

Séminaire CAML
QCM n° 5
jeudi 14 sept. 2017

1. Quel est le type de la fonction définie ci-dessous ?

```
let f c = let (x,y) = c in let z = (x+1, not y) in (x, z) ;;
```

- (a) `int * bool -> int * bool`
- (b) `int * bool * int -> (int * int)`
- (c) `int * bool -> int * int`
- (d) `int * bool -> int * (int * bool)`
- (e) La fonction est fausse.

2. Soient `x` et `y` deux valeurs entières définies. À quelles expressions l'expression suivante est-elle équivalente ?

```
match x with  
  y -> y + 1 ;;
```

- (a) `let x = y in y + 1`
- (b) `let y = x in y + 1`
- (c) `let x = y in x + 1`
- (d) `y + 1`
- (e) `x + 1`

3. Quel est le type de la fonction `print_string` ?

- (a) `string -> int`
- (b) `int -> string`
- (c) `unit -> string`
- (d) `string -> unit`
- (e) `string -> 'a`

4. Quel sera le résultat (hors warning éventuel) de l'évaluation de la séquence suivante ?

```
"4+2" ;  
print_string "unit " ;;
```

- (a) `- : "4+2" ; unit`
- (b) `- : int = 6 ; - : string = "unit"`
- (c) `- : string = "4+2" ; unit - : unit = ()`
- (d) `unit - : unit = ()`
- (e) Une erreur

5. Que contient le résultat de l'évaluation de la phrase suivante ?

```
let f x =  
  if x mod 2 = 1 then  
    x ;;
```

- (a) `Warning S : this expression should have type unit.`
- (b) `Error : Unbound value f`
- (c) `val f : int -> int = <fun>`
- (d) `val f : int -> unit = <fun>`
- (e) `Error : This expression has type int but an expression was expected of type unit`

6. Que calcule la fonction suivante appelée avec $f\ x\ (x \geq 0)$?

```
let rec f = function
  0 -> 1
  | x -> f (x-1) + 1 ;;
```

- (a) x
- (b) $x+1$
- (c) $\sum_{i=0}^x (i)$
- (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

7. Quel sera le résultat de l'application de g à la valeur 9 ?

```
let rec g = function
  | x when x mod 3 = 0 -> g (x-1) + x
  | x -> g (x-1);;
```

- (a) 45
- (b) 18
- (c) 729
- (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

8. Quel est le type de la fonction définie ci-dessous ?

```
let rec foo n =
  if n = 0 then
    ()
  else
    begin
      foo (n-1) ;
      print_int n ; print_string " " ;
    end ;;
```

- (a) $\text{unit} \rightarrow \text{unit}$
- (b) $\text{unit} \rightarrow \text{int}$
- (c) $\text{int} \rightarrow \text{unit}$
- (d) $\text{int} \rightarrow \text{string}$

9. Soit foo la fonction définie à la question précédente. Que donnera l'application $foo\ 5$?

- (a) $5\ 4\ 3\ 2\ 1 - : \text{unit} = ()$
- (b) $1\ 2\ 3\ 4\ 5 - : \text{unit} = ()$
- (c) $4\ 3\ 2\ 1\ 0 - : \text{unit} = ()$
- (d) $0\ 1\ 2\ 3\ 4 - : \text{unit} = ()$
- (e) Une erreur

10. Que calcule la fonction suivante appelée avec $f\ a\ b\ (a > 0, b > 0)$?

```
let rec f a b =
  if b = 0 then
    a
  else
    f b (a mod b) ;;
```

- (a) $a * b$
- (b) Le reste de la division entière de a par b
- (c) $\text{pgcd}(a, b)$ (plus grand commun diviseur)
- (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

QCM N°5

jeudi 14 septembre 2017

Question 11

Soient f une fonction bijective définie sur un intervalle I de \mathbb{R} , à valeurs dans \mathbb{R} et $x \in I$ telle que $f'(x) \neq 0$. Alors f^{-1} est dérivable en $y = f(x)$ et

a. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f^{-1}(f'(x))}$

b. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

c. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f^{-1}(f'(y))}$

d. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)f^{-1}(y)}$

e. rien de ce qui précède

Question 12

Soient I un intervalle de \mathbb{R} , $\varepsilon > 0$, $(a, \ell_1, \ell_2) \in \mathbb{R}^3$ et f une fonction de I dans \mathbb{R} vérifiant

$$\begin{cases} \exists \eta_1 > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - a| < \eta_1 \implies |f(x) - \ell_1| < \varepsilon) \\ \exists \eta_2 > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - a| < \eta_2 \implies |f(x) - \ell_2| < \varepsilon) \end{cases}$$

Alors on peut écrire

Inégalité triangulaire.

$$|\ell_1 - \ell_2| = |\ell_1 - f(x) + f(x) - \ell_2| \leq |\ell_1 - f(x)| + |f(x) - \ell_2| < 2\varepsilon$$

pour tout $x \in I$ tel que

a. $|x - a| < \text{Min}(\eta_1, \eta_2)$

b. $|x - a| < \text{Max}(\eta_1, \eta_2)$

c. rien de ce qui précède

Question 13

Soit f une fonction définie sur une partie I de \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R} .

f admet une limite $\ell \in \mathbb{R}$ en $x_0 \in \mathbb{R}$ si f est définie au voisinage de x_0 et

- a. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \text{ et } |f(x) - \ell| < \varepsilon)$
- b. $\forall \varepsilon > 0 \quad \forall \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \implies |f(x) - \ell| < \varepsilon)$
- c. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \text{ et } |f(x) - \ell| < \varepsilon)$
- d. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \implies |f(x) - \ell| < \varepsilon)$
- ☒ e. rien de ce qui précède

Question 14

On note \arcsin la fonction réciproque de la fonction \sin . Pour tout $x \in]-1, 1[$, on a

- ☒ a. $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- b. $\arcsin'(x) = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$
- c. $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(\arcsin(x))}}$
- d. $\arcsin'(x) = \frac{1}{x^2-1}$

Question 15

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a

- a. $\arctan'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$
- ☒ b. $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- c. $\arctan'(x) = \frac{1}{1+\tan^2(\arctan(x))}$
- d. $\arctan'(x) = \frac{1}{1-x^2}$
- e. rien de ce qui précède

Question 16

Soit $z = -\frac{\sqrt{2}}{1+i} e^{i\pi/3}$.

- ☒ a. $|z| = 1$
- b. $|z| = \sqrt{2}$
- c. $\text{Arg}(z) = -\pi/12$
- ☒ d. $\text{Arg}(z) = 13\pi/12$
- ☒ e. rien de ce qui précède

Question 17

$\int_0^1 e^{-x} dx$ est égale à

- a. $1 - e^{-1}$
- b. $e^{-1} - 1$
- c. $-1 - e^{-1}$
- ☒ d. e^{-x}
- e. rien de ce qui précède

Question 18

Soit $I = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$. Alors I est égale à

- a. 1
- b. 0
- c. $-\infty$
- ☒ d. $1/2$
- e. rien de ce qui précède

Question 19

Soit F la fonction définie pour tout $x \in [0, 1]$ par $F(x) = \int_0^x \ln(1+t^2) dt$. Alors

- ☒ a. $F(0) = 0$
- ☒ b. F croissante sur $[0, 1]$
- c. F n'est pas monotone sur $[0, 1]$
- ☒ d. pour tout $x \in [0, 1]$, $F'(x) = \ln(1+x^2)$
- e. rien de ce qui précède

Question 20

Une primitive de $\frac{e^x}{x}$ est

a. $\ln(e^x)$

b. $e^x \ln(x)$

c. $e^{\ln(x)}$

d. $\ln\left(\frac{x}{e^x}\right)$

☒ e. rien de ce qui précède