_{min} \leq z \leq z_{max}$ , então o SNR é definido como,

$$SNR_{dB} = 10 \times \log_{10} \left[ \frac{(z_{max} - z_{min})^2}{s_n^2} \right] = 20 \times \log_{10} \left[ \frac{z_{max} - z_{min}}{s_n} \right] (dB)$$



Se não se sabe o intervalo de valores do sinal, mas conhece-se a sua distribuição estatística (sinal estocástico), então são estabelecidas duas outras definições para o SNR ( $m_z$  = média do sinal e  $s_z$  = desvio padrão do sinal):

$$SNR\_1 = 20 \times \log_{10} \left[ \frac{m_z}{s_n} \right] (dB)$$

(Sinal e Ruído inter-dependentes)

$$SNR\_2 = 20 \times \log_{10} \left[ \frac{s_z}{s_n} \right] (dB)$$

(Sinal e Ruído independentes)

**CrITÉrio de Rose (Albert Rose):** este critério estipula que um SNR de pelo menos 5 dB é necessário para que se possa distinguir os objectos de uma imagem com uma certeza de 100%. Um valor inferior significa uma certeza menor que 100% na identificação dos detalhes de uma imagem.

Considere-se a imagem abaixo. O valor do SNR (= 11.5 dB) pela expressão SNR\_0, não é realista, se obtido a partir dos dados globais da imagem. O valor do desvio padrão  $s_n = 49.5$  não se deve a ruído, mas sim às variações de intensidade de várias regiões distintas.



Estatística	Imagem
Média	137.7
Desvio padrão	49.5
Mínimo	56
Mediana	141
Máximo	241
Moda	62
SNR	NA

Recorrendo a regiões de interesse (ROI) estima-se um SNR mais realista.

Selecciona-se uma ROI na imagem e determina-se o valor de  $s_{nROI}$  (= 4.0). Calcula-se o intervalo dinâmico de representação dos níveis de cinzento da imagem (= 241-56). O valor do SNR\_0 é então igual a 33.3 dB. Os pressupostos para este cálculo são os de (1) considerar que o sinal é aproximadamente constante na ROI e (2) mantém-se semelhante para outras ROIs da imagem. O desvio padrão é dado por  $s_n = s_{nROI}$ .