深蓝学院
shenlanxueyuan.com

基于滤波的激光SLAM方法(Grid-based)

主讲人 曾书格

越凡创新技术负责人

597457483@qq.com

课程内容

Filter-based SLAM

1、贝叶斯滤波

2、粒子滤波

3、FastSLAM的原理及优化

4、Gmapping的介绍

课程内容

Filter-based SLAM

1、贝叶斯滤波

2、粒子滤波

3、FastSLAM的原理及优化

4、Gmapping的介绍

贝叶斯估计

数学概念

独立：

$$p(x,y) = p(x)p(y)$$
$$p(x|y) = p(x)$$
$$p(y|x) = p(y)$$

条件独立：

$$\mathrm{p}(x,y|z) = p(x|z)p(y|z)$$
$$p(x|y,z) = p(x|z)$$
$$p(y|x,z) = p(y|z)$$

全概率公式：

$$\mathrm{p}(x) = \int p(x|y)p(y)dy$$

条件概率公式：

$$P(x,y) = P(x|y)P(y) = P(y|x)P(x)$$

贝叶斯公式：

$$p(x,y) = p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

$$\rightarrow p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \eta p(y|x)p(x)$$

条件贝叶斯公式：

$$p(x|y,z) = \frac{p(y|x,z)p(x|z)}{p(y|z)} = \eta p(y|x,z)p(x|z)$$

贝叶斯滤波介绍

贝叶斯滤波特性

- 1. 估计的是概率分布，不是具体的数值
- 2. 是一大类方法的统称
- 3. 是一个抽象的表达形式—对于不同问题有不同的实现方式(卡尔曼家族、粒子滤波)
- 4. 迭代估计形式

贝叶斯滤波

贝叶斯滤波的推导

$$bel(x_t) = p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t}) = \eta p(z_t|x_t)\overline{bel}(x_t) = \eta p(z_t|x_t)\int p(x_t|x_{t-1}, u_t)\, p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1}) dx_{t-1}$$

Algorithm Bayes_filter($bel(x_{t-1}), u_t, z_t$)**:**
    for all x_t *do*
        $\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t \mid u_t, x_{t-1})\, bel(x_{t-1})\, dx_{t-1}$
        $bel(x_t) = \eta\, p(z_t \mid x_t)\, \overline{bel}(x_t)$
    endfor
    return $bel(x_t)$

贝叶斯滤波流程

功能：
已知状态量t − 1时刻的概率分布，
在给定t时刻的观测数据(z_t, u_z)的情况下
估计出状态量在t时刻的概率分布

贝叶斯滤波

贝叶斯滤波的推导

目标：在已知$p(x_{t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t-1})$、$u_t$、$z_t$的情况下，
得到$p(x_t|z_{1:t},u_{1:t})$的表达式。

$$p(x_t|z_{1:t},u_{1:t}) = \frac{p(z_t|x_t,z_{1:t-1},u_{1:t})p(x_t|z_{1:t-1},u_{1:t})}{p(z_t|z_{1:t-1},u_{1:t})}$$
$$= \eta p(z_t|x_t,z_{1:t-1},u_{1:t})p(x_t|z_{1:t-1},u_{1:t})$$

其中：

$$p(z_t|x_t,z_{1:t-1},u_{1:t}) = p(z_t|x_t)$$

$$p(x_t|z_{1:t-1},u_{1:t}) = \int p(x_t|x_{t-1},z_{1:t-1},u_{1:t})p(x_{t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t})dx_{t-1}$$

$$p(x_t|x_{t-1},z_{1:t-1},u_{1:t}) = p(x_t|x_{t-1},u_t)$$

$$p(x_{t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t}) = p(x_{t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t-1})$$

令：

$$bel(x_t) = p(x_t|z_{1:t},u_{1:t})$$

$$\overline{bel}(x_t) = p(x_t|z_{1:t-1},u_{1:t})$$

$bel(x_t)$表示x_t的后延概率分布

$\overline{bel}(x_t)$表示x_t的预测$(proposal)$概率分布

则：

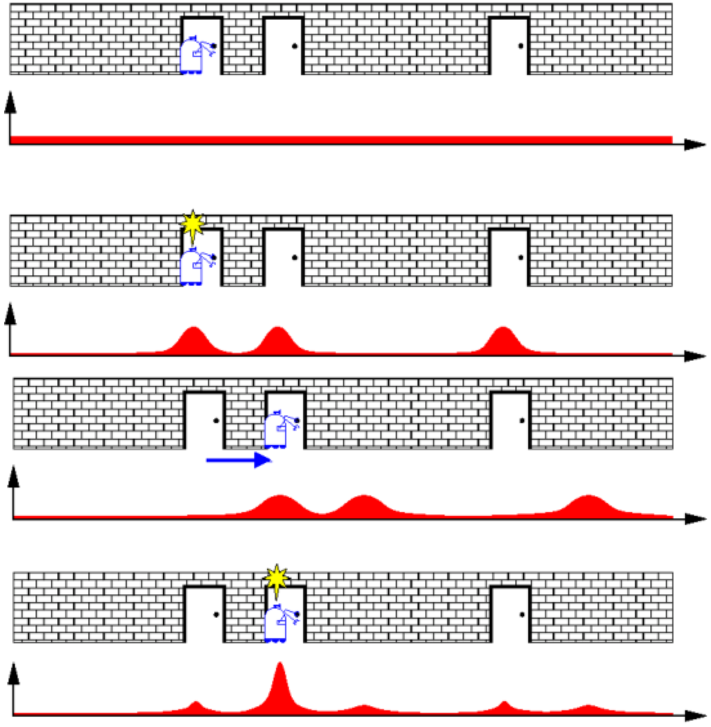
$$bel(x_t) = \eta p(z_t|x_t)\overline{bel}(x_t)$$

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t|x_{t-1},u_t)\, p(x_{t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t-1})dx_{t-1}$$

贝叶斯滤波

贝叶斯滤波实例

$$
\begin{aligned}
bel(x_t) &= p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t}) \\
&= \eta p(x_t|z_t)\overline{bel}(x_t) \\
&= \eta p(x_t|z_t)\int p(x_t|x_{t-1}, u_t)\, p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1})dx_{t-1}
\end{aligned}
$$



课程内容

Filter-based SLAM

1、贝叶斯滤波

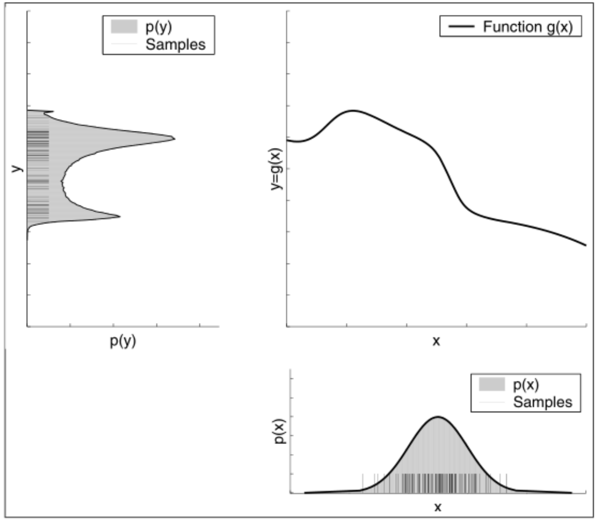
2、粒子滤波

3、FastSLAM的原理及优化

4、Gmapping的介绍

粒子滤波器

示意图



粒子近似分布示意图

特性

- 贝叶斯估计器的一种实现方式
- 能处理非线性情况
- 能处理多峰分布的情况
- 用一系列的粒子(particle)近似概率分布
- 非参滤波器

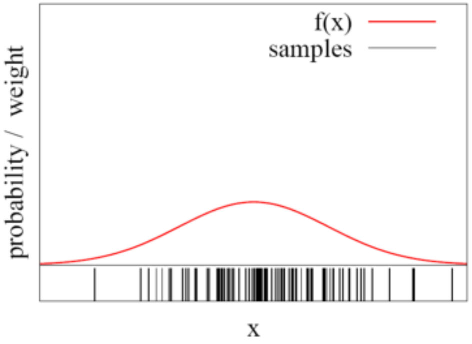
粒子滤波器

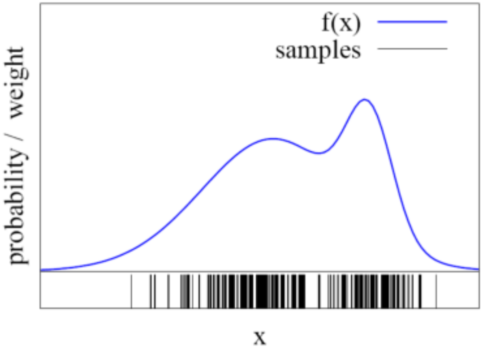
示意图

$$X = \{(x_t^i, w_t^i)|i = 1, \cdots, n\}$$

x_t^i表示一个状态的假设——机器人位姿

w_t^i表示假设的权重——跟地图的匹配度





流程

- 1. 用粒子进行状态传播

$$x_t^i \sim p(x_t|u_t, x_{t-1}^i)$$

- 2. 评估每一个粒子的权重

$$w_t^i = \eta p(z_t|x_t)$$

- 3. 根据权重进行重采样

以w_t^i的概率接受x_t^i，权重清零

粒子滤波器

状态传播

传播模型：

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t|x_{t-1}, u_t)\, p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1}) dx_{t-1}$$

已知$t-1$时刻的概率分布(粒子分布)：

$$p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1}) = \{(x_{t-1}^i, w_{t-1}^i)|\mathrm{i} = 1, \cdots n\}$$

根据数据u_t预测$t-1$时刻的概率分布(粒子分布)：

$$x_t^i \sim p(x_t|u_t, x_{t-1}^i)$$

$$\mathrm{i} = 1, \cdots n$$

粒子滤波器

状态传播

运动学模型回顾：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx + \varepsilon_x \\ dy + \varepsilon_y \\ d\theta + \varepsilon_\theta \end{bmatrix}$$

因此：

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ \theta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \\ \theta_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta_{t-1} & -\sin\theta_{t-1} & 0 \\ \sin\theta_{t-1} & \cos\theta_{t-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x + N_x \\ \Delta y + N_y \\ \Delta\theta + N_\theta \end{bmatrix}$$

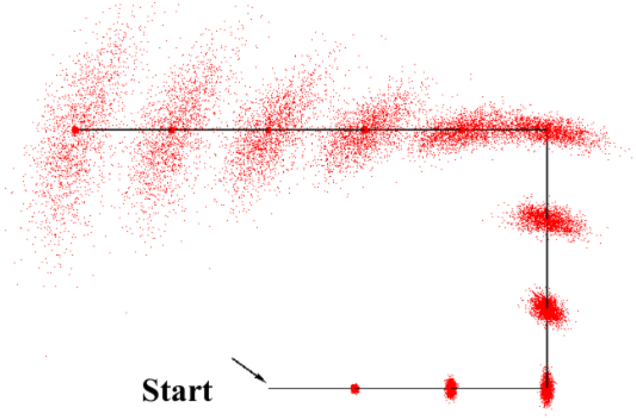
从预测分布即为运动学模型中进行采样：

设$t-1$时刻第i个粒子的位姿$x_{t-1}^i = (x_{t-1}, y_{t-1}, \theta_{t-1})$

设$t-1$时刻的$u_t = (\Delta x, \Delta y, \Delta\theta)$

设t时刻第i个粒子的位姿$x_t^i = (x_t, y_t, \theta_t)$

噪声为为0均值的高斯分布，分别为N_x, N_y, N_z



权重评估

- 无法知道机器人位姿的实际分布
- 从机器人的预测分布进行采样，联合权重一起近似机器人的后延概率分布
- 权重用来评估实际人的预测分布和实际分布的差，差越大，权重越小。
- 权重的定义：

$$\mathrm{w} = \frac{\mathrm{bel}(x_t)}{\overline{bel}(x_t)}$$

对于某一个粒子：

$$bel(x_t) = \eta p(z_t|x_t)p(x_t|x_{t-1},u_t)bel(x_{t-1})$$

$$\overline{bel}(x_t) = p(x_t|x_{t-1},u_t)bel(x_{t-1})$$

因此权重为：

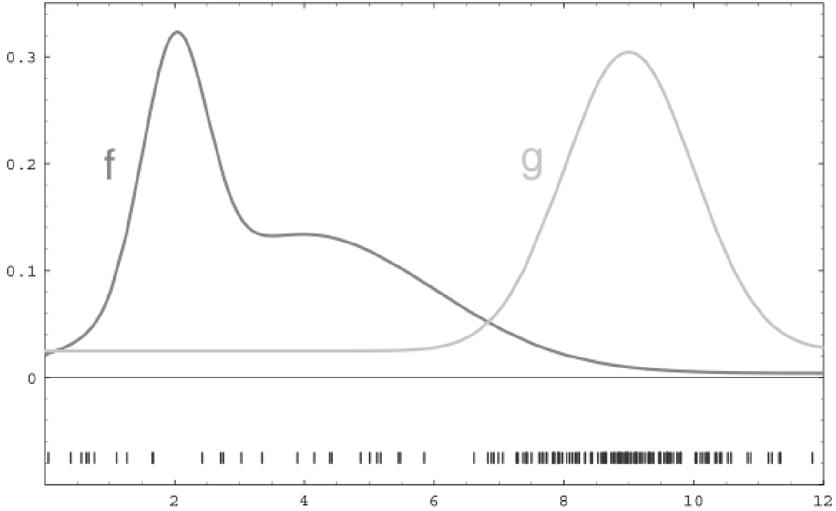
$$w = \frac{\eta p(z_t|x_t)p(x_t|x_{t-1},u_t)bel(x_{t-1})}{p(x_t|x_{t-1},u_t)\ bel(x_{t-1})}$$

$$= \eta p(z_t|x_t)$$

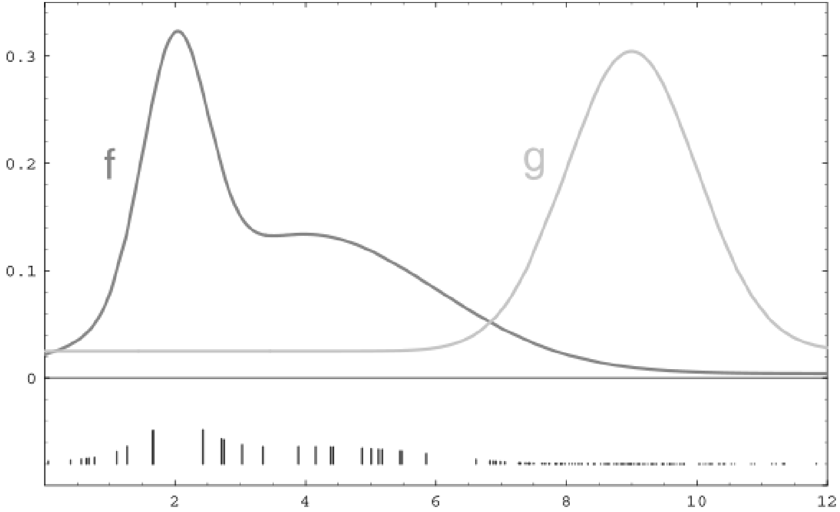
$$w_i = w_{i-1}\mathrm{p}(z_t|x_t) ---\text{不重采样的更新方式}$$

粒子滤波器

权重评估



proposal采样



权重评估

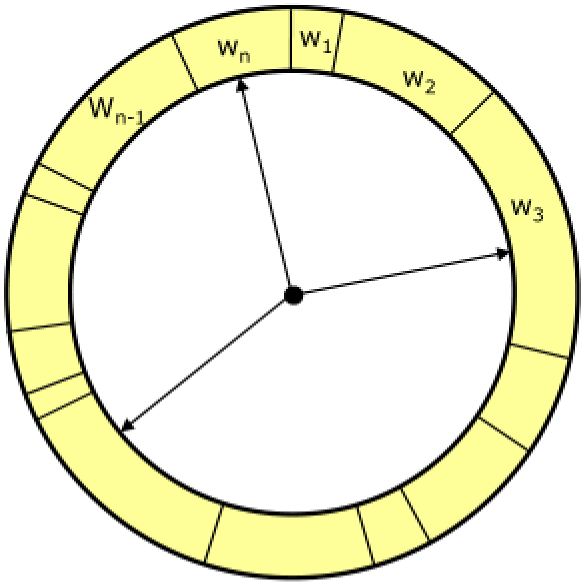
粒子滤波器

重采样

- 到目前为止，新的粒子群是根据proposal分布进行采样的，并且用观测模型计算权重，而最终的目的是用粒子群来近似后延概率分布

- 对粒子群进行重采样，对于某一个粒子 x_i 来说，以 w_i 的概率接受这个粒子。

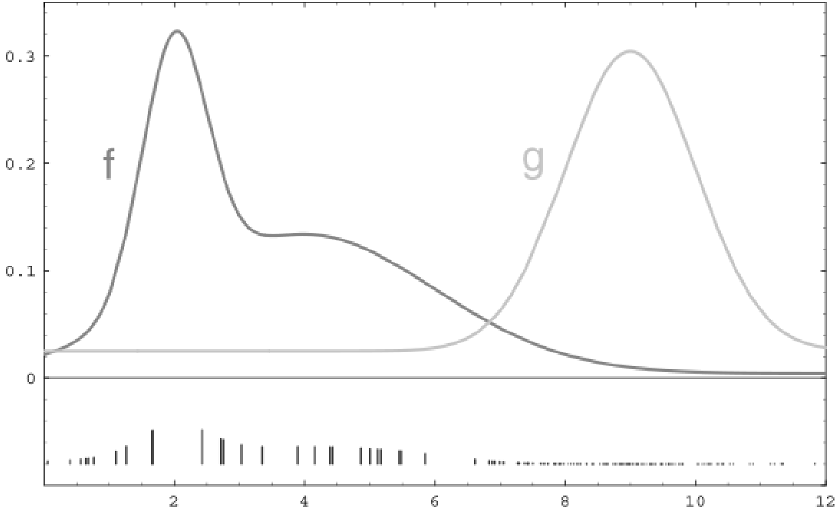
- 生成一个随机数，根据其落在的区间决定接受的粒子，重复N次。



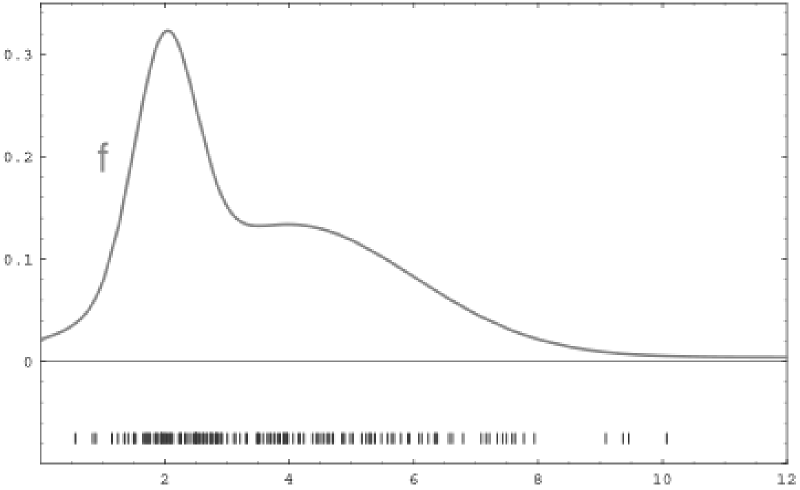
重采样示意图

粒子滤波器

权重评估



权重评估



重采样后的粒子分布

粒子滤波器

算法流程

Algorithm Particle_filter($\mathcal{X}_{t-1}, u_t, z_t$):

$\bar{\mathcal{X}}_t = \mathcal{X}_t = \emptyset$

for $m = 1$ *to* M *do*

sample $x_t^{[m]} \sim p(x_t \mid u_t, x_{t-1}^{[m]})$

$w_t^{[m]} = p(z_t \mid x_t^{[m]})$

$\bar{\mathcal{X}}_t = \bar{\mathcal{X}}_t + \langle x_t^{[m]}, w_t^{[m]} \rangle$

endfor

for $m = 1$ *to* M *do*

draw i *with probability* $\propto w_t^{[i]}$

add $x_t^{[i]}$ *to* $\mathcal{X}_t$

endfor

return $\mathcal{X}_t$

存在的问题

- 粒子耗散问题
- 维数灾难
- 当proposal比较差的时候，需要用很多的粒子才能较好的表示机器人的后延概率分布

课程内容

Filter-based SLAM

1、贝叶斯滤波

2、粒子滤波

3、FastSLAM的原理及优化

4、Gmapping的介绍

Fast-SLAM原理

Fast-SLAM介绍

- SLAM：在给定传感器数据的情况下，同时估计机器人位姿和环境地图：

$$\mathrm{p}(x_{1:t}, m | u_{1:t}, z_{1:t})$$

- SLAM可以分解成两个问题：
  1. 机器人的定位
  2. 基于已知机器人位姿的构图

$$\begin{aligned}&\mathrm{p}(x_{1:t}, m | u_{1:t}, z_{1:t})\\&= p(x_{1:t} | u_{1:t}, z_{1:t}) p(m | x_{1:t}, u_{1:t}, z_{1:t})\\&= p(x_{1:t} | u_{1:t}, z_{1:t}) p(m | x_{1:t}, z_{1:t})\end{aligned}$$

$p(x_{1:t} | u_{1:t}, z_{1:t})$为估计机器人路径

$p(m | x_{1:t}, z_{1:t})$为给定机器人位姿和传感器观测数据的情况，进行地图构建。本问题可以实现close-form的求解。

- 用粒子滤波来估计机器人的位姿，然后分别为每一个粒子计算地图即可。因此一个粒子包含以下数据：
  1. 机器人的轨迹$x_{1:t}$
  2. 对应的环境地图

Fast-SLAM

算法流程

- 回顾贝叶斯公式和贝叶斯估计，可得：

$$
\begin{aligned}
\mathrm{p}(x_{1:t}|u_{1:t},z_{1:t}) &= \eta p(z_t|x_{1:t},u_{1:t},z_{1:t-1})p(x_{1:t}|z_{1:t-1},u_{1:t}) \\
&= \eta p(z_t|x_t)p(x_{1:t}|z_{1:t-1},u_{1:t}) \\
&= \eta p(z_t|x_t)p(x_t|x_{1:t-1},z_{1:t-1},u_{1:t})p(x_{1:t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t}) \\
&= \eta p(z_t|x_t)p(x_t|x_{t-1},u_t)p(x_{1:t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t-1})
\end{aligned}
$$

- 上式把对$x_{1:t}$的估计，转换为一个增量估计问题
- $p(x_{1:t-1}|z_{1:t-1},u_{1:t-1})$用粒子群表示
- 每个粒子用运动学模型$p(x_t|x_{t-1},u_t)$进行传播
- 对于传播之后的粒子，用观测模型进行权重计算，并且根据估计的位姿构建地图。

Fast-SLAM优化--1

存在的问题及优化

- 问题：每一个粒子都包含自己的栅格地图。对于稍微大一点的环境来说，每一个粒子都会占用比较大的内存。如果机器人的里程计误差比较大，即proposal分布跟实际分布相差较大，则需要较多的粒子才能比较好的表示机器人位姿的后延概率分布，会造成内存爆炸

- 目的：要保持粒子的数量在一个比较小的数值。

- 方法：提升proposal分布采样的位姿质量。

$$x_t^i \sim p(x_t | u_t, x_{t-1}^i) \quad \rightarrow \quad x_t^i = arg\max_{x_t} \{p(z_t | x_t, m)\, p(x_t | u_t, x_{t-1}^i)\}$$

Fast-SLAM优化--2

存在的问题及优化

- 问题：粒子耗散问题，因此每一次进行重采样都有一定的随机性。随着重采样次数的加多，粒子的多样性会耗散掉，即最终的所有粒子都来自同一个粒子或者少数的几个粒子的复制。

- 目的：尽量缓解粒子耗散的问题。

- 方法：减少重采样的次数，用一个量来表示当前估计和真实分布的差异性:

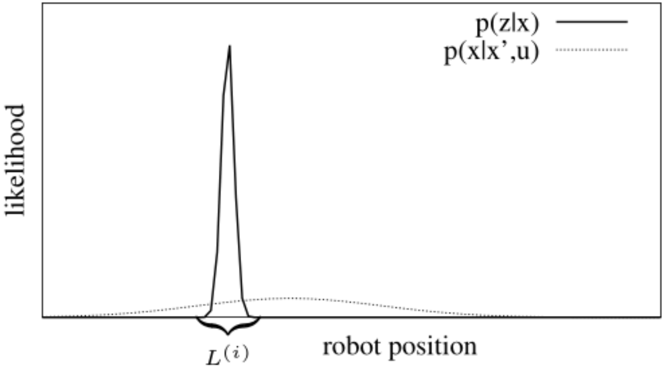
$$N_{eff} = \frac{1}{\sum (w^i)^2}$$

当N_{eff}较大时，说明差异性很小，不进行重采样；
当N_{eff}较小于时，说明差异性很大，因此进行重采样。
极大的减少了重采样的次数，缓解了粒子耗散问题

Fast-SLAM优化--3

进一步优化proposal分布

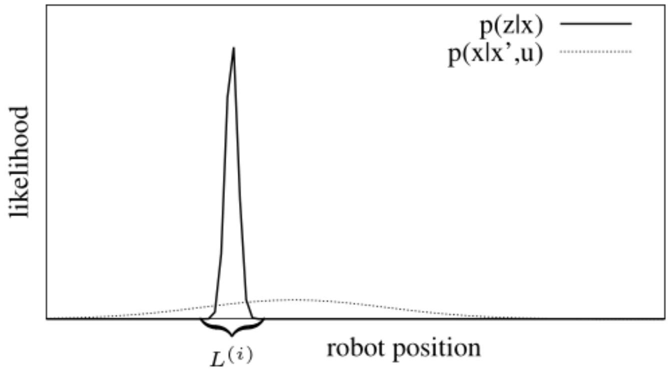
- 上面的优化方式：首先从proposal分布进行采样，然后进行极大似然估计提升采样的质量。
- 本次优化方式：考虑最近一帧的观测，把proposal分布限制在一个狭小的有效区域。然后在正常的对proposal分布进行采样。
- 假设：



激光雷达的匹配比里程计的测量精确很多，从分布上来说，激光雷达匹配的方差要比里程计模型的方差小很多

Fast-SLAM优化--3

进一步优化proposal分布



- 如图所示，激光匹配的方差比里程计要小很多，如果proposal分布用激光匹配来表示，则可以把采样范围限制在一个比较小的区域，因此可以用更少的粒子即覆盖机器人的概率分布。

- Proposal分布：

$$p(x_t|x_{t-1},u_t) \rightarrow \quad p(x_t|x_{t-1},u_t,z_t,m)$$

$$p(x_t|x_{t-1},u_t,z_t,m) = \eta p(z_t|x_t,m)p(x_t|x_{t-1},u_t)$$

- $p(z_t|x_t,m)$在自己的区域($L^{(i)}$)占主导地位，此时$p(x_t|x_{t-1},u_t)$的值不再重要，令其为常数，因此：

$$p(x_t|x_{t-1},u_t,z_t,m) = \eta p(z_t|x_t,m) \; x_t \in L^{(i)}$$

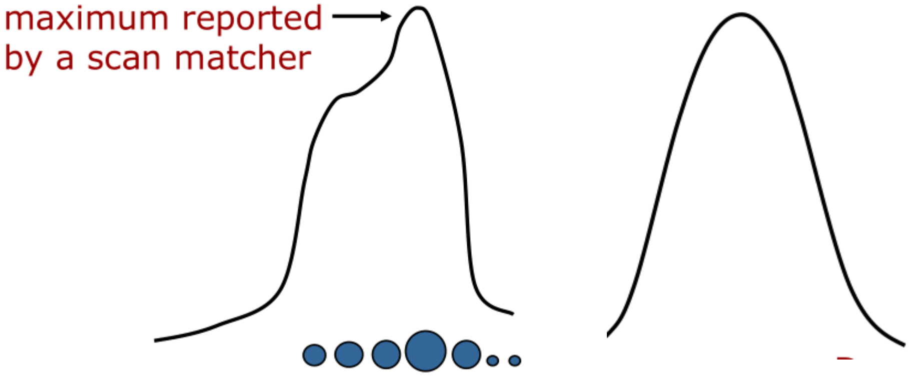
- 即proposal分布从里程计观测模型变换到了激光雷达观测模型

Fast-SLAM优化--3

进一步优化proposal分布

- 激光雷达观测模型的方差较小，假设其服从高斯分布：

$$p(x_t|x_{t-1},u_t,z_t,m) \cong N(\mu,\Sigma)$$



- 高斯分布的求解：

1. 极大似然估计得到局部极值

$$x_t^* = arg \max_{x_t} \{p(z_t|x_t,m)\, p(x_t|u_t,x_{t-1}^i)\}$$

2. 认为x_t^*离高斯分布的均值比较近，因此在x_t^*附近采样得到K个位姿。

$$\{x_j | |x_j - x_t^*| < \Delta\}$$

3. 对这K个位姿进行打分$p(z_t|x_j,m)$，并认为这K个位姿服从高斯分布，即可求解得到高斯分布的表达式。

Fast-SLAM优化--3

进一步优化proposal分布

- 高斯分布的表达式：

$$\mu = \frac{1}{\eta}\sum_{j=1}^{K} x_j p(z_t|x_j,m)$$

$$\Sigma = \frac{1}{\eta}\sum_{j=1}^{K}(x_j-u)(x_j-u)^T p(z_t|x_j,m)$$

- Proposal分布变为高斯分布由(μ,Σ)表示的高斯分布，因此粒子传播由从运动学模型采样修改为对该高斯分布进行采样。

- 权重的计算方式：

$$w = \eta\frac{p(z_t|x_t,m)p\left(x_t|u_t,x_{t-1}^{i}\right)bel(x_{t-1})}{p(x_t|x_{t-1},u_t,z_t,m)bel(x_{t-1})}$$

$$p(x_t|x_{t-1},u_t,z_t,m) = \frac{p(z_t|x_t,m)p(x_t|u_t,x_{t-1})}{p(z_t|x_{t-1},u_t,m)}$$

$$w = p(z_t|x_{t-1},u_t,m)$$
$$= \int p(z_t|x_t,m)p(x_t|x_{t-1},u_t)dx_t$$
$$= \sum_{j=1}^{j=K} p(z_t|x_t,m)$$

Fast-SLAM最终优化流程

最终算法流程

- 已知数据：

Require:

$\mathcal{S}_{t-1}$, the sample set of the previous time step
z_t, the most recent laser scan
u_{t-1}, the most recent odometry measurement

Ensure:

$\mathcal{S}_t$, the new sample set

- Scan-match和采样：

$< x_{t-1}^{(i)}, w_{t-1}^{(i)}, m_{t-1}^{(i)} >= s_{t-1}^{(i)}$

// scan-matching
$x_t'^{(i)} = x_{t-1}^{(i)} \oplus u_{t-1}$
$\hat{x}_t^{(i)} = \text{argmax}_x\, p(x \mid m_{t-1}^{(i)}, z_t, x_t'^{(i)})$

if $\hat{x}_t^{(i)} =$ **failure then**
$x_t^{(i)} \sim p(x_t \mid x_{t-1}^{(i)}, u_{t-1})$
$w_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} \cdot p(z_t \mid m_{t-1}^{(i)}, x_t^{(i)})$
else
// sample around the mode
for $k = 1, \ldots, K$ **do**
$x_k \sim \{x_j \mid |x_j - \hat{x}^{(i)}| < \Delta\}$
end for

Fast-SLAM最终优化流程

最终算法流程

- 计算高斯分布：

$$
\begin{aligned}
&\textit{// compute Gaussian proposal}\\
&\mu_t^{(i)} = (0,0,0)^T\\
&\eta^{(i)} = 0\\
&\textbf{for all } x_j \in \{x_1,\ldots,x_K\} \textbf{ do}\\
&\quad \mu_t^{(i)} = \mu_t^{(i)} + x_j \cdot p(z_t \mid m_{t-1}^{(i)}, x_j) \cdot p(x_t \mid x_{t-1}^{(i)}, u_{t-1})\\
&\quad \eta^{(i)} = \eta^{(i)} + p(z_t \mid m_{t-1}^{(i)}, x_j) \cdot p(x_t \mid x_{t-1}^{(i)}, u_{t-1})\\
&\textbf{end for}\\
&\mu_t^{(i)} = \mu_t^{(i)} / \eta^{(i)}\\
&\Sigma_t^{(i)} = \mathbf{0}\\
&\textbf{for all } x_j \in \{x_1,\ldots,x_K\} \textbf{ do}\\
&\quad \Sigma_t^{(i)} = \Sigma_t^{(i)} + (x_j - \mu^{(i)})(x_j - \mu^{(i)})^T \cdot\\
&\qquad\qquad p(z_t \mid m_{t-1}^{(i)}, x_j) \cdot p(x_j \mid x_{t-1}^{(i)}, u_{t-1})\\
&\textbf{end for}\\
&\Sigma_t^{(i)} = \Sigma_t^{(i)} / \eta^{(i)}
\end{aligned}
$$

- 从高斯分布中采样并更新权重：

$$
\begin{aligned}
&\textit{// sample new pose}\\
&x_t^{(i)} \sim \mathcal{N}(\mu_t^{(i)}, \Sigma_t^{(i)})\\
&\\
&\textit{// update importance weights}\\
&w_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} \cdot \eta^{(i)}
\end{aligned}
$$

- 已知位姿的情况下进行地图更新：

$$
\begin{aligned}
&\textit{// update map}\\
&m_t^{(i)} = \mathrm{integrateScan}(m_{t-1}^{(i)}, x_t^{(i)}, z_t)\\
&\textit{// update sample set}\\
&\mathcal{S}_t = \mathcal{S}_t \cup \{< x_t^{(i)}, w_t^{(i)}, m_t^{(i)} >\}
\end{aligned}
$$

- 已知位姿的情况下进行地图更新：

$$
\begin{aligned}
&N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \left(\tilde{w}^{(i)}\right)^2}\\
&\textbf{if } N_{\text{eff}} < T \textbf{ then}\\
&\quad \mathcal{S}_t = \mathrm{resample}(\mathcal{S}_t)
\end{aligned}
$$

课程内容

Filter-based SLAM

1、贝叶斯滤波

2、粒子滤波

3、FastSLAM的原理及优化

4、Gmapping的介绍

Gmapping介绍

Gmapping特性

- 目前使用的最为广泛的2D激光SLAM算法
- 在较小的环境中能实现较好的建图效果
- 以FastSLAM为基本原理
- 在FastSLAM的基础上进行了优化1和优化2
- Gmapping没有使用优化3

Gmapping代码分析

- ROS Wrapper

  见视频

- openSLAMGmapping

  见视频

作业

在Gmapping中实现优化3

- 参考文献 Improved Techniques for Grid Mapping With RBPF

结语

感谢各位聆听!

Thanks for Listening