深蓝学院
shenlanxueyuan.com

基于已知位姿的构图算法(Grid-based)

主讲人 曾书格

越凡创新技术负责人

597457483@qq.com

课程内容

建图算法

1、地图分类

2、覆盖栅格建图算法

3、计数(Count Model)建图算法

课程内容

建图算法

1、地图分类

2、覆盖栅格建图算法

3、计数(Count Model)建图算法

地图分类

概念

- 地图即为环境的空间模型
- 环境地图是机器人进行定位和规划的前提
- 地图主要分为三类：

尺度地图

拓扑地图

语义地图

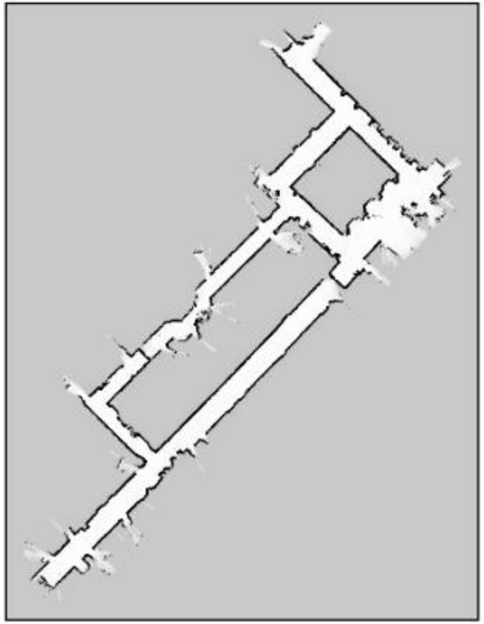
课程内容

建图算法

- 1、地图分类
- 2、覆盖栅格建图算法
- 3、计数(Count Model)建图算法

覆盖栅格建图算法

栅格地图的特征点

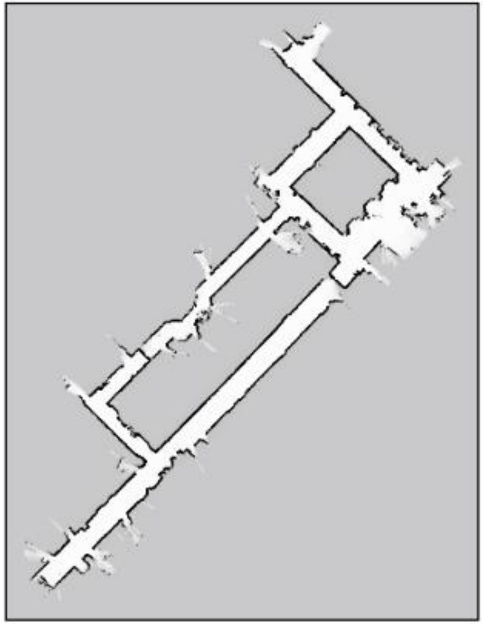


尺度地图

- 把环境分解成一个一个的小栅格
- 每个栅格有两种状态：占用(Occupied)或者空闲(free)
- 非参模型
- 随着地图的增大，内存需求急剧增加
- 天然区分可通行区域，适合进行轨迹规划

覆盖栅格建图算法

构建栅格地图



尺度地图

数学描述

- 给定机器人的位姿和传感器的观测数据(主要指激光雷达)。

$$\mathrm{data} = \{x_1, z_1, x_2, z_2, \cdots x_n, z_n\}$$

- 估计出最可能的地图

$$m^* = arg\max_m P(m|data)$$

$$\downarrow$$

$$m^* = arg\max_m P(m|x_{1:t}, z_{1:t})$$

覆盖栅格建图算法

假设

- 栅格地图中的栅格是一个二元随机变量，只能取两个值：占用(Occupied)或者空闲(Free)
- $p(m_i)=1$表示被占用，$p(m_i)=0$表示空闲，$p(m_i)=0.5$表示不知道(Unknown)
- 在建图的过程中，环境不会发生改变
- 地图中的每一个栅格都是独立的，因此数学表达式可以表示为：

$$\mathrm{p}(m)=\prod p(m_i)$$

- 地图估计问题表示为：

$$\mathrm{p}(m|x_{1:t},z_{1:t})=\prod p(m_i|x_{1:t},z_{1:t})$$

- 因此，估计环境的地图只需要对每一个独立的栅格进行估计即可。

覆盖栅格建图算法

地图估计

- m_i是一个二元随机变量，因此：

$$\mathrm{p}(m_i|x_{1:t},z_{1:t})=\frac{p(z_t|m_i,z_{1:t-1},x_{1:t})p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t})}{p(z_t|z_{1:t-1},x_{1:t})}$$
$$=\frac{p(z_t|m_i,x_t)p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{p(z_t|z_{1:t-1},x_{1:t})}$$

- 其中：

$$\mathrm{p}(z_t|m_i,x_t)=\frac{p(m_i|z_t,x_t)p(z_t|x_t)}{p(m_i|x_t)}$$

覆盖栅格建图算法

地图估计

- m_i是一个二元随机变量，因此：

$$
\begin{aligned}
\mathrm{p}(m_i|x_{1:t},z_{1:t}) &= \frac{p(m_i|z_t,x_t)p(z_t|x_t)}{p(m_i|x_t)}\frac{p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{p(z_t|z_{1:t-1},x_{1:t})} \\
&= \frac{p(m_i|z_t,x_t)p(z_t|x_t)}{p(m_i)}\frac{p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{p(z_t|z_{1:t-1},x_{1:t})}
\end{aligned}
$$

- 同理，对于$\neg m_i$：

$$
\begin{aligned}
\mathrm{p}(\neg m_i|x_{1:t},z_{1:t}) &= \frac{p(\neg m_i|z_t,x_t)p(z_t|x_t)}{p(\neg m_i|x_t)}\frac{p(\neg m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{p(z_t|z_{1:t-1},x_{1:t})} \\
&= \frac{p(-m_i|z_t,x_t)p(z_t|x_t)}{p(\neg m_i)}\frac{p(\neg m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{p(z_t|z_{1:t-1},x_{1:t})}
\end{aligned}
$$

栅格地图

地图估计

- 两者之比：

$$\frac{\mathrm{p}(m_i|x_{1:t},z_{1:t})}{\mathrm{p}(\neg m_i|x_{1:t},z_{1:t})}=\frac{p(m_i|z_t,x_t)}{p(m_i)}\frac{p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})p(\neg m_i)}{p(-m_i|z_t,x_t)p(\neg m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}$$

$$=\frac{p(m_i|z_t,x_t)}{p(\neg m_i|z_t,x_t)}\frac{p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{p(\neg m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}\frac{p(\neg m_i)}{p(m_i)}$$

- 对于二元随机变量：

$$\frac{\mathrm{p}(m_i|x_{1:t},z_{1:t})}{\mathrm{p}(\neg m_i|x_{1:t},z_{1:t})}=\frac{p(m_i|z_t,x_t)}{1-p(m_i|z_t,x_t)}\frac{p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}{1-p(m_i|z_{1:t-1},x_{1:t-1})}\frac{1-p(m_i)}{p(m_i)}$$

覆盖栅格建图算法

地图估计

- 对于p(x)，定义对应的Log-Odd项：

$$\mathrm{l}(x) = \frac{p(x)}{1 - p(x)}$$

- 则：

$$\mathrm{p}(x) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(l(x))}$$

覆盖栅格建图算法

地图估计

- 则变成：

$$l(m_i|x_{1:t},z_{1:t}) = l(m_i|x_t,z_t) + l(m_i|x_{1:t-1},z_{1:t-1}) - l(m_i)$$

- $l(m_i|x_t,z_t)$表示激光雷达的逆观测模型(inverse measurement Model)
- $l(m_i|x_{1:t-1},z_{1:t-1})$表示栅格$m_i$在t-1时刻的状态
- $l(m_i)$表示栅格m_i的先验值，该值对所有栅格都相同

覆盖栅格建图算法

算法流程

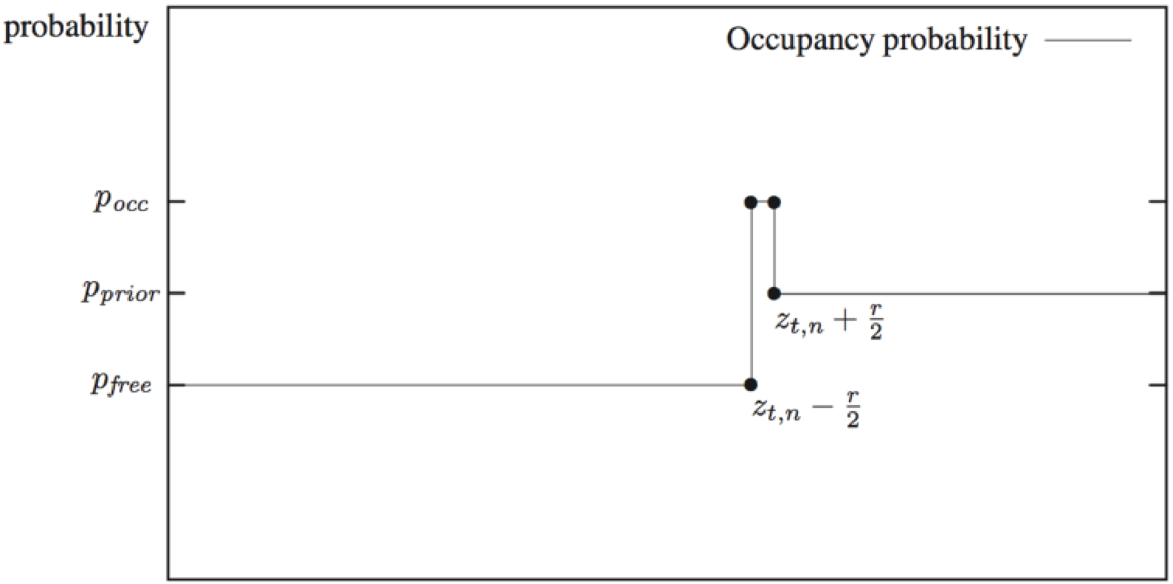
occupancy_grid_mapping$(\{l_{t-1,i}\}, x_t, z_t)$**:**

```
for all cells m_i do
    if m_i in perceptual field of z_t then
        l_{t,i} = l_{t-1,i} + inv_sensor_model(m_i, x_t, z_t) - l_0
    else
        l_{t,i} = l_{t-1,i}
    endif
endfor
return {l_{t,i}}
```

- 该算法对某一个栅格进行操作的时候，只有加法操作，因此具有非常高的更新速度。
- 更新的时候，需要知道传感器的逆测量模型

覆盖栅格建图算法

激光雷达的逆观测模型



- 经过的栅格都为Free。
- 击中的栅格为Occupied
- 其余栅格为Unknown

课程内容

建图算法

1、地图分类

2、覆盖栅格建图算法

3、计数(Count Model)建图算法

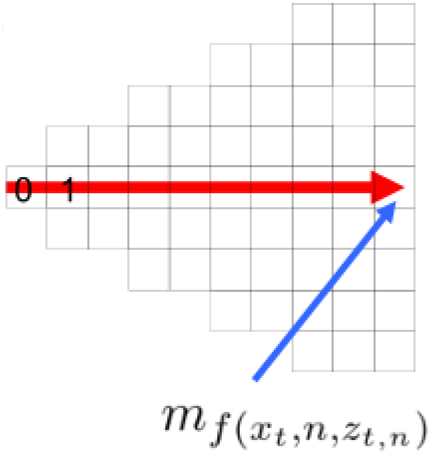
计数建图算法

概念

- 对于每一个栅格统计两个量：misses(i)和hits(i)
- misses(i)表示栅格i被激光束通过的次数，即被标为free的次数
- hits(i)表示栅格i被激光束击中的次数，即被标为occupied的次数
- 当hits(i) / (missed(i) + hits(i))超过阈值则认为该栅格为Occupied，否则认为栅格是Free的。
- Hits(i)/(misses(i) + hits(i))表示栅格i的极大似然估计

计数建图算法

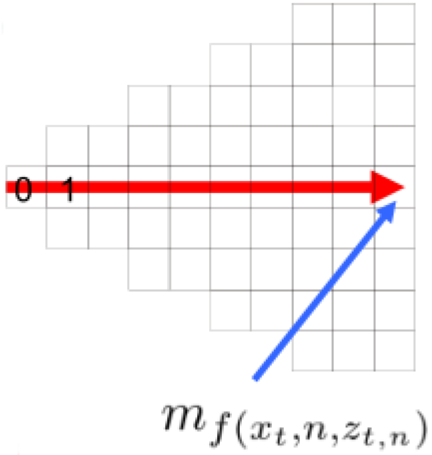
数学描述



- t时刻的机器人位姿为x_t
- t时刻的激光雷达数据为z_t，第n个激光束为$z_{t,n}$
- $c_{t,n}$表示t时刻的第n个激光束是否为最大值。$c_{t,n}$=1表示最大值，$c_{t,n}$=0表示正常值。
- $f(x_t,n,z_{t,n})$表示t时刻第n个激光束击中的栅格的下标，$m_{f(x_t,n,z_{t,n})}$表示对应的栅格的占用概率

计数建图算法

观测模型



$$p(z_{t,n}|x_t,m) = \begin{cases} \prod_{k=0}^{z_{t,n}-1}\left(1-m_{f(x_{t,n,k})}\right) & c_{t,n}=1 \\ m_{f(x_{t,n,z_{t,n}})}\prod_{k=0}^{z_{t,n}-1}\left(1-m_{f(x_{t,n,z_{t,n}})}\right) & c_{t,n}=0 \end{cases}$$

地图估计

- 地图的极大似然估计为：

$$m^* = arg\max_m P(m|x_{1:t}, z_{1:t})$$

- 等价于：

$$\begin{aligned} m^* &= arg\max_m P(z_{1:t}|m, x_{1:t}) \\ &= arg\max_m \prod P(z_t|m, x_t) \\ &= arg\max_m \sum \ln P(z_t|m, x_t) \end{aligned}$$

计数建图算法

地图估计

- 可化简为：

$$m^* = arg\max_m \sum_{j=0}^{J}\sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\left(I(f\left(x_t,n,z_{t,n}\right)=j)\cdot(1-c_{t,n})\cdot\ln m_j+\sum_{k=0}^{z_{t,n}-1} I(f\left(x_t,n,z_{t,n}\right)=j)\cdot\ln(1-m_j)\right)$$

$a_j = \sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{n} I(f\left(x_t,n,z_{t,n}\right)=j))\cdot(1-c_{t,n})$表示栅格j被激光集中的次数，即hits(j)

$b_j = \sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{n}\sum_{k=0}^{z_{t,n}-1} I(f\left(x_t,n,z_{t,n}\right)=j))$表示栅格j被激光通过的次数，即missed(j)

- 则：

$$m^* = arg\max_m \sum_{j=0}^{J} a_j\ln m_j + b_j\ln(1-m_j)$$

计数建图算法

地图估计

- 优化函数：

$$m^* = arg\max_m \sum_{j=0}^{J} a_j \ln m_j + b_j \ln(1 - m_j)$$

- 显然是关于m_j的函数，其极值可直接求其对于m_j的导数，令其等于0即可：

$$\frac{\partial F(x)}{\partial m_j} = \frac{a_j}{m_j} - \frac{b_j}{1 - m_j} = 0$$

- 化解可得：

$$m_j = \frac{a_j}{a_j + b_j}$$

a_j表示$hits(j)$

b_j表示$misses(j)$

作业

实现建图算法

- 建议使用覆盖栅格建图算法

感谢各位聆听！

Thanks for Listening