



**Facultad de  
Ciencias**  
UNAM

**Universidad Nacional Autónoma de  
México**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Tarea 4**

**ESTRUCTURAS DISCRETAS  
SEMESTRE: 2024-1**

Resuelva de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indique claramente el número de pregunta que se esta resolviendo.

- Los siguientes razonamientos incompletos siguen el patrón de Leibniz. Llene las partes que faltan y escriba en qué consiste la expresión  $E$  (Es decir, diga quién es  $E$  y quienes son  $X$  y  $Y$ .)

$$a) \frac{p \rightarrow q \leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p}{(p \rightarrow q) \rightarrow p \leftrightarrow ?}$$

$$b) \frac{b + c = x + y}{x + y + w = ?}$$

a

$X$  es  $p \rightarrow q$

$Y$  es  $\neg q \rightarrow \neg p$

$E [z:=x]$  es  $z \rightarrow p [z:=\neg p \rightarrow \neg q] = (p \rightarrow p) \rightarrow p$

b.

$X$  es  $x + y$

$Y$  es  $b + c$

$E$  es  $z + w$

$E [z:=x]$  es  $(z+w) [z:=x+y] = x+y+w$

$E [z:=y]$  es  $(z+w) [z:=b+c] = b+c+w$

- Justifique la siguiente equivalencia lógica mostrando la instancia explícita de la regla de Leibniz y/o la sustitución textual utilizada en cada paso.

$$\blacksquare (P \rightarrow Q) \wedge (Q \vee P) \equiv Q$$

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

$$\hline (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee P) \leftrightarrow (Q \vee \neg P) \wedge (Q \vee P)$$

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

por distributividad

$$\hline (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee P) \leftrightarrow (Q \vee \neg P) \wedge (Q \vee P)$$

identidad

$$(Q \vee \neg P) \wedge (Q \vee P) \leftrightarrow Q \vee (\neg P \wedge P) \leftrightarrow Q$$

$$\therefore Q$$

3. Utilizando la tabla de equivalencias dada en clase, demuestre las siguientes equivalencias lógicas mediante razonamiento ecuacional. Justifique cada paso escribiendo a la derecha de cada expresión obtenida en el proceso el nombre de la regla que se aplicó para obtenerla (no es necesario hacer explícitas las aplicaciones de la regla de Leibniz ni las sustituciones textuales).

$$a) (A \vee B) \rightarrow Q \equiv (A \rightarrow Q) \wedge (B \rightarrow Q)$$

$$\neg(A \vee B) \vee Q \equiv (A \rightarrow Q) \wedge (B \rightarrow Q) \quad \text{Eliminación de operadores}$$

$$\neg(A \vee B) \vee Q \equiv (\neg A \vee Q) \wedge (\neg B \vee Q) \quad \text{Eliminación de operadores}$$

$$\neg(A \vee B) \vee Q \equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee Q \quad \text{Distributividad}$$

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee Q \equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee Q \quad \text{De Morgan}$$

$$b) (A \wedge B) \rightarrow Q \equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q)$$

$$\neg(A \wedge B) \vee Q \equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q) \quad \text{Eliminación de operadores}$$

$$(\neg A \vee \neg B) \vee Q \equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q) \quad \text{De Morgan}$$

$$(\neg A \vee \neg B) \vee Q \equiv (\neg A \vee Q) \vee (\neg B \vee Q) \quad \text{Eliminación de operadores}$$

$$(\neg A \vee \neg B) \vee Q \equiv (\neg A \vee \neg B) \vee Q \quad \text{Distributividad}$$

$$c) (A \wedge B) \rightarrow Q \equiv A \rightarrow (B \rightarrow Q)$$

$$\neg(A \wedge B) \vee Q \equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q) \quad \text{Eliminación de operadores}$$

$$\neg(A \wedge B) \vee Q \equiv (\neg A \vee Q) \vee (\neg B \vee Q) \quad \text{Eliminación de operadores}$$

$$(\neg A \vee \neg B) \vee Q \equiv (\neg A \vee Q) \vee (\neg B \vee Q) \quad \text{De Morgan}$$

$$(\neg A \vee \neg B) \vee Q \equiv (\neg A \vee \neg B) \vee Q \quad \text{Distributividad}$$

$$d) (\neg B \vee A) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B) \equiv B$$

$$\neg(\neg B \vee A) \vee \neg(A \rightarrow \neg B) \equiv B$$

Eliminación de operadores

$$\neg(\neg B \vee A) \vee \neg(\neg A \vee \neg B) \equiv B$$

Eliminación de operadores

$$\neg\neg B \wedge \neg A \vee \neg(\neg A \vee \neg B) \equiv B$$

De Morgan

$$\neg\neg B \wedge \neg A \vee \neg\neg A \wedge \neg\neg B \equiv B$$

De Morgan

$$B \wedge \neg A \vee A \wedge B \equiv B$$

Doble negación

$$B \wedge true \wedge B \equiv B$$

Tercero exponencial

$$B \wedge true \equiv B$$

Idempotencia

$$B \equiv B$$

Identidad

-----

Link de este documento Tarea 4 o la url: <https://es.overleaf.com/read/bkzgwrrqpxzd>