Partiel 1

Durée: trois heures

Documents et calculatrices non autorisés

٦	N	· ^	7 0	n	
		О		ľ	

Prénom:

Groupe:

Entourer votre professeur de cours : Mme Trémoulet (amphi A,C et D) / M. Rodot (amphi B) / M. Laïb (classe E1)

Consignes:

- aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.
- aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.

Exercice 1 (3 points)

Imaginons tous les étudiants d'EPITA réunis autour d'une dégustation de bières du monde entier. On note E l'ensemble des étudiants et B l'ensemble des bières. Associer les assertions 1, 2, 3, 4, 5 et 6 aux phrases a, b, c, d, e, f:

- 1. $\forall x \in E \ \forall b \in B, x \text{ goûte } b$
- 2. $\exists x \in E \ \forall b \in B, x \text{ goûte } b$
- 3. $\forall x \in E \ \exists b \in B, x \text{ goûte } b$
- 4. $\forall b \in B \ \exists x \in E, x \text{ goûte } b$
- 5. $\exists b \in B \ \forall x \in E, x \text{ goûte } b$
- 6. $\exists b \in B \ \exists x \in E, x \text{ goûte } b$
- a. Certains étudiants goûtent à toutes les bières.
- b. Toutes les bières sont entamées.
- c. Chaque étudiant goûte à chaque bière.
- d. Il y a au moins un étudiant qui goûte une bière.
- e. Tous les étudiants goûtent au moins une bière.
- f. Il y a une bière qui fait l'unanimité.

Exercice 2 (2,5 points)

Donner la négation des phrases suivantes :

1. « si l'hiver n'est pas trop rude, je ferai des économies d'énergie »

2. « Théo se joint à nous si et seulement si je sors de chez moi »

3. « tous les TGV sont rapides »

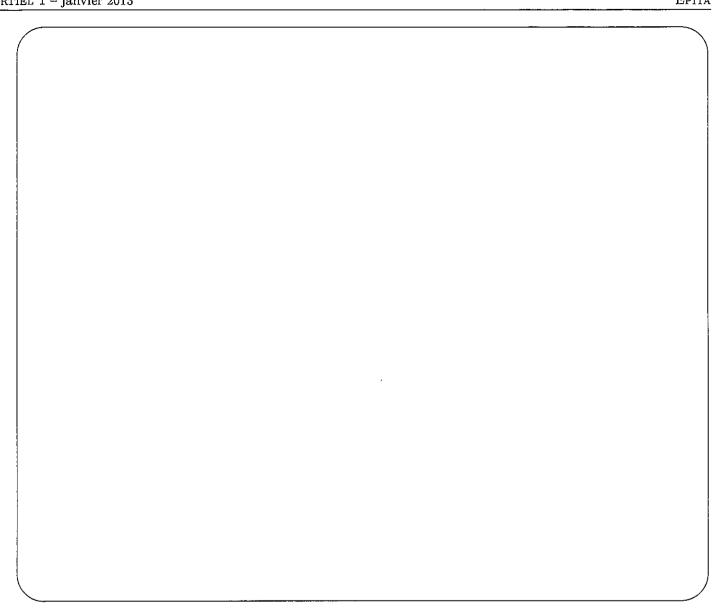
4. « certains étudiants s'endorment en cours de maths! »

5. « certains étudiants n'aurons pas la moyenne au contrôle de maths »

Exercice 3 (2,5 points)

Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $2 \times 6 \times \cdots \times (4n-2) = \frac{(2n)!}{n!}$

EL 1 – janvier 2013	1
-	
rcice 4 (3 points)	
En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation 7	1x + 19y = 2.



Exercice 5 (3 points)

Soit p un nombre premier.

1. Soit k un entier tel que 0 < k < p. Montrer que p divise C_p^k .

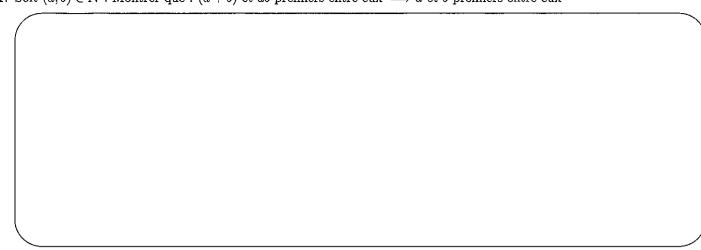
\mathbf{E}

Dé

Exercice 7 (3 points)

Dans chacune des deux questions suivantes, vous devez utiliser obligatoirement le théorème de Bézout.

1. Soit $(a,b) \in \mathbb{N}^2$. Montrer que : (a+b) et ab premiers entre eux $\implies a$ et b premiers entre eux



Exercice 8 (2 points) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer le reste de la division euclidienne de X^n par $X^2 - 6X - 16$.