|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | Министерство образования и науки РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | | |  Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  **«МИРЭА – Российский технологический университет»** | |
|  | |
|  | |
|  |  |

ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 4

по курсу «Теория вероятностей и ****математическая статистика, часть 2****»

Тема: **Проверка статистических гипотез с помощью критерия Колмогорова**

Выполнил:

Студент 3-го курса

Петров С.В.

Группа: КМБО-03-17

МОСКВА 2020

**Задание I. Проверка гипотезы о равномерном распределении.**

Из файла UD-1 в соответствии с номером варианта взять выборку {*,...,*} и значения *a* и *b*.

**Построить**:

На одном рисунке график эмпирической функции распределения этой выборки и график функции распределения равномерного закона на отрезке [*a, b*].

**Проверить** в соответствии с Указаниями гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] при уровне значимости 0,05 двумя способами ‒ непосредственным расчетом и с помощью функции Octave (или встроенной функции другого языка программирования).

**Вычисления проводить с точностью до *0,00001.***

**Задание II. Проверка гипотезы об одинаковом распределении случайных величин.**

В соответствии с номером варианта взять выборку {*,...,*} из файла UD-1 и выборку {*,...,*} из файла UD-2.

**Построить**:

На одном рисунке графики эмпирических функций распределения этих выборок.

**Проверить** в соответствии с Указаниями гипотезу об одинаковом распределении двух случайных выборок при уровне значимости 0,05 двумя способами ‒ непосредственным расчетом и с помощью функции Octave (или встроенной функции другого языка программирования).

**Вычисления проводить с точностью до *0,00001.***

**Задание III. Проверка гипотезы**  **о равномерном распределении против конкурирующей гипотезы** .

Из файла UD-1 в соответствии с номером варианта взять выборку {*,...,*} и значения *a* и *b*.

**Проверить** в соответствии с Указаниями гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] с функцией распределения *F(x)* против конкурирующей гипотезы при уровне значимости 0.05.

**Вычисления проводить с точностью до *0,00001.***

**Задание IV. Проверка гипотезы**  **о равномерном распределении против конкурирующей гипотезы** .

Из файла UD-1 в соответствии с номером варианта взять выборку {*,...,*} и значения *a* и *b*.

**Проверить** в соответствии с Указаниями гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] с функцией распределения *F(x)* против конкурирующей гипотезы при уровне значимости 0.05.

**Вычисления проводить с точностью до *0,00001.***

**Краткие теоретические сведения**

Равномерное распределение на отрезке [*a, b*]

|  |  |
| --- | --- |
| Характеристика | Значение |
| Плотность распределения |  |
| Функция распределения |  |
| Математическое ожидание |  |
| Дисперсия |  |
| Среднее квадратичное отклонение |  |

Пусть имеется случайная выборка {*,...,*} из непрерывного распределения с функцией распределения *F(x).*

**Эмпирическая функция распределения выборки:**

**Статистика Колмогорова:**

**Теорема Колмогорова:**

Пусть *F(x)* – непрерывна и элементы выборки X независимы. Тогда

где

**Общая схема проверки с помощью критерия Колмогорова статистической гипотезы о соответствии выборки равномерному распределению:**

1. По числовой выборке x = (*,...,*) строим вариационный ряд
2. Находим значение

,

где *,*

1. По заданному значению уровня значимости берем по функции распределения Колмогорова критическое значение .

Далее делается вывод о справедливости гипотезы:

Если , то при уровне значимости гипотеза принимается.

Если , то при уровне значимости гипотеза отвергается.

**Критерий Колмогорова проверки гипотезы об одинаковом распределении двух случайных выборок:**

Рассматривается статистика:

Для которой выполняется свойство:

где

**Схема проверки:**

1. По числовой выборке x = (*,...,*) строим вариационный ряд , а по y = (*,...,*) строим

2. Находим значение

где *, , ,*

Затем находим

3. По заданному значению уровня значимости берем по функции распределения Колмогорова критическое значение

Далее делается вывод о справедливости гипотезы:

Если , то при уровне значимости гипотеза принимается.

Если , то при уровне значимости гипотеза отвергается.

**Общая смеха проверки гипотезы против конкурирующей гипотезы**

При проверке гипотезы против гипотезы берут статистику Смирнова:

Она используется в критерии для которого справедлива следующая асимптотика:

1. По числовой выборке x = (*,...,*) строим вариационный ряд

2. Находим значение

Где *,*

3. По заданному значению уровня значимости находим критическое значение

Далее делается вывод о справедливости гипотезы:

Если , то при уровне значимости принимается основная гипотеза .

Если , то при уровне значимости принимается альтернативная гипотеза .

**Общая смеха проверки гипотезы против конкурирующей гипотезы**

При проверке гипотезы против гипотезы берут статистику Смирнова:

Она используется в критерии для которого справедлива следующая асимптотика:

1. По числовой выборке x = (*,...,*) строим вариационный ряд

2. Находим значение

Где *,*

3. По заданному значению уровня значимости берем критическое значение

Далее делается вывод о справедливости гипотезы:

Если , то при уровне значимости принимается основная гипотеза .

Если , то при уровне значимости принимается альтернативная гипотеза .

**Средства высокоуровневого интерпретируемого языка программирования Python, которые использованы в программе расчета**

numpy – модуль для научных вычислений

math – модуль с основными математическими функциями и операциями (sqrt – квадратный корень, fabs - модуль, log – натуральный логарифм)

matplotlib – модуль для работы с графиками

scipy.stats – модуль, содержащий статистические функции

scipy.stats.uniform.cdf(x, loc, scale) - вычисление функции распределения равномерного закона

scipy.stats.kstest – вычисление критерия согласия Колмогорова

scipy.stats.ks\_2samp – вычисление критерия согласия Колмогорова (для 2 выборок)

print("text") – вывод в командное окно строки "text";

for: … , while: … – циклы с предусловием;

if: … elif: … else: … – конструкция условного оператора;

math.exp(n) – вычисление экспоненты в степени n

list() - конструктор списка

sorted(x) – упорядочение по возрастанию коллекции x;

max(x) – выбор максимального значения в коллекции х;

min(x) – выбор минимального значения в коллекции х;

filter() – функция фильтрации последовательностей

pyplot.grid(True) - нанесение сетки на график;

pyplot.figure() –создание графического окна;

pyplot.plot(x, y) – создание графика функции

pyplot.bar(x, y) – создание гистограммы

pyplot.show() – отображение всех графиков

**Результаты расчетов**

**Задание 1)**

Вариант – 54

a = 6.4

b = 12.4

Полученная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11.2762 | 10.05184 | 9.39772 | 9.75358 | 9.2365 | 6.48214 | 11.17516 | 9.1072 | 11.21158 | 8.60836 |
| 8.45542 | 11.34916 | 10.16272 | 7.5523 | 10.09888 | 8.37784 | 8.57698 | 6.57766 | 8.78476 | 11.6569 |
| 8.83564 | 11.31322 | 7.0246 | 12.1543 | 8.6617 | 10.56304 | 11.8999 | 6.97768 | 12.04768 | 6.81832 |
| 8.32456 | 8.66056 | 10.71868 | 10.80694 | 8.96074 | 10.68826 | 7.11394 | 6.72778 | 8.57524 | 8.3185 |
| 11.6644 | 9.49384 | 9.54424 | 8.0302 | 12.22498 | 7.73896 | 7.06312 | 10.1803 | 9.41356 | 7.56832 |
| 7.08766 | 11.49196 | 9.39346 | 11.80672 | 10.30258 | 6.56272 | 6.77926 | 9.4447 | 7.90078 | 11.57968 |
| 11.95264 | 6.84946 | 12.22564 | 7.4422 | 10.333 | 7.02712 | 12.11122 | 9.82318 | 10.96318 | 9.84766 |
| 9.55396 | 7.87276 | 9.7237 | 8.77474 | 10.6225 | 11.75314 | 7.02808 | 10.3276 | 6.82636 | 6.49186 |
| 8.6563 | 12.1507 | 7.88824 | 6.44068 | 7.18384 | 11.7634 | 10.01008 | 6.96718 | 10.53364 | 6.93274 |
| 6.96322 | 10.70224 | 8.8726 | 10.8757 | 9.47128 | 10.20322 | 7.444 | 11.36632 | 11.22298 | 7.21456 |
| 9.62158 | 10.26334 | 8.42374 | 10.19308 | 12.39808 | 9.4804 | 10.22272 | 8.31556 | 10.94074 | 11.68204 |
| 6.53254 | 8.8192 | 11.02522 | 8.61826 | 9.60676 | 11.9818 | 6.52654 | 10.66276 | 7.92118 | 7.72138 |
| 11.82328 | 7.6813 | 12.36532 | 9.22558 | 10.25074 | 7.00282 | 11.30842 | 10.78954 | 7.91578 | 10.21312 |
| 11.39098 | 10.92916 | 11.45986 | 10.32808 | 8.12278 | 10.12438 | 9.90982 | 6.67774 | 10.90612 | 6.98992 |
| 6.8116 | 10.33696 | 8.73808 | 6.9793 | 11.58958 | 8.83768 | 7.9897 | 11.57386 | 7.33798 | 9.10624 |
| 7.29052 | 9.21502 | 7.53856 | 8.27248 | 8.63782 | 11.60062 | 10.05916 | 7.13224 | 6.88084 | 9.2701 |
| 12.16342 | 7.24006 | 8.39758 | 9.82894 | 8.60986 | 7.8289 | 7.97536 | 8.99188 | 7.73548 | 10.85596 |
| 7.59226 | 7.90216 | 8.9677 | 12.18328 | 7.8001 | 11.14642 | 11.11348 | 8.30602 | 10.29424 | 8.50762 |
| 8.4112 | 9.40678 | 7.2055 | 12.0514 | 7.87918 | 7.47826 | 10.20316 | 7.93366 | 10.37956 | 10.9825 |
| 11.52076 | 9.45988 | 11.91046 | 8.0209 | 7.04002 | 10.44232 | 10.08106 | 11.50588 | 9.00982 | 11.8573 |
| 11.30176 | 11.93866 | 8.8099 | 7.14112 | 10.8331 | 8.65588 | 11.95738 | 10.68838 | 6.47206 | 10.19308 |
| 8.31922 | 7.75948 | 10.81414 | 7.64032 | 8.64766 | 6.63682 | 7.56706 | 12.11116 | 9.88168 | 8.28334 |
| 12.2221 | 7.11736 | 8.84626 | 6.89326 | 11.6761 | 12.3199 | 10.21414 | 10.94134 | 11.51542 | 9.66418 |
| 9.9979 | 11.14216 | 12.37168 | 11.30266 | 12.32962 | 9.70306 | 10.6189 | 6.67822 | 10.69042 | 11.01688 |
| 6.841 | 12.30046 | 10.84426 | 10.0732 | 8.54278 | 9.42262 | 10.71076 | 10.02112 | 7.23412 | 9.7687 |
| 9.87226 | 9.72676 | 11.52616 | 11.20804 | 10.7044 | 10.10776 | 10.74298 | 11.7463 | 10.20586 | 8.89564 |
| 9.77806 | 10.3417 | 10.47226 | 11.19226 | 10.18552 | 6.4459 | 11.29498 | 11.27392 | 6.86998 | 11.0515 |

Упорядоченная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.44068 | 6.4459 | 6.47206 | 6.48214 | 6.49186 | 6.52654 | 6.53254 | 6.56272 | 6.57766 | 6.63682 |
| 6.67774 | 6.67822 | 6.72778 | 6.77926 | 6.8116 | 6.81832 | 6.82636 | 6.841 | 6.84946 | 6.86998 |
| 6.88084 | 6.89326 | 6.93274 | 6.96322 | 6.96718 | 6.97768 | 6.9793 | 6.98992 | 7.00282 | 7.0246 |
| 7.02712 | 7.02808 | 7.04002 | 7.06312 | 7.08766 | 7.11394 | 7.11736 | 7.13224 | 7.14112 | 7.18384 |
| 7.2055 | 7.21456 | 7.23412 | 7.24006 | 7.29052 | 7.33798 | 7.4422 | 7.444 | 7.47826 | 7.53856 |
| 7.5523 | 7.56706 | 7.56832 | 7.59226 | 7.64032 | 7.6813 | 7.72138 | 7.73548 | 7.73896 | 7.75948 |
| 7.8001 | 7.8289 | 7.87276 | 7.87918 | 7.88824 | 7.90078 | 7.90216 | 7.91578 | 7.92118 | 7.93366 |
| 7.97536 | 7.9897 | 8.0209 | 8.0302 | 8.12278 | 8.27248 | 8.28334 | 8.30602 | 8.31556 | 8.3185 |
| 8.31922 | 8.32456 | 8.37784 | 8.39758 | 8.4112 | 8.42374 | 8.45542 | 8.50762 | 8.54278 | 8.57524 |
| 8.57698 | 8.60836 | 8.60986 | 8.61826 | 8.63782 | 8.64766 | 8.65588 | 8.6563 | 8.66056 | 8.6617 |
| 8.73808 | 8.77474 | 8.78476 | 8.8099 | 8.8192 | 8.83564 | 8.83768 | 8.84626 | 8.8726 | 8.89564 |
| 8.96074 | 8.9677 | 8.99188 | 9.00982 | 9.10624 | 9.1072 | 9.21502 | 9.22558 | 9.2365 | 9.2701 |
| 9.39346 | 9.39772 | 9.40678 | 9.41356 | 9.42262 | 9.4447 | 9.45988 | 9.47128 | 9.4804 | 9.49384 |
| 9.54424 | 9.55396 | 9.60676 | 9.62158 | 9.66418 | 9.70306 | 9.7237 | 9.72676 | 9.75358 | 9.7687 |
| 9.77806 | 9.82318 | 9.82894 | 9.84766 | 9.87226 | 9.88168 | 9.90982 | 9.9979 | 10.01008 | 10.02112 |
| 10.05184 | 10.05916 | 10.0732 | 10.08106 | 10.09888 | 10.10776 | 10.12438 | 10.16272 | 10.1803 | 10.18552 |
| 10.19308 | 10.19308 | 10.20316 | 10.20322 | 10.20586 | 10.21312 | 10.21414 | 10.22272 | 10.25074 | 10.26334 |
| 10.29424 | 10.30258 | 10.3276 | 10.32808 | 10.333 | 10.33696 | 10.3417 | 10.37956 | 10.44232 | 10.47226 |
| 10.53364 | 10.56304 | 10.6189 | 10.6225 | 10.66276 | 10.68826 | 10.68838 | 10.69042 | 10.70224 | 10.7044 |
| 10.71076 | 10.71868 | 10.74298 | 10.78954 | 10.80694 | 10.81414 | 10.8331 | 10.84426 | 10.85596 | 10.8757 |
| 10.90612 | 10.92916 | 10.94074 | 10.94134 | 10.96318 | 10.9825 | 11.01688 | 11.02522 | 11.0515 | 11.11348 |
| 11.14216 | 11.14642 | 11.17516 | 11.19226 | 11.20804 | 11.21158 | 11.22298 | 11.27392 | 11.2762 | 11.29498 |
| 11.30176 | 11.30266 | 11.30842 | 11.31322 | 11.34916 | 11.36632 | 11.39098 | 11.45986 | 11.49196 | 11.50588 |
| 11.51542 | 11.52076 | 11.52616 | 11.57386 | 11.57968 | 11.58958 | 11.60062 | 11.6569 | 11.6644 | 11.6761 |
| 11.68204 | 11.7463 | 11.75314 | 11.7634 | 11.80672 | 11.82328 | 11.8573 | 11.8999 | 11.91046 | 11.93866 |
| 11.95264 | 11.95738 | 11.9818 | 12.04768 | 12.0514 | 12.11116 | 12.11122 | 12.1507 | 12.1543 | 12.16342 |
| 12.18328 | 12.2221 | 12.22498 | 12.22564 | 12.30046 | 12.3199 | 12.32962 | 12.36532 | 12.37168 | 12.39808 |

График эмпирической функции распределения выборки (синий цвет) и график функции распределения равномерного закона (красный цвет)

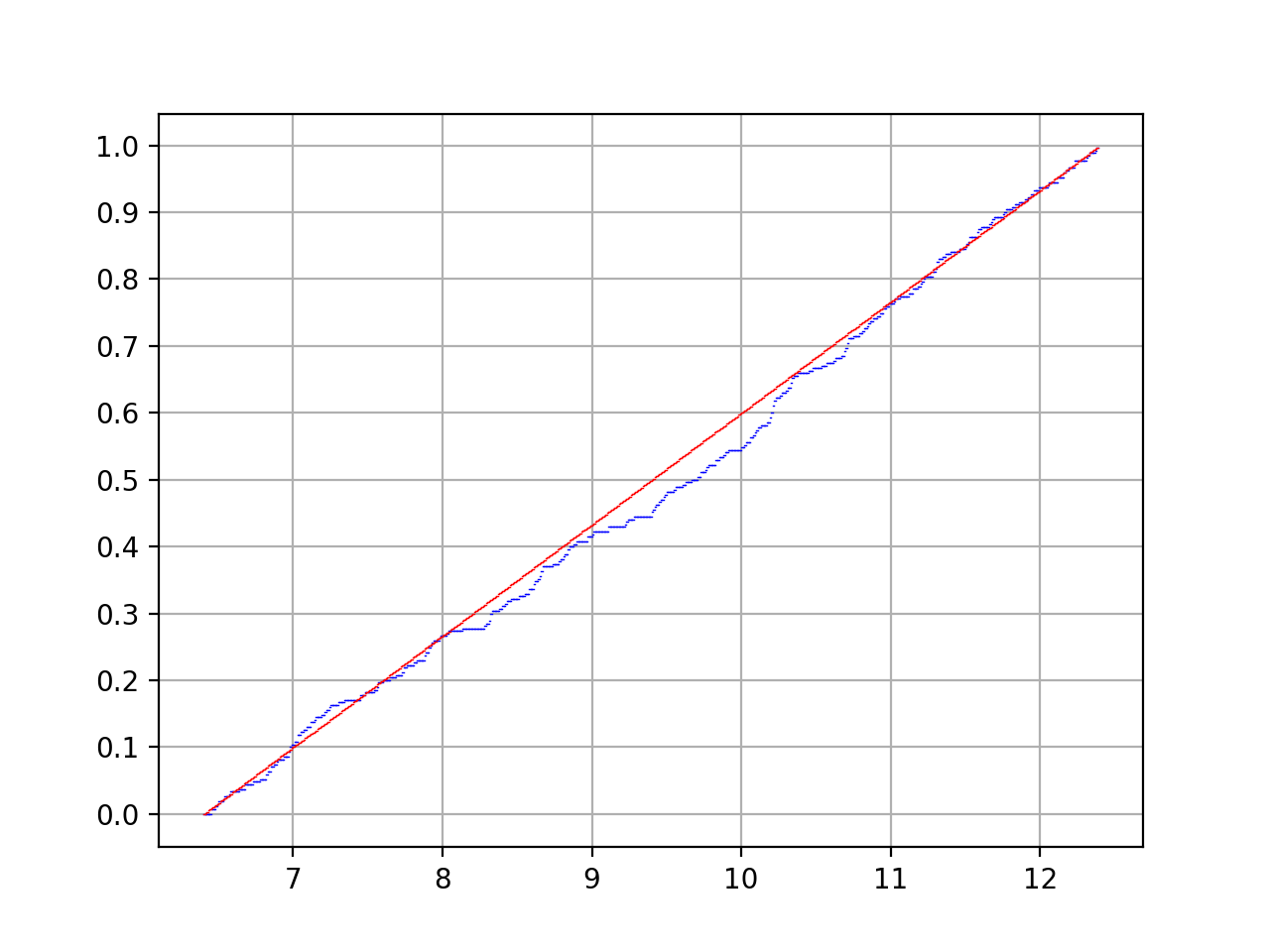
****

Таблица 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | N |  |  |  | F( |  |  |
| 6.4 | 12.4 | 270 | 0.055206 | 0.90712 | 9.9979 | 0.59965 | 0.548148 | 0.544444 |

Значение функции scipy.stats.kstest = 0.371886

**Задание 2)**

Вариант – 54

Полученная выборка X

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11.2762 | 10.05184 | 9.39772 | 9.75358 | 9.2365 | 6.48214 | 11.17516 | 9.1072 | 11.21158 | 8.60836 |
| 8.45542 | 11.34916 | 10.16272 | 7.5523 | 10.09888 | 8.37784 | 8.57698 | 6.57766 | 8.78476 | 11.6569 |
| 8.83564 | 11.31322 | 7.0246 | 12.1543 | 8.6617 | 10.56304 | 11.8999 | 6.97768 | 12.04768 | 6.81832 |
| 8.32456 | 8.66056 | 10.71868 | 10.80694 | 8.96074 | 10.68826 | 7.11394 | 6.72778 | 8.57524 | 8.3185 |
| 11.6644 | 9.49384 | 9.54424 | 8.0302 | 12.22498 | 7.73896 | 7.06312 | 10.1803 | 9.41356 | 7.56832 |
| 7.08766 | 11.49196 | 9.39346 | 11.80672 | 10.30258 | 6.56272 | 6.77926 | 9.4447 | 7.90078 | 11.57968 |
| 11.95264 | 6.84946 | 12.22564 | 7.4422 | 10.333 | 7.02712 | 12.11122 | 9.82318 | 10.96318 | 9.84766 |
| 9.55396 | 7.87276 | 9.7237 | 8.77474 | 10.6225 | 11.75314 | 7.02808 | 10.3276 | 6.82636 | 6.49186 |
| 8.6563 | 12.1507 | 7.88824 | 6.44068 | 7.18384 | 11.7634 | 10.01008 | 6.96718 | 10.53364 | 6.93274 |
| 6.96322 | 10.70224 | 8.8726 | 10.8757 | 9.47128 | 10.20322 | 7.444 | 11.36632 | 11.22298 | 7.21456 |
| 9.62158 | 10.26334 | 8.42374 | 10.19308 | 12.39808 | 9.4804 | 10.22272 | 8.31556 | 10.94074 | 11.68204 |
| 6.53254 | 8.8192 | 11.02522 | 8.61826 | 9.60676 | 11.9818 | 6.52654 | 10.66276 | 7.92118 | 7.72138 |
| 11.82328 | 7.6813 | 12.36532 | 9.22558 | 10.25074 | 7.00282 | 11.30842 | 10.78954 | 7.91578 | 10.21312 |
| 11.39098 | 10.92916 | 11.45986 | 10.32808 | 8.12278 | 10.12438 | 9.90982 | 6.67774 | 10.90612 | 6.98992 |
| 6.8116 | 10.33696 | 8.73808 | 6.9793 | 11.58958 | 8.83768 | 7.9897 | 11.57386 | 7.33798 | 9.10624 |
| 7.29052 | 9.21502 | 7.53856 | 8.27248 | 8.63782 | 11.60062 | 10.05916 | 7.13224 | 6.88084 | 9.2701 |
| 12.16342 | 7.24006 | 8.39758 | 9.82894 | 8.60986 | 7.8289 | 7.97536 | 8.99188 | 7.73548 | 10.85596 |
| 7.59226 | 7.90216 | 8.9677 | 12.18328 | 7.8001 | 11.14642 | 11.11348 | 8.30602 | 10.29424 | 8.50762 |
| 8.4112 | 9.40678 | 7.2055 | 12.0514 | 7.87918 | 7.47826 | 10.20316 | 7.93366 | 10.37956 | 10.9825 |
| 11.52076 | 9.45988 | 11.91046 | 8.0209 | 7.04002 | 10.44232 | 10.08106 | 11.50588 | 9.00982 | 11.8573 |
| 11.30176 | 11.93866 | 8.8099 | 7.14112 | 10.8331 | 8.65588 | 11.95738 | 10.68838 | 6.47206 | 10.19308 |
| 8.31922 | 7.75948 | 10.81414 | 7.64032 | 8.64766 | 6.63682 | 7.56706 | 12.11116 | 9.88168 | 8.28334 |
| 12.2221 | 7.11736 | 8.84626 | 6.89326 | 11.6761 | 12.3199 | 10.21414 | 10.94134 | 11.51542 | 9.66418 |
| 9.9979 | 11.14216 | 12.37168 | 11.30266 | 12.32962 | 9.70306 | 10.6189 | 6.67822 | 10.69042 | 11.01688 |
| 6.841 | 12.30046 | 10.84426 | 10.0732 | 8.54278 | 9.42262 | 10.71076 | 10.02112 | 7.23412 | 9.7687 |
| 9.87226 | 9.72676 | 11.52616 | 11.20804 | 10.7044 | 10.10776 | 10.74298 | 11.7463 | 10.20586 | 8.89564 |
| 9.77806 | 10.3417 | 10.47226 | 11.19226 | 10.18552 | 6.4459 | 11.29498 | 11.27392 | 6.86998 | 11.0515 |

Упорядоченная выборка X

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.44068 | 6.4459 | 6.47206 | 6.48214 | 6.49186 | 6.52654 | 6.53254 | 6.56272 | 6.57766 | 6.63682 |
| 6.67774 | 6.67822 | 6.72778 | 6.77926 | 6.8116 | 6.81832 | 6.82636 | 6.841 | 6.84946 | 6.86998 |
| 6.88084 | 6.89326 | 6.93274 | 6.96322 | 6.96718 | 6.97768 | 6.9793 | 6.98992 | 7.00282 | 7.0246 |
| 7.02712 | 7.02808 | 7.04002 | 7.06312 | 7.08766 | 7.11394 | 7.11736 | 7.13224 | 7.14112 | 7.18384 |
| 7.2055 | 7.21456 | 7.23412 | 7.24006 | 7.29052 | 7.33798 | 7.4422 | 7.444 | 7.47826 | 7.53856 |
| 7.5523 | 7.56706 | 7.56832 | 7.59226 | 7.64032 | 7.6813 | 7.72138 | 7.73548 | 7.73896 | 7.75948 |
| 7.8001 | 7.8289 | 7.87276 | 7.87918 | 7.88824 | 7.90078 | 7.90216 | 7.91578 | 7.92118 | 7.93366 |
| 7.97536 | 7.9897 | 8.0209 | 8.0302 | 8.12278 | 8.27248 | 8.28334 | 8.30602 | 8.31556 | 8.3185 |
| 8.31922 | 8.32456 | 8.37784 | 8.39758 | 8.4112 | 8.42374 | 8.45542 | 8.50762 | 8.54278 | 8.57524 |
| 8.57698 | 8.60836 | 8.60986 | 8.61826 | 8.63782 | 8.64766 | 8.65588 | 8.6563 | 8.66056 | 8.6617 |
| 8.73808 | 8.77474 | 8.78476 | 8.8099 | 8.8192 | 8.83564 | 8.83768 | 8.84626 | 8.8726 | 8.89564 |
| 8.96074 | 8.9677 | 8.99188 | 9.00982 | 9.10624 | 9.1072 | 9.21502 | 9.22558 | 9.2365 | 9.2701 |
| 9.39346 | 9.39772 | 9.40678 | 9.41356 | 9.42262 | 9.4447 | 9.45988 | 9.47128 | 9.4804 | 9.49384 |
| 9.54424 | 9.55396 | 9.60676 | 9.62158 | 9.66418 | 9.70306 | 9.7237 | 9.72676 | 9.75358 | 9.7687 |
| 9.77806 | 9.82318 | 9.82894 | 9.84766 | 9.87226 | 9.88168 | 9.90982 | 9.9979 | 10.01008 | 10.02112 |
| 10.05184 | 10.05916 | 10.0732 | 10.08106 | 10.09888 | 10.10776 | 10.12438 | 10.16272 | 10.1803 | 10.18552 |
| 10.19308 | 10.19308 | 10.20316 | 10.20322 | 10.20586 | 10.21312 | 10.21414 | 10.22272 | 10.25074 | 10.26334 |
| 10.29424 | 10.30258 | 10.3276 | 10.32808 | 10.333 | 10.33696 | 10.3417 | 10.37956 | 10.44232 | 10.47226 |
| 10.53364 | 10.56304 | 10.6189 | 10.6225 | 10.66276 | 10.68826 | 10.68838 | 10.69042 | 10.70224 | 10.7044 |
| 10.71076 | 10.71868 | 10.74298 | 10.78954 | 10.80694 | 10.81414 | 10.8331 | 10.84426 | 10.85596 | 10.8757 |
| 10.90612 | 10.92916 | 10.94074 | 10.94134 | 10.96318 | 10.9825 | 11.01688 | 11.02522 | 11.0515 | 11.11348 |
| 11.14216 | 11.14642 | 11.17516 | 11.19226 | 11.20804 | 11.21158 | 11.22298 | 11.27392 | 11.2762 | 11.29498 |
| 11.30176 | 11.30266 | 11.30842 | 11.31322 | 11.34916 | 11.36632 | 11.39098 | 11.45986 | 11.49196 | 11.50588 |
| 11.51542 | 11.52076 | 11.52616 | 11.57386 | 11.57968 | 11.58958 | 11.60062 | 11.6569 | 11.6644 | 11.6761 |
| 11.68204 | 11.7463 | 11.75314 | 11.7634 | 11.80672 | 11.82328 | 11.8573 | 11.8999 | 11.91046 | 11.93866 |
| 11.95264 | 11.95738 | 11.9818 | 12.04768 | 12.0514 | 12.11116 | 12.11122 | 12.1507 | 12.1543 | 12.16342 |
| 12.18328 | 12.2221 | 12.22498 | 12.22564 | 12.30046 | 12.3199 | 12.32962 | 12.36532 | 12.37168 | 12.39808 |

Полученная выборка Y

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10.16932 | 11.395 | 11.9926 | 11.9986 | 6.48832 | 12.33286 | 7.98928 | 7.4572 | 6.6931 | 10.93126 |
| 9.73624 | 9.62914 | 7.00072 | 7.40734 | 7.38598 | 11.23024 | 11.50786 | 6.6121 | 10.59196 | 10.1632 |
| 6.64348 | 8.59498 | 8.54176 | 11.14168 | 8.89324 | 11.85802 | 12.22774 | 6.85198 | 6.97114 | 7.46464 |
| 11.61562 | 12.33808 | 8.40508 | 11.3509 | 6.47962 | 10.79098 | 11.5039 | 8.76244 | 8.26762 | 9.47098 |
| 8.95762 | 11.20804 | 9.7996 | 8.44168 | 7.07686 | 7.35478 | 11.9419 | 7.90318 | 10.75912 | 11.31814 |
| 7.01548 | 8.69506 | 6.89476 | 10.76752 | 11.8732 | 10.46236 | 10.17136 | 10.83352 | 11.87128 | 11.50348 |
| 7.80514 | 8.77306 | 9.3691 | 12.11764 | 7.03252 | 7.21348 | 8.971 | 8.72746 | 11.96506 | 11.58076 |
| 12.2266 | 12.04666 | 10.86892 | 11.52844 | 10.32892 | 9.89716 | 10.62838 | 6.46204 | 8.0773 | 9.00178 |
| 6.94594 | 8.58604 | 10.8988 | 10.06666 | 11.36896 | 9.73168 | 11.20114 | 6.76474 | 6.82438 | 8.4907 |
| 9.36286 | 6.5419 | 12.03622 | 9.30142 | 6.79996 | 7.05364 | 6.64096 | 6.4354 | 11.99722 | 6.52294 |
| 11.79994 | 8.7223 | 11.88454 | 7.3108 | 9.09676 | 7.34272 | 11.20348 | 9.63874 | 11.89954 | 6.57382 |
| 10.68652 | 9.47008 | 6.79798 | 11.74138 | 7.279 | 7.62532 | 11.03176 | 9.62206 | 7.04422 | 6.4525 |
| 10.26214 | 8.36674 | 7.79032 | 12.09274 | 7.26826 | 8.42224 | 10.78636 | 7.20652 | 10.26562 | 10.53358 |
| 6.7015 | 6.85426 | 9.63784 | 10.53802 | 10.89316 | 12.33982 | 11.68096 | 9.06016 | 12.25246 | 10.73812 |
| 7.19578 | 9.85564 | 8.44252 | 10.03504 | 6.56998 | 9.13426 | 8.35384 | 11.57602 | 8.01118 | 8.47444 |
| 7.1785 | 9.97582 | 11.11096 | 6.46396 | 7.91632 | 9.2461 | 6.90874 | 8.12986 | 10.7602 | 7.72222 |
| 8.35534 | 7.09984 | 11.19022 | 10.21222 | 6.44764 | 7.60294 | 11.65348 | 8.77324 | 9.24532 | 8.8558 |
| 9.15922 | 11.60938 | 11.66308 | 10.31074 | 11.66398 | 11.45302 | 8.1262 | 9.97084 | 7.93474 | 7.44184 |
| 7.38376 | 12.31102 | 9.72238 | 9.50392 | 11.51722 | 6.96484 | 7.75066 | 7.6618 | 7.03312 | 8.51368 |
| 11.10532 | 7.1521 | 9.92254 | 8.377 | 8.10262 | 7.62658 | 7.13452 | 10.0225 | 10.98634 | 8.14996 |
| 11.5447 | 10.70266 | 10.8712 | 8.9695 | 10.8004 | 9.75106 | 7.51972 | 9.27868 | 9.02746 | 11.64028 |
| 8.80252 | 8.28172 | 10.95802 | 10.69828 | 12.2008 | 6.45466 | 10.64296 | 8.73364 | 9.07312 | 11.85838 |
| 11.73178 | 11.68006 | 11.60494 | 11.78998 | 11.21386 | 11.2573 | 11.73748 | 6.47164 | 10.10044 | 6.86116 |
| 10.22566 | 11.62888 | 9.31216 | 10.01296 | 6.54256 | 7.3402 | 7.49212 | 10.28398 | 7.43632 | 8.13304 |
| 12.26152 | 10.24432 | 8.89282 | 7.50274 | 9.82126 | 9.80626 | 10.78708 | 7.786 | 8.97982 | 11.57368 |
| 10.75918 | 9.84748 | 10.22488 | 12.37576 | 10.43554 | 10.73194 | 11.56672 | 6.6331 | 9.94078 | 11.64586 |
| 11.42008 | 11.30836 | 7.94602 | 9.3976 | 11.17318 | 9.32458 | 8.70148 | 8.9059 | 12.20062 | 7.74976 |

Упорядоченная выборка Y

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.4354 | 6.44764 | 6.4525 | 6.45466 | 6.46204 | 6.46396 | 6.47164 | 6.47962 | 6.48832 | 6.52294 |
| 6.5419 | 6.54256 | 6.56998 | 6.57382 | 6.6121 | 6.6331 | 6.64096 | 6.64348 | 6.6931 | 6.7015 |
| 6.76474 | 6.79798 | 6.79996 | 6.82438 | 6.85198 | 6.85426 | 6.86116 | 6.89476 | 6.90874 | 6.94594 |
| 6.96484 | 6.97114 | 7.00072 | 7.01548 | 7.03252 | 7.03312 | 7.04422 | 7.05364 | 7.07686 | 7.09984 |
| 7.13452 | 7.1521 | 7.1785 | 7.19578 | 7.20652 | 7.21348 | 7.26826 | 7.279 | 7.3108 | 7.3402 |
| 7.34272 | 7.35478 | 7.38376 | 7.38598 | 7.40734 | 7.43632 | 7.44184 | 7.4572 | 7.46464 | 7.49212 |
| 7.50274 | 7.51972 | 7.60294 | 7.62532 | 7.62658 | 7.6618 | 7.72222 | 7.74976 | 7.75066 | 7.786 |
| 7.79032 | 7.80514 | 7.90318 | 7.91632 | 7.93474 | 7.94602 | 7.98928 | 8.01118 | 8.0773 | 8.10262 |
| 8.1262 | 8.12986 | 8.13304 | 8.14996 | 8.26762 | 8.28172 | 8.35384 | 8.35534 | 8.36674 | 8.377 |
| 8.40508 | 8.42224 | 8.44168 | 8.44252 | 8.47444 | 8.4907 | 8.51368 | 8.54176 | 8.58604 | 8.59498 |
| 8.69506 | 8.70148 | 8.7223 | 8.72746 | 8.73364 | 8.76244 | 8.77306 | 8.77324 | 8.80252 | 8.8558 |
| 8.89282 | 8.89324 | 8.9059 | 8.95762 | 8.9695 | 8.971 | 8.97982 | 9.00178 | 9.02746 | 9.06016 |
| 9.07312 | 9.09676 | 9.13426 | 9.15922 | 9.24532 | 9.2461 | 9.27868 | 9.30142 | 9.31216 | 9.32458 |
| 9.36286 | 9.3691 | 9.3976 | 9.47008 | 9.47098 | 9.50392 | 9.62206 | 9.62914 | 9.63784 | 9.63874 |
| 9.72238 | 9.73168 | 9.73624 | 9.75106 | 9.7996 | 9.80626 | 9.82126 | 9.84748 | 9.85564 | 9.89716 |
| 9.92254 | 9.94078 | 9.97084 | 9.97582 | 10.01296 | 10.0225 | 10.03504 | 10.06666 | 10.10044 | 10.1632 |
| 10.16932 | 10.17136 | 10.21222 | 10.22488 | 10.22566 | 10.24432 | 10.26214 | 10.26562 | 10.28398 | 10.31074 |
| 10.32892 | 10.43554 | 10.46236 | 10.53358 | 10.53802 | 10.59196 | 10.62838 | 10.64296 | 10.68652 | 10.69828 |
| 10.70266 | 10.73194 | 10.73812 | 10.75912 | 10.75918 | 10.7602 | 10.76752 | 10.78636 | 10.78708 | 10.79098 |
| 10.8004 | 10.83352 | 10.86892 | 10.8712 | 10.89316 | 10.8988 | 10.93126 | 10.95802 | 10.98634 | 11.03176 |
| 11.10532 | 11.11096 | 11.14168 | 11.17318 | 11.19022 | 11.20114 | 11.20348 | 11.20804 | 11.21386 | 11.23024 |
| 11.2573 | 11.30836 | 11.31814 | 11.3509 | 11.36896 | 11.395 | 11.42008 | 11.45302 | 11.50348 | 11.5039 |
| 11.50786 | 11.51722 | 11.52844 | 11.5447 | 11.56672 | 11.57368 | 11.57602 | 11.58076 | 11.60494 | 11.60938 |
| 11.61562 | 11.62888 | 11.64028 | 11.64586 | 11.65348 | 11.66308 | 11.66398 | 11.68006 | 11.68096 | 11.73178 |
| 11.73748 | 11.74138 | 11.78998 | 11.79994 | 11.85802 | 11.85838 | 11.87128 | 11.8732 | 11.88454 | 11.89954 |
| 11.9419 | 11.96506 | 11.9926 | 11.99722 | 11.9986 | 12.03622 | 12.04666 | 12.09274 | 12.11764 | 12.20062 |
| 12.2008 | 12.2266 | 12.22774 | 12.25246 | 12.26152 | 12.31102 | 12.33286 | 12.33808 | 12.33982 | 12.37576 |

График эмпирических функций (F\_N(x) – красный, F\_M(x) - синий)

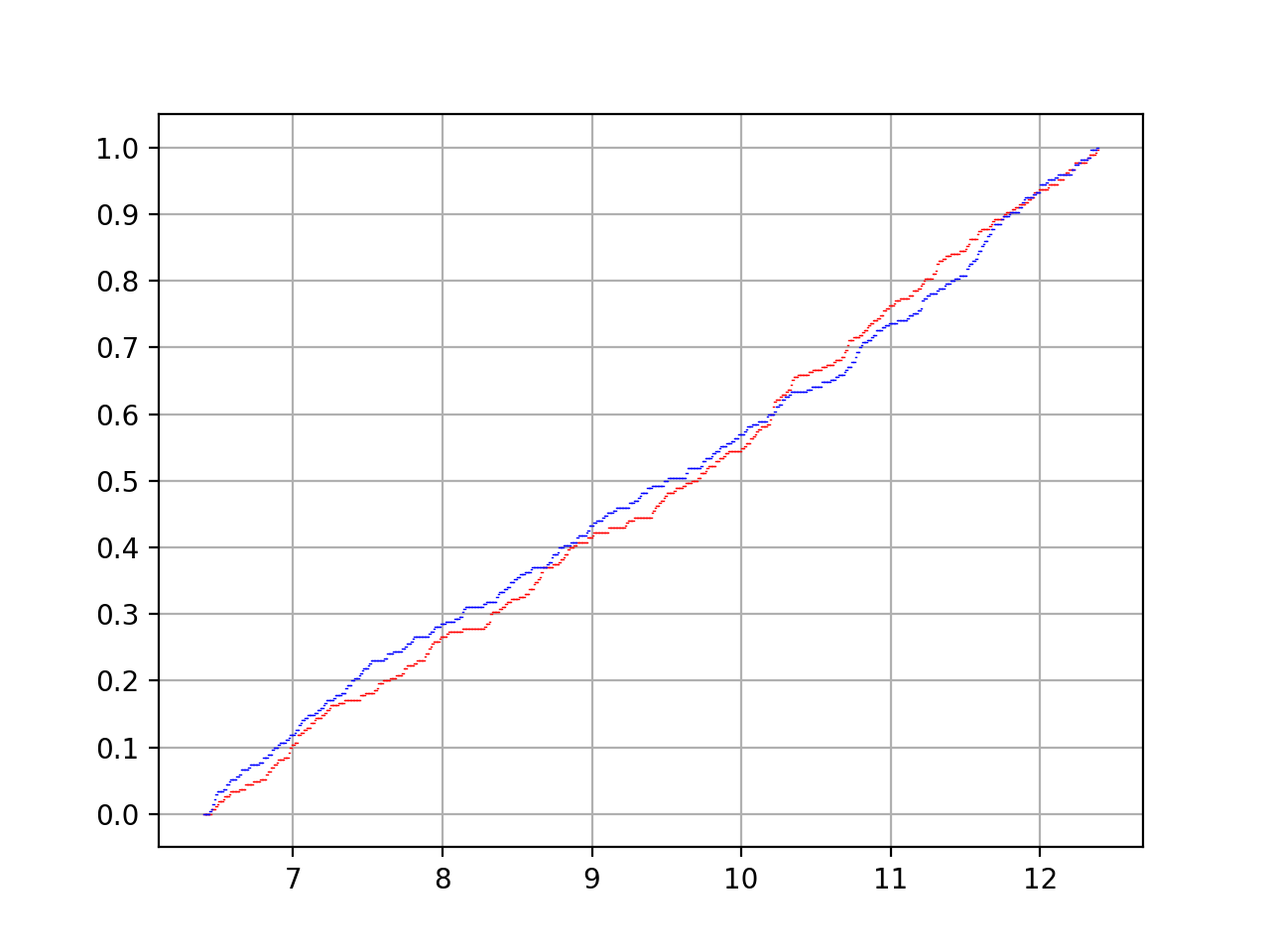


Таблица 2.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | M |  |  |  |  |  |  |  |
| 270 | 270 | 0.048148 | 0.559431 | 7.51972 | 0.185185 | 0.181481 | 0.22963 | 0.22963 |

Значение функции scipy.stats.ks\_2samp = 0.913827

**Задание 3)**

Вариант – 54

a = 6.4

b = 12.4

Полученная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11.2762 | 10.05184 | 9.39772 | 9.75358 | 9.2365 | 6.48214 | 11.17516 | 9.1072 | 11.21158 | 8.60836 |
| 8.45542 | 11.34916 | 10.16272 | 7.5523 | 10.09888 | 8.37784 | 8.57698 | 6.57766 | 8.78476 | 11.6569 |
| 8.83564 | 11.31322 | 7.0246 | 12.1543 | 8.6617 | 10.56304 | 11.8999 | 6.97768 | 12.04768 | 6.81832 |
| 8.32456 | 8.66056 | 10.71868 | 10.80694 | 8.96074 | 10.68826 | 7.11394 | 6.72778 | 8.57524 | 8.3185 |
| 11.6644 | 9.49384 | 9.54424 | 8.0302 | 12.22498 | 7.73896 | 7.06312 | 10.1803 | 9.41356 | 7.56832 |
| 7.08766 | 11.49196 | 9.39346 | 11.80672 | 10.30258 | 6.56272 | 6.77926 | 9.4447 | 7.90078 | 11.57968 |
| 11.95264 | 6.84946 | 12.22564 | 7.4422 | 10.333 | 7.02712 | 12.11122 | 9.82318 | 10.96318 | 9.84766 |
| 9.55396 | 7.87276 | 9.7237 | 8.77474 | 10.6225 | 11.75314 | 7.02808 | 10.3276 | 6.82636 | 6.49186 |
| 8.6563 | 12.1507 | 7.88824 | 6.44068 | 7.18384 | 11.7634 | 10.01008 | 6.96718 | 10.53364 | 6.93274 |
| 6.96322 | 10.70224 | 8.8726 | 10.8757 | 9.47128 | 10.20322 | 7.444 | 11.36632 | 11.22298 | 7.21456 |
| 9.62158 | 10.26334 | 8.42374 | 10.19308 | 12.39808 | 9.4804 | 10.22272 | 8.31556 | 10.94074 | 11.68204 |
| 6.53254 | 8.8192 | 11.02522 | 8.61826 | 9.60676 | 11.9818 | 6.52654 | 10.66276 | 7.92118 | 7.72138 |
| 11.82328 | 7.6813 | 12.36532 | 9.22558 | 10.25074 | 7.00282 | 11.30842 | 10.78954 | 7.91578 | 10.21312 |
| 11.39098 | 10.92916 | 11.45986 | 10.32808 | 8.12278 | 10.12438 | 9.90982 | 6.67774 | 10.90612 | 6.98992 |
| 6.8116 | 10.33696 | 8.73808 | 6.9793 | 11.58958 | 8.83768 | 7.9897 | 11.57386 | 7.33798 | 9.10624 |
| 7.29052 | 9.21502 | 7.53856 | 8.27248 | 8.63782 | 11.60062 | 10.05916 | 7.13224 | 6.88084 | 9.2701 |
| 12.16342 | 7.24006 | 8.39758 | 9.82894 | 8.60986 | 7.8289 | 7.97536 | 8.99188 | 7.73548 | 10.85596 |
| 7.59226 | 7.90216 | 8.9677 | 12.18328 | 7.8001 | 11.14642 | 11.11348 | 8.30602 | 10.29424 | 8.50762 |
| 8.4112 | 9.40678 | 7.2055 | 12.0514 | 7.87918 | 7.47826 | 10.20316 | 7.93366 | 10.37956 | 10.9825 |
| 11.52076 | 9.45988 | 11.91046 | 8.0209 | 7.04002 | 10.44232 | 10.08106 | 11.50588 | 9.00982 | 11.8573 |
| 11.30176 | 11.93866 | 8.8099 | 7.14112 | 10.8331 | 8.65588 | 11.95738 | 10.68838 | 6.47206 | 10.19308 |
| 8.31922 | 7.75948 | 10.81414 | 7.64032 | 8.64766 | 6.63682 | 7.56706 | 12.11116 | 9.88168 | 8.28334 |
| 12.2221 | 7.11736 | 8.84626 | 6.89326 | 11.6761 | 12.3199 | 10.21414 | 10.94134 | 11.51542 | 9.66418 |
| 9.9979 | 11.14216 | 12.37168 | 11.30266 | 12.32962 | 9.70306 | 10.6189 | 6.67822 | 10.69042 | 11.01688 |
| 6.841 | 12.30046 | 10.84426 | 10.0732 | 8.54278 | 9.42262 | 10.71076 | 10.02112 | 7.23412 | 9.7687 |
| 9.87226 | 9.72676 | 11.52616 | 11.20804 | 10.7044 | 10.10776 | 10.74298 | 11.7463 | 10.20586 | 8.89564 |
| 9.77806 | 10.3417 | 10.47226 | 11.19226 | 10.18552 | 6.4459 | 11.29498 | 11.27392 | 6.86998 | 11.0515 |

Упорядоченная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.44068 | 6.4459 | 6.47206 | 6.48214 | 6.49186 | 6.52654 | 6.53254 | 6.56272 | 6.57766 | 6.63682 |
| 6.67774 | 6.67822 | 6.72778 | 6.77926 | 6.8116 | 6.81832 | 6.82636 | 6.841 | 6.84946 | 6.86998 |
| 6.88084 | 6.89326 | 6.93274 | 6.96322 | 6.96718 | 6.97768 | 6.9793 | 6.98992 | 7.00282 | 7.0246 |
| 7.02712 | 7.02808 | 7.04002 | 7.06312 | 7.08766 | 7.11394 | 7.11736 | 7.13224 | 7.14112 | 7.18384 |
| 7.2055 | 7.21456 | 7.23412 | 7.24006 | 7.29052 | 7.33798 | 7.4422 | 7.444 | 7.47826 | 7.53856 |
| 7.5523 | 7.56706 | 7.56832 | 7.59226 | 7.64032 | 7.6813 | 7.72138 | 7.73548 | 7.73896 | 7.75948 |
| 7.8001 | 7.8289 | 7.87276 | 7.87918 | 7.88824 | 7.90078 | 7.90216 | 7.91578 | 7.92118 | 7.93366 |
| 7.97536 | 7.9897 | 8.0209 | 8.0302 | 8.12278 | 8.27248 | 8.28334 | 8.30602 | 8.31556 | 8.3185 |
| 8.31922 | 8.32456 | 8.37784 | 8.39758 | 8.4112 | 8.42374 | 8.45542 | 8.50762 | 8.54278 | 8.57524 |
| 8.57698 | 8.60836 | 8.60986 | 8.61826 | 8.63782 | 8.64766 | 8.65588 | 8.6563 | 8.66056 | 8.6617 |
| 8.73808 | 8.77474 | 8.78476 | 8.8099 | 8.8192 | 8.83564 | 8.83768 | 8.84626 | 8.8726 | 8.89564 |
| 8.96074 | 8.9677 | 8.99188 | 9.00982 | 9.10624 | 9.1072 | 9.21502 | 9.22558 | 9.2365 | 9.2701 |
| 9.39346 | 9.39772 | 9.40678 | 9.41356 | 9.42262 | 9.4447 | 9.45988 | 9.47128 | 9.4804 | 9.49384 |
| 9.54424 | 9.55396 | 9.60676 | 9.62158 | 9.66418 | 9.70306 | 9.7237 | 9.72676 | 9.75358 | 9.7687 |
| 9.77806 | 9.82318 | 9.82894 | 9.84766 | 9.87226 | 9.88168 | 9.90982 | 9.9979 | 10.01008 | 10.02112 |
| 10.05184 | 10.05916 | 10.0732 | 10.08106 | 10.09888 | 10.10776 | 10.12438 | 10.16272 | 10.1803 | 10.18552 |
| 10.19308 | 10.19308 | 10.20316 | 10.20322 | 10.20586 | 10.21312 | 10.21414 | 10.22272 | 10.25074 | 10.26334 |
| 10.29424 | 10.30258 | 10.3276 | 10.32808 | 10.333 | 10.33696 | 10.3417 | 10.37956 | 10.44232 | 10.47226 |
| 10.53364 | 10.56304 | 10.6189 | 10.6225 | 10.66276 | 10.68826 | 10.68838 | 10.69042 | 10.70224 | 10.7044 |
| 10.71076 | 10.71868 | 10.74298 | 10.78954 | 10.80694 | 10.81414 | 10.8331 | 10.84426 | 10.85596 | 10.8757 |
| 10.90612 | 10.92916 | 10.94074 | 10.94134 | 10.96318 | 10.9825 | 11.01688 | 11.02522 | 11.0515 | 11.11348 |
| 11.14216 | 11.14642 | 11.17516 | 11.19226 | 11.20804 | 11.21158 | 11.22298 | 11.27392 | 11.2762 | 11.29498 |
| 11.30176 | 11.30266 | 11.30842 | 11.31322 | 11.34916 | 11.36632 | 11.39098 | 11.45986 | 11.49196 | 11.50588 |
| 11.51542 | 11.52076 | 11.52616 | 11.57386 | 11.57968 | 11.58958 | 11.60062 | 11.6569 | 11.6644 | 11.6761 |
| 11.68204 | 11.7463 | 11.75314 | 11.7634 | 11.80672 | 11.82328 | 11.8573 | 11.8999 | 11.91046 | 11.93866 |
| 11.95264 | 11.95738 | 11.9818 | 12.04768 | 12.0514 | 12.11116 | 12.11122 | 12.1507 | 12.1543 | 12.16342 |
| 12.18328 | 12.2221 | 12.22498 | 12.22564 | 12.30046 | 12.3199 | 12.32962 | 12.36532 | 12.37168 | 12.39808 |

Таблица 3.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | N |  |  |  |  |  |  |
| 6.4 | 12.4 | 270 | 0.019249 | 0.316298 | 7.24006 | 0.14001 | 0.15926 | 0.155556 |

= 1.223873

**Задание 4)**

Вариант – 54

a = 6.4

b = 12.4

Полученная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11.2762 | 10.05184 | 9.39772 | 9.75358 | 9.2365 | 6.48214 | 11.17516 | 9.1072 | 11.21158 | 8.60836 |
| 8.45542 | 11.34916 | 10.16272 | 7.5523 | 10.09888 | 8.37784 | 8.57698 | 6.57766 | 8.78476 | 11.6569 |
| 8.83564 | 11.31322 | 7.0246 | 12.1543 | 8.6617 | 10.56304 | 11.8999 | 6.97768 | 12.04768 | 6.81832 |
| 8.32456 | 8.66056 | 10.71868 | 10.80694 | 8.96074 | 10.68826 | 7.11394 | 6.72778 | 8.57524 | 8.3185 |
| 11.6644 | 9.49384 | 9.54424 | 8.0302 | 12.22498 | 7.73896 | 7.06312 | 10.1803 | 9.41356 | 7.56832 |
| 7.08766 | 11.49196 | 9.39346 | 11.80672 | 10.30258 | 6.56272 | 6.77926 | 9.4447 | 7.90078 | 11.57968 |
| 11.95264 | 6.84946 | 12.22564 | 7.4422 | 10.333 | 7.02712 | 12.11122 | 9.82318 | 10.96318 | 9.84766 |
| 9.55396 | 7.87276 | 9.7237 | 8.77474 | 10.6225 | 11.75314 | 7.02808 | 10.3276 | 6.82636 | 6.49186 |
| 8.6563 | 12.1507 | 7.88824 | 6.44068 | 7.18384 | 11.7634 | 10.01008 | 6.96718 | 10.53364 | 6.93274 |
| 6.96322 | 10.70224 | 8.8726 | 10.8757 | 9.47128 | 10.20322 | 7.444 | 11.36632 | 11.22298 | 7.21456 |
| 9.62158 | 10.26334 | 8.42374 | 10.19308 | 12.39808 | 9.4804 | 10.22272 | 8.31556 | 10.94074 | 11.68204 |
| 6.53254 | 8.8192 | 11.02522 | 8.61826 | 9.60676 | 11.9818 | 6.52654 | 10.66276 | 7.92118 | 7.72138 |
| 11.82328 | 7.6813 | 12.36532 | 9.22558 | 10.25074 | 7.00282 | 11.30842 | 10.78954 | 7.91578 | 10.21312 |
| 11.39098 | 10.92916 | 11.45986 | 10.32808 | 8.12278 | 10.12438 | 9.90982 | 6.67774 | 10.90612 | 6.98992 |
| 6.8116 | 10.33696 | 8.73808 | 6.9793 | 11.58958 | 8.83768 | 7.9897 | 11.57386 | 7.33798 | 9.10624 |
| 7.29052 | 9.21502 | 7.53856 | 8.27248 | 8.63782 | 11.60062 | 10.05916 | 7.13224 | 6.88084 | 9.2701 |
| 12.16342 | 7.24006 | 8.39758 | 9.82894 | 8.60986 | 7.8289 | 7.97536 | 8.99188 | 7.73548 | 10.85596 |
| 7.59226 | 7.90216 | 8.9677 | 12.18328 | 7.8001 | 11.14642 | 11.11348 | 8.30602 | 10.29424 | 8.50762 |
| 8.4112 | 9.40678 | 7.2055 | 12.0514 | 7.87918 | 7.47826 | 10.20316 | 7.93366 | 10.37956 | 10.9825 |
| 11.52076 | 9.45988 | 11.91046 | 8.0209 | 7.04002 | 10.44232 | 10.08106 | 11.50588 | 9.00982 | 11.8573 |
| 11.30176 | 11.93866 | 8.8099 | 7.14112 | 10.8331 | 8.65588 | 11.95738 | 10.68838 | 6.47206 | 10.19308 |
| 8.31922 | 7.75948 | 10.81414 | 7.64032 | 8.64766 | 6.63682 | 7.56706 | 12.11116 | 9.88168 | 8.28334 |
| 12.2221 | 7.11736 | 8.84626 | 6.89326 | 11.6761 | 12.3199 | 10.21414 | 10.94134 | 11.51542 | 9.66418 |
| 9.9979 | 11.14216 | 12.37168 | 11.30266 | 12.32962 | 9.70306 | 10.6189 | 6.67822 | 10.69042 | 11.01688 |
| 6.841 | 12.30046 | 10.84426 | 10.0732 | 8.54278 | 9.42262 | 10.71076 | 10.02112 | 7.23412 | 9.7687 |
| 9.87226 | 9.72676 | 11.52616 | 11.20804 | 10.7044 | 10.10776 | 10.74298 | 11.7463 | 10.20586 | 8.89564 |
| 9.77806 | 10.3417 | 10.47226 | 11.19226 | 10.18552 | 6.4459 | 11.29498 | 11.27392 | 6.86998 | 11.0515 |

Упорядоченная выборка

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.44068 | 6.4459 | 6.47206 | 6.48214 | 6.49186 | 6.52654 | 6.53254 | 6.56272 | 6.57766 | 6.63682 |
| 6.67774 | 6.67822 | 6.72778 | 6.77926 | 6.8116 | 6.81832 | 6.82636 | 6.841 | 6.84946 | 6.86998 |
| 6.88084 | 6.89326 | 6.93274 | 6.96322 | 6.96718 | 6.97768 | 6.9793 | 6.98992 | 7.00282 | 7.0246 |
| 7.02712 | 7.02808 | 7.04002 | 7.06312 | 7.08766 | 7.11394 | 7.11736 | 7.13224 | 7.14112 | 7.18384 |
| 7.2055 | 7.21456 | 7.23412 | 7.24006 | 7.29052 | 7.33798 | 7.4422 | 7.444 | 7.47826 | 7.53856 |
| 7.5523 | 7.56706 | 7.56832 | 7.59226 | 7.64032 | 7.6813 | 7.72138 | 7.73548 | 7.73896 | 7.75948 |
| 7.8001 | 7.8289 | 7.87276 | 7.87918 | 7.88824 | 7.90078 | 7.90216 | 7.91578 | 7.92118 | 7.93366 |
| 7.97536 | 7.9897 | 8.0209 | 8.0302 | 8.12278 | 8.27248 | 8.28334 | 8.30602 | 8.31556 | 8.3185 |
| 8.31922 | 8.32456 | 8.37784 | 8.39758 | 8.4112 | 8.42374 | 8.45542 | 8.50762 | 8.54278 | 8.57524 |
| 8.57698 | 8.60836 | 8.60986 | 8.61826 | 8.63782 | 8.64766 | 8.65588 | 8.6563 | 8.66056 | 8.6617 |
| 8.73808 | 8.77474 | 8.78476 | 8.8099 | 8.8192 | 8.83564 | 8.83768 | 8.84626 | 8.8726 | 8.89564 |
| 8.96074 | 8.9677 | 8.99188 | 9.00982 | 9.10624 | 9.1072 | 9.21502 | 9.22558 | 9.2365 | 9.2701 |
| 9.39346 | 9.39772 | 9.40678 | 9.41356 | 9.42262 | 9.4447 | 9.45988 | 9.47128 | 9.4804 | 9.49384 |
| 9.54424 | 9.55396 | 9.60676 | 9.62158 | 9.66418 | 9.70306 | 9.7237 | 9.72676 | 9.75358 | 9.7687 |
| 9.77806 | 9.82318 | 9.82894 | 9.84766 | 9.87226 | 9.88168 | 9.90982 | 9.9979 | 10.01008 | 10.02112 |
| 10.05184 | 10.05916 | 10.0732 | 10.08106 | 10.09888 | 10.10776 | 10.12438 | 10.16272 | 10.1803 | 10.18552 |
| 10.19308 | 10.19308 | 10.20316 | 10.20322 | 10.20586 | 10.21312 | 10.21414 | 10.22272 | 10.25074 | 10.26334 |
| 10.29424 | 10.30258 | 10.3276 | 10.32808 | 10.333 | 10.33696 | 10.3417 | 10.37956 | 10.44232 | 10.47226 |
| 10.53364 | 10.56304 | 10.6189 | 10.6225 | 10.66276 | 10.68826 | 10.68838 | 10.69042 | 10.70224 | 10.7044 |
| 10.71076 | 10.71868 | 10.74298 | 10.78954 | 10.80694 | 10.81414 | 10.8331 | 10.84426 | 10.85596 | 10.8757 |
| 10.90612 | 10.92916 | 10.94074 | 10.94134 | 10.96318 | 10.9825 | 11.01688 | 11.02522 | 11.0515 | 11.11348 |
| 11.14216 | 11.14642 | 11.17516 | 11.19226 | 11.20804 | 11.21158 | 11.22298 | 11.27392 | 11.2762 | 11.29498 |
| 11.30176 | 11.30266 | 11.30842 | 11.31322 | 11.34916 | 11.36632 | 11.39098 | 11.45986 | 11.49196 | 11.50588 |
| 11.51542 | 11.52076 | 11.52616 | 11.57386 | 11.57968 | 11.58958 | 11.60062 | 11.6569 | 11.6644 | 11.6761 |
| 11.68204 | 11.7463 | 11.75314 | 11.7634 | 11.80672 | 11.82328 | 11.8573 | 11.8999 | 11.91046 | 11.93866 |
| 11.95264 | 11.95738 | 11.9818 | 12.04768 | 12.0514 | 12.11116 | 12.11122 | 12.1507 | 12.1543 | 12.16342 |
| 12.18328 | 12.2221 | 12.22498 | 12.22564 | 12.30046 | 12.3199 | 12.32962 | 12.36532 | 12.37168 | 12.39808 |

Таблица 4.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | N |  |  |  |  |  |  |
| 6.4 | 12.4 | 270 | 0.058909 | 0.967978 | 9.9979 | 0.59965 | 0.544444 | 0.54074 |

= 1.223873

**Анализ результатов и выводы**

**Задание 1)**

Таблица критических значений распределения Колмогорова

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 |
|  | 1.63 | 1.57 | 1.36 | 1.22 | 1.07 |

Таблица 1.2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Верность гипотезы |
| 0.90712 | 0.05 | 1.36 | Да |

Таблица 1.3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | pval | Верность гипотезы |
| 0.05 | 0.371886 | Да |

Гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [a,b] не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости

**Задание 2)**

Таблица критических значений распределения Колмогорова

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 |
|  | 1.63 | 1.57 | 1.36 | 1.22 | 1.07 |

Таблица 2.2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Верность гипотезы |
| 0.559431 | 0.05 | 1.36 | Да |

Таблица 2.3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | pval | Верность гипотезы |
| 0.05 | 0.913827 | Да |

Гипотеза об одинаковом распределении двух случайных выборок не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости

**Задание 3)**

Таблица 3.2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Принятая гипотеза |
| 0.316298 | 0.05 | 1.223873 |  |

**Задание 4)**

Таблица 4.2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Принятая гипотеза |
| 0.967978 | 0.05 | 1.223873 |  |

**Список использованной литературы**

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по

выполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017

2. Боровков А. А. Математическая статистика. — СПб.: Лань, 2010.-704 с.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.:

Юрайт, 2013 — 479 с.

4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и

математической статистике. — М.: Юрайт, 2013 — 404 с.

5. Емельянов Г.В.Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и

математической статистике. — СПб.: Лань, 2007 — 336 с.

6. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Введение в математическую статистику.

— М.: Изд-во ЛКИ, 2010 — 599 с.

7. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. Теория вероятностей и

математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачам. Учебное

пособие — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005 — 232 с.

8. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика: Для инженеров и

научных работников — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006 — 816 с.

9. Монсик В.Б., Скрынников А. А. Вероятность и статистика.— М. : БИНОМ,

2015 — 384 с.

10. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и

теории случайных функций: Учеб. пособие для вузов / Под ред. А. А.

Свешникова. — СПб.: Лань, 2012 — 472 с.

11. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей,

математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для

вузов. — М.: Айрис-пресс, 2013 — 288 с.

12. Ramachandran Kandethody M., Tsokos Chris P. Mathematical Statistics with

Applications in R. — N-Y.: Academic Press, 2009 — 826 p.

**Приложение (Листинг программы)**

from matplotlib import pyplot

from numpy import arange

from math import fabs, sqrt, log

from scipy.stats import kstest, ks\_2samp

from scipy.stats import uniform

def get\_emp\_func(data, x):

if x < data[0]:

return 0

elif x > data[-1]:

return 1

else:

i = 0

while x > data[i]:

i += 1

return i / len(data)

def first(data, a, b):

N = len(data)

fig = pyplot.figure()

ax = fig.gca()

ax.set\_yticks(arange(0, 1.1, 0.1))

pyplot.grid(True)

x = list([i for i in arange(a, b, 0.01)])

dn = -100

prev\_dn = -100

for i in range(len(x) - 1):

y = get\_emp\_func(data, x[i])

pyplot.plot([x[i], x[i + 1]], [y, y], color='blue', linewidth=0.5)

for i in range(len(x) - 1):

y = (x[i] - a) / (b - a)

pyplot.plot([x[i], x[i + 1]], [y, y], color='red', linewidth=0.5)

pyplot.show()

ans = [0 for i in range(9)]

ans[0], ans[1], ans[2] = a, b, N

for i in range(N):

y = get\_emp\_func(data, data[i]) + 1 / N

y2 = get\_emp\_func(data, data[i])

Fx = ((data[i] - a) / (b - a))

dn = max(dn, max(fabs(y - Fx), fabs(y2 - Fx)))

if dn != prev\_dn:

ans[5] = data[i]

ans[6] = Fx

ans[7], ans[8] = y, y2

prev\_dn = dn

ans[3], ans[4] = dn, dn \* sqrt(N)

print(ans)

print(kstest(data, lambda param: uniform.cdf(param, loc=a, scale=b-a)))

def second(data1, data2, a, b):

N = len(data1)

M = len(data2)

fig = pyplot.figure()

ax = fig.gca()

ax.set\_yticks(arange(0, 1.1, 0.1))

pyplot.grid(True)

x = list([i for i in arange(a, b, 0.01)])

for i in range(len(x) - 1):

y = get\_emp\_func(data1, x[i])

pyplot.plot([x[i], x[i + 1]], [y, y], color='red', linewidth=0.5)

for i in range(len(x) - 1):

y = get\_emp\_func(data2, x[i])

pyplot.plot([x[i], x[i + 1]], [y, y], color='blue', linewidth=0.5)

pyplot.show()

dnm = -100

prev\_dnm = -100

ans = [0 for i in range(9)]

ans[0], ans[1] = N, M

for j in range(N - 1):

for k in range(M - 1):

FN\_xj, FN\_xj\_0 = (j + 1) / N, j / N

FM\_yk, FM\_yk\_0 = (k + 1) / M, k / M

FM\_xj = get\_emp\_func(data2, data1[j])

FN\_yk = get\_emp\_func(data1, data2[k])

dnm = max([dnm, fabs(FN\_xj - FM\_xj), fabs(FN\_xj\_0 - FM\_xj), fabs(FN\_yk - FM\_yk), fabs(FN\_yk - FM\_yk\_0)])

if dnm - prev\_dnm > 0.01:

ans[2] = dnm

ans[3] = dnm \* sqrt(N \* M / (N + M))

ans[4] = data1[j] if dnm == max(fabs(FN\_xj - FM\_xj), fabs(FN\_xj\_0 - FM\_xj)) else data2[k]

ans[5] = get\_emp\_func(data1, ans[4]) + 1 / N

ans[6] = get\_emp\_func(data1, ans[4])

ans[7] = get\_emp\_func(data2, ans[4]) + 1 / M

ans[8] = get\_emp\_func(data2, ans[4]) + 1 / M

prev\_dnm = dnm

print(ans)

print(ks\_2samp(data1, data2))

def third(data, a, b):

N = len(data)

ans = [0 for i in range(9)]

ans[0], ans[1], ans[2] = a, b, N

dn\_plus = -100

prev\_dn\_plus = -100

Fx = lambda x: (x - a) / (b - a) if a <= x < b else 0 if x < a else 1

for j in range(1, N):

fn\_xj = j / N

fn\_xj\_0 = (j - 1) / N

dn\_plus = max([dn\_plus, fn\_xj - Fx(data[j]), fn\_xj\_0 - Fx(data[j])])

if dn\_plus != prev\_dn\_plus:

prev\_dn\_plus = dn\_plus

ans[3] = dn\_plus

ans[4] = ans[3]\*sqrt(N)

ans[5] = data[j]

ans[6] = Fx(data[j])

ans[7] = fn\_xj

ans[8] = fn\_xj\_0

print(ans)

s\_alpha = sqrt(-0.5 \* log(0.05))

print(s\_alpha)

def fourth(data, a, b):

N = len(data)

ans = [0 for i in range(9)]

ans[0], ans[1], ans[2] = a, b, N

dn\_plus = -100

prev\_dn\_plus = -100

Fx = lambda x: (x - a) / (b - a) if a <= x < b else 0 if x < a else 1

for j in range(1, N):

fn\_xj = j / N

fn\_xj\_0 = (j - 1) / N

dn\_plus = max([dn\_plus, Fx(data[j]) - fn\_xj, Fx(data[j]) - fn\_xj\_0])

if dn\_plus != prev\_dn\_plus:

prev\_dn\_plus = dn\_plus

ans[3] = dn\_plus

ans[4] = ans[3] \* sqrt(N)

ans[5] = data[j]

ans[6] = Fx(data[j])

ans[7] = fn\_xj

ans[8] = fn\_xj\_0

print(ans)

s\_alpha = sqrt(-0.5 \* log(0.05))

print(s\_alpha)

def get\_data\_from\_docx(file\_name):

from docx import Document

doc = Document(file\_name)

data = []

for row in doc.tables[0].rows:

for cell in row.cells:

if cell.text != '':

data.append(float(cell.text.replace(",", ".")))

return data

a = 6.4

b = 12.4

data1 = get\_data\_from\_docx('UD-1.docx')

data2 = get\_data\_from\_docx('UD-2.docx')

first(sorted(data1), a, b)

second(sorted(data1), sorted(data2), a, b)

third(sorted(data1), a, b)

fourth(sorted(data1), a, b)