Approches Fonctionnelles de la Programmation

Évaluation et Scoping

Didier Verna

didier@lrde.epita.fr
http://www.lrde.epita.fr/~didier

Table des matières

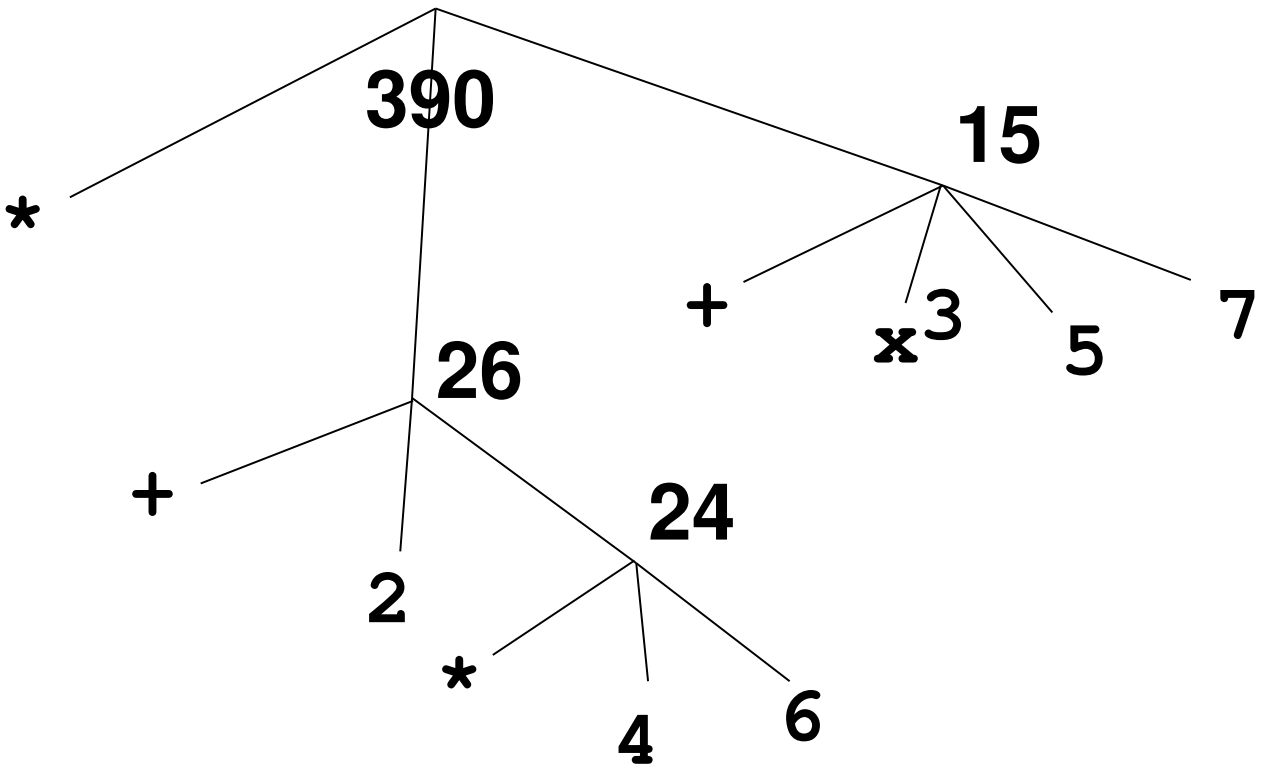
Lisp : évaluation stricte
Ordre applicatif

- **Déroulement : « tree accumulation »**
  - Évaluer les sous-expressions de gauche à droite
    $\Longrightarrow$ Processus récursif
  - Appliquer l'opérateur à ses arguments
- **En bas de l'arbre :**
  - Données primitives (littéraux)
  - Opérateurs primitifs (built-in)
- **Environnement :**
  - Valeurs d'expressions abstraites
  - Les opérateurs primitifs en sont des cas particuliers

Exemple

`(2 + 4 * 6) * (x + 5 + 7)`

`(* (+ 2 (* 4 6)) (+ x 5 7))`



Modèle de substitution
Évaluation des expressions fonctionnelles

- **Définition :**
  - Identique au cas précédent
  - *Substitution :* (étape préalable)
    Remplacement des paramètres formels par les arguments correspondants.
- **Remarques :**
  - Substitution = vue de l'esprit.
    Utilisation d'un environnement local pour les paramêtres formels.
  - Modèle formel mathématique de la substitution très complexe (collision de noms). Cf. λ-calcul.

Exemple

$f(5)$


```
(defun sq (x) (* x x))

(defun ssq (x y) (+ (sq x) (sq y)))

(defun f (a)
  (ssq (+ a 1) (* a 2)))
```

```
(f 5)
(ssq (+ a 1) (* a 2))
(ssq (+ 5 1) (* 5 2))
(ssq 6 10)
(+ (sq x) (sq y))
(+ (sq 6) (sq 10))
(+ (* x x) (* x x))
(+ (* 6 6) (* 10 10))
(+ 36 100)
136
```

Opérateurs spéciaux
Expressions à évaluation particulière

- **Contexte :**
  - Problème : évaluation d'idiomes non stricts (ex. branchements conditionnels)
  - Solution : opérateurs *primitifs spéciaux* (comportement d'évaluation particulier)
  - Exemples : `if`, `setq`
- **Corollaire :**
  - *Quotation :* empêcher l'évaluation d'une expression
  - Opérateur spécial `quote`, aussi noté `'`
  - Exemple : `(special-operator-p 'if)`

Puissance de la quotation
– Dispatch

- **Méta-Expressions**
  (expressions manipulant des expressions)
  - Dites-moi votre nom `(prin1 your-name)`
  - Thierry Chmonfiss `=> "Thierry Chmonfiss"`

  - Dites-moi « votre nom » `(prin1 'your-name)`
  - Votre nom `=> your-name`

- **Utilité :**
  - Réflexivité
  - Code $\Longleftrightarrow$ Données
  - Macros
  - Calcul symbolique
    `(list a b c)` $\neq$ `'(a b c)`

Méandres de la quotation

– « Spatch » !

- **Propagation de la notion d'égalité :**
  – Trois égal deux plus un ?
  ```
  (= 3 (+ 2 1)) => T
  ```
  – « Trois » égal « deux plus un » ?
  ```
  (= '3 '(+ 2 1)) => nil
  ```
- **Inférence sur des prédicats :**
  « Les jazzmen sont d'excellents musiciens. »
  – John Scofield est un jazzman.
  ⇒ John Scofield est un excellent musicien.
  – Thierry sait que John Scofield est un jazzman.
  ⇒ Thierry sait-il que John Scofield est un excellent musicien ?

Haskell : Évaluation lazy

Ordre normal

- **Modèle de substitution :**
  - Remplacement des paramètres formels par les arguments correspondants
- **Mais :**
  - Arguments non évalués
  - Évaluation « à la demande » (aussi vrai pour les agrégats)
- **Attention :**
  - Évaluation *unique* des expressions (travail sur un *graphe* d'évaluation)
  - Fonctionnel pur uniquement

Exemple

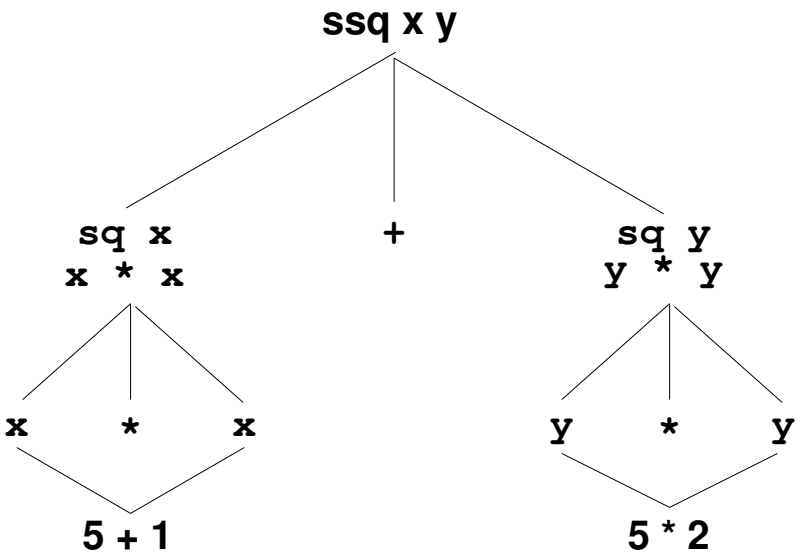
$f(5)$


```
sq :: Float -> Float
sq x = x * x

ssq :: Float -> Float -> Float
ssq x y = sq x + sq y

f :: Float -> Float
f a = ssq (a + 1) (a * 2)
```

```
f 5
ssq (a + 1) (a * 2)
ssq (5 + 1) (5 * 2)
sq x + sq y
sq (5 + 1) + sq (5 * 2)
(x * x) + (y * y)
(5 + 1) * (5 + 1) + (5 * 2) * (5 * 2)
6 * 6 + 10 * 10
36 + 100
136
```

Graphe d'évaluation

Évaluation unique des paramètres




```
ssq (5 + 1) (5 * 2)
sq (5 + 1) + sq (5 * 2)
(5 + 1) * (5 + 1) + (5 * 2) * (5 * 2)
6 * 6 + 10 * 10
```

Évaluation d'équations multiples

Pattern Matching


```
f p1 p2 p3 ... = e1
f q1 q2 q3 ... = e2
...
```

- **Équation utilisée :** la *première* offrant un matching entre les arguments et les formes paramétriques
- **Évaluation :**
  - Seuls les arguments nécessaires à la décision
  - Seuls les *morceaux* d'agrégats nécessaires

Évaluation *minimum* des arguments
Exemple 1


```
foo :: Float
foo = 2 * foo

prod :: Float -> Float -> Float
prod x 0 = 0
prod 0 y = 0
prod x y = x * y
```

```
prod 3 4 => (3) 12.0
prod 4 0 => (1)  0.0
prod foo 0 => (1) 0.0
prod 0 foo => Stack overflow
```

Évaluation d'équations multiples

Pattern Matching


```
f p1 p2 p3 ... = e1
f q1 q2 q3 ... = e2
...
```

- **Équation utilisée :** la *première* offrant un matching entre les arguments et les formes paramétriques
- **Évaluation :**
  - Seuls les arguments nécessaires à la décision
  - Seuls les *morceaux* d'agrégats nécessaires

Évaluation *partielle* des arguments

Exemple 2


```
sh :: [Int] -> [Int] -> Int
sh [] ys = 0
sh (x:xs) [] = 0
sh (x:xs) (y:ys) = x + y
```

```
sh [1..3] [5..8]
(1) => sh (1:[2..3]) [5..8]
(2) => sh (1:[2..3]) (5:[6..8])
(3) => 1 + 5
    => 6
```

Évaluation des guardes

C'est pareil


```
max3 :: Int -> Int -> Int -> Int
max3 m n p
    | (m >= n) && (m >= p) = m
    | (n >= m) && (n >= p) = n
    | otherwise = p
```

```
max3 (2+3) (4-1) (3+9)
(1) => (2+3)>=(4-1) && (2+3)>=(3+9)
    =>     5>=(4-1) &&     5>=(3+9)
    =>     5>=3     &&     5>=(3+9)
    =>     True     &&     5>=(3+9)
    =>     True     &&     5>=12
    =>     True     &&     False
    => False
(2) => 3>=5  && 3>=12
    => False && 3>=12
    => False
(3) => 12
```

Application
Newton-Raphson


```
nrsqrt :: Float -> Float -> Float
nrsqrt x delta = nrfind x (nrlist x) delta

nrfind :: Float -> [Float] -> Float -> Float
nrfind x (yn:ys) delta
    | nrhappy yn x delta = yn
    | otherwise = nrfind x ys delta

nrhappy :: Float -> Float -> Float -> Bool
nrhappy yn x delta = abs (x - yn * yn) <= delta

nrlist :: Float -> [Float]
nrlist x = nrbuild 1.0 (nrnext x)

nrbuild :: Float -> (Float -> Float) -> [Float]
nrbuild yn f = yn : nrbuild (f yn) f

nrnext :: Float -> Float -> Float
nrnext x yn = (yn + x / yn) / 2
```

Évaluation stricte *vs.* lazy

Les vrai-faux arguments

- **L'évaluation stricte évite la redondance de calculs**
  - **Vrai**, mais l'ordre normal aussi (Cf. graphes d'évaluation)
- **L'évaluation lazy dispense d'opérateurs spéciaux**
  - **Vrai**, mais les macros (programmatiques) de Lisp rattrapent le coup... (ex. `unless`)

Haskell

```
ifnot :: Bool -> a -> a -> a
ifnot test e1 e2 = if test then e2 else e1
```

Lisp

```
(defmacro ifnot (test e1 e2)
  (list 'if test e2 e1))
```

Évaluation stricte *vs.* lazy

Les vrai-vrais arguments

- **Théorème de Church-Rosser :** (Cf. λ-calcul)
  Les deux méthodes sont équivalentes (donnent le même résultat) en fonctionnel pur.
- **Évaluation stricte :**
  - De l'intérieur vers l'extérieur ; de gauche à droite
  - seul utilisable en fonctionnel impur
    (dépendance vis-à-vis de l'ordre d'évaluation)
- **Évaluation lazy :**
  - De l'extérieur vers l'intérieur ; de gauche à droite
  - abstractions supplémentaires
    (ex. types infinis)

Un point sur le vocabulaire

strict, lazy, applicatif, normal...

- **Ordre applicatif/ normal :** sémantique des langages
- **Strict :** se dit surtout d'une procédure / fonction
- **Lazy :** se dit surtout d'un évaluateur

- Dans un langage d'ordre applicatif, toutes les procédures sont strictes.
- Dans un langage d'ordre normal, toutes les procédures non primitives sont non strictes (puisque l'évaluateur est lazy), et les procédures primitives peuvent être strictes, ou pas.

Vous me suivez ?

Environnement global *vs.* local

L'environnement global est insuffisant

- **Contextes locaux implicites :**
  - Arguments des fonctions (α-conversion, imbrication)

Lisp

```
(defun sq (x) (* x x))
(defun sq (y) (* y y))
```

Lisp

```
(defun sq (x) (* x x))
(defun f (x) (sq (/ 1 x)))
```

- **Contextes locaux explicites :**
  - Données locales
    (éviter la redondance d'évaluation)
  - Fonctions locales
    (éviter la pollution des espaces de noms)

Structure de blocs

Où chercher une expression nommée

- **Bloc :**
  ensemble de liaisons [nom – expression]
- **Environnement d'évaluation :**
  structure de blocs imbriqués
- **Variable liée :**
  définie dans le contexte (bloc) local
- **Variable libre :**
  non définie localement
- **Scoping :** capture d'une variable libre
  (recherche d'une liaison dans le bloc le plus « proche »)

Remarque : la notion de « proximité » reste à définir...

Contextes locaux explicites

Trop d'imbrication tue l'imbrication

Lisp

```
(defun f (x)
  (let ((a (* x x))
        (b (+ (* x x) 1)))
    (+ (/ a b) (/ b a))))
```

Haskell

```
f :: Float -> Float
f x = let a = x * x
          b = a + 1
      in a / b + b / a
```

Lisp

```
(defun f (x)
  (let* ((a (* x x))
         (b (+ a 1)))
    (+ (/ a b) (/ b a))))
```

Haskell

```
f :: Float -> Float
f x = a / b + b / a
    where a = x * x
          b = a + 1
```

- **Lisp :** pas de références mutuelles dans `let` (utiliser `let*`).
- **Haskell :** ordre des définitions sans importance

Contextes locaux fonctionnels

Rappel : les fonctions sont des objets de 1re classe...

- **Haskell :** `let` et `where` peuvent contenir des fonctions (y compris les déclarations de type).
- **Lisp :** utiliser `labels`

Lisp

```
(defun ssq (x y)
  (labels ((square (x) (* x x)))
    (+ (square x) (square y))))
```

Haskell

```
ssq :: Float -> Float -> Float
ssq x y = square x + square y
    where square x = x * x
```

- **Remarque :** référencement mutuel dans `label` possible

Pattern matching sur les déclarations

En Lisp comme en Haskell

- **Haskell :** assignation par pattern matching
- **Lisp :** `destructuring-bind`
  (formes correspondantes à des listes d'arguments de fonctions)

Lisp

```
(defun foo (l)
  (destructuring-bind (a . b) l
    (mapcar (lambda (x) (* x a)) b)))
```

Haskell

```
foo :: [Int] -> [Int]
foo l = map (*a) b
    where (a:b) = l
```

Portée des noms
Attention aux collisions

- `let` lie plus fort les variables déjà liées

Lisp

```
(defvar x 5)

(defvar y                ;; y = 8
  (+ (let ((x 3)) x)     ;; x = 3
     x))                 ;; x = 5
```

Haskell

```
x :: Int
x = 5

y :: Int                 -- y = 8
y = (let x = 3 in x)     -- x = 3
    + x                  -- x = 5
```

Portée des noms (suite)

Attention aux collisions

- **Lisp :** valeurs locales calculées à l'*extérieur* de `let` (pas en Haskell)
- `let` (Haskell) plus proche de `let*` (Lisp)

Lisp

```
(defvar x 2)

(defvar y
  (let ((x 3)          ;; x = 3
        (z (+ x 2)))   ;; z = 2 + 2
    (* x z)))          ;; y = 3 * 4
```

Lisp

```
(defvar x 2)

(defvar y
  (let* ((x 3)         ;; x = 3
         (z (+ x 2)))  ;; z = 3 + 2
    (* x z)))          ;; y = 3 * 5
```

Haskell

```
x :: Int
x = 2

y :: Int
y = let x = 3      -- x = 3
        z = x + 2  -- z = 3 + 2
    in x * z       -- y = 3 * 5
```

Formes de scoping
Recherche d'une liaison [nom – expression]

- **Lexical :** recherche dans l'environnement de *définition*
- **Dynamique :** recherche dans l'environnement d'*appel*

Lisp

```
(let ((x 10))
  (defun foo () x))

(let ((x 20))
  (foo))        ;; => 10
```

Lisp

```
(defparameter x 10)
(defun foo () x)

(let ((x 20))
  (foo))        ;; => 20
```

Fermetures lexicales

AKA lexical closures

- **Définition :**
  Combinaison entre une fonction et son environnement de définition (valeurs des variables libres au moment de la définition).
- **Intérêts :**
  - Opérations génériques par fonctions anonymes mapping, folding *etc.* : fermetures lexicales qui s'ignorent
  - Création dynamique de fonctions à état local
  - Encapsulation (portée restreinte)
- **Remarque :** (Lisp) Environnement lexical *modifiable*

Intérêts des fermetures lexicales

Elles sont partout...

- Opérations génériques par fonctions anonymes :

Lisp

```
(defun list+ (lst n)
  (mapcar #'(lambda (x) (+ x n))
          lst))
```

Haskell

```
(+++) :: [Int] -> Int -> [Int]
(+++) lst n = map (\x -> x + n) lst
              -- map (+n) lst
```

- Création dynamique de fonctions à état local :

Lisp

```
(defun make-adder (n)
  #'(lambda (x) (+ x n)))
```

Haskell

```
makeAdder :: Int -> Int -> Int
makeAdder n = \x -> x + n
```

- État local modifiable :

Lisp

```
(let ((cnt 0))
  (defun newtag () (incf cnt))
  (defun resettag () (setq cnt 0)))
```

Lisp : scoping dynamique

C'est mon choix (et je le partage)

- Historiquement : première forme de scoping
- Depuis `scheme` : scoping lexical par défaut
- Common Lisp : scoping dynamique possible
  - Variables globales (`defvar`, `defparameter`)
  - Variables locales déclarées « spéciales »

```
(let ((x 10))
  (defun foo () x))

(let ((x 20))
  (foo))        ;; => 10
```

```
(let ((x 10))
  (defun foo ()
    (declare (special x))
    x))

(let ((x 20))
  (foo))        ;; => 20
```

Pour ou contre le scoping dynamique ?

Ça dépend. . .

- **Avantages :**
  - Variables globales !
    Options `Emacs` (ex. `case-fold-search` *etc.*)
- **Inconvénients :**
  - Énorme source de bugs très difficiles à pister
    Problème de collision de noms (« name clash »)
  - Le premier exemple de fonction d'ordre supérieur donné par Mc Carthy était faux !

Le (mauvais) exemple de Mc Carthy

L'ancêtre de `mapcar`

Lisp

```
(defmacro while (test &rest body)
  `(do () ((not ,test))
     ,@body))

(defun my-mapcar (func lst)
  (let (elt n)
    (while (setq elt (pop lst))
      (push (funcall func elt) n))
    (nreverse n)))

(defun list+ (lst n)
  (my-mapcar #'(lambda (x)
                 (declare (special n))
                 (+ x n)) ;; Barf !!
             lst))
```