

Contrôle 1

Durée : trois heures
Documents et calculatrices non autorisés

Nom : Prénom : Groupe :

Entourer votre professeur de TD : M. Ghanem / Mme Malek / M. Nicolet / Mme Trémoulet

Consignes :

- vous devez répondre directement sur les feuilles jointes.
- aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.
- aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
- toute personne ne respectant pas ces consignes se verra attribuer la note 00/20.

Exercice 1 (3 points)

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - \sqrt{1-x^2}}{x^4}$

2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x - \sin(x))}{\sqrt{1+x^3} - 1}$

[suite du cadre page suivante]

Exercice 2 (4 points)

1. Déterminer, en utilisant obligatoirement la règle de d'Alembert, la nature de la série $\sum \prod_{k=2}^n \frac{\ln(k)}{k}$

2. Déterminer, en utilisant obligatoirement la règle de d'Alembert, la nature de la série $\sum \frac{(2n)!}{n^2 2^{2n}}$

[suite du cadre page suivante]

3. Soit $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$. Déterminer la nature de la série $\sum \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$

Exercice 3 (5 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite réelle strictement positive telle que $\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{u_{k+1}}{u_k} \leq \left(\frac{k}{k+1}\right)^\alpha$ où $\alpha > 1$.

1. Montrer que pour tout $n \geq 2, \frac{u_n}{u_1} \leq \frac{1}{n^\alpha}$

[suite du cadre page suivante]

2. En déduire la nature de $\sum u_n$.

3. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_n = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \times \frac{1}{2n+1}$$

- a. La règle de d'Alembert permet-elle de conclure sur la nature de $\sum u_n$?

- b. Vérifier que $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^2}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{3}{2n}\right)}$

[suite du cadre page suivante]

c. En déduire que

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = 1 - \frac{3}{2n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$$

4. a. Montrer qu'il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad n \geq n_0 \implies \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \left(\frac{n}{n+1} \right)^{5/4}$$

- b. La série $\sum u_n$ est-elle convergente ?

Exercice 4 (2,5 points)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par

$$u_n = \ln((n-1)!) - \left(n - \frac{1}{2}\right) \ln(n) + n$$

1. Montrer que $u_{n+1} - u_n = 1 - \left(n + \frac{1}{2}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

[suite du cadre page suivante]

2. Montrer que $u_{n+1} - u_n \underset{+\infty}{\sim} -\frac{1}{12n^2}$

3. En déduire que (u_n) est convergente.

Exercice 5 (2,5 points)

On considère la série de terme général $u_n = \frac{1}{1 + (-1)^n n^\alpha}$ où $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Vérifier que $u_n = \frac{(-1)^n}{n^\alpha} \frac{1}{1 + \frac{(-1)^n}{n^\alpha}}$

2. Déterminer $a \in \mathbb{R}$ tel que $u_n = \frac{(-1)^n}{n^\alpha} - \frac{a}{n^{2\alpha}} + o\left(\frac{1}{n^{2\alpha}}\right)$

3. En déduire la nature de $\sum u_n$.

Exercice 6 (2 points)

On considère la série de terme général $u_n = 1 - \sqrt{1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}$

1. Déterminer $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $u_n = \frac{(-1)^{n+1}a}{\sqrt{n}} + \frac{b}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$

2. En déduire la nature de $\sum u_n$.

Exercice 7 (2 points)

Soit $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$. Déterminer la nature de la série $\sum \ln \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) - \ln \left(\sin \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right)$

NOM : PRENOM : GROUPE :

Contrôle 1 Electronique

*Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.
Réponses exclusivement sur le sujet*

Exercice 1. Questions de cours (5 points)

Répondre aux questions suivantes. Soyez concis, et précis!!

1. Pourquoi a-t-on besoin de doper les semi-conducteurs?

2. A quoi correspond la lettre P ou N qui permet de différencier les 2 types de dopage?

3. A quoi sert un modèle?

4. Pourquoi modéliser les composants à base de semi-conducteur?

5. En polarisation inverse, quelque soit le modèle utilisé pour la diode, on utilise un interrupteur ouvert. Pourquoi néglige-t-on le courant qui traverse la diode en inverse?

6. Par quoi remplace-t-on la diode lorsqu'elle est passante si on utilise son modèle le moins précis?

7. Par quoi remplace-t-on la diode lorsqu'elle est passante si on utilise son modèle le plus précis?

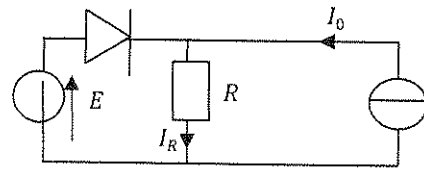
8. En deçà d'une certaine tension, on voit apparaître un fort courant inverse. Quels sont les phénomènes à l'origine de ce courant? (On ne vous demande pas de les expliquer)

9. Quelle est la particularité d'une diode Zéner? Tracer sa caractéristique complète.

10. En polarisation inverse, par quel(s) composant(s) devez-vous remplacer la diode Zéner si vous utilisez son modèle à seuil? Faites un schéma, sans oublier de préciser où se trouvent anode et cathode.

Exercice 2. Les diodes : Polarisation (6 points)

Soit le schéma suivant : On modélisera la diode en utilisant son modèle à seuil avec $V_0 = 0,7V$.



1. Si $R = 100\Omega$, $I_0 = 60\text{mA}$ et $E = 5V$, montrer que la diode est bloquée. (Rq : Utiliser un raisonnement par l'absurde). Déterminer alors l'intensité du courant qui traverse la résistance.

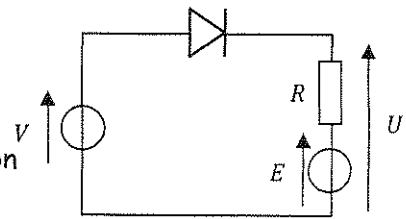
2. Si $R = 100\Omega$, $I_0 = 30\text{mA}$ et $E = 5V$, montrer que la diode est passante. (Rq : Utiliser un raisonnement par l'absurde). Déterminer alors l'intensité du courant qui traverse la résistance.

Exercice 3. Caractéristique de transfert (4 points)

Soit le circuit suivant :

On souhaite tracer la caractéristique $U = f(V)$.

On utilisera le modèle à seuil pour modéliser la diode; et on appellera V_0 sa tension de seuil.

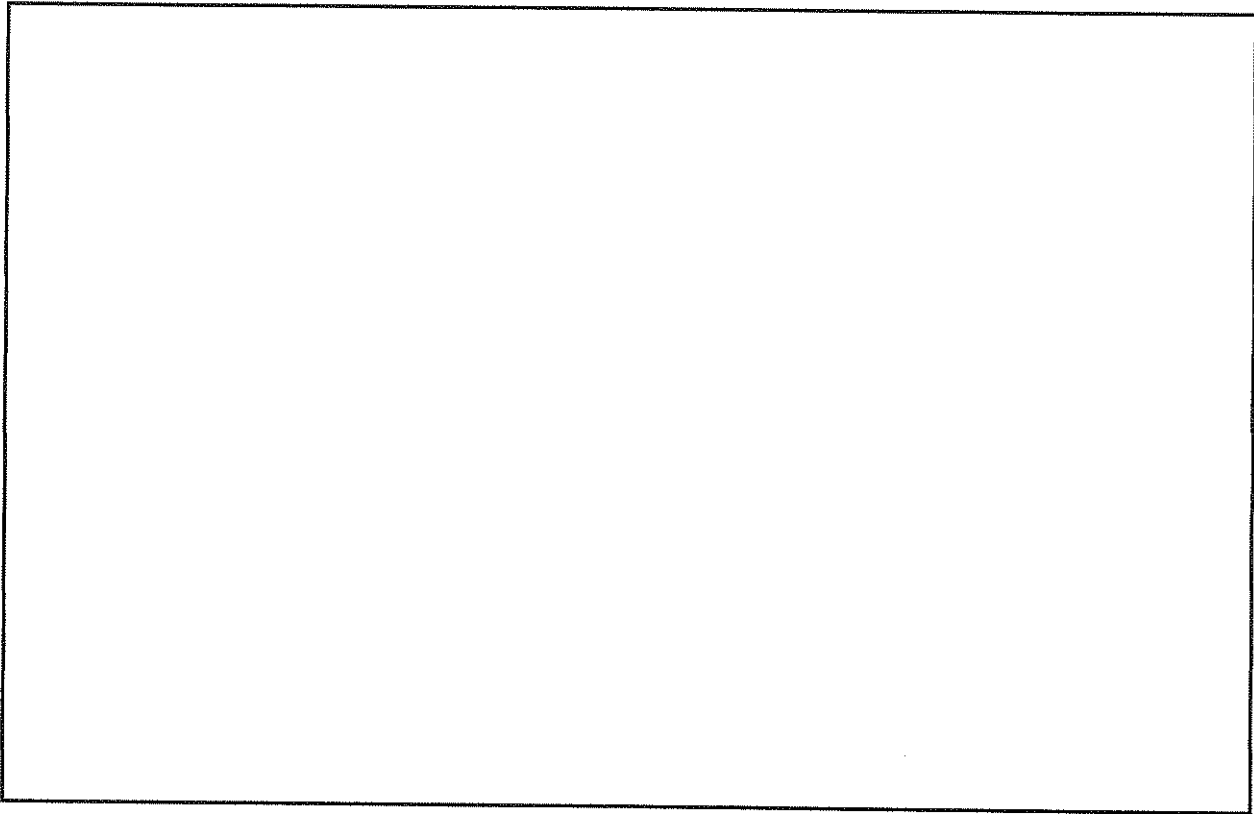


1. Donner l'expression de U si la diode est passante.

2. Donner l'expression de U si la diode est bloquée.

3. Pour quelles valeurs de V la diode est-elle bloquée?

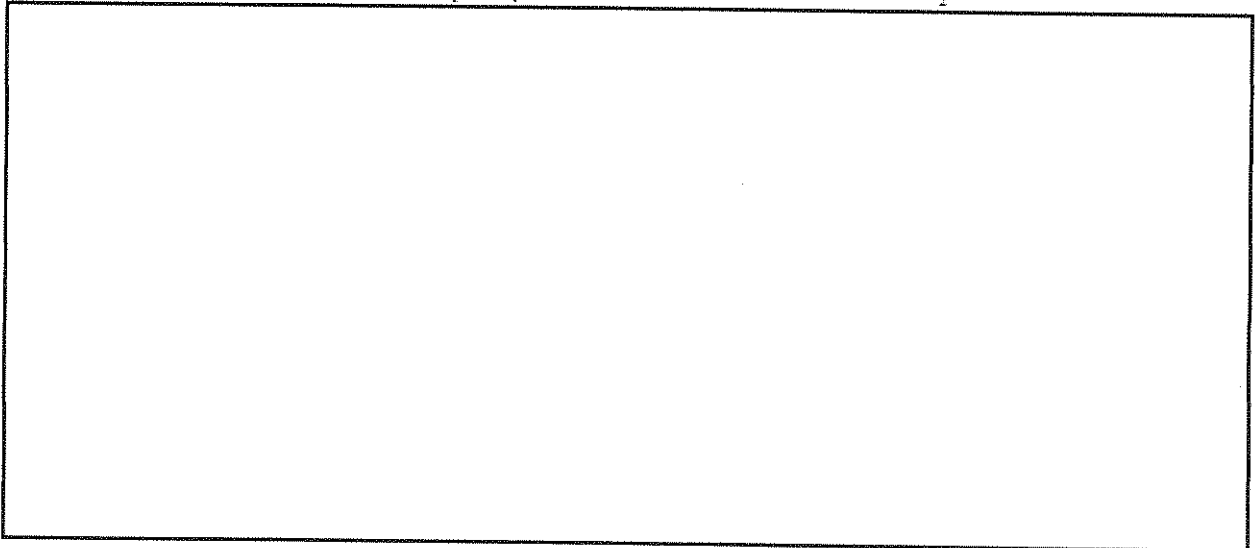
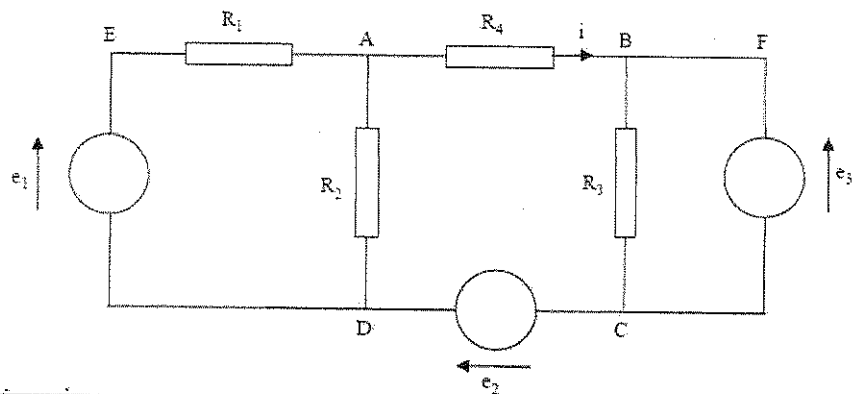
4. Tracer $U = f(V)$.



Exercice 4. (2 points)

Soit le circuit suivant :

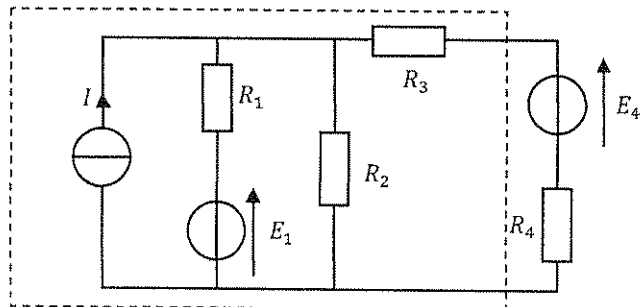
On choisit, comme référence des potentiels, le point C. Déterminer le potentiel du point A.



Exercice 5. (3 points)

Soit le circuit suivant :

Le but de l'exercice est de déterminer le générateur de Thévenin équivalent à la partie encadrée du circuit.



1. Déterminer l'expression littérale de la résistance R_{th} du générateur de tension équivalent de THEVENIN.

2. Déterminer l'expression littérale de la tension E_{th} du générateur de tension équivalent

Algorithmique

Contrôle n° 1

INFO-SPÉ – EPITA

D.S. 312017.57 BW (7 nov 2011 - 10 :00)

Consignes (à lire) :

- ☐ Vous devez répondre sur **les feuilles de réponses prévues à cet effet**.
 - Aucune autre feuille ne sera ramassée (gardez vos brouillons pour vous).
 - Répondez dans les espaces prévus, **les réponses en dehors ne seront pas corrigées** : utilisez des brouillons !
 - Ne séparez pas les feuilles à moins de pouvoir les ré-agrafer pour les rendre.
 - Aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
 - ☐ La présentation est notée en moins, c'est à dire que vous êtes noté sur 20 et que les points de présentation (2 au maximum) sont retirés de cette note.
 - ☐ **Les algorithmes :**
 - Tout algorithme doit être écrit dans le langage ALGO (pas de C, CAML ou autre).
 - Tout code ALGO non indenté ne sera pas corrigé.
 - Tout ce dont vous avez besoin (types, routines) est indiqué en **annexe** (dernière page) !
 - ☐ Durée : 2h00
-



Exercice 1 (Hachages – 8 points)

1. Soit le tableau suivant, montrant 11 éléments et leur valeur de hachage respective.

Elément	B	D	F	E	H	G	J	I	C	K	A
Valeur de hachage	1	3	7	3	9	7	11	8	2	12	9

Représenter (dessiner) le tableau de hachage correspondant à l'ajout successif de ces 11 éléments (dans l'ordre donné) dans le cas d'un hachage linéaire. On considérera que le tableau contient 13 éléments ($m = 13$) numérotés de 0 à $m - 1$.

2. Soient les déclarations suivantes :

Constantes

$M = 13$

Types

/* déclaration du type t_element */

t_element = ...

t_hachage = M t_element

Variables

t_hachage th

/* Renvoie vrai si la i^e place d'un tableau Th est vide, faux sinon */

Algorithme fonction estvide : booléen

Paramètres locaux

t_hachage th

entier i /* Avec $0 \leq i \leq m-1$ */

/* Calcule la valeur de hachage primaire d'un élément x */

Algorithme fonction h : Entier

Paramètres locaux

t_element x

Pour les principes et algorithmes qui suivront, nous n'envisagerons pas la possibilité d'implémenter la suppression. Nous considérerons donc une case du tableau comme ne pouvant avoir que deux états : "Vide" ou "Non vide".

Soit un entier m et th un tableau d'indices de 0 à $m - 1$. Soit h une fonction de hachage définie sur le type des éléments de th et à résultat dans $[0, m - 1]$. La méthode dite de **hachage ordonné** utilise à la fois le hachage linéaire et des comparaisons entre les valeurs des éléments. C'est à dire que lorsque des éléments sont en collision, ils sont triés par ordre croissant.

- (a) Ecrire le principe d'une fonction d'ajout d'un élément x dans le tableau th selon le principe du **hachage ordonné**. On exercera un contrôle de redondance sur l'élément à ajouter. *Attention : On admettra qu'il existe au moins une place vide permettant de faire l'ajout de l'élément.*
- (b) En utilisant ce principe et les déclarations précédentes, écrire l'algorithme de la procédure **Ajouter_HO** correspondant à l'ajout d'un nouvel élément dans le tableau de hachage selon le principe du **hachage ordonné**.

Exercice 2 (Hauteur d'un arbre général – 7 points)

Note : Pour écrire les algorithmes demandés, vous pouvez utiliser la fonction $\max(a, b)$ qui retourne le maximum des deux entiers a et b .

1. Donner la définition de la hauteur d'un arbre général.
2. Écrire une fonction qui calcule la hauteur d'un arbre général représenté par n -uplets de pointeurs (le type `t_arbre_nuplets`).
3. Écrire une fonction qui calcule la hauteur, avec cette fois ci la représentation *premier fils-frère droit* (le type `t_arbre_dyn`).

Exercice 3 (Intervalle – 5 points)

L'objectif de cet exercice est d'afficher un intervalle de clés dans un arbre 2.3.4. Nous utiliserons ici la procédure `ecrire` (plutôt que de construire une chaîne) qui est capable de *convertir* les clés de nos arbres pour les afficher.

1. Ecrire la procédure `range(A, bi, bs)` qui affiche (en ordre croissant) l'ensemble des clés se trouvant dans l'arbre 2.3.4 A et comprises dans l'intervalle $[bi; bs]$.

Remarques :

Pour ne pas omettre certaines clés il faut bien faire attention aux propriétés de la relation d'ordre des arbre 2.3.4, et particulièrement :

- *il ne faut pas oublier que même si la dernière clé d'un noeud est inférieure à la borne minimale de l'intervalle, il peut y avoir des clés dans l'intervalle dans le sous-arbre issu du dernier fils.*
- *De même, si la première clé du noeud est supérieure à la borne maximale, il peut y avoir des clés dans l'intervalle dans le sous-arbre issu du premier fils.*

L'algorithme pourra avoir la structure suivante :

Soient x la première clé supérieure ou égale à bi dans le noeud racine et y le dernière clé inférieure ou égale à bs dans le noeud racine.

Si l'arbre n'est pas vide :

- ◊ Recherche dans le noeud racine de la première clé supérieure ou égal à bi : x
- ◊ Si on est en feuille :
 - Affichage des clés entre bi et bs (de x à y).
- ◊ Sinon
 - Pour toutes les clés de x à y :
 - afficher les clés du fils gauche comprises entre bi et bs
 - afficher la clé
 - afficher les clés du fils droit de y comprises entre bi et bs .

Annexes

Type de données représentant les arbres 2-3-4 :

```
constantes
    degre = 2
types
    /* déclaration du type t_element */
    t_a234      = ↑ t_noeud_234
    tab3cles    = (2*degre-1) chaine
    tab4fils    = (2*degre) t_a234
    t_noeud_234 = enregistrement
        entier    nbcles
        tab3cles  cle
        tab4fils  fils
    fin enregistrement t_noeud_234
```

Arbres Généraux en représentation nuplets

```
constantes
    Max = /*une valeur suffisante !*/
types
    t_element = ...
    t_arbre_nuplets = ↑t_noeud_nuplets

    t_tab_fils = Max t_arbre_nuplets

    t_noeud_nuplets = enregistrement
        t_element      cle
        entier          nbFils
        t_tab_fils      fils
    fin enregistrement t_noeud_nuplets
```

Arbres Généraux en représentation premier-fils/frère-droit

```
types
    t_element = ...
    t_arbre_dyn = ↑t_noeud_dyn

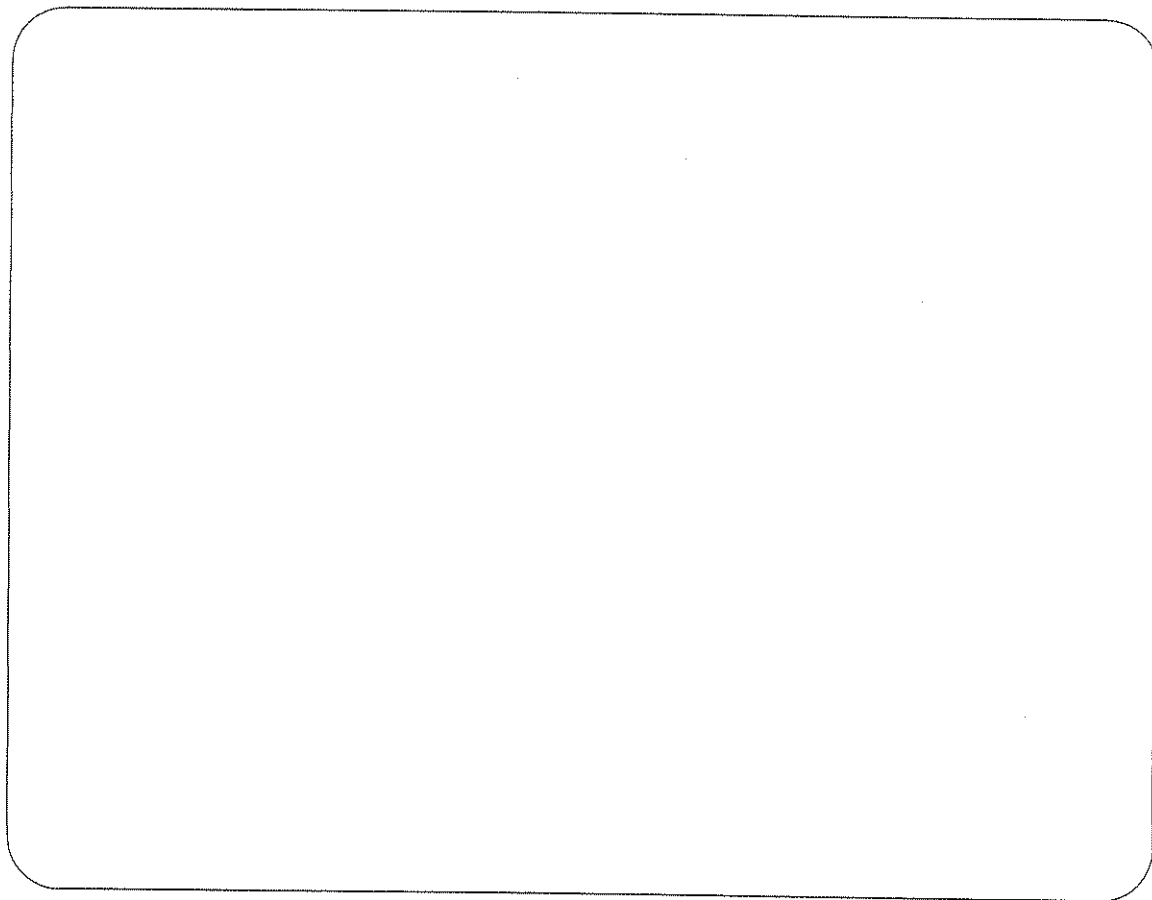
    t_noeud_dyn = enregistrement
        t_element      cle
        t_arbre_dyn     fils, frere
    fin enregistrement t_noeud_dyn
```

Vecteurs de clefs

```
constantes
    MaxVect = /*une valeur suffisante !*/
types
    t_element = ...
    t_vect_cles = MaxVect t_element
```

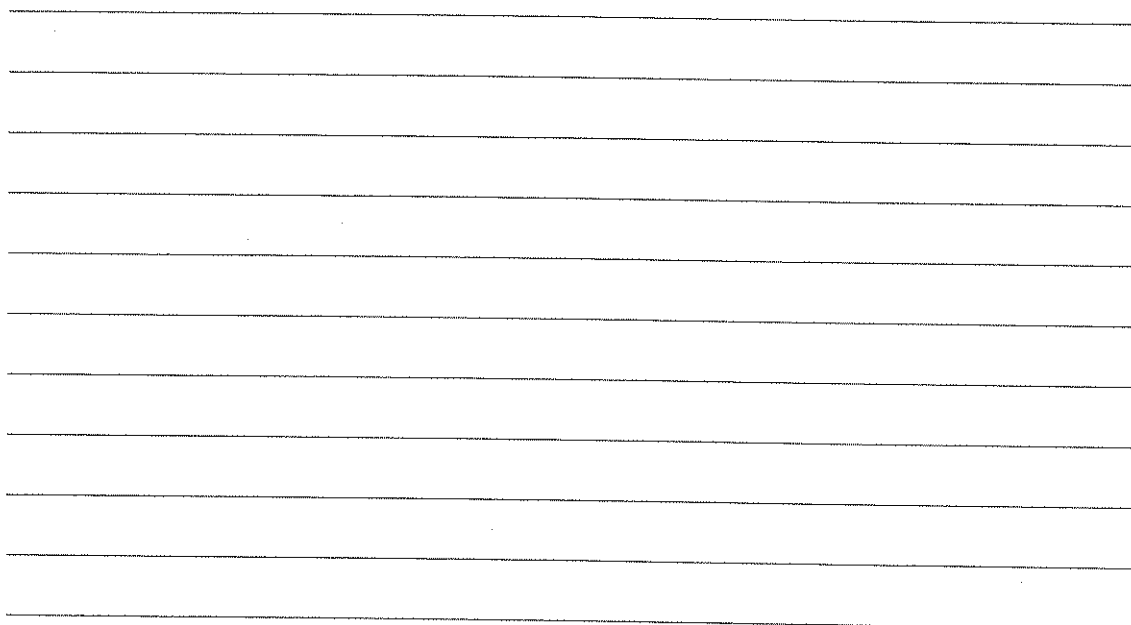

Réponses 1 (hachages – 8 points)

1. Tableau de hachage correspondant à l'ajout successif des 11 éléments.



2. Principes & algorithmes :

- (a) Principe d'une fonction d'ajout selon le principe du *hachage ordonné* :



- (b) Algorithme de la fonction booléenne *Ajouter_HO* correspondant à ce principe :

Algorithme procedure Ajouter_HO

Paramètres globaux

 t_hachage th

Paramètres locaux

 t_element x

Variables

Début

Fin Algorithme procedure Ajouter_HO

1. *Définition de la hauteur d'un arbre général :*

La fonction `hauteur_ag` (`t_arbre_nuplets A`) retourne la hauteur de l'arbre `A`.

```

algorithme fonction hauteur_ag : entier
parametres locaux
    t_arbre_nuplets          A
variables

```

[illegible]

4

La fonction `hauteur_ag_2` (`t_arbre_dyn A`) retourne la hauteur de l'arbre `A`.

```

algorithme fonction hauteur_ag_2 : entier
  parametres locaux
    t_arbre_dyn                A
  variables

```

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are approximately 20 columns and 20 rows of squares across the entire page. The margins are consistent on all sides, and there is no text or other markings present.

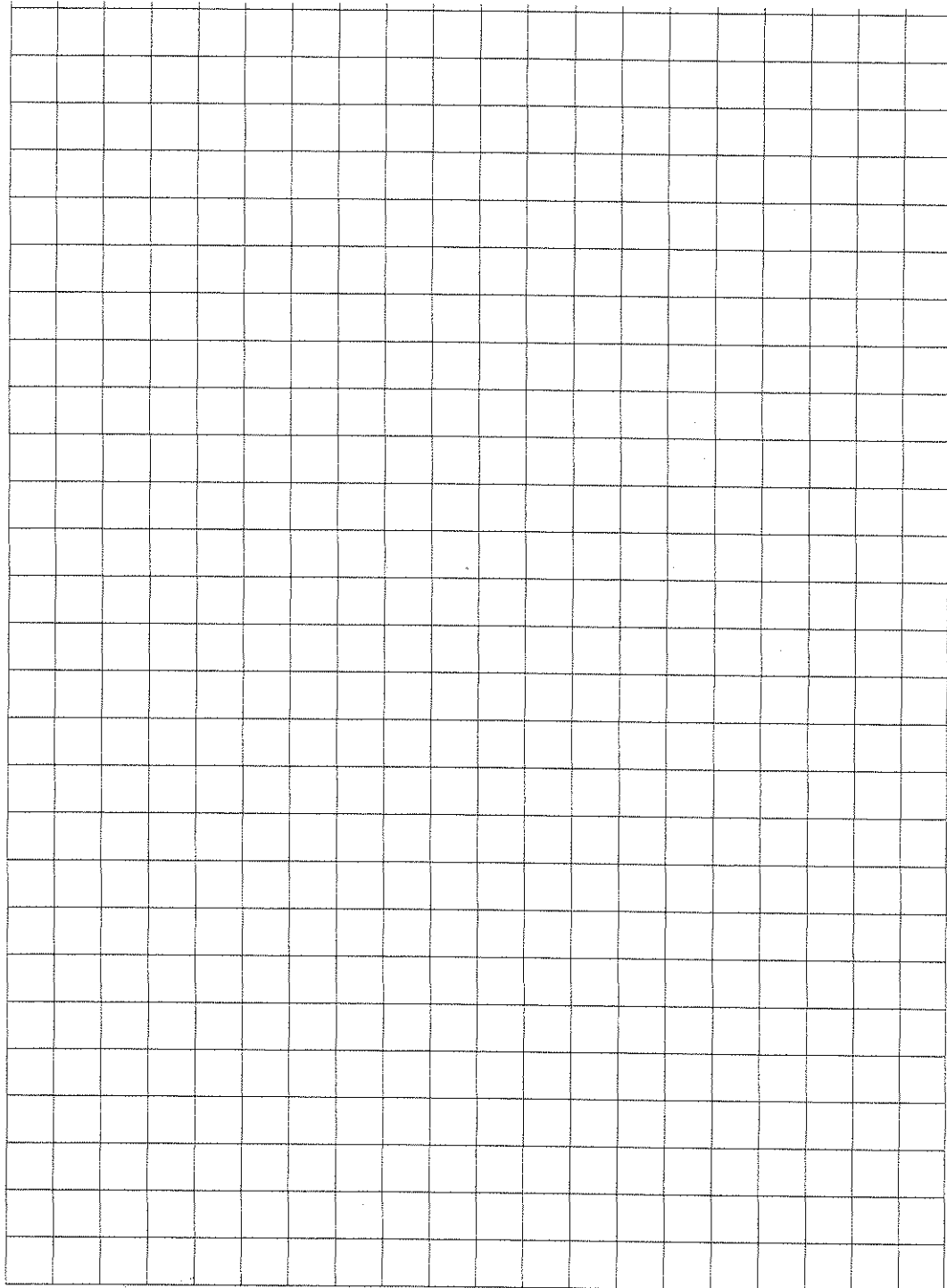
5

Réponses 3 (Intervalle – 5 points)

1. **Spécification :** la procédure `range(A,bi,bs)` affiche (en ordre croissant) l'ensemble des clés se trouvant dans l'arbre 2.3.4 A et comprises dans l'intervalle $[bi; bs]$. Les clés seront séparées par des espaces. L'algorithme n'affichera rien si l'arbre est vide.

```
algorithme procedure range
parametres locaux
    t_a234          A
    entier           bi, bs
variables
```

debut



fin algorithme procedure range

Contrôle 1

Architecture des ordinateurs

Durée : 1 h 30

Nom : Prénom : Classe :

Exercice 1 (6 points)

Soit le nombre binaire 1001101011_2 , que l'on considère non signé dans un premier temps.

1. Donnez sa représentation décimale.
2. Donnez sa représentation hexadécimale.

On le considère maintenant signé sur 10 bits.

3. Donnez sa représentation décimale.
4. Donnez sa représentation binaire sur 15 bits signés.

Si le nombre binaire signé 27 bits $100011101001000110101001100_2$ vaut -59470516_{10} .

5. Combien vaut le nombre binaire signé 32 bits $11111100011101001000110101001100_2$?
6. Combien vaut le nombre binaire signé 27 bits $110001110100100011010100110_2$?

Soit le nombre en représentation décimale suivant : 2^{24} .

7. Combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire non signé ?
8. Combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire signé ?

Soit le nombre en représentation décimale suivant : -2^{24} .

9. Combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire signé ?

Pour finir :

10. Donnez la représentation binaire sur 10 bits signés du nombre -512.
11. Donnez la représentation binaire sur 12 bits signés du nombre -512.
12. Donnez la représentation binaire sur 12 bits signés du nombre -511.

Exercice 2 (5 points)

1. Convertissez, en détaillant chaque étape, les deux nombres ci-dessous dans le format flottant **simple précision**. Vous exprimerez le résultat final, sous forme binaire, en précisant chacun des champs.

- 155,25
- 0,625

2. En détaillant chaque étape, donnez la représentation décimale des nombres codés en **double précision** suivants :

- 12E1 4000 0000 0000₁₆
- 8001 2000 0000 0000₁₆
- 7FF0 0000 0000 0000₁₆

Exercice 3 (4 points)

On désire réaliser un compteur synchrone avec la séquence du tableau ci-dessous. On dispose pour cela de bascules JK synchronisées sur front montant.

1. Remplissez le tableau.

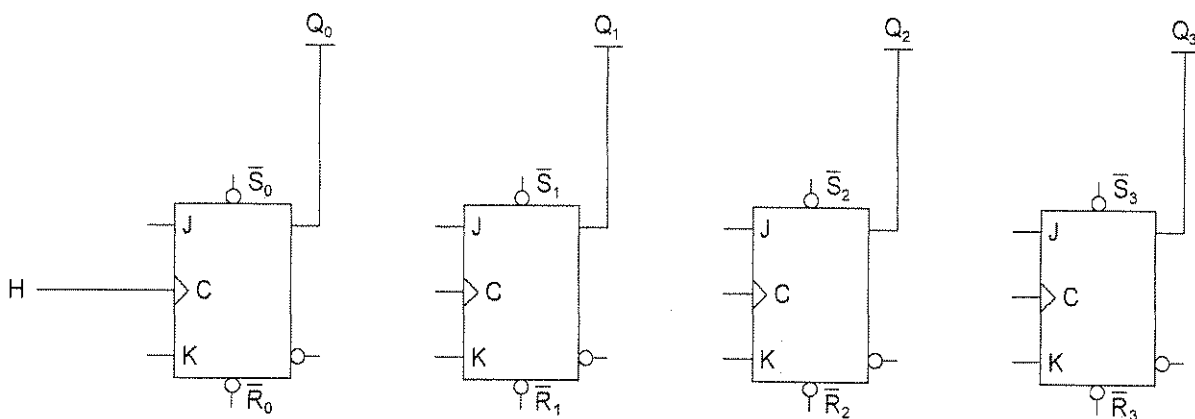
Q_1	Q_0	J_1	K_1	J_0	K_0
1	0				
1	1				
0	1				
0	0				

2. Donnez les équations des entrées **J** et **K** de chaque bascule en détaillant vos calculs par des tableaux de Karnaugh pour les solutions qui ne sont pas évidentes. On appelle solution évidente celle qui ne comporte aucune opération logique hormis la complémentation (ex : $J_0 = 1$, $K_1 = \overline{Q_2}$).

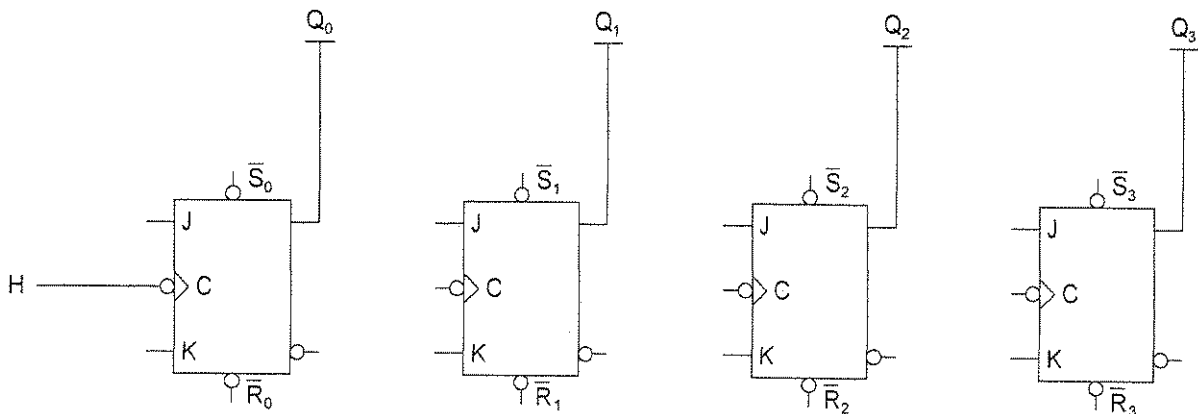
Exercice 4 (5 points)

Pour chaque question, vous pourrez ajouter toutes les portes logiques que vous jugerez nécessaires.

1. Câblez les bascules ci-dessous afin de réaliser un **compteur asynchrone modulo 10**.



2. Câblez les bascules ci-dessous afin de réaliser un **décompteur asynchrone modulo 11**.



3. Donnez le schéma de câblage d'un diviseur de fréquence par deux à l'aide d'une bascule D.

Exercice 1

Partie A

(Sur 5 points)

On considère un solénoïde de longueur L , formé de N spires de rayon R . Lors du passage du courant I , il se crée à l'intérieur un champ magnétique uniforme d'expression :

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N.I}{L} \vec{e}_z$$

- 1- Tracer les lignes du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde
- 2- Exprimer le flux magnétique traversant les N spires.
- 3- Le courant est en effet variable en fonction du temps et s'écrit comme :

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$$

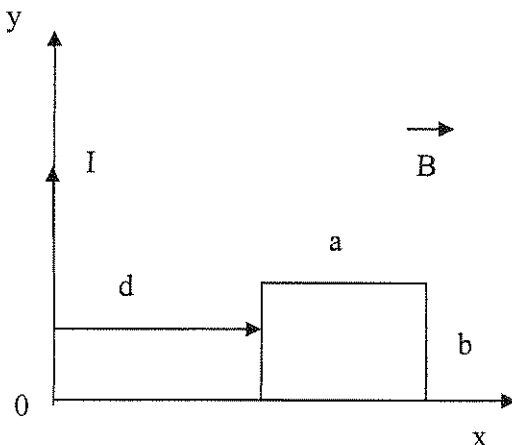
- a- Interpréter ce qui se produit
- b- Exprimer la f.é.m auto-induite, ainsi que le courant induit maximal, sachant que la bobine a une résistance r

On donne: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$; $r = 10\Omega$, $I_0 = 10\text{A}$, $N = 100$, $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $R = 2 \text{ cm}$, $L = 40 \text{ cm}$.

Partie B

(sur 5 points)

Un fil traversé par un courant I est placé à la distance d , d'un cadre de longueur a et de largeur b .



- 1- Utiliser la loi de Biot-Savart pour représenter le vecteur champ magnétique dans le plan (xoy). Le champ magnétique est variable en x , son expression est : $B(x) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}$
- 2- Montrer que le flux magnétique traversant le cadre est : $\Phi(\vec{B}) = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \cdot b \cdot \ln\left(\frac{a+d}{d}\right)$.

- 3- Le courant traversant le fil est d'expression : $I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; où I_0 et τ sont des constantes.
- a- Exprimer la f.é.m auto-induite dans le cadre
- b- En déduire le courant induit i sachant que le cadre a une résistance R . Représenter le sens de i dans le cadre. Justifier votre réponse.

Exercice 2 (sur 5 points)

Soit un fluide avec un champ de vitesse tridimensionnel :

$$\vec{V}(x, y, z) = (7x^4 - 2 + z^2, 3y^2 - \frac{1}{z}, x^{\frac{3}{4}} - 2z)$$

- 1- Calculer la divergence du vecteur vitesse.
- 2- Evaluer la divergence de la vitesse à l'origine $P(0,0,0)$. Analyser le signe de ce résultat, de quel type de phénomène s'agit-il ?
- 3- Quel sera le résultat si le champ de vitesse est proportionnel à $\frac{1}{r^2}$?
- 4- Indiquer pour chaque diagramme si

$$\text{div}(\vec{v}) = 0 \quad \text{rot}(\vec{v}) = 0$$

$$\text{div}(\vec{v}) \neq 0 \quad \text{rot}(\vec{v}) \neq 0$$

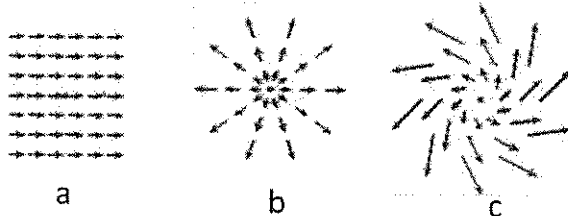


Figure	Divergence	Rotationnel
a		
b		
c		

Exercice 3 (sur 5 points)

I. Vérifier les identités d'analyse vectorielle suivantes : (Toutes les fonctions scalaires sont des différentielles totales exactes). (Justifier votre calcul)

- 1- $\text{div}(\text{rot}(\vec{V})) = 0$
- 2- $\text{div}(f\vec{V}) = f\text{div}(\vec{V}) + \vec{V} \cdot \text{grad}(f)$

II. Retrouver les deux équations de Maxwell suivantes en donnant leurs interprétations.

- 1- $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}$
- 2- $\text{div}(\vec{B}) = 0$

Formulaire

Loi de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

Flux magnétique

$$\Phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Théorème de Gauss

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}$$

Théorème de Green-Ostrogradski

$$\oiint_S \vec{U} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \text{div}(\vec{U}) d\tau$$

Loi de Faraday

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$