|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | Министерство образования и науки РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | | |  Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  **«МИРЭА – Российский технологический университет»** | |
|  | |
|  | |
|  |  |

ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 3

по курсу «Теория вероятностей и ****математическая статистика, часть 2****»

Тема: **Проверка статистических гипотез с помощью критерия**



Выполнил:

Студент 3-го курса

Петров С.В.

Группа: КМБО-03-17

МОСКВА 2020

**Задание I. Проверка гипотезы о нормальном распределении.**

Из файла ND в соответствии с номером варианта взять выборку {*,...,*}. Построить группированную выборку **(**интервальный вариационный ряд).

Найти:

1) оценку математического ожидания

2) оценку дисперсии

Построить

1) таблицу 1 следующего вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k |  |  |  |  |  |
| 0 |  |  |  |  | *-* |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| *…* | *…* | *…* | *…* | *…* | *…* |
| m-1 |  |  |  |  |  |
| m |  |  |  |  |  |

2) график плотности нормального распределения *N*(,), наложенный на гистограмму относительных частот;

3) таблицу 2 следующего вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [, ] |  |  |  |  |
| 2 | (, ] |  |  |  |  |
| … | … | *…* | *…* | *…* | *…* |
| m | ,] |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**Проверить** с помощью критериягипотезу о соответствии выборки нормальномураспределению *N*(,) при уровне значимости *0,05*

**Задание II. Проверка гипотезы о равномерном распределении.**

Из файла UD-1 в соответствии с номером варианта взять выборку {*,...,*}и значения *a* и *b*.

Построить

1. таблицу 3 следующего вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [, ] |  |  |  |  |
| 2 | (, ] |  |  |  |  |
| … | … | *…* | *…* | *…* | *…* |
| m | ,] |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1. график плотности равномерного распределения на отрезке [*a*, *b*], наложенный на гистограмму относительных частот.

**Проверить** с помощью критериягипотезу о соответствии выборкиравномерному распределению на отрезке [*a*, *b*] при уровне значимости *0,05.*

**Вычисления проводить с точностью до *0,00001.***

**Краткие теоретические сведения**

Группированная выборка (интервальный вариационный ряд) при проверке гипотезы о нормальном распределении строится следующим образом: число интервалов [, ], (, ], …, ,] определяется по формуле Стерджеса m = 1 + [], = ,  *= ,*  *− = d / m*,

*k* =1,...,*m*, где *d* *=*  − , для равномерного распределения на отрезке [*a, b*] положить  *= a*, = b. Интервальный ряд (группированная выборка) оформляется в виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Интервалы: |  |  |
| [*,* ] |  |  |
| (,] |  |  |
| … | *…* | *…* |
| (, ] |  |  |
|  |  |

- число значений, попавших в *i*-ый интервал;

– относительная частота попадания в *i*-ый интервал,

Оценки математического ожидания и дисперсии вычисляются по формулам:

*–* среднее квадратическое отклонение

где

Нормальное распределение

|  |  |
| --- | --- |
| Характеристика | Значение |
| Плотность распределения |  |
| Функция распределения |  |
| Математическое ожидание | a |
| Дисперсия |  |
| Среднее квадратичное отклонение |  |

Равномерное распределение на отрезке [a, b]

|  |  |
| --- | --- |
| Характеристика | Значение |
| Плотность распределения |  |
| Функция распределения |  |
| Математическое ожидание |  |
| Дисперсия |  |
| Среднее квадратичное отклонение |  |

Таблица 1 со значениями , и используется для построения графика плотности нормального распределения *N*(,) и для вычисления выборочного значения критерия .

Выборочное значение критерия вычисляется по формуле:

где ,

, – функция распределения стандартного нормального закона *N(0, 1), –* плотность стандартного нормального распределения *N(0, 1).*

Найденное значение сравнивается с критическим значением из таблицы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *l* | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 9.5 | 11.1 | 12.6 | 14.1 | 15.5 |

где – уровень значимости, *, l = m – 3 –* число степеней свободы

Если ≤ , то гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] (или нормальному распределению) не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости = 0,05.



Если > , то гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] (или нормальному распределению) противоречит экспериментальным данным (не может быть принята) при уровне значимости = 0,05.



**Средства высокоуровневого интерпретируемого языка программирования Python, которые использованы в программе расчета**

numpy – модуль для научных вычислений

math – модуль с основными математическими функциями и операциями

matplotlib – модуль для работы с графиками

scipy.stats – модуль, содержащий статистические функции

scipy.stats.norm.cdf(x, a, sigma) – вычисление функции распределения нормального закона

scipy.stats.norm.pdf(x, a, sigma) - вычисление плотности распределения нормального закона

print("text") – вывод в командное окно строки "text";

for: … , while: … – циклы с предусловием;

if: … elif: … else: … – конструкция условного оператора;

math.exp(n) – вычисление экспоненты в степени n

list() - конструктор списка

sorted(x) – упорядочение по возрастанию коллекции x;

max(x) – выбор максимального значения в коллекции х;

min(x) – выбор минимального значения в коллекции х;

sum(x) – подсчет суммы в последовательности x

filter() – функция фильтрации последовательностей

pyplot.grid(True) - нанесение сетки на график;

pyplot.figure() –создание графического окна;

pyplot.plot(x, y) – создание графика функции

pyplot.bar(x, y) – создание гистограммы

pyplot.show() – отображение всех графиков

**Результаты расчетов**

Задание 1)

Полученная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3.64041 | 9.3772 | 5.31462 | 6.59945 | 8.38156 | 5.07811 | 6.53907 | 7.22956 | 6.60768 | 7.71382 |
| 5.75578 | 3.9502 | 9.85909 | 4.52909 | 5.94602 | 7.3137 | 4.90809 | 5.23406 | 7.39523 | 7.31125 |
| 3.99937 | 7.65001 | 4.3562 | 6.06113 | 7.39777 | 10.05247 | 6.43292 | 8.0199 | 4.94497 | 6.6097 |
| 5.81704 | 5.12516 | 6.26406 | 5.9685 | 6.8497 | 5.33582 | 7.55968 | 6.97136 | 6.63295 | 5.92282 |
| 9.18625 | 6.82665 | 5.94415 | 6.46147 | 6.81953 | 5.91077 | 6.23945 | 2.50971 | 7.09315 | 9.68638 |
| 8.06705 | 5.70291 | 9.82362 | 7.97803 | 7.52219 | 5.69689 | 6.00555 | 6.23883 | 5.45215 | 6.05781 |
| 8.12325 | 7.57696 | 7.52576 | 6.30265 | 8.6441 | 7.16697 | 8.57813 | 4.46378 | 7.25038 | 5.69405 |
| 7.37224 | 4.33755 | 7.18073 | 5.99467 | 4.91027 | 5.4875 | 5.41738 | 6.70096 | 3.67127 | 7.41625 |
| 8.00953 | 9.31263 | 4.05076 | 6.93983 | 8.0721 | 5.44834 | 7.09633 | 5.51182 | 3.30021 | 4.09 |
| 10.24715 | 3.98851 | 7.84926 | 5.8587 | 8.64211 | 6.50763 | 6.02271 | 3.4888 | 6.3719 | 4.15582 |
| 6.1015 | 5.23535 | 5.87457 | 10.32918 | 7.82426 | 6.44886 | 7.97499 | 5.37684 | 4.95763 | 7.69881 |
| 7.47497 | 8.84713 | 5.77619 | 5.0881 | 4.70967 | 5.52618 | 7.79286 | 1.87159 | 7.92767 | 6.63057 |
| 6.45101 | 5.86552 | 7.16079 | 7.60695 | 6.05368 | 6.42997 | 5.77042 | 5.9997 | 7.55445 | 5.46837 |
| 5.81972 | 7.87745 | 4.65281 | 5.58832 | 8.54679 | 7.27813 | 7.72198 | 6.60142 | 6.75826 | 7.82288 |
| 6.51085 | 5.54433 | 6.9286 | 6.5644 | 5.20217 | 7.26298 | 7.65358 | 7.24042 | 6.40562 | 8.18177 |
| 6.12034 | 3.29996 | 7.47319 | 8.17098 | 6.85793 | 5.05313 | 7.82112 | 5.33771 | 5.36433 | 6.11853 |
| 6.51521 | 5.80473 | 4.85595 | 6.04075 | 9.26918 | 5.78147 | 8.80439 | 6.65516 | 7.2204 | 7.32318 |
| 4.18848 | 6.22537 | 5.17443 | 7.32261 | 7.76164 | 6.52046 | 5.53623 | 5.68934 | 3.33664 | 7.6687 |
| 7.78338 | 5.70195 | 8.01655 | 7.2371 | 6.47579 | 7.04078 | 7.94482 | 7.92795 | 5.11466 | 4.01908 |
| 9.11193 | 4.13973 | 8.9679 | 5.18905 | 5.39777 | 6.33452 | 7.51948 | 6.03394 | 4.89089 | 6.19693 |
| 4.66639 | 7.1814 | 4.62692 | 5.97272 | 4.66659 | 7.03948 | 4.54905 | 5.8303 | 7.53528 | 6.69135 |
| 7.41096 | 6.82549 | 7.19689 | 7.13165 | 4.65589 | 8.98148 | 5.79283 | 5.91219 | 8.54397 | 7.12817 |
| 7.47444 | 5.80151 | 5.94678 | 7.17816 | 9.8525 | 7.77355 | 5.19961 | 6.76466 | 6.00488 | 6.05546 |
| 7.34246 | 6.18372 | 6.42323 | 8.37439 | 6.45014 | 5.43343 | 8.42419 | 6.38758 | 6.72851 | 8.47295 |
| 6.97761 | 4.23657 | 5.11732 | 5.68349 | 6.04398 | 5.20866 | 5.77566 | 7.04857 | 7.43853 | 6.12494 |
| 5.10934 | 4.38807 | 8.05264 | 7.01104 | 7.99572 | 6.61089 | 7.09611 | 5.90679 | 6.4778 | 8.94013 |
| 9.40774 | 6.48184 | 5.34078 | 7.87238 | 6.75323 | 5.13621 | 4.86908 | 7.91988 | 7.11075 | 7.09717 |

Упорядоченная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.87159 | 2.50971 | 3.29996 | 3.30021 | 3.33664 | 3.4888 | 3.64041 | 3.67127 | 3.9502 | 3.98851 |
| 3.99937 | 4.01908 | 4.05076 | 4.09 | 4.13973 | 4.15582 | 4.18848 | 4.23657 | 4.33755 | 4.3562 |
| 4.38807 | 4.46378 | 4.52909 | 4.54905 | 4.62692 | 4.65281 | 4.65589 | 4.66639 | 4.66659 | 4.70967 |
| 4.85595 | 4.86908 | 4.89089 | 4.90809 | 4.91027 | 4.94497 | 4.95763 | 5.05313 | 5.07811 | 5.0881 |
| 5.10934 | 5.11466 | 5.11732 | 5.12516 | 5.13621 | 5.17443 | 5.18905 | 5.19961 | 5.20217 | 5.20866 |
| 5.23406 | 5.23535 | 5.31462 | 5.33582 | 5.33771 | 5.34078 | 5.36433 | 5.37684 | 5.39777 | 5.41738 |
| 5.43343 | 5.44834 | 5.45215 | 5.46837 | 5.4875 | 5.51182 | 5.52618 | 5.53623 | 5.54433 | 5.58832 |
| 5.68349 | 5.68934 | 5.69405 | 5.69689 | 5.70195 | 5.70291 | 5.75578 | 5.77042 | 5.77566 | 5.77619 |
| 5.78147 | 5.79283 | 5.80151 | 5.80473 | 5.81704 | 5.81972 | 5.8303 | 5.8587 | 5.86552 | 5.87457 |
| 5.90679 | 5.91077 | 5.91219 | 5.92282 | 5.94415 | 5.94602 | 5.94678 | 5.9685 | 5.97272 | 5.99467 |
| 5.9997 | 6.00488 | 6.00555 | 6.02271 | 6.03394 | 6.04075 | 6.04398 | 6.05368 | 6.05546 | 6.05781 |
| 6.06113 | 6.1015 | 6.11853 | 6.12034 | 6.12494 | 6.18372 | 6.19693 | 6.22537 | 6.23883 | 6.23945 |
| 6.26406 | 6.30265 | 6.33452 | 6.3719 | 6.38758 | 6.40562 | 6.42323 | 6.42997 | 6.43292 | 6.44886 |
| 6.45014 | 6.45101 | 6.46147 | 6.47579 | 6.4778 | 6.48184 | 6.50763 | 6.51085 | 6.51521 | 6.52046 |
| 6.53907 | 6.5644 | 6.59945 | 6.60142 | 6.60768 | 6.6097 | 6.61089 | 6.63057 | 6.63295 | 6.65516 |
| 6.69135 | 6.70096 | 6.72851 | 6.75323 | 6.75826 | 6.76466 | 6.81953 | 6.82549 | 6.82665 | 6.8497 |
| 6.85793 | 6.9286 | 6.93983 | 6.97136 | 6.97761 | 7.01104 | 7.03948 | 7.04078 | 7.04857 | 7.09315 |
| 7.09611 | 7.09633 | 7.09717 | 7.11075 | 7.12817 | 7.13165 | 7.16079 | 7.16697 | 7.17816 | 7.18073 |
| 7.1814 | 7.19689 | 7.2204 | 7.22956 | 7.2371 | 7.24042 | 7.25038 | 7.26298 | 7.27813 | 7.31125 |
| 7.3137 | 7.32261 | 7.32318 | 7.34246 | 7.37224 | 7.39523 | 7.39777 | 7.41096 | 7.41625 | 7.43853 |
| 7.47319 | 7.47444 | 7.47497 | 7.51948 | 7.52219 | 7.52576 | 7.53528 | 7.55445 | 7.55968 | 7.57696 |
| 7.60695 | 7.65001 | 7.65358 | 7.6687 | 7.69881 | 7.71382 | 7.72198 | 7.76164 | 7.77355 | 7.78338 |
| 7.79286 | 7.82112 | 7.82288 | 7.82426 | 7.84926 | 7.87238 | 7.87745 | 7.91988 | 7.92767 | 7.92795 |
| 7.94482 | 7.97499 | 7.97803 | 7.99572 | 8.00953 | 8.01655 | 8.0199 | 8.05264 | 8.06705 | 8.0721 |
| 8.12325 | 8.17098 | 8.18177 | 8.37439 | 8.38156 | 8.42419 | 8.47295 | 8.54397 | 8.54679 | 8.57813 |
| 8.64211 | 8.6441 | 8.80439 | 8.84713 | 8.94013 | 8.9679 | 8.98148 | 9.11193 | 9.18625 | 9.26918 |
| 9.31263 | 9.3772 | 9.40774 | 9.68638 | 9.82362 | 9.8525 | 9.85909 | 10.05247 | 10.24715 | 10.32918 |

Группированная выборка (интервальный вариационный ряд)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Интервалы: |  |  |
| (1.87159, 2.811322) | 2 | 0.007407 |
| (2.811322, 3.751054) | 6 | 0.022222 |
| (3.751054, 4.690786) | 21 | 0.077778 |
| (4.690786, 5.630518) | 41 | 0.151852 |
| (5.630518, 6.570251) | 72 | 0.266667 |
| (6.570251, 7.509983) | 61 | 0.225926 |
| (7.509983, 8.449715) | 43 | 0.159259 |
| (8.449715, 9.389447) | 16 | 0.059259 |
| (9.389447, 10.32918) | 8 | 0.02963 |
| 270 | 1 |

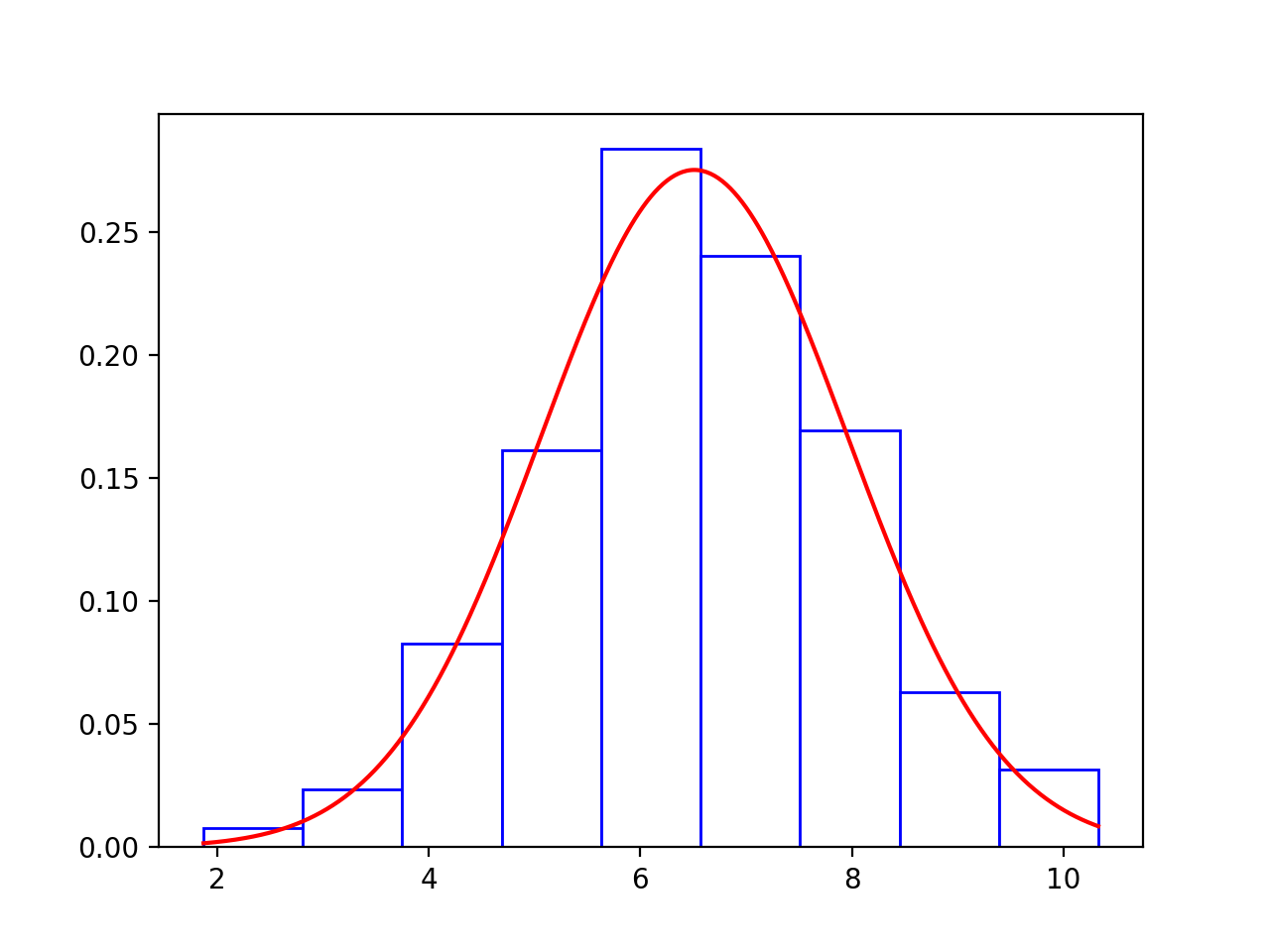
Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k |  |  |  |  |  |
| 0 | 1.87159 | -3.201876 | 0.001635 | 0.000683 | - |
| 1 | 2.811322 | -2.553334 | 0.007296 | 0.005335 | 0.005335 |
| 2 | 3.751054 | -1.904792 | 0.030968 | 0.028404 | 0.023069 |
| 3 | 4.690786 | -1.256250 | 0.086315 | 0.104513 | 0.076109 |
| 4 | 5.630518 | -0.607708 | 0.157973 | 0.271691 | 0.167178 |
| 5 | 6.570251 | 0.040834 | 0.189852 | 0.516286 | 0.244595 |
| 6 | 7.509983 | 0.689376 | 0.149824 | 0.754707 | 0.238421 |
| 7 | 8.449715 | 1.337918 | 0.077639 | 0.909538 | 0.154832 |
| 8 | 9.389447 | 1.98646 | 0.026419 | 0.976509 | 0.090462 |
| 9 | 10.32918 | 2.635003 | 0.005903 | 0.995793 | 0.023491 |

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  | |  |  |
| 1 | [1.87159, 2.811322] | 0.007407 | 0.005335 | | 0.002072 | 0.217397 |
| 2 | [2.811322, 3.751054] | 0.022222 | 0.023069 | | 0.000846 | 0.008386 |
| 3 | [3.751054, 4.690786] | 0.077778 | 0.076109 | | 0.001669 | 0.009878 |
| 4 | [4.690786, 5.630518] | 0.151852 | 0.167178 | | 0.015326 | 0.379356 |
| 5 | [5.630518, 6.570251] | 0.266667 | 0.244595 | | 0.022071 | 0.53774 |
| 6 | [6.570251, 7.509983] | 0.225926 | 0.238421 | | 0.012495 | 0.1768 |
| 7 | [7.509983, 8.449715] | 0.159259 | 0.154832 | | 0.004428 | 0.034184 |
| 8 | [8.449715, 9.389447] | 0.059259 | 0.090462 | | 0.007711 | 0.239729 |
| 9 | [9.389447, 10.32918] | 0.02963 | 0.023491 | | 0.006139 | 0.433099 |
| 1 | 1 | max = 0.022071 | | 2.036569 |

График плотности нормального распределения, наложенный на гистограмму относительных частот



Задание 2)

Вариант - 54

a = 6.4

b = 12.4

Полученная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11.2762 | 10.05184 | 9.39772 | 9.75358 | 9.2365 | 6.48214 | 11.17516 | 9.1072 | 11.21158 | 8.60836 |
| 8.45542 | 11.34916 | 10.16272 | 7.5523 | 10.09888 | 8.37784 | 8.57698 | 6.57766 | 8.78476 | 11.6569 |
| 8.83564 | 11.31322 | 7.0246 | 12.1543 | 8.6617 | 10.56304 | 11.8999 | 6.97768 | 12.04768 | 6.81832 |
| 8.32456 | 8.66056 | 10.71868 | 10.80694 | 8.96074 | 10.68826 | 7.11394 | 6.72778 | 8.57524 | 8.3185 |
| 11.6644 | 9.49384 | 9.54424 | 8.0302 | 12.22498 | 7.73896 | 7.06312 | 10.1803 | 9.41356 | 7.56832 |
| 7.08766 | 11.49196 | 9.39346 | 11.80672 | 10.30258 | 6.56272 | 6.77926 | 9.4447 | 7.90078 | 11.57968 |
| 11.95264 | 6.84946 | 12.22564 | 7.4422 | 10.333 | 7.02712 | 12.11122 | 9.82318 | 10.96318 | 9.84766 |
| 9.55396 | 7.87276 | 9.7237 | 8.77474 | 10.6225 | 11.75314 | 7.02808 | 10.3276 | 6.82636 | 6.49186 |
| 8.6563 | 12.1507 | 7.88824 | 6.44068 | 7.18384 | 11.7634 | 10.01008 | 6.96718 | 10.53364 | 6.93274 |
| 6.96322 | 10.70224 | 8.8726 | 10.8757 | 9.47128 | 10.20322 | 7.444 | 11.36632 | 11.22298 | 7.21456 |
| 9.62158 | 10.26334 | 8.42374 | 10.19308 | 12.39808 | 9.4804 | 10.22272 | 8.31556 | 10.94074 | 11.68204 |
| 6.53254 | 8.8192 | 11.02522 | 8.61826 | 9.60676 | 11.9818 | 6.52654 | 10.66276 | 7.92118 | 7.72138 |
| 11.82328 | 7.6813 | 12.36532 | 9.22558 | 10.25074 | 7.00282 | 11.30842 | 10.78954 | 7.91578 | 10.21312 |
| 11.39098 | 10.92916 | 11.45986 | 10.32808 | 8.12278 | 10.12438 | 9.90982 | 6.67774 | 10.90612 | 6.98992 |
| 6.8116 | 10.33696 | 8.73808 | 6.9793 | 11.58958 | 8.83768 | 7.9897 | 11.57386 | 7.33798 | 9.10624 |
| 7.29052 | 9.21502 | 7.53856 | 8.27248 | 8.63782 | 11.60062 | 10.05916 | 7.13224 | 6.88084 | 9.2701 |
| 12.16342 | 7.24006 | 8.39758 | 9.82894 | 8.60986 | 7.8289 | 7.97536 | 8.99188 | 7.73548 | 10.85596 |
| 7.59226 | 7.90216 | 8.9677 | 12.18328 | 7.8001 | 11.14642 | 11.11348 | 8.30602 | 10.29424 | 8.50762 |
| 8.4112 | 9.40678 | 7.2055 | 12.0514 | 7.87918 | 7.47826 | 10.20316 | 7.93366 | 10.37956 | 10.9825 |
| 11.52076 | 9.45988 | 11.91046 | 8.0209 | 7.04002 | 10.44232 | 10.08106 | 11.50588 | 9.00982 | 11.8573 |
| 11.30176 | 11.93866 | 8.8099 | 7.14112 | 10.8331 | 8.65588 | 11.95738 | 10.68838 | 6.47206 | 10.19308 |
| 8.31922 | 7.75948 | 10.81414 | 7.64032 | 8.64766 | 6.63682 | 7.56706 | 12.11116 | 9.88168 | 8.28334 |
| 12.2221 | 7.11736 | 8.84626 | 6.89326 | 11.6761 | 12.3199 | 10.21414 | 10.94134 | 11.51542 | 9.66418 |
| 9.9979 | 11.14216 | 12.37168 | 11.30266 | 12.32962 | 9.70306 | 10.6189 | 6.67822 | 10.69042 | 11.01688 |
| 6.841 | 12.30046 | 10.84426 | 10.0732 | 8.54278 | 9.42262 | 10.71076 | 10.02112 | 7.23412 | 9.7687 |
| 9.87226 | 9.72676 | 11.52616 | 11.20804 | 10.7044 | 10.10776 | 10.74298 | 11.7463 | 10.20586 | 8.89564 |
| 9.77806 | 10.3417 | 10.47226 | 11.19226 | 10.18552 | 6.4459 | 11.29498 | 11.27392 | 6.86998 | 11.0515 |

Упорядоченная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.44068 | 6.4459 | 6.47206 | 6.48214 | 6.49186 | 6.52654 | 6.53254 | 6.56272 | 6.57766 | 6.63682 |
| 6.67774 | 6.67822 | 6.72778 | 6.77926 | 6.8116 | 6.81832 | 6.82636 | 6.841 | 6.84946 | 6.86998 |
| 6.88084 | 6.89326 | 6.93274 | 6.96322 | 6.96718 | 6.97768 | 6.9793 | 6.98992 | 7.00282 | 7.0246 |
| 7.02712 | 7.02808 | 7.04002 | 7.06312 | 7.08766 | 7.11394 | 7.11736 | 7.13224 | 7.14112 | 7.18384 |
| 7.2055 | 7.21456 | 7.23412 | 7.24006 | 7.29052 | 7.33798 | 7.4422 | 7.444 | 7.47826 | 7.53856 |
| 7.5523 | 7.56706 | 7.56832 | 7.59226 | 7.64032 | 7.6813 | 7.72138 | 7.73548 | 7.73896 | 7.75948 |
| 7.8001 | 7.8289 | 7.87276 | 7.87918 | 7.88824 | 7.90078 | 7.90216 | 7.91578 | 7.92118 | 7.93366 |
| 7.97536 | 7.9897 | 8.0209 | 8.0302 | 8.12278 | 8.27248 | 8.28334 | 8.30602 | 8.31556 | 8.3185 |
| 8.31922 | 8.32456 | 8.37784 | 8.39758 | 8.4112 | 8.42374 | 8.45542 | 8.50762 | 8.54278 | 8.57524 |
| 8.57698 | 8.60836 | 8.60986 | 8.61826 | 8.63782 | 8.64766 | 8.65588 | 8.6563 | 8.66056 | 8.6617 |
| 8.73808 | 8.77474 | 8.78476 | 8.8099 | 8.8192 | 8.83564 | 8.83768 | 8.84626 | 8.8726 | 8.89564 |
| 8.96074 | 8.9677 | 8.99188 | 9.00982 | 9.10624 | 9.1072 | 9.21502 | 9.22558 | 9.2365 | 9.2701 |
| 9.39346 | 9.39772 | 9.40678 | 9.41356 | 9.42262 | 9.4447 | 9.45988 | 9.47128 | 9.4804 | 9.49384 |
| 9.54424 | 9.55396 | 9.60676 | 9.62158 | 9.66418 | 9.70306 | 9.7237 | 9.72676 | 9.75358 | 9.7687 |
| 9.77806 | 9.82318 | 9.82894 | 9.84766 | 9.87226 | 9.88168 | 9.90982 | 9.9979 | 10.01008 | 10.02112 |
| 10.05184 | 10.05916 | 10.0732 | 10.08106 | 10.09888 | 10.10776 | 10.12438 | 10.16272 | 10.1803 | 10.18552 |
| 10.19308 | 10.19308 | 10.20316 | 10.20322 | 10.20586 | 10.21312 | 10.21414 | 10.22272 | 10.25074 | 10.26334 |
| 10.29424 | 10.30258 | 10.3276 | 10.32808 | 10.333 | 10.33696 | 10.3417 | 10.37956 | 10.44232 | 10.47226 |
| 10.53364 | 10.56304 | 10.6189 | 10.6225 | 10.66276 | 10.68826 | 10.68838 | 10.69042 | 10.70224 | 10.7044 |
| 10.71076 | 10.71868 | 10.74298 | 10.78954 | 10.80694 | 10.81414 | 10.8331 | 10.84426 | 10.85596 | 10.8757 |
| 10.90612 | 10.92916 | 10.94074 | 10.94134 | 10.96318 | 10.9825 | 11.01688 | 11.02522 | 11.0515 | 11.11348 |
| 11.14216 | 11.14642 | 11.17516 | 11.19226 | 11.20804 | 11.21158 | 11.22298 | 11.27392 | 11.2762 | 11.29498 |
| 11.30176 | 11.30266 | 11.30842 | 11.31322 | 11.34916 | 11.36632 | 11.39098 | 11.45986 | 11.49196 | 11.50588 |
| 11.51542 | 11.52076 | 11.52616 | 11.57386 | 11.57968 | 11.58958 | 11.60062 | 11.6569 | 11.6644 | 11.6761 |
| 11.68204 | 11.7463 | 11.75314 | 11.7634 | 11.80672 | 11.82328 | 11.8573 | 11.8999 | 11.91046 | 11.93866 |
| 11.95264 | 11.95738 | 11.9818 | 12.04768 | 12.0514 | 12.11116 | 12.11122 | 12.1507 | 12.1543 | 12.16342 |
| 12.18328 | 12.2221 | 12.22498 | 12.22564 | 12.30046 | 12.3199 | 12.32962 | 12.36532 | 12.37168 | 12.39808 |

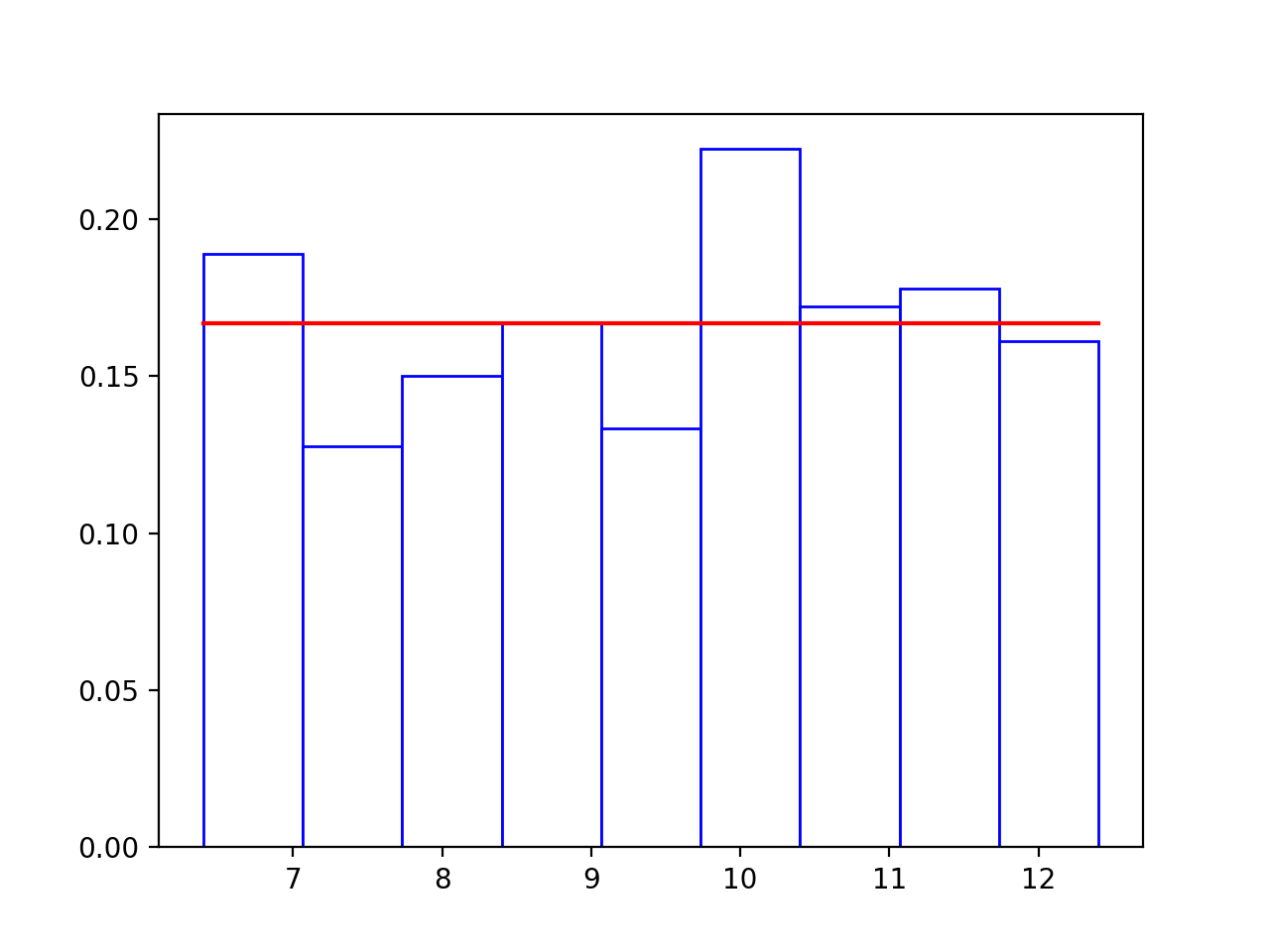
Группированная выборка (интервальный вариационный ряд)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Интервалы: |  |  |
| (6.4, 7.066667) | 34 | 0.125926 |
| (7.066667, 7.733333) | 23 | 0.085185 |
| (7.733333, 8.4) | 27 | 0.1 |
| (8.4, 9.066667) | 30 | 0.111111 |
| (9.066667, 9.733333) | 24 | 0.088889 |
| (9.733333, 10.4) | 40 | 0.148148 |
| (10.4, 11.066667) | 31 | 0.114815 |
| (11.066667, 11.733333) | 32 | 0.118519 |
| (11.733333, 12.4) | 29 | 0.107407 |
| 270 | 1 |

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [6.4, 7.066667] | 0.125926 | 0.111111 | 0.014815 | 0.533333 |
| 2 | [7.066667, 7.733333] | 0.085185 | 0.111111 | 0.025926 | 1.633333 |
| 3 | [7.733333, 8.4] | 0.1 | 0.111111 | 0.011111 | 0.3 |
| 4 | [8.4, 9.066667] | 0.111111 | 0.111111 | 0.0 | 0.0 |
| 5 | [9.066667, 9.733333] | 0.088889 | 0.111111 | 0.022222 | 1.2 |
| 6 | [9.733333, 10.4] | 0.148148 | 0.111111 | 0.037037 | 3.333333 |
| 7 | [10.4, 11.066667] | 0.114815 | 0.111111 | 0.003703 | 0.033333 |
| 8 | [11.066667, 11.733333] | 0.118519 | 0.111111 | 0.007407 | 0.133333 |
| 9 | [11.733333, 12.4] | 0.107407 | 0.111111 | 0.003704 | 0.033333 |
| 1 | 1 | max=0.037037 | 7.2 |

График плотности нормального распределения, наложенный на гистограмму относительных частот



**Анализ результатов и выводы**

В соответствии с таблицей критических значений :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *l* | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 9.5 | 11.1 | 12.6 | 14.1 | 15.5 |

Задание 1)

= 12.6

Гипотеза о соответствии выборки нормальному распределению не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости = 0,05.

Задание 2)

= 12.6

Гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [a, b] не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости = 0,05.

**Список использованной литературы**

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по

выполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017

2. Боровков А. А. Математическая статистика. — СПб.: Лань, 2010.-704 с.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.:

Юрайт, 2013 — 479 с.

4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и

математической статистике. — М.: Юрайт, 2013 — 404 с.

5. Емельянов Г.В.Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и

математической статистике. — СПб.: Лань, 2007 — 336 с.

6. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Введение в математическую статистику.

— М.: Изд-во ЛКИ, 2010 — 599 с.

7. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. Теория вероятностей и

математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачам. Учебное

пособие — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005 — 232 с.

8. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика: Для инженеров и

научных работников — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006 — 816 с.

9. Монсик В.Б., Скрынников А. А. Вероятность и статистика.— М. : БИНОМ,

2015 — 384 с.

10. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и

теории случайных функций: Учеб. пособие для вузов / Под ред. А. А.

Свешникова. — СПб.: Лань, 2012 — 472 с.

11. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей,

математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для

вузов. — М.: Айрис-пресс, 2013 — 288 с.

12. Ramachandran Kandethody M., Tsokos Chris P. Mathematical Statistics with

Applications in R. — N-Y.: Academic Press, 2009 — 826 p.

**Приложение (Листинг программы)**

from math import log2, sqrt, fabs

from scipy.stats import norm

from matplotlib import pyplot

from numpy import arange

def get\_table1(group, N, a, sigma):

table = [["k", "ak", "ak - a / sigma", "1/phi", "Phi", "pk"]]

arg = (group[0][0][0] - a) / sigma

table.append([0, group[0][0][0], arg, norm.pdf(arg) / sigma, norm.cdf(arg), "-"])

k = 1

prev = 0

for (i, j), nk, wk in group:

pk = norm.cdf(j, a, sigma) - prev if k < len(group) - 1 else 1 - prev

table.append([k, j, (j - a) / sigma, norm.pdf(j, a, sigma) / sigma, norm.cdf(j, a, sigma), pk])

prev = norm.cdf(j, a, sigma)

k += 1

return table

def get\_table2(group, N, a, sigma):

table = [['k', "Интервал", "wk", "pk", "|wk - pk|", "N..."]]

k = 1

prev = 0

for (i, j), ni, wi in group:

pk = norm.cdf(j, a, sigma) - prev if k < 9 else 1 - prev

table.append([k, "[{}, {}]".format(i, j), wi, pk, fabs(wi - pk), N \* ((wi - pk)\*\*2) / pk])

prev = norm.cdf(j, a, sigma)

k += 1

return table

def get\_a\_sigma(group, N, h):

a = 0

sigma = 0

for (i, j), nk, wk in group:

xk = 0.5 \* (i + j)

a += xk \* nk

sigma += xk\*\*2 \* wk

a /= N

sigma = sigma - a \*\* 2 - (h \*\* 2) / 12

return a, sigma

def draw(group, h, a, sigma):

x = [(i + j) / 2 for (i, j), k, l in group]

y = [wi / h for (\_, \_), \_, wi in group]

pyplot.bar(x, y, width=h, edgecolor='blue', color='white')

x = [i for i in arange(group[0][0][0], group[-1][0][1], h / 50)]

y = [norm.pdf((i - a) / sigma) / sigma for i in x]

pyplot.plot(x, y, color='red')

pyplot.show()

def first(data):

group, h = get\_group(data)

print(group)

N = sum([k for (i, j), k, l in group])

a, sigma = get\_a\_sigma(group, N, h)

print("a = ", a, "sigma = ", sigma)

table1 = get\_table1(group, N, a, sqrt(sigma))

table2 = get\_table2(group, N, a, sqrt(sigma))

for i in table1:

print(i)

print()

for i in table2:

print(i)

print(sum(i[4] for i in table2[1:]), sum([i[5] for i in table2[1:]]))

tmp = [[]]

for i in range(len(data)):

tmp[-1].append(data[i])

if i % 10 == 9:

tmp.append([])

save\_table\_to\_docx(tmp, "3\_1.docx")

tmp = [[]]

data.sort()

for i in range(len(data)):

tmp[-1].append(data[i])

if i % 10 == 9:

tmp.append([])

draw(group, h, a, sqrt(sigma))

def draw2(group, h, a, b):

x = [(i + j) / 2 for (i, j), k, l in group]

y = [wi / h for (\_, \_), \_, wi in group]

pyplot.bar(x, y, width=h, edgecolor='blue', color='white')

x = [i for i in arange(a, b, h / 25)]

y = [(1 / (b - a)) if a <= i <= b else 0 for i in x]

pyplot.plot(x, y, color='red')

pyplot.show()

def get\_table3(group, N, m):

table = [['k', "Интервал", "wk", "pk", "|wk - pk|", "N..."]]

k = 1

for (i, j), ni, wi in group:

pk = 1 / m

table.append([k, "[{}, {}]".format(i, j), wi, pk, fabs(wi - pk), N \* ((wi - pk) \*\* 2) / pk])

k += 1

return table

def second(data):

a = 6.4

b = 12.4

group, h = get\_group(data, a, b)

print(group)

N = sum([k for (i, j), k, l in group])

m = (1 + round(log2(N)))

h = (b - a) / m

table3 = get\_table3(group, N, m)

tmp = [[]]

for i in range(len(data)):

tmp[-1].append(data[i])

if i % 10 == 9:

tmp.append([])

tmp = [[]]

data.sort()

for i in range(len(data)):

tmp[-1].append(data[i])

if i % 10 == 9:

tmp.append([])

draw2(group, h, a, b)

def get\_group(data, a = None, b = None):

N = len(data)

m = 1 + round(log2(N))

a0 = min(data) if a is None else a

am = max(data) if b is None else b

h = (am - a0) / m

group = []

for i in range(m):

t = list(filter(lambda x: a0 + h\*i <= x <= a0 + h\*(i+1), data))

group.append([(a0 + h\*i, a0 + h\*(i+1)), len(t), len(t)/N])

return group, h

def get\_data\_from\_docx(file\_name):

from docx import Document

doc = Document(file\_name)

data = []

for row in doc.tables[0].rows:

for cell in row.cells:

if cell.text != '':

data.append(float(cell.text.replace(",", ".")))

return data

data = get\_data\_from\_docx('1.docx')

first(data)

data = get\_data\_from\_docx('2.docx')

second(data)