EPITA / InfoSpe Février 2013

NOM : .... PRENOM :.. GROUPE :........

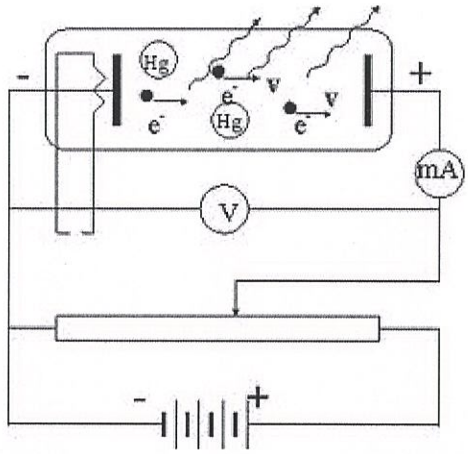
Contrôle 2 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

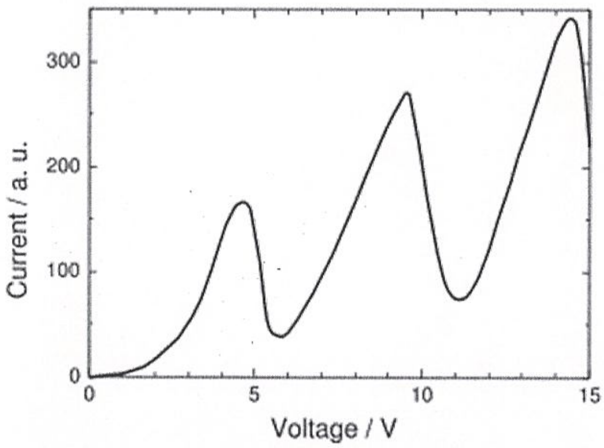
Réponses exclusivement sur le sujet

Parie Cours Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes (Sur 6 points)

1) Expérience de Franck-Hertz



Courbe représentant le courant de l'anode en fonction de la tension aux bornes de la cathode



a- Donner le but et le principe de cette expérience.

b- Expliquer les différentes chutes de courants observées sur la courbe I(V).

c- Lors de cette expérience une raie spectrale d'émission de longueur d'onde λ a été observée, justifier l'origine de cette raie et exprimer une relation entre λ et l'énergie cinétique des électrons.

a) But : montrer la quantification de l'énergie des atomes.

b) : les chutes de courant correspondent à la

perte d'énergie des e^- (qui n'arrivent pas à l'anode) car ils ont perdu leur energie par collision avec les atomes de mercure. (Hg).
à chaque 4,9 V et donc à chaque 4,9 eV les e^- perdent de l'énergie qui est récupérée par le mercure, ceci implique qu'il existe 2 niveaux d'énergie propres au mercure tel que l'écart est de $\Delta E = 4{,}9\ eV$.
c) Cette raie est la lumière émise par les atomes de mercure lors de leur desexcitation après avoir été dans un niveau supérieur d'énergie lors de leur collision avec les e^-

$$E_{c_{e^-}} = \Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{observé}}$$

2- ***Durée de vie d'un état excité***

On montre que la variation de population en atomes d'un niveau excité pendant un intervalle de temps dt est : $dN = -N.\lambda.dt$, où λ une constante qui représente la probabilité de désexcitation par unité de temps.

a- Retrouver l'expression de N(t) sachant qu'à t = 0 ; N = N_0

$$dN = -N\lambda dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow \int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\int_{t_0=0}^{t} \lambda dt.$$

$$\Rightarrow \ln(N) - \ln(N_0) = -\lambda.t.$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda.t \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \text{ d'où } N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

b- Exprimer la durée de vie τ durée de temps pendant laquelle le nombre d'atomes sur l'état excité est $N(\tau) = N_0.e^{-1}$

$$N(\tau) = N_0 e^{-\lambda\tau} = N_0 e^{-1}$$

$$\Rightarrow -\lambda\tau = -1 \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda}$$ où λ = probabilité de desexcitation par unité de temps

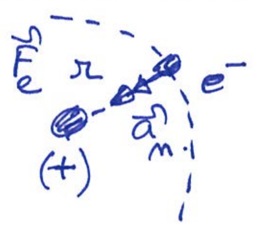
3- Modèle de N. Bohr

a- Exprimer à l'aide du PFD appliqué à l'électron, **le carré de la vitesse v** en fonction de (k, m, e, et r) ; Où k est la constante de Coulomb, r le rayon de trajectoire, m et e sont respectivement la masse et la charge du proton.

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ (P.F.D).

$F_e = m a_n$ avec $a_n = \frac{v^2}{r}$ = accélération normale.

$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \boxed{v^2 = \frac{ke^2}{mr}}$



b- Utiliser la quantification du moment cinétique de l'électron pour montrer la quantification des rayons d'orbites.

$L = mrv$ (moment cinétique de l'e^-).

$= n\hbar$

$\Rightarrow r = \frac{n\hbar}{mv} \Rightarrow r^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m^2v^2}$.

$r^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m^2 \cdot \frac{ke^2}{mr}} = \frac{n^2\hbar^2 \cdot r}{m k \cdot e^2} \Rightarrow r_n = \underbrace{\left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right)}_{\text{cste}} n^2$.

c- Donner les valeurs des trois premiers rayons d'orbites sachant que : $\frac{\hbar^2}{m.k.e^2} \approx 0.5\text{Å}$

Pour $n = 1$ $r_1 = \frac{\hbar^2}{mke^2} \cdot 1 = 0{,}5\,\text{Å}$.

$n = 2$ $r_2 = \left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right) \cdot 4 = 4 \times 0{,}5 = 2\,\text{Å}$

$n = 3$ $r_3 = \frac{\hbar^2}{mke^2} \cdot 9 = 9 \times 0{,}5 = 4{,}5\,\text{Å}$

d- Sachant que l'énergie de l'électron en fonction du nombre quantique principal n est $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$, montrer que la longueur d'onde de transition entre le niveau E_m et le niveau E_n vérifie : $\frac{1}{\lambda_{m,n}} = R_H(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2})$. Préciser l'expression de la constante R_H. (m > n).

$$\Delta E = h\nu_{m,n} = \frac{hc}{\lambda_{m,n}} = E_m - E_n = \left(-\frac{13,6}{m^2} + \frac{13,6}{n^2}\right) \times e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{m,n}} = \frac{13,6 \cdot e}{h \cdot c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

on multiplie par e pour convertir l'eV en Joule !

on pose $R_H = \frac{13,6 \cdot e}{h \cdot c} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{\lambda_{m,n}} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)}$.

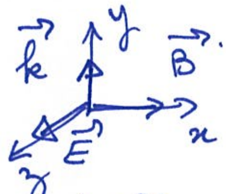
Exercice 1 ***Onde dans le milieu air.*** (Sur 5 points)

Un faisceau lumineux composé d'OPPS se propage dans l'air avec une vitesse $c = 3.10^8 m.s^{-1}$
L'onde se propage sur l'axe Oy, vers les y positifs et est polarisée rectilignement sur l'axe Oz.

1- Donner les expressions des vecteurs champ électrique et magnétique. On donne : $E_0 = 3.10^6 V.m^{-1}$ (Utiliser les propriétés d'onde planes pour en déduire l'écriture du champ magnétique).

Polarisation rectiligne sur $\vec{Oz}$ $\Rightarrow$ $\vec{E}$ porté par $\vec{Oz}$

propagation sur $\vec{Oy}$ $\Rightarrow$ $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\k\\0\end{pmatrix}$



d'où $\vec{E}(y,t) = E_0 \cos(k.y - \omega t)\vec{e_z}$.

$(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ trièdre direct $\Rightarrow \vec{B}(y,t) = \underbrace{\left(\frac{E_0}{c}\right)}_{B_0 = 10^{-2} T} \cos(ky - \omega t)\vec{e_x}$.

2- Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{S}$. Calculer S_0 avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} S.I$ ($\pi \approx 3$).

$\vec{S} = S_0 \cos^2(ky - \omega t)\vec{e_y}$ le vecteur $\vec{S}$ est colin à l'axe de propagation $(\vec{Oy})$ et se propage sur $\vec{Oy}$

$$\vec{S} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0}\cos^2(ky - \omega t)\vec{e_y} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}\cos^2(ky - \omega t)\vec{e_y}.$$

avec $S_0 = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} = \frac{\cancel{9}.10^{12}}{4\cancel{\pi}.10^{-7}.\cancel{3}\,10^8} \simeq 0,25.10^{11} = 25.10^9 \ W/m^2$

avec $(\pi \simeq 3)$

3- Exprimer en fonction de S_0 et R (rayon du faisceau), la puissance moyenne de rayonnement. Faire le calcul numérique pour R = 3mm.

$$P = \Phi(\vec{S}) = \iint_\Sigma \vec{S}\cdot d\vec{\Sigma} = \iint_0^{2\pi R} S \cdot r\,dr\,d\theta = S\pi R^2.$$

$$P_{moy} = \langle S \rangle \pi R^2 = \langle S_0 \cos^2(ky - \omega t)\rangle_T \pi R^2$$

$$P_{moy} = \frac{S_0}{2}\pi R^2$$ car la valeur moyenne sur une période de $\cos^2(\,) = \frac{1}{2}$.

A.N $P_{moy} = \frac{25}{2}.10^9.\pi.9.10^{-6} \simeq 3,4.10^2.10^3 = 0,34$ MWatts.

4- Calculer la densité maximale de photons contenue dans ce faisceau. On donne : $h = 6{,}6.10^{-34}\,J.s$, $\lambda = 0{,}5\mu m$, $\varepsilon_0 = 9.10^{-12}$ S.I

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 = w_e + w_m$$ Onde plane $\Rightarrow w_e = w_m$.

$$U = 2\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\right) = \varepsilon_0 E^2 \Rightarrow U_{max} = \varepsilon_0 E_0^2.$$

aspect corpusculaire $U_{max} = n_{max}\, h \times \nu = n_{max} \frac{hc}{\lambda}$.

$$n_{max}\, h\frac{c}{\lambda} = \varepsilon_0 E_0^2 \Rightarrow \boxed{n_{max} = \frac{\varepsilon_0 . E_0^2 . \lambda}{h.c}}$$

$\simeq 2.10^{20}$ photons/m³.

Exercice 2 Onde dans un milieu matériel

Partie A (Sur 5 points)

On considère le milieu plasma (gaz ionisé) où **les électrons sont libres et ne sont soumis qu'à la force électrique** $\vec{F}_e$. L'onde électromagnétique (considérée comme OPPS) est envoyée dans ce milieu de permittivité diélectrique $\varepsilon \approx \varepsilon_0$ et de perméabilité magnétique $\mu \approx \mu_0$, avec une pulsation ω.

1- Exprimer le vecteur vitesse d'un électron en fonction du champ électrique en utilisant le P.F.D. On donne l'accélération : $\vec{a} \approx -i\omega\vec{V}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = q\vec{E} = \vec{F}_e$$

$$\Rightarrow -e\vec{E} = m(-i\omega\vec{v}).$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{e\vec{E}}{im\omega} = \frac{-i.e.\vec{E}}{m\omega}}$$

2- Exprimer la densité de courant $\vec{J}$ en fonction du champ électrique de l'onde. En déduire la conductivité γ du milieu.

$$\vec{J} = n(-e).\vec{v} = \frac{i n e^2 \vec{E}}{m\omega}$$

or $\vec{J} = \gamma.\vec{E} \Rightarrow \gamma = \frac{i n.e^2}{m\omega}$ = conductivité du plasma.

3- a) Donner la relation de dispersion propre au plasma. On pose $\omega_p^2 = \dfrac{n.e^2}{m.\varepsilon_0}$

$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{i\gamma}{\omega\varepsilon_0}\right)$ pour un milieu quelconque.

Pour le plasma : $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{i^2 n e^2}{m\varepsilon_0\omega^2}\right) = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{n e^2}{m\varepsilon_0\omega^2}\right)$

$\Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$ avec $\omega_p^2 = \frac{n e^2}{m\varepsilon_0}$

b) Calculer la pulsation plasma ainsi que la fréquence plasma f_p. On donne : $n = 4.10^{12}\,m^{-3}$, $e = 1.6.10^{-19}$c, $\varepsilon_0 = 9.10^{-12}$ S.I, $m = 9.10^{-31}$kg. (On prend : $\sqrt{10} \approx 3$)

$$\omega_p = e\sqrt{\frac{n}{m\varepsilon_0}} = 1{,}6.10^{-19}.\sqrt{\frac{4\,10^{12}}{9.10^{-31}.9\,10^{-12}}}$$

$$= \frac{1{,}6\times 2}{9}.10^{-19}.\sqrt{10^{55}} = \frac{3{,}2}{9}.10^{-19}.10^{27}.\sqrt{10}.$$

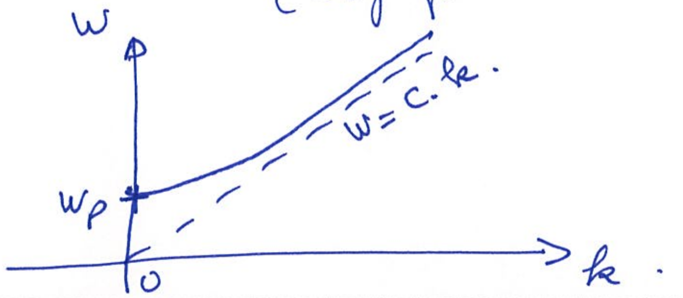
$\omega_p \simeq \frac{3{,}2}{3}\,10^{8}$ rd s^{-1} $\simeq 1{,}07.10^{8}$ rd s^{-1}

$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \simeq \frac{1}{6}.10^{8} = 16{,}7$ MHz.

4-Tracer le diagramme de dispersion ω = f(k), en précisant la fréquence de coupure ainsi que les types d'ondes dans le milieu.

$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$ • $\omega = \omega_p$, $k = 0$ f_p = fréq de coupure.

• $\omega \to \infty$.
$k^2 \to \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow k \to \frac{\omega}{c}$ et $\omega \to k.c$.
(asymptote oblique d'éq $\omega = k.c$).



Parie B (Sur 4 points)

Un modèle a permis de simuler la conductivité γ de la haute atmosphère et on trouve qu'elle dépend linéairement de la pulsation ω de l'onde qui la traverse selon la relation : $\gamma = \varepsilon_0 \omega \sqrt{3}$.

1- Etablir la relation de dispersion, en déduire le type d'onde dans le milieu.

$\gamma = \varepsilon_0 \omega \sqrt{3}$.
$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{i\gamma}{\omega\varepsilon_0}\right) = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{i\varepsilon_0\omega\sqrt{3}}{\omega\varepsilon_0}\right) = \left(1 + i\sqrt{3}\right)\frac{\omega^2}{c^2}$.
k^2 complexe $\Rightarrow$ k complexe $\Rightarrow$ onde amortie

2- Donner les parties réelle et imaginaire du nombre d'onde k. Préciser la signification de ces grandeurs.

$k^2 = \left(1 + i\sqrt{3}\right)\frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 + i\sqrt{3}}$.
on a $1 + i\sqrt{3}$ de module $= \sqrt{1+3} = 2$ et
d'argument $= \pi/3 \Rightarrow 1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\pi/3} = |z|e^{i\theta}$.
d'où $\sqrt{1 + i\sqrt{3}} = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{6}} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} k' = \frac{\omega}{c}\frac{\sqrt{6}}{2} \leftarrow \text{terme de propagation} \\ k'' = \frac{\omega}{c}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \leftarrow \text{" d'atténuation} \end{cases}$
$= k' + i k''$

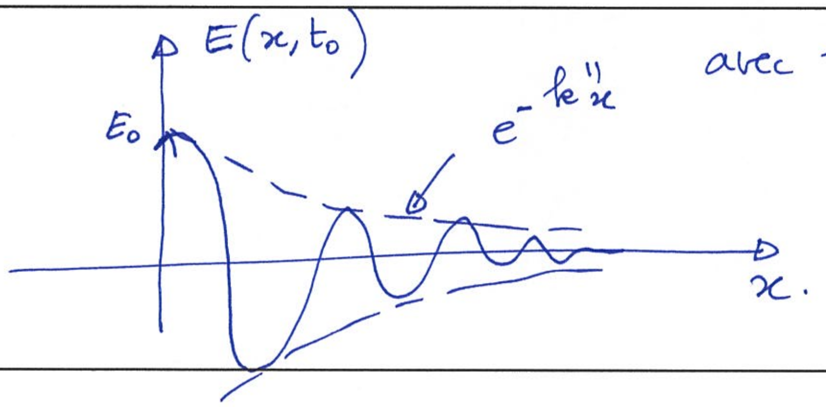
3- Ecrire le champ électrique en notation complexe sachant que l'onde est une OPPS qui se propage vers les x positifs et est polarisé rectilignement suivant l'axe Oy, en déduire le champ électrique réel.

$$\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0 \, e^{i(kx-w)} = E_0 \, e^{i((k'+ik'')x} \cdot \vec{e}_y .$$

$$= E_0 \, e^{ik'x} \cdot e^{-k''x}$$

$$\vec{E}(x,t) = \mathcal{R}e(\underline{\vec{E}}) = E_0 \, e^{-k''x} \cdot \cos(k'x - wt) .$$

4- Donner l'allure de la courbe du champ réel électrique E(x,t) à t fixé



avec $k'' = \frac{w}{c}\frac{\sqrt{2}}{2}$