

4. Morfologia matemática binária

Teoria elementar de conjuntos. Propriedades dos conjuntos. Propriedades das transformações morfológicas. Elemento estruturante. Transformação de vizinhança. Transformações morfológicas elementares. Transformações Tudo-ou-Nada. Adelgaçamento e Espessamento. Transformações geodésicas. Número de Euler (conectividade).

Origens:

- Trabalhos pioneiros de *Georges Matheron* e *Jean Serra* (década de 60, França).
- Criação do *Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau* (1968).

Objectivo:

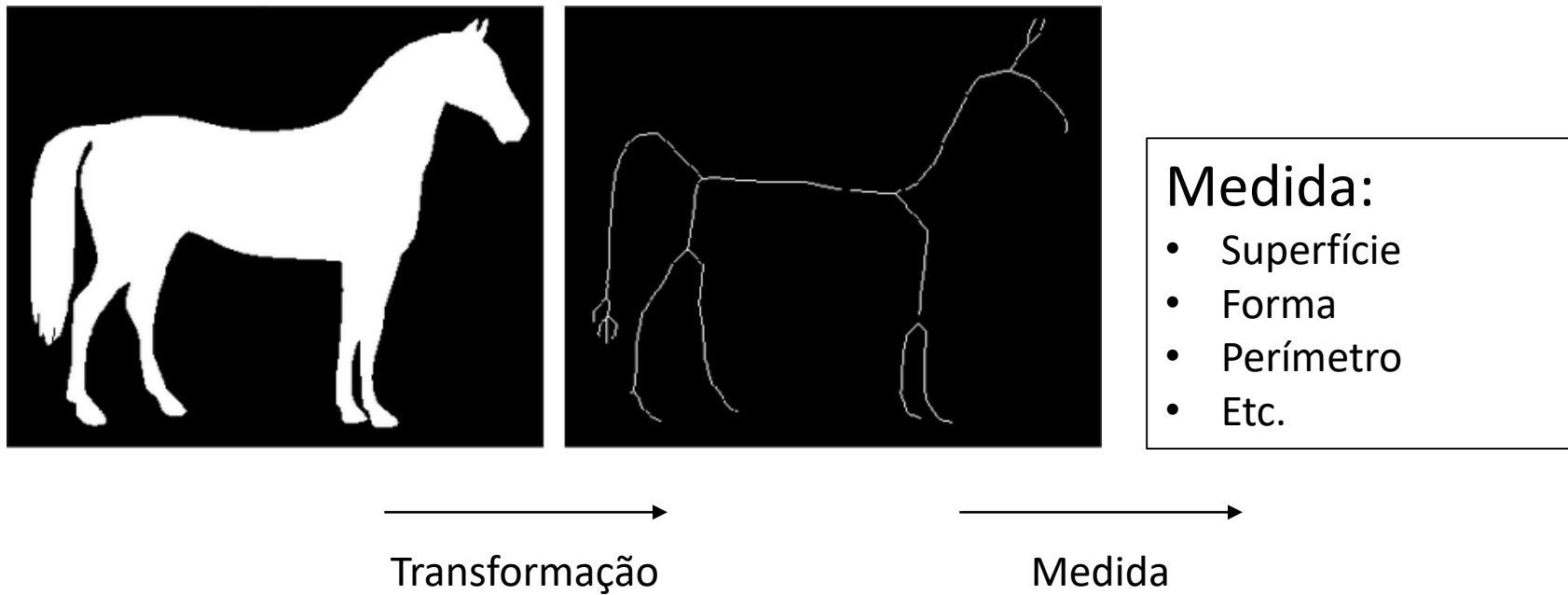
- A morfologia matemática baseia-se na teoria dos conjuntos, e pretende quantificar estruturas do ponto de vista geométrico.

Metodologia:

1. Utiliza a noção de conjunto para representar estruturas.
2. Transformação dos conjuntos por forma a torná-los mensuráveis:
 - Interacção do conjunto de objectos em estudo, com outro objecto com forma conhecida (elemento estruturante).
 - A transformação do conjunto inicial, ao longo de sucessivas operações, evidencia as suas características estruturais, que são registadas ao longo dos novos conjuntos gerados, o que implica que o conjunto transformado é mais simples que o conjunto original.

Metodologia:

3. Realização de medidas sobre os conjuntos transformados.



O processamento morfológico de imagem pode ser aplicado nos seguintes contextos:

- Morfologia binária: as imagens são binárias (mais frequente).
- Morfologia numérica: as imagens podem ser, ou de níveis de cinzento (monocromáticas), ou coloridas (policromáticas).

Os termos «Morfologia» e «Matemática», associados (que constituem a designação desta teoria), referem-se à utilização de conceitos de lógica de conjuntos e operações numéricas.

Intersecção

$$X \cap Y = \{x: x \in X \wedge x \in Y\}$$

- Comutativa:

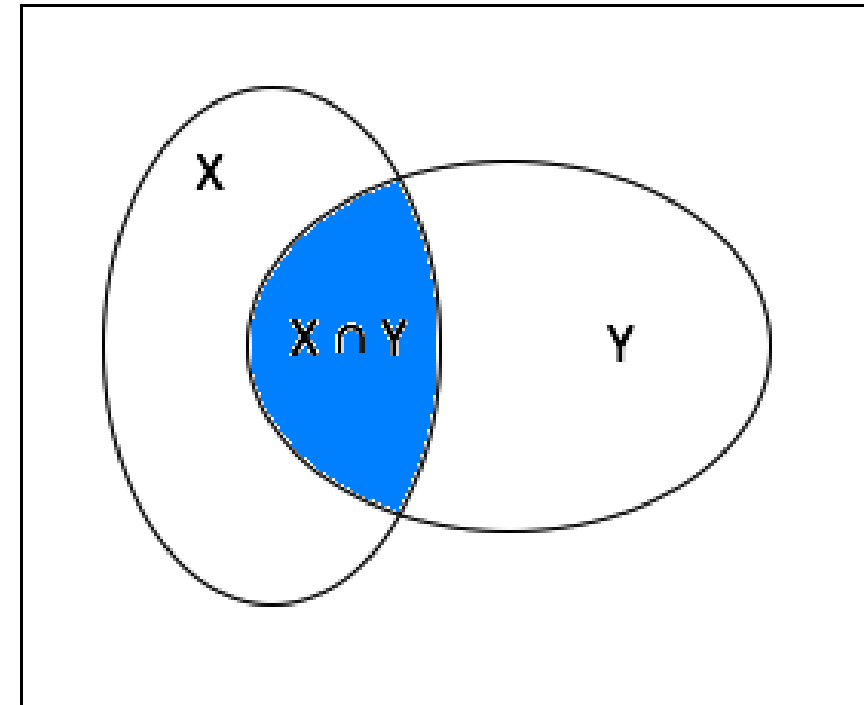
$$X \cap Y = Y \cap X$$

- Associativa:

$$X \cap (Y \cap Z) = (Y \cap X) \cap Z$$

- Idempotente:

$$X \cap X = X$$



Reunião

$$X \cup Y = \{x: x \in X \vee x \in Y\}$$

- Comutativa:

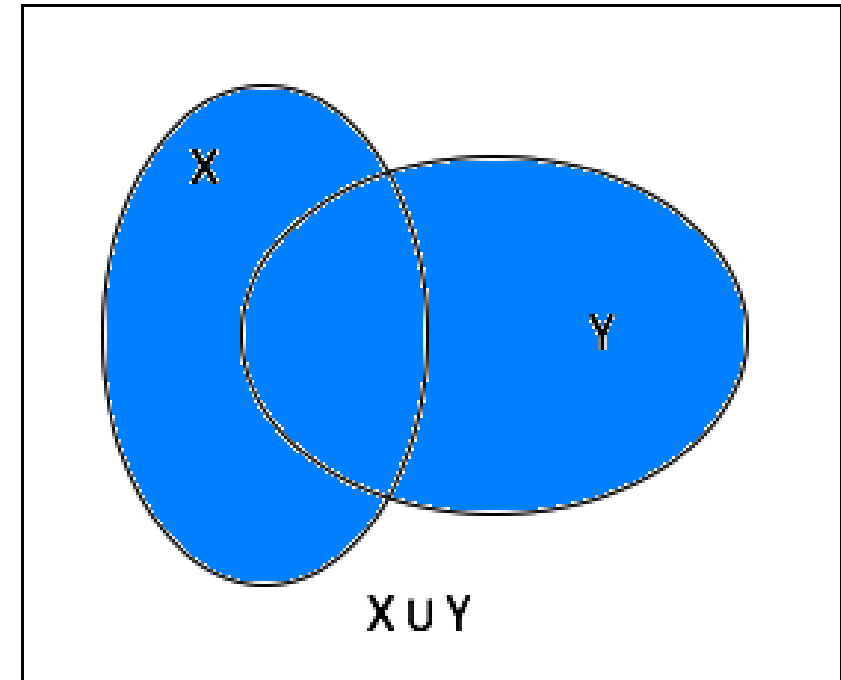
$$X \cup Y = Y \cup X$$

- Associativa:

$$X \cup (Y \cup Z) = (Y \cup X) \cup Z$$

- Idempotente:

$$X \cup X = X$$



Relação entre a intersecção e a união (distributividade):

$$X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$$

$$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$$

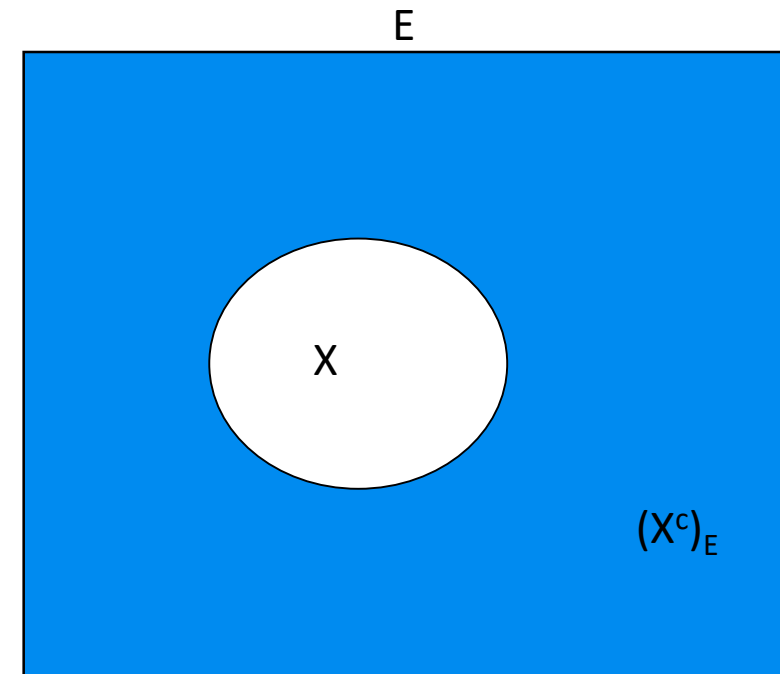
Conjunto complementar

$$(X^c)_E = \{x: x \in E \wedge x \notin X\}$$

- Fórmulas de Morgan:

$$((X \cap Y)^c)_E = (X^c)_E \cup (Y^c)_E$$

$$((X \cup Y)^c)_E = (X^c)_E \cap (Y^c)_E$$

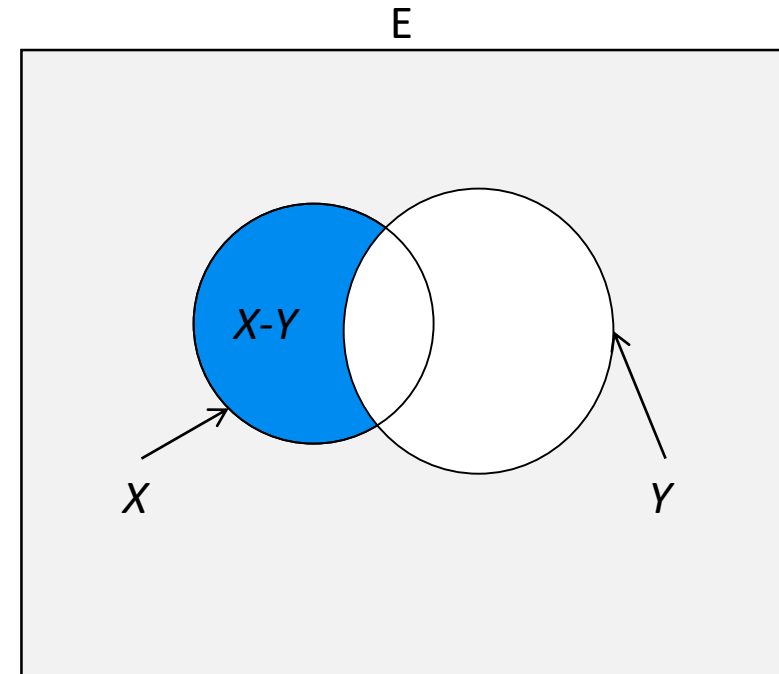


Diferença lógica

$$X - Y = \{x: x \in X \wedge x \notin Y\}$$

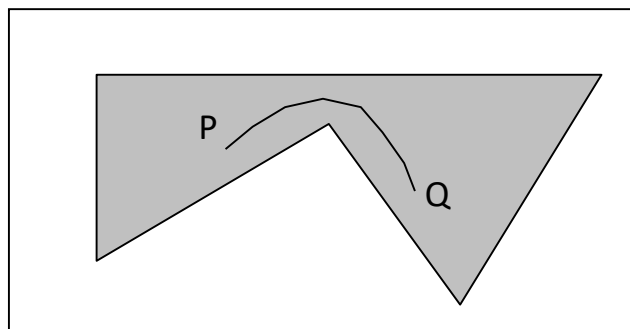
ou

$$X - Y = X \cap (X \cap Y)^c$$

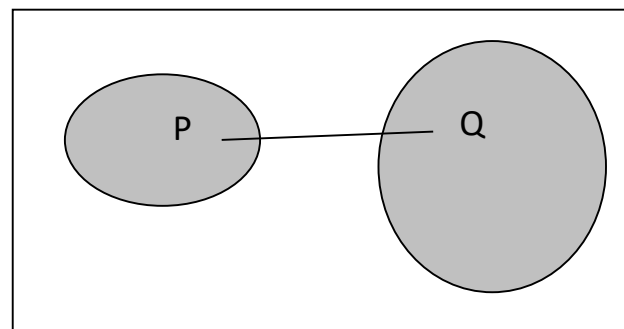


Propriedades dos conjuntos

Conexidade: um conjunto X diz-se conexo se, para quaisquer dois pontos $P(x_i, y_i)$ e $Q(x_m, y_n)$ nele incluídos, existe pelo menos um caminho que os une e que está totalmente incluído em X .



X Conexa

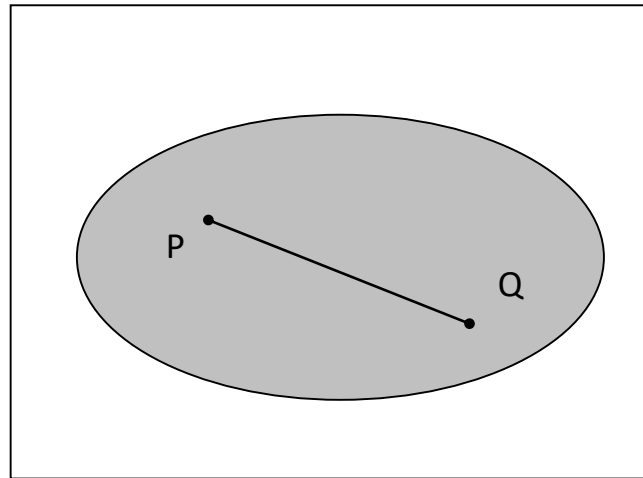


X não conexa

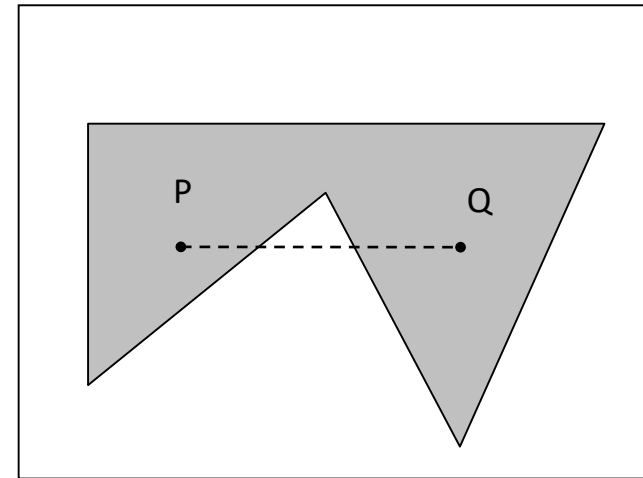
A conexidade de um conjunto depende, no entanto, da forma como se encontra definida a ligação entre os pixels numa malha digital (nas malhas digitais quadradas com conectividade-4 e conectividade-8, ou hexagonal com conectividade-6).

Propriedades dos conjuntos

Convexidade: um conjunto X diz-se convexo se, qualquer que seja o par de pontos $P(x_i, y_i)$ e $Q(x_m, y_n)$ nele incluídos, o segmento de recta que os une está totalmente incluído em X .

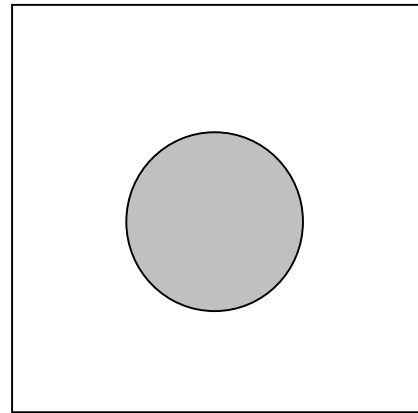


X convexo

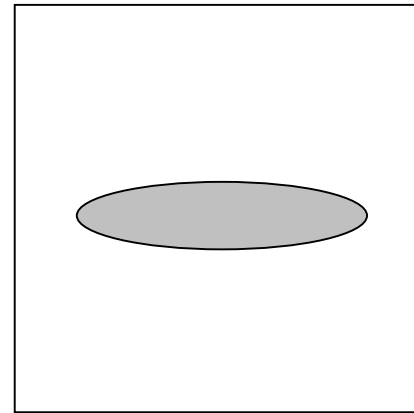


X não convexo

Isotropia: Um conjunto X diz-se isotrópico se está uniformemente espalhado segundo todas as direções.



X isótopo



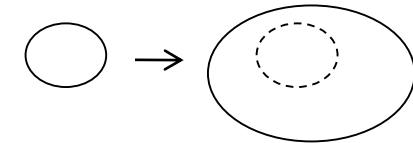
X anisótopo

Predominando uma dada direcção, está-se perante um conjunto anisotrópico. Este conceito está associado à estrutura espacial dos objetos.

Se φ é uma transformação morfológica então obedece a uma ou mais do que uma das seguintes propriedades:

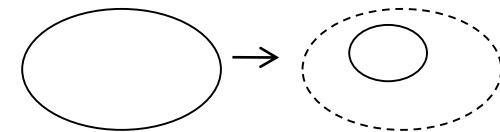
- φ é **extensiva** se o conjunto resultante contém conjunto inicial X .

$$X \subset \varphi(X)$$



- φ é **anti-extensiva** se o conjunto resultante está contido no conjunto inicial X .

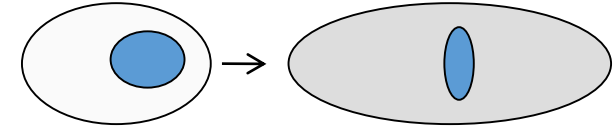
$$\varphi(X) \subset X$$



Propriedades das transformações morfológicas

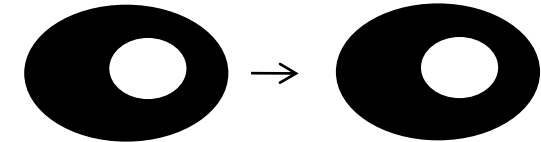
- φ é **crescente** se a relação de inclusão entre os conjuntos inicial e resultante se mantém.

$$Y \subset X \Rightarrow \varphi(Y) \subset \varphi(X)$$



- φ é **idempotente** se a sua aplicação sucessiva a X não o altera.

$$\varphi(\varphi(X)) \equiv X$$



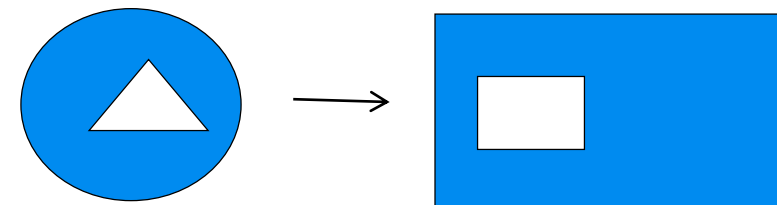
Propriedades das transformações morfológicas

- Duas transformações morfológicas φ_1 e φ_2 são **duais** se:

$$\varphi_1(X) \equiv \varphi_2(X^c)$$

- Finalmente, uma transformação é dita **homotópica** se ela não modifica o número de conexidade E de um conjunto X , isto é:

$$E[\varphi(X)] = E[X]$$



Elemento estruturante

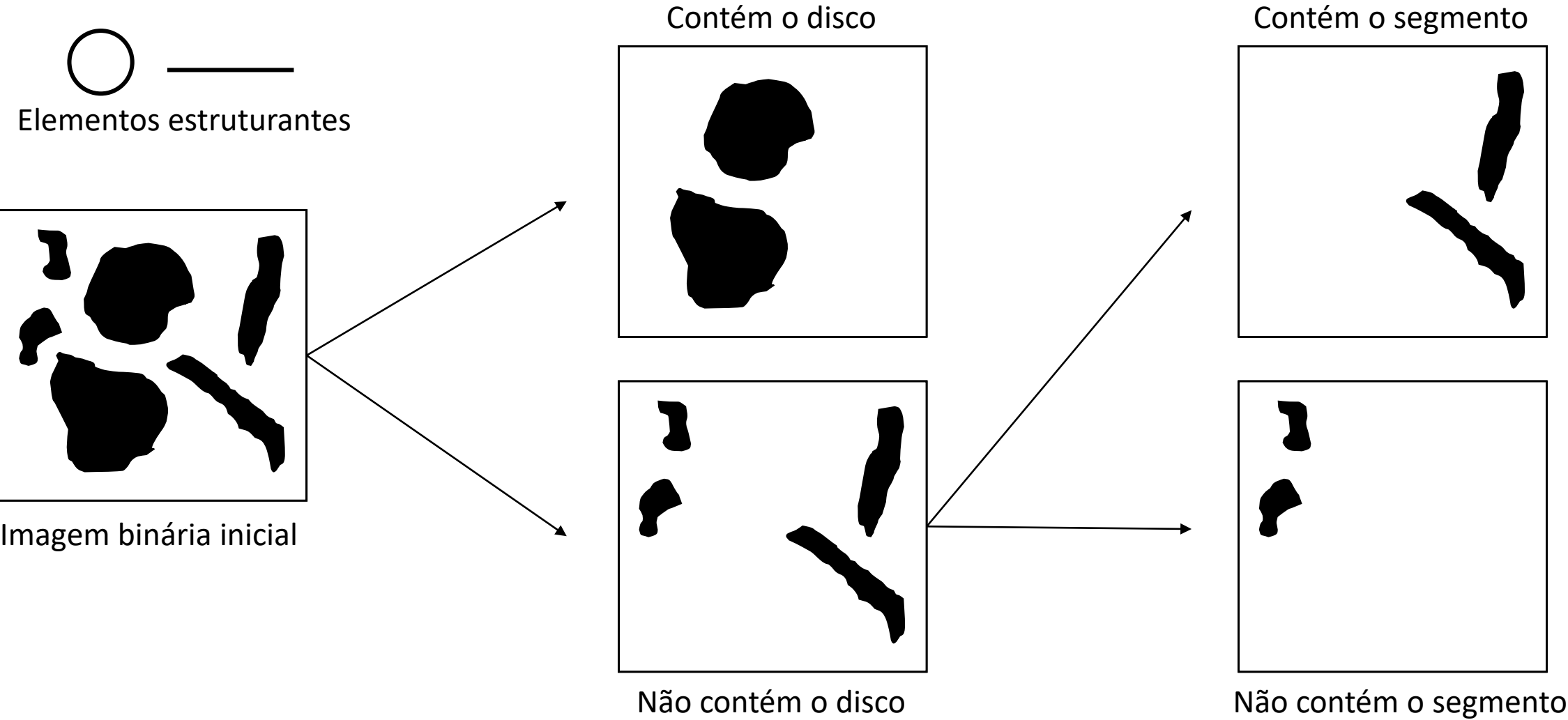
Elemento estruturante (B): É um caso particular de imagem binária, sendo usualmente pequeno e simples (por exemplo $B_{3 \times 3}$ com todos os valores iguais a um).

Uma transformação morfológica só pode ser realizada com a definição prévia de um elemento estruturante.

Como o próprio nome indica, quando associado a uma certa transformação morfológica, B percorre a imagem com o propósito de aferir se “encaixa” ou não nos objectos nela presentes. No processo, pode modificar a forma e as características topológicas desses objectos (por exemplo, a conexidade ou a convexidade).

A forma de B pode ser qualquer, sendo as mais comuns o quadrado, o disco, o segmento, o círculo, o par de pontos e o hexágono (na malha digital hexagonal), que são escolhidos de acordo com os objectivos pretendidos. Por exemplo:

- DISCO: determinação da distribuição de tamanho dos objectos (granulometria).
- SEGMENTO: detecção de alinhamentos preferenciais.
- PAR DE PONTOS: caracterização do estado de dispersão (covariância).
- CIRCUNFERÊNCIA: estudo da vizinhança de um ponto (transformação de vizinhança).



Elemento estruturante

O centro, ou pixel de referência de B é geralmente o seu centro geométrico, podendo contudo ser definido qualquer outro ponto para o efeito.

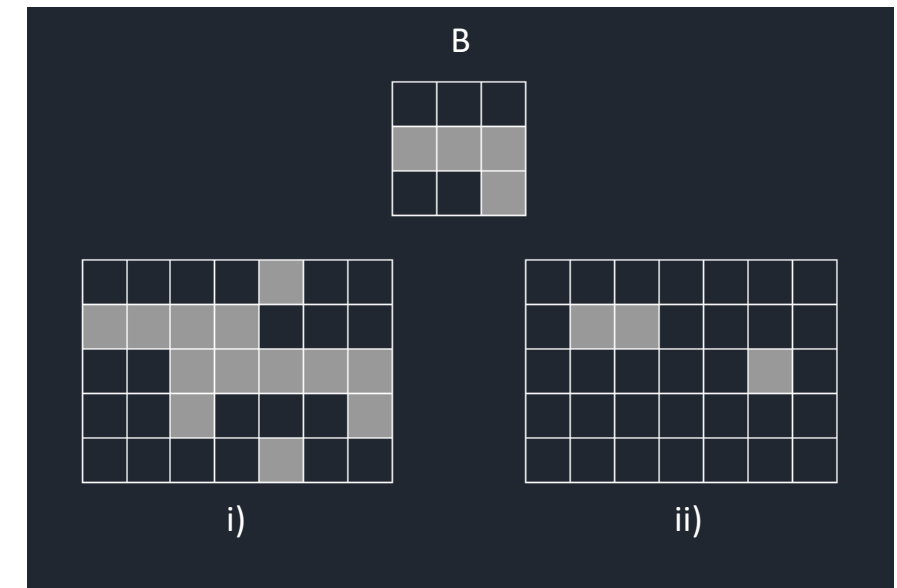
O centro de B marca a sua posição sobre a imagem inicial e, por conseguinte, a posição do pixel transformado.

A distribuição dos valores dos pixels no interior de B designa-se por configuração de vizinhança (V).

Transformação de vizinhança

Uma **transformação de vizinhança** consiste na identificação/alteração de um pixel de uma imagem no caso de se verificar uma dada configuração de vizinhança V em redor desse pixel.

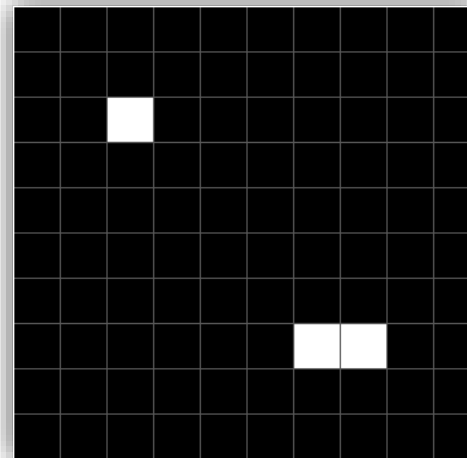
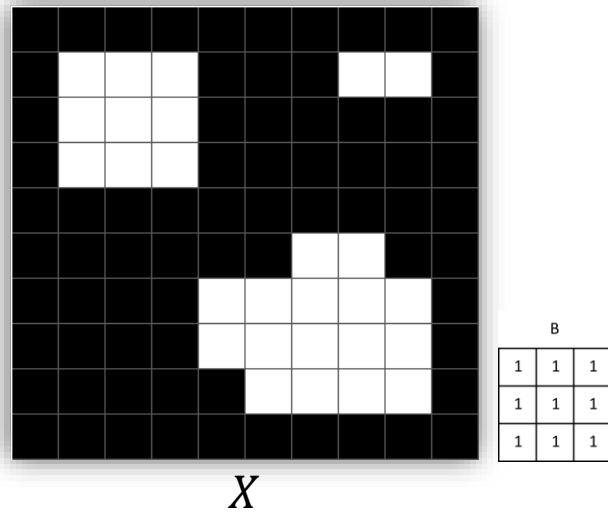
- Na figura, tem-se um quadrado elementar B que percorrerá todos os pixels da imagem i).
- Em ii) estão marcadas as posições em que a configuração de vizinhança $V(B_x)$ é idêntica à de B .
- Como transformações de vizinhança mais comuns têm-se o adelgaçamento e o espessamento.



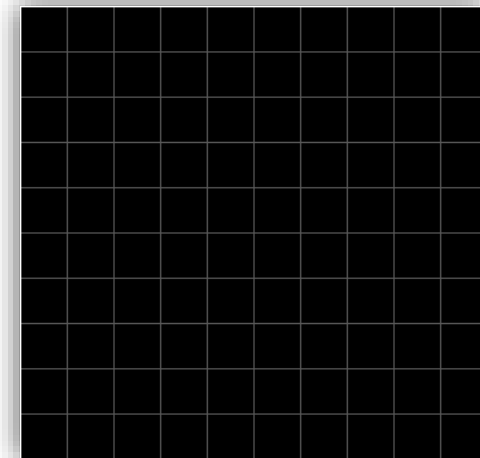
Transformações morfológicas elementares

A transformação morfológica de **erosão** (ε) de um dado conjunto X , por um elemento estruturante com a sua origem em x (B_x), define-se pela expressão seguinte:

$$\varepsilon_B(X) = \{x: B_x \subset X\}$$



$\varepsilon_{B_x(3 \times 3)}(X)$

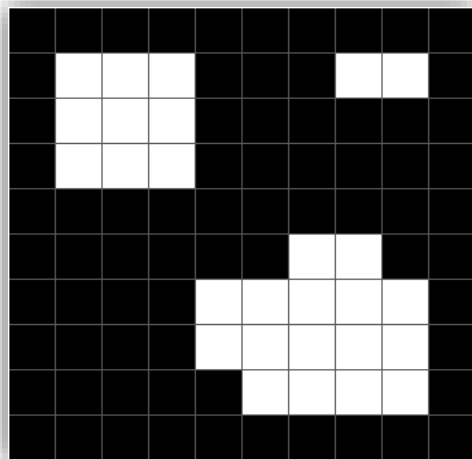


$\varepsilon_{B_x(5 \times 5)}(X)$

Transformações morfológicas elementares

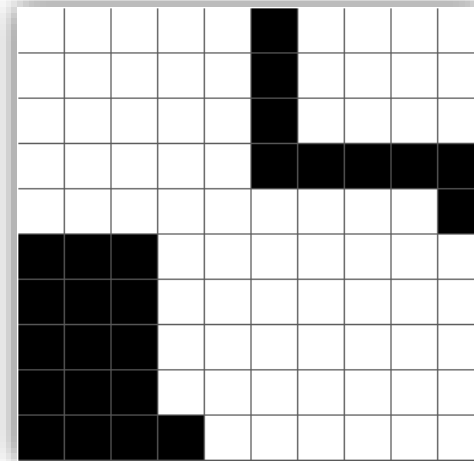
A transformação morfológica de **dilatação** (δ) de um dado conjunto X , por um elemento estruturante com a sua origem em x (B_x), define-se pela expressão seguinte:

$$\delta_B(X) = \{x: B_x \cap X \neq \emptyset\}$$

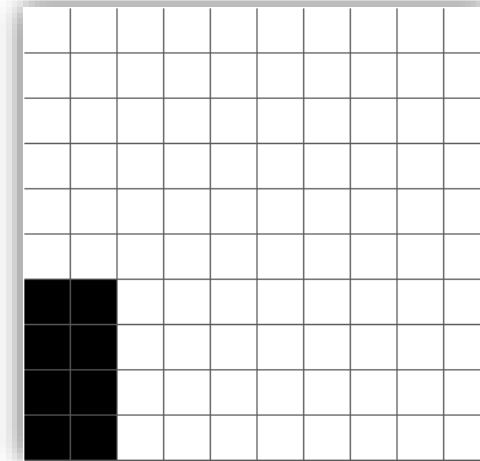


X

B		
1	1	1
1	1	1
1	1	1



$\delta_{B_{x(3 \times 3)}}(X)$



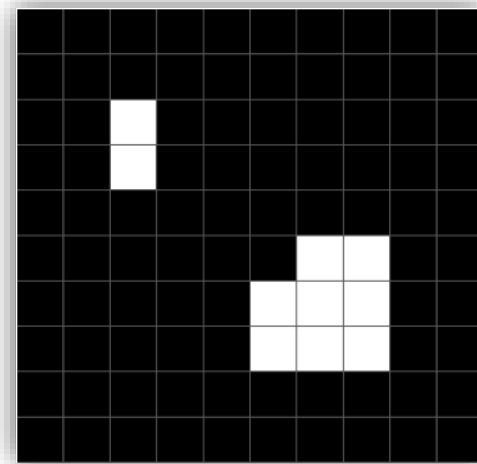
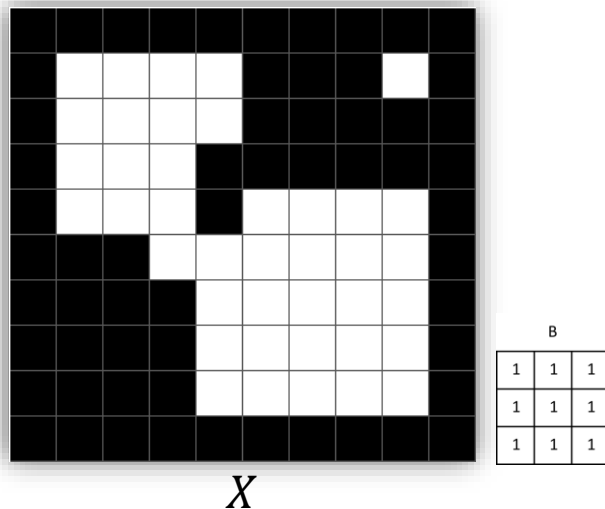
$\delta_{B_{x(5 \times 5)}}(X)$

Transformações morfológicas elementares

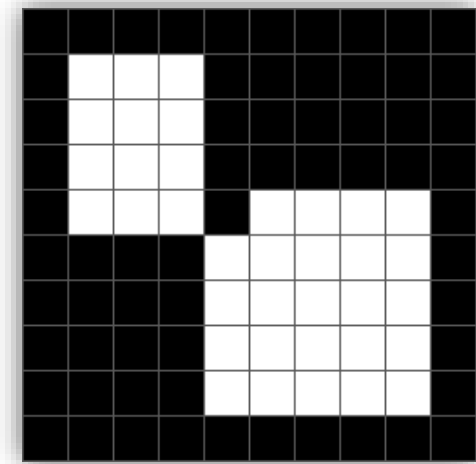
Fernando Soares

A **abertura** (γ) de X consiste em executar a dilatação do resultado da erosão do conjunto X .

$$\gamma_B(X) = \delta_B(\varepsilon_B(X))$$



$$\varepsilon_{B_{3 \times 3}}(X) = Y$$

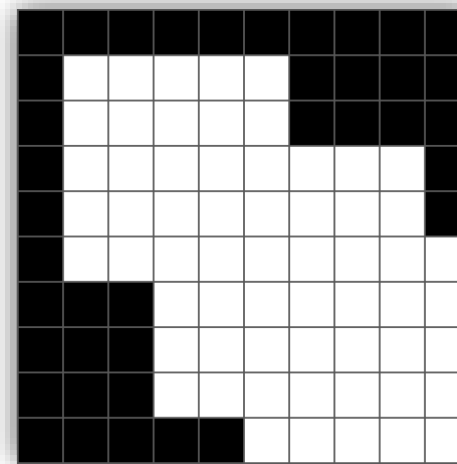
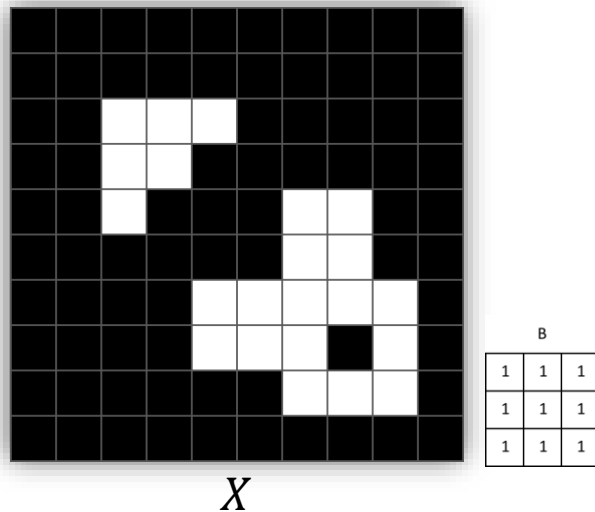


$$\delta_{B_{3 \times 3}}(Y) = \gamma_B(X)$$

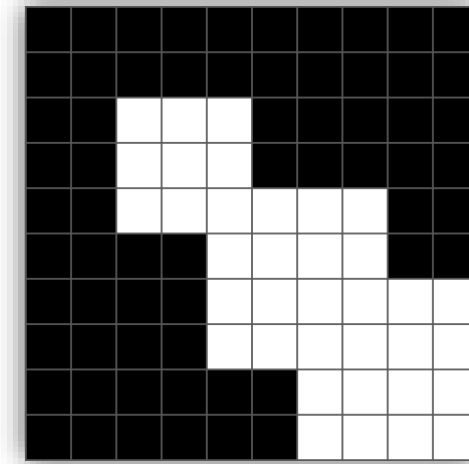
Transformações morfológicas elementares

O **fecho** (ϕ) de X consiste em executar a erosão do resultado da dilatação do conjunto X .

$$\phi_B(X) = \varepsilon_B(\delta_B(X))$$



$$\delta_{B_{3 \times 3}}(X) = Y$$



$$\varepsilon_{B_{3 \times 3}}(Y) = \phi_B(X)$$

Síntese das propriedades das transformações morfológicas elementares:

	Extensiva	Anti-extensiva	Crescente	Idempotente	Homotópica	Transformação dual
Erosão	-	x	x	-	-	<i>Dilatação</i>
Dilatação	x	-	x	-	-	<i>Erosão</i>
Abertura	-	x	x	x	-	<i>Fecho</i>
Fecho	x	-	x	x	-	<i>Abertura</i>

Transformação tudo-ou-nada (*Hit-or-Miss*)

A **transformação “Tudo-ou-Nada”** (*Hit-or-Miss transformation - HMT*) aplicada a X consiste numa transformação de vizinhança que recorre a um elemento estruturante composto $B = (B_1, B_2)$, com $B_1 \cap B_2 = \emptyset$, e que resulta da verificação simultânea das seguintes condições: B_1 coincide com X e B_2 coincide com X^c .

$$HMT_B(X) = \{x: (B_1)_x \subseteq X \wedge (B_2)_x \subseteq X^c\}$$

$$HMT_B(X) = \varepsilon_{B_1}(X) \cap \varepsilon_{B_2}(X^c)$$

- Os índices do elemento estruturante composto são geralmente três: “1” (\in domínio de B_1), “-1” (\in domínio de B_2) e “0” (é indiferente).
- A *HMT* é geralmente usada para encontrar configurações específicas em grupos de pixels ou objectos e determina-se pela intersecção entre as erosões de X por B_1 e de X^c por B_2 (como se verá em alguns exemplos a seguir).

Exemplos de transformações tudo-ou-nada

Pontos isolados (pixels sem quaisquer outros pixels na sua vizinhança).

Desenham-se duas configurações (EE) B_1 e B_2 , tal que, $B_1 \subseteq X$ e $B_2 \subseteq X^c$.

B1			B2		
0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1

Optando por um B composto tem-se a seguinte configuração:

B		
-1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	-1

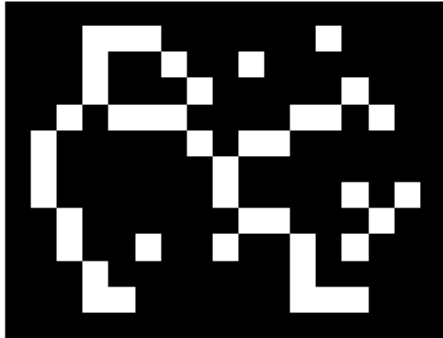
1 = pertence

-1 = pertence ao complementar

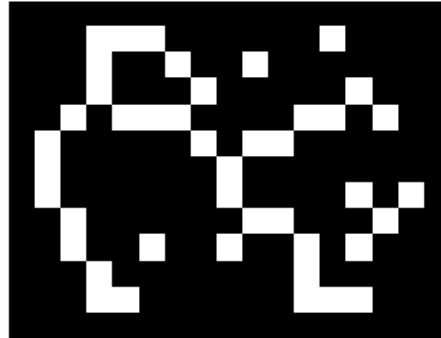
0 = indiferente.

Exemplos de transformações tudo-ou-nada

Inicial

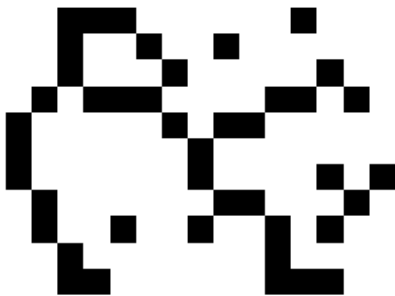


E1

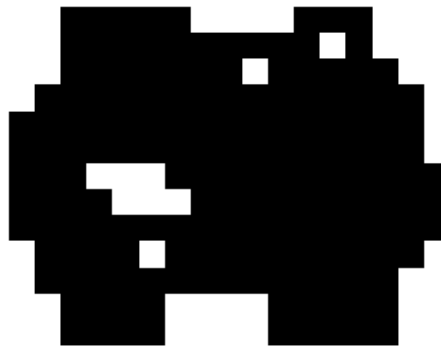


$$\varepsilon_{B_1}(X) = \{x: B_1 \subset X\}$$

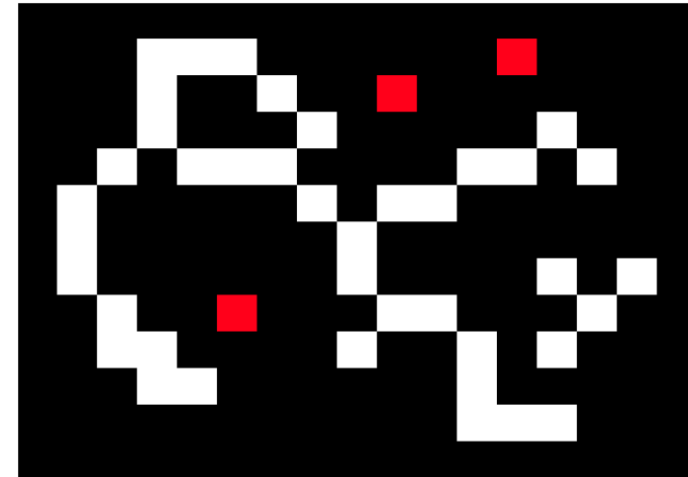
Complementar



E2



$$\varepsilon_{B_2}(X^c) = \{x: B_2 \subset X^c\}$$



$$\text{Pontos isolados} = \varepsilon_{B_1} \cap \varepsilon_{B_2}$$

Exemplos de transformações tudo-ou-nada

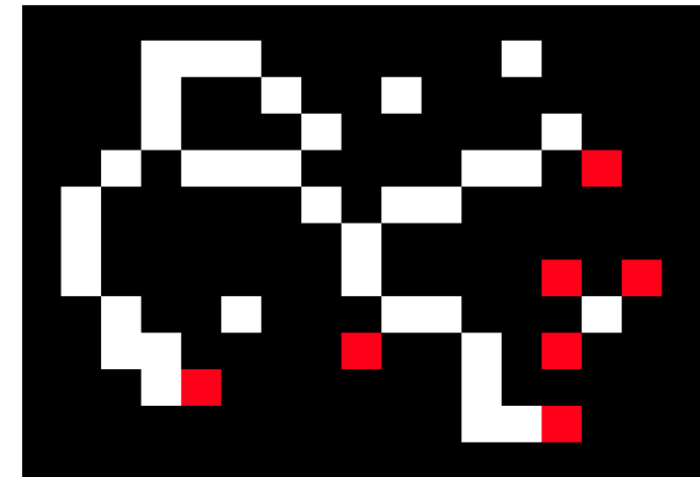
Pontos extremos (pixels com um pixel no máximo na sua vizinhança próxima).

Com B_1 e B_2 :

B1(90°)	B2(90°)	B1(45°)	B2(45°)																																				
<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	<table><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1
-1	1	-1																																					
-1	1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
1	-1	1																																					
1	1	1																																					
1	-1	-1																																					
-1	1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	1	1																																					
1	-1	1																																					
1	1	1																																					

Optando por B composto:

B(90°)			B(45°)		
0	1	0	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1



Extremidades

Pontos múltiplos (pixels com mais do que dois pixels na sua vizinhança próxima).

Com B_1 e B_2 :

B1(90°)	B2(90°)	B1(45°)	B2(45°)																																				
<table><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr></table>	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	<table><tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	<table><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	-1																																					
-1	1	-1																																					
1	-1	1																																					
-1	-1	-1																																					
1	-1	1																																					
-1	1	-1																																					
1	-1	1																																					
-1	1	-1																																					
1	-1	-1																																					
-1	-1	-1																																					
-1	-1	1																																					
-1	1	1																																					

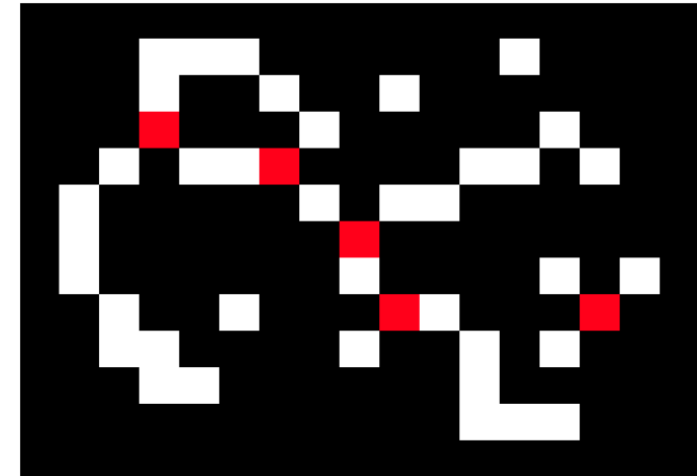
Optando por B composto:

B(90°)

0	1	0
-1	1	-1
1	-1	1

B(45°)

1	0	1
0	1	-1
1	-1	-1



Pontos múltiplos

Exemplos de transformações tudo-ou-nada

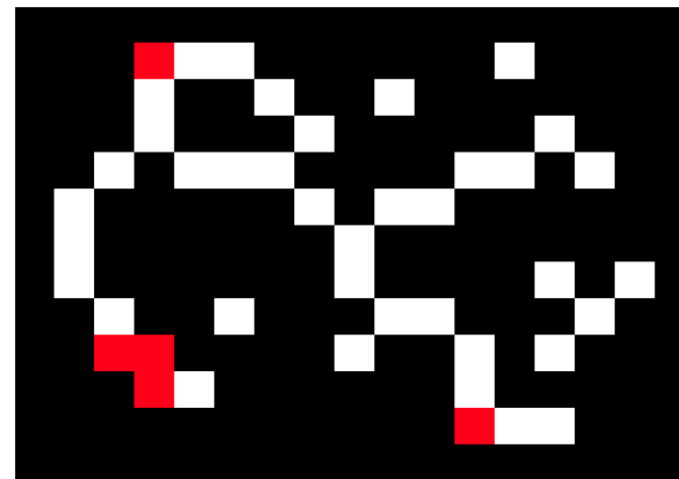
Cantos rectos (pixels que formam um ângulo recto convexo).

Com B_1 e B_2 :

B1			B2		
-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	1	-1

Optando por B composto:

B		
0	1	0
-1	1	1
-1	-1	0



Cantos rectos

Exemplos de transformações tudo-ou-nada

Contornos (pixels com pelo menos um pixel pertencente ao conjunto complementar na sua vizinhança próxima).

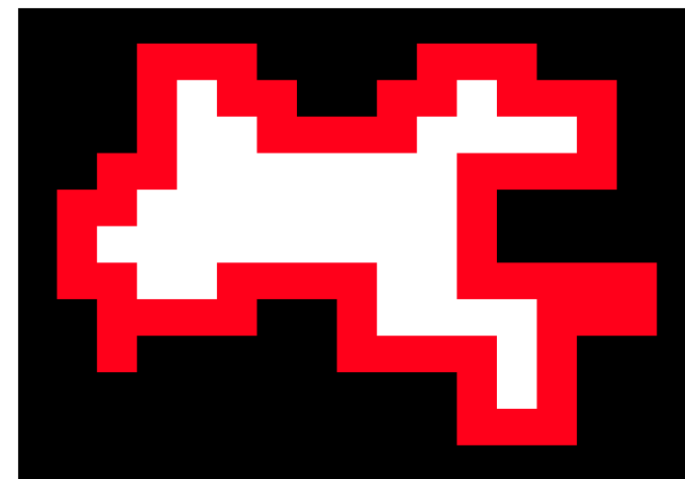
Com B_1 e B_2 :

B1(90°)			B2(90°)			B1(45°)			B2(45°)		
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1

Optando por B composto:

B(90°)		
0	-1	0
0	1	0
0	0	0

B(45°)		
-1	0	0
0	1	0
0	0	0



Pontos de fronteira

Adelgaçamento (THIN) de um conjunto X : consiste numa transformação de vizinhança que retira a X todos pontos que correspondam a uma dada configuração de vizinhança $V(B_x)$.

$$THIN(X, B) = X \cap NOT[HMT(X, B)]$$

É aplicada apenas a imagens binárias e produz uma imagem binária como resultado.

De forma geral, a operação de adelgaçamento é determinada por translação do elemento estruturante B , por todos os pixels da imagem, comparando em cada um a sua configuração de vizinhança com a configuração dos correspondentes pixels na imagem.

Havendo uma coincidência entre ambas as configurações, então, ao pixel da imagem correspondente à posição do centro de B , é atribuído o valor 0; caso contrário mantém-se inalterável.

Exemplos de transformações de adelgaçamento

Fernando Soares

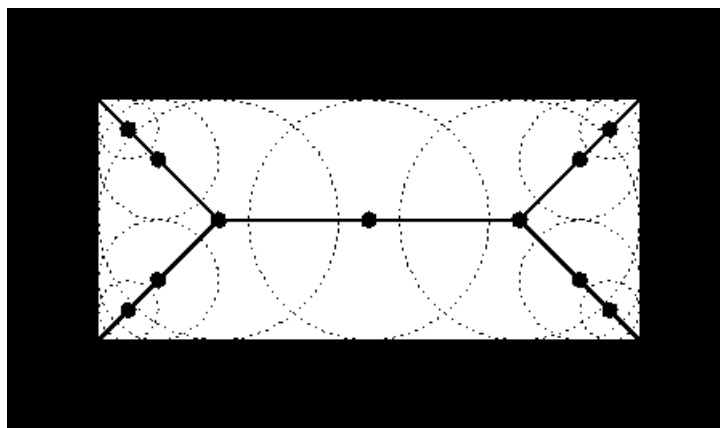
A **erosão** e a **abertura** morfológicas são exemplos de transformações de adelgaçamento.

Exemplos de transformações de adelgaçamento

Fernando Soares

Esqueletização: é um exemplo de adelgaçamento morfológico que reduz as regiões de uma imagem binária a uma estrutura mínima que preserve a extensão e conectividade das regiões originais. É uma transformação usada frequentemente para “estretar” resultados de detecção de fronteiras, reduzindo a espessura das linhas a outras com apenas um pixel de espessura. Note-se que o esqueleto resultante é um conjunto conexo é igualmente um conjunto conexo.

O esqueleto de um conjunto pode ser determinado de diversas formas: a) Localização dos centros de circunferências máximas bi-tangentes aos limites da região considerada.



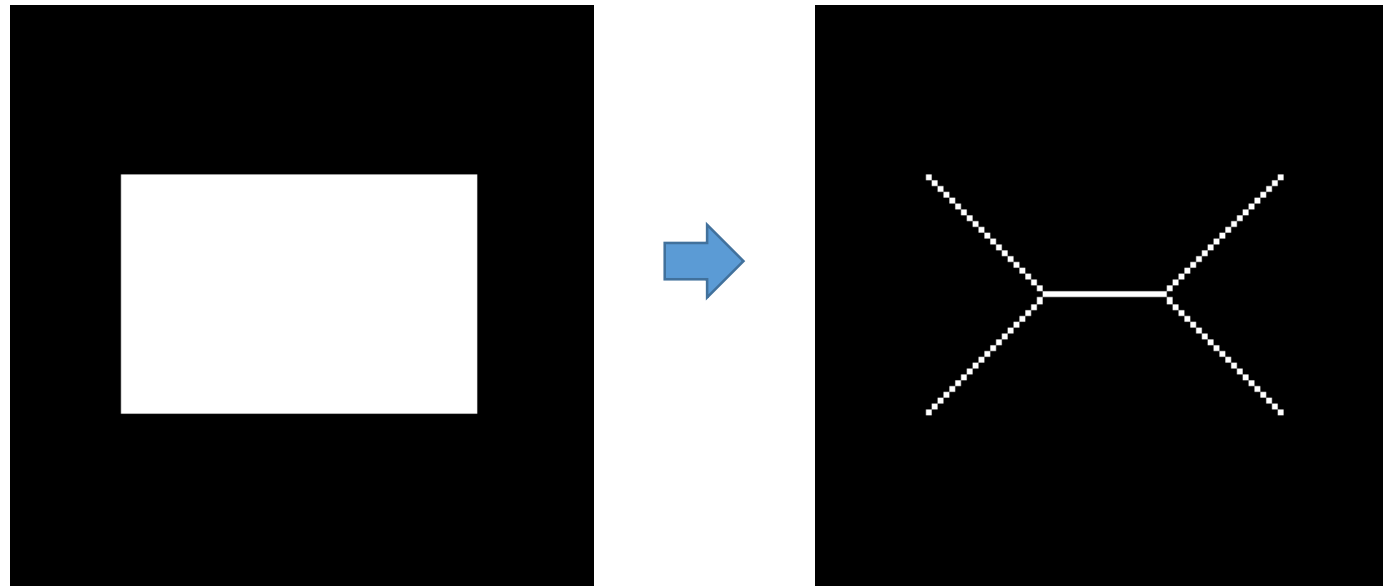
Exemplos de transformações de adelgaçamento

Fernando Soares

b) Fórmula de Lantuéjoul: para uma imagem binária discreta X , o esqueleto $S(X)$ é a união de todos os subconjuntos $S_k(X)$, com um elemento estruturante B de dimensão k .

$$S(X) = \bigcup_k^K S_k(X)$$

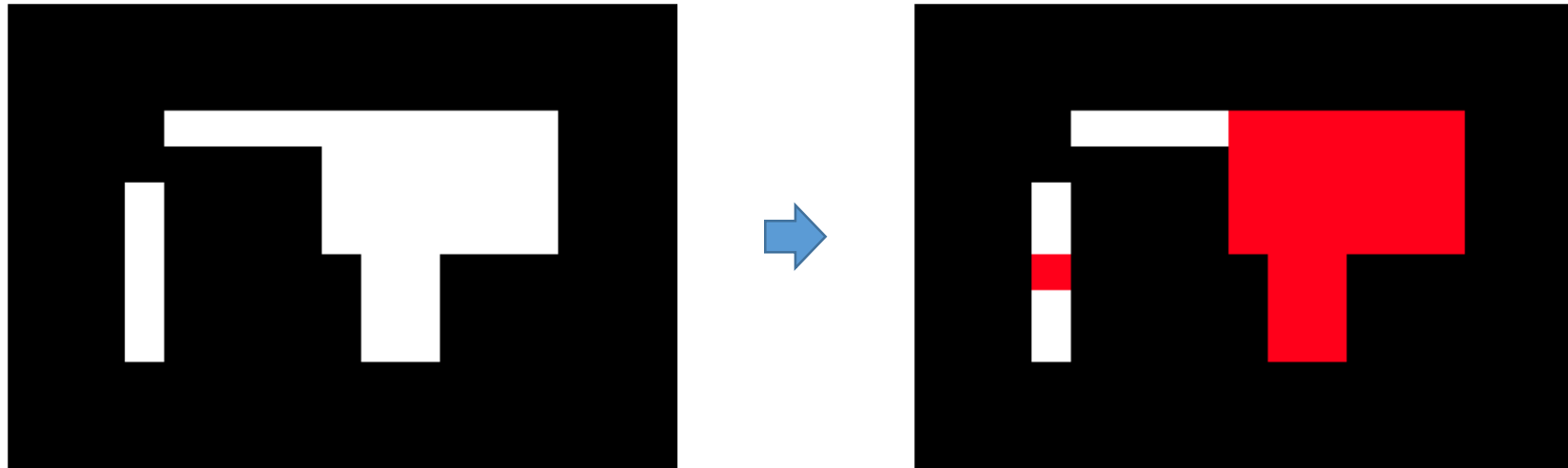
$$S_k(X) = \varepsilon_{kB}(X) \cap NOT[\gamma_B(\varepsilon_{kB}(X))]$$



Exemplos de transformações de adelgaçamento

Fernando Soares

Escanhoamento (*prune*): é também uma operação de adelgaçamento que visa suprimir sucessivamente os pontos extremos de um conjunto binário, até se verificar a condição de idempotência.



Espessamento (THICK) de um conjunto X : consiste numa transformação de vizinhança que adiciona a X todos pontos que correspondam a uma determinada configuração de vizinhança $V(B_x)$.

$$THICK(X, B) = X \cup HMT(X, B)$$

É aplicada apenas a imagens binárias e produz uma imagem binária como resultado.

De forma geral, a operação de adelgaçamento é determinada por translação do elemento estruturante B , por todos os pixels da imagem, comparando em cada um a sua configuração de vizinhança com a configuração dos correspondentes pixels na imagem.

Se se verificar uma coincidência entre ambas as configurações, então no pixel correspondente à posição do centro de B é atribuído o valor 1; caso contrário mantém-se inalterável.

Exemplos de transformações de espessamento

Fernando Soares

A **dilatação** e o **fecho** morfológicos são exemplos de transformações de espessamento.

Exemplos de transformações de espessamento

Fernando Soares

Envelope convexo (*convex hull*): determina-se por execução da transformação HMT, para determinar concavidades nos objectos e consequente preenchimento. A operação é iterativa e continuará até atingir a idempotência.

B1(90°)

1	1	1
1	-1	-1
-1	-1	-1

B2(90°)

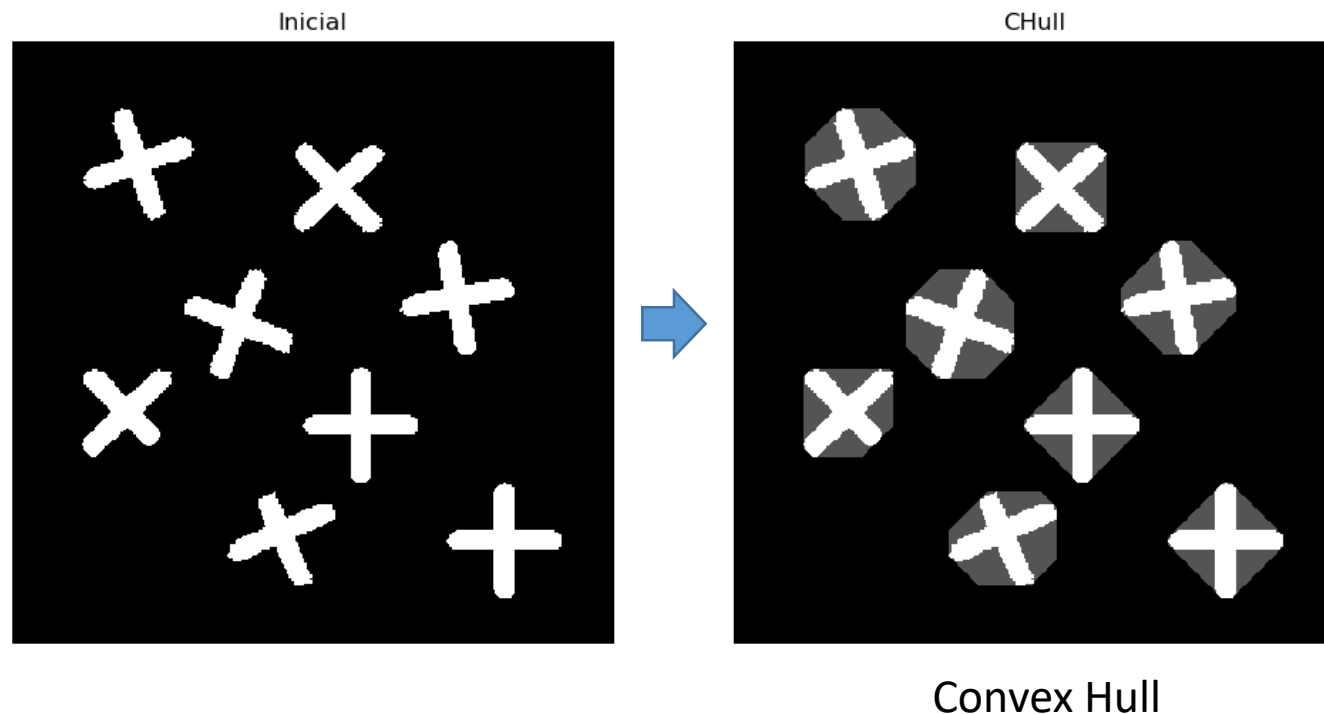
-1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	-1

B1(90°)

1	1	1
-1	-1	1
-1	-1	-1

B2(90°)

-1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	-1



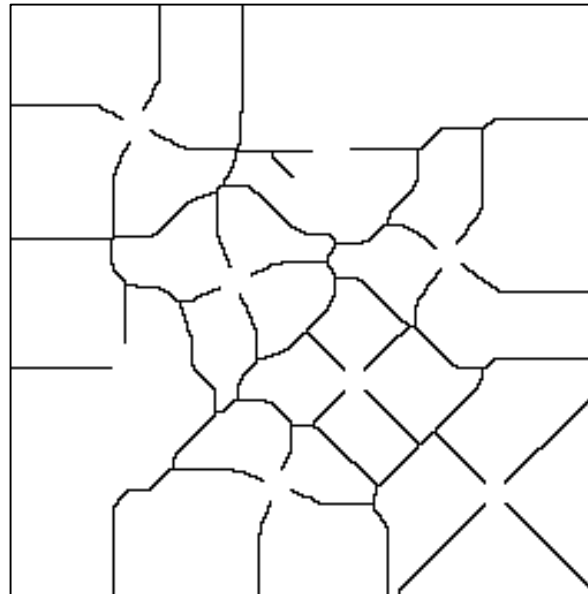
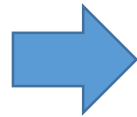
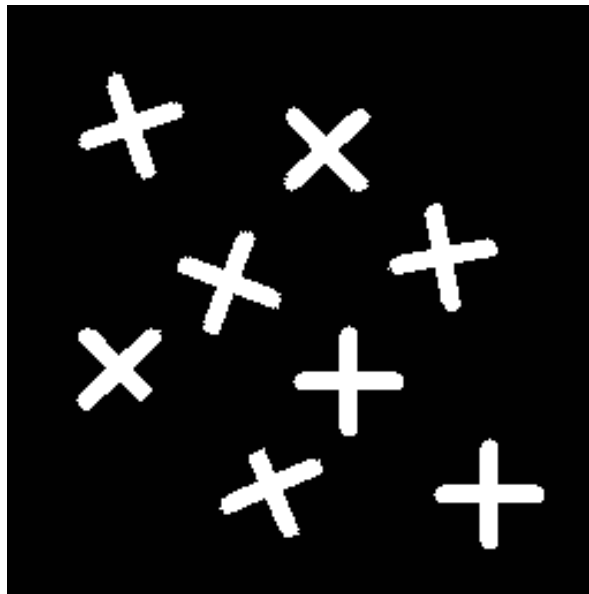
Esqueleto por zonas de influência (*Skeleton by Influence Zones* - SKIZ): é uma estrutura de esqueleto que divide uma imagem em regiões, cada qual contendo um objecto distinto da imagem.

As fronteiras são definidas por forma a que todos os pontos interiores a cada área estejam mais próximos do correspondente objecto interior a essa área. É por vezes designada por *Diagrama de Voronoi*. A operação é iterativa e continuará até atingir a idempotência.

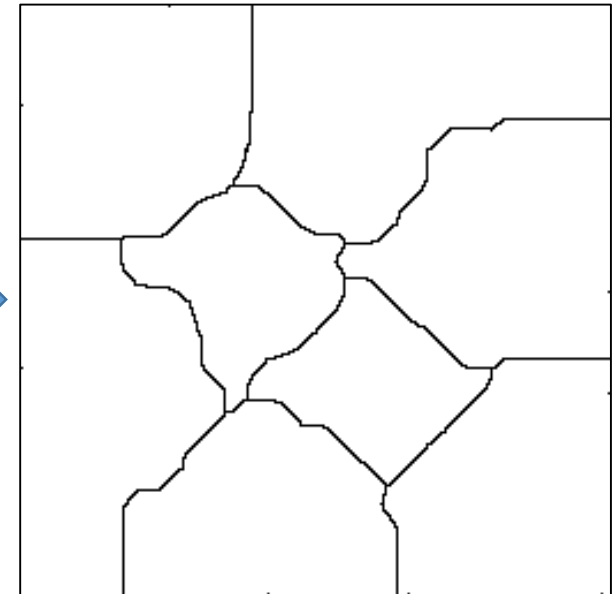
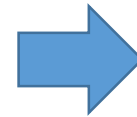
Exemplos de transformações de espessamento

Fernando Soares

O SKIZ pode ser obtido por um processo métrico, calculando distâncias euclidianas, ou por processos morfológicos, envolvendo dilatações com elementos estruturantes de diferentes tamanhos.



Esqueleto do *background*



Escanhoamento do esqueleto

As **transformações geodésicas** binárias são transformações morfológicas sobre uma imagem binária Y , condicionadas por uma determinada geodesia binária X . Destacam-se as seguintes:

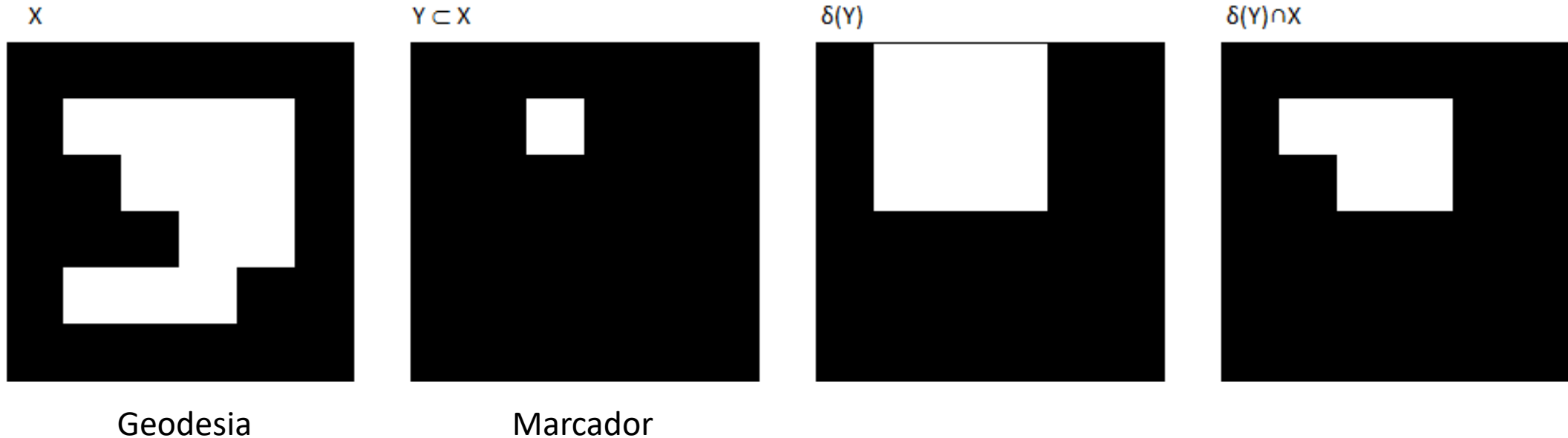
- 1 - Dilatação geodésica
- 2 - Erosão geodésica
- 3 - Reconstrução geodésica binária por dilatações geodésicas sucessivas.
- 4 - Reconstrução geodésica binária por erosões geodésicas sucessivas.

Transformações geodésicas binárias

Fernando Soares

Dilatação geodésica: dilatação morfológica de um conjunto Y condicionada à geodesia X .

$$\delta_X(Y) = \delta(Y) \cap X$$

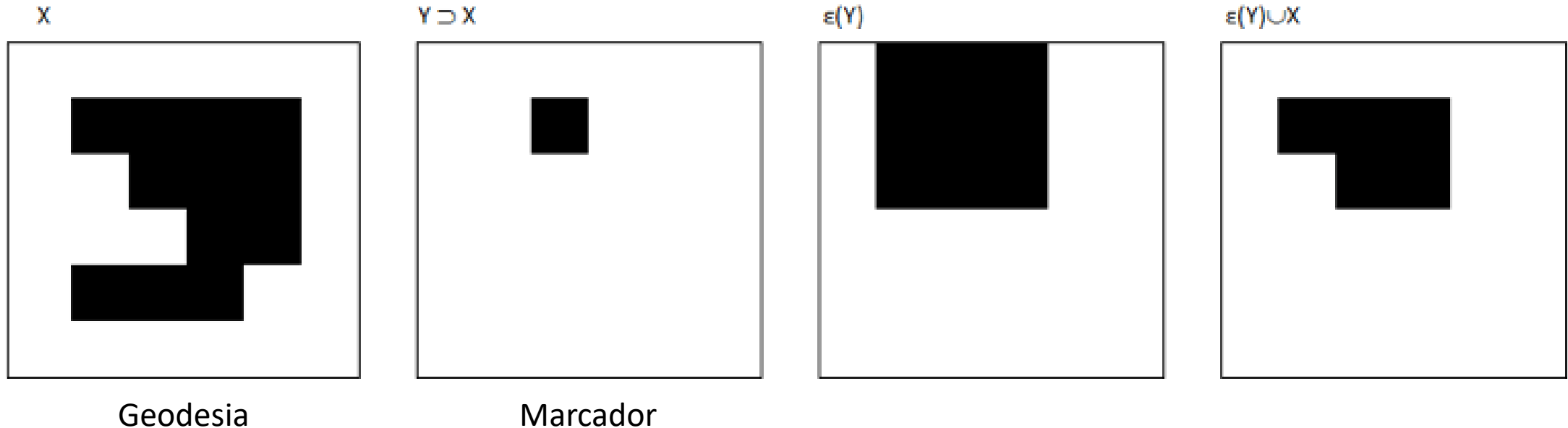


Transformações geodésicas binárias

Fernando Soares

Erosão geodésica: erosão morfológica de um conjunto Y condicionada à geodesia X .

$$\varepsilon_X(Y) = \varepsilon(Y) \cup X$$



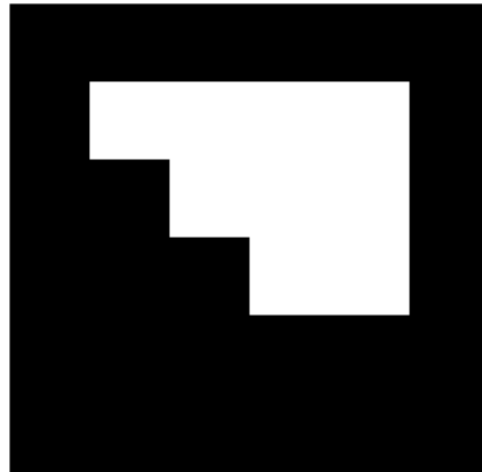
Reconstrução geodésica binária por dilatações geodésicas sucessivas:

$$R_X(Y) = \delta_X^\infty(Y) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\delta_X \circ \dots \circ \delta_X)(Y) = \delta_X^n \left(\delta_X^{n-1} \left(\delta_X^{n-2} \left(\dots \left(\delta_X^1(Y) \right) \right) \right) \right)$$

$\delta_1(Y) \cap X$



$\delta_2(Y) \cap X$



$\delta_3(Y) \cap X$



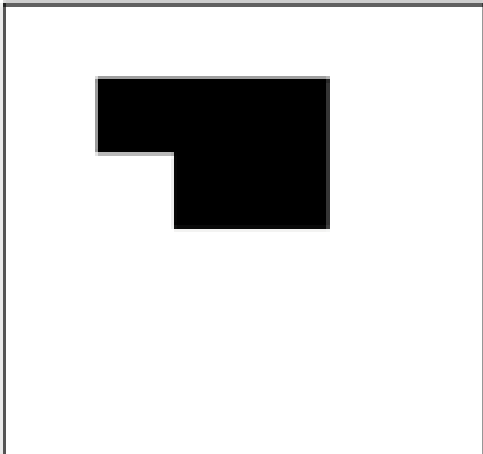
$R(X) \setminus Y$



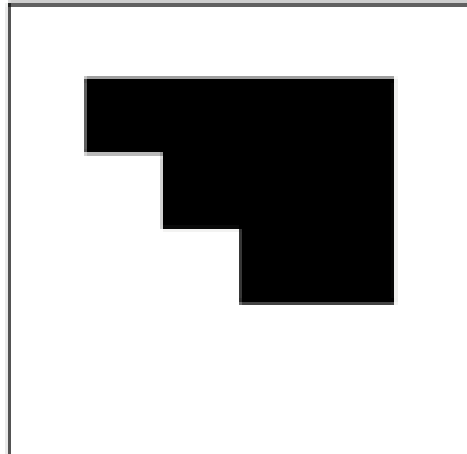
Reconstrução geodésica binária por erosões geodésicas sucessivas:

$$R_X(Y) = \varepsilon_X^\infty(Y) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\varepsilon_X \circ \dots \circ \varepsilon_X)(Y) = \varepsilon_X^n \left(\varepsilon_X^{n-1} \left(\varepsilon_X^{n-2} \left(\dots \left(\varepsilon_X^1(Y) \right) \right) \right) \right)$$

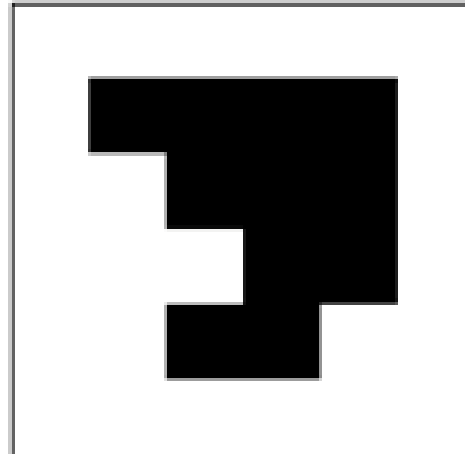
$\varepsilon_1(Y) \cup X$



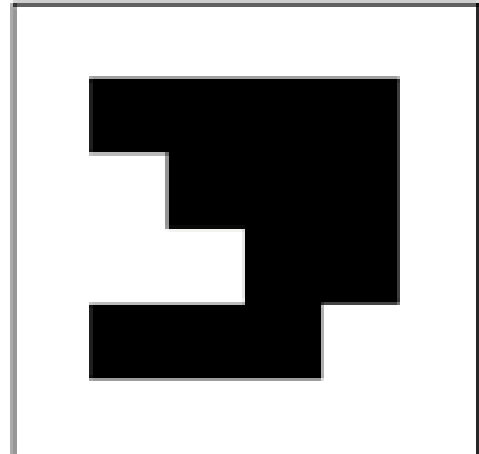
$\varepsilon_2(Y) \cup X$



$\varepsilon_3(Y) \cup X$



$R(X) \setminus Y$

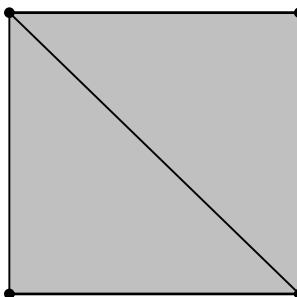


Número de conectividade (número de *Euler*)

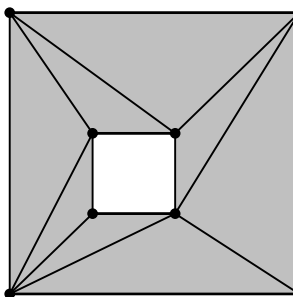
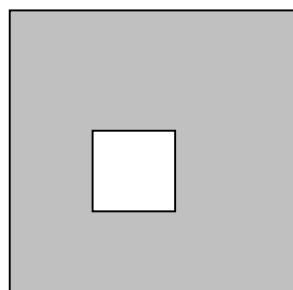
Fernando Soares

De forma geral, o **número de conexidade** de uma superfície ou conjunto, ou também chamado número de Euler (E), é igual ao número de vértices v , menos o número de arestas a , mais o número de polígonos p , quando dividida a dita superfície em polígonos planos definidos pelas arestas e pelos vértices.

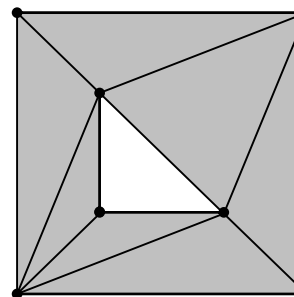
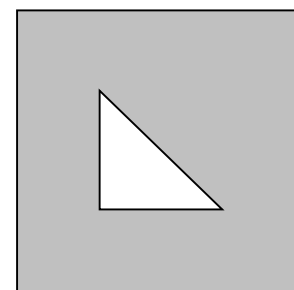
$$E = v - a + p$$



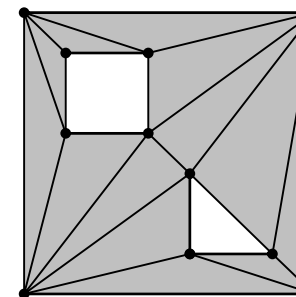
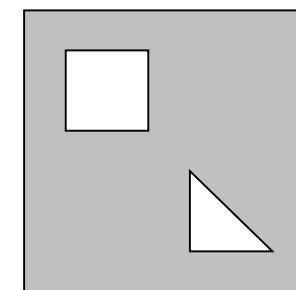
$$E = 4 - 5 + 2 = 1$$



$$E = 8 - 16 + 8 = 0$$



$$E = 7 - 14 + 7 = 0$$



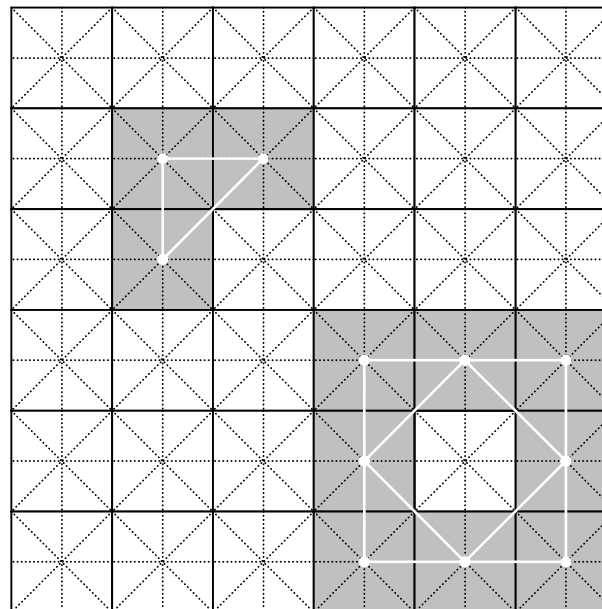
$$E = 11 - 25 + 13 = -1$$

Número de conectividade (número de *Euler*)

Fernando Soares

No domínio de representação de uma imagem digital, o valor de E determina-se a partir do grafo de representação dos pixels. A seguir exemplifica-se a determinação de E para o objecto binário sombreado.

$$E = v - a + p$$



Número de pixels = 11

Número de arestas do grafo = 15

Número de triângulos = 5

$$E = 11 - 15 + 5 = 1$$

Número de objectos = 2

Número de buracos = 1

$$E = 2 - 1 = 1$$