Estructuras Discretas
Examen 2

16 de noviembre de 2023

Resuelve de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indica claramente el número de pregunta que se esta resolviendo.

2 puntos 1. Decide, utilizando interpretaciones o *tableaux*, si el siguiente conjunto es satisfacible. En caso de serlo, da un modelo para el conjunto.

$$\Gamma = \{\neg(p \to q), \neg(q \wedge r), r \leftrightarrow \neg p, \neg q \to (p \wedge \neg r)\}$$

1.
- $p \to q$ es equivalente a $\neg p \vee q$
- $r \leftrightarrow \neg p$ es equivalente a $(r \wedge \neg p) \vee (\neg r \wedge p)$
- $\neg q \to (p \wedge \neg r)$ es equivalente a $q \vee (p \wedge \neg r)$

Así:

$$\Gamma = \{\neg(\neg p \vee q), \neg(q \wedge r), (r \wedge \neg p) \vee (\neg r \wedge p), q \vee (p \wedge \neg r)\}$$

2.
- $\neg\neg A$, la reescribimos A.
- $A \wedge B$, la reescribimos A y B
- $A \vee B$, la reescribimos A y B
- $\neg(A \wedge B)$, la reescribimos $\neg A$ y $\neg B$
- $\neg(A \vee B)$, la reescribimos $\neg A$ y $\neg B$

3.

$$\begin{array}{cccc}
 & & p \wedge \neg q & \\
 & \swarrow & & \searrow \\
p & & \neg q & \\
 & & \neg q \vee \neg r & \\
 & \swarrow & & \searrow \\
\neg q & & \neg r & \\
 & & r \wedge \neg p \vee \neg r \wedge p & \\
 & \swarrow & & \searrow \\
r \wedge \neg p & & \neg r \wedge p & \\
 & \swarrow & & \searrow \\
r & \neg p & \neg r & p
\end{array}$$

3. La rama izq. contiene p y $\neg p$, (!)
- La derecha r y $\neg r$, (!)

$\therefore$ no es satisfacible

2 puntos 2. Usando interpretaciones o *tableaux*, determina si el siguiente argumento es correcto. En caso de no serlo exhibe una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

$$(r \lor u) \to s, r, s \to t / \therefore t \lor u.$$

Premisas:
1. $(r \lor u) \to s$
2. r
3. $s \to t$

Conclusion:
$t \lor u$

1.
- $(r \lor u) \to s$
- r
- $s \to t$
- $\neg(t \lor u)$

2.
- $A \to B$, agregamos $\neg A$ y B
- $\neg(A \lor B)$, agregamos $\neg A$ yand $\neg B$
- $\neg(A \land B)$, agregamos $\neg A$ o $\neg B$

3. Tenemos
- $(r \lor u) \to s$, agregamos $\neg(r \lor u)$ y s
- r, agregamos r
- $s \to t$, agregamos $\neg s$ y t
- $\neg(t \lor u)$, agregamos $\neg t$ y $\neg u$

4. Así
- $\neg(r \lor u)$
- s
- r
- $\neg s$
- t
- $\neg t$
- $\neg u$

5. Tiene s, $\neg s$, t y $\neg t$. Hay una contradicción (!)
$\therefore$ el argumento es válido

4 puntos 3. Traduce el siguiente argumento a lenguaje formal y demuestra que es correcto usando derivaciones. Justifica la obtención de la expresión mostrada en cada paso: indica si es una premisa, una suposición, resultado de aplicar una regla de inferencia en una o más líneas anteriores (por ejemplo, MP 1, 2 para indicar obtención por medio de Modus Ponens con las líneas 1 y 2), o razomamiento ecuacional (RE).

Si Chubaka no es perro, entonces no es cierto que sea alado o que sea borogove. Si Chubaka es quelite, entonces es alado. Sabemos que Chubaka no es perro. Luego entonces, Chubaka no es quelite. Let's denote the following:

P: Chubaka es perro.
Q: Chubaka es alado.
R: Chubaka es borogove.
S: Chubaka es quelite.

Así
1. ¬P → $(\neg Q \land \neg R)$ (Premisa)
2. S → Q (Premisa)
3. ¬ P (Premisa)
4.∴ ¬S

Usamos Modus Ponens (MP) en 1 y 3:
4. $\neg Q \land \neg R$ (MP 1, 3)
Simplificación
5. ¬Q (Simplificacion 4)
Modus Tollens en 2 y 5:
6. ¬S (MT 2, 5)
∴ Chubaka no es quelite

2 puntos 4. Construye la siguiente derivación. Justifica el proceso como en la pregunta anterior.

$$\vdash (\neg p \land q) \lor (p \land \neg q) \rightarrow (\neg p \land (\neg p \land q)) \lor (p \land (p \land \neg q))$$

1. $\neg p \land q$ (Suposición)
2. $p \land \neg q$ (Suposición)
3. $\neg p \land (\neg p \land q)$ (De 1, Conjuncion)
4. $p \land (p \land \neg q)$ (De 2, Conjuncion)
5. $(\neg p \land q) \lor (p \land \neg q)$ (De 1 y 2, Disyuncion)
6. $(\neg p \land (\neg p \land q)) \lor (p \land (p \land \neg q))$ (De 3 y 4, Disyuncion)
7. $(\neg p \land q) \lor (p \land \neg q) \rightarrow (\neg p \land (\neg p \land q)) \lor (p \land (p \land \neg q))$ (De 5 y 6, Condicional)

∴ el argumento es correcto