Chapitre III

Notions de forces et d'équilibre.

Plan :

A. Zellagui

I. Définition d'une force

Une force est une action qui peut mettre en mouvement ou modifie le mouvement d'un objet quelconque.

C'est une grandeur vectorielle qui peut être construite connaissant :

- Son point d'application
- Sa droite d'action
- Son sens
- Son intensité (ou sa norme)

La force a pour effet :

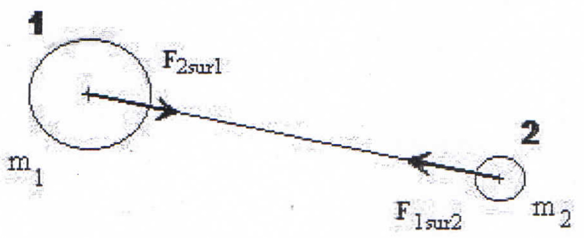
- Mettre en mouvement un objet
- Maintenir un objet en équilibre
- Déformer un objet

II. *Nature des forces*

1. *Les forces à distances*

a. *Force d'attraction universelle* : $\vec{F}_G$

Si on considère deux particules de masses respectives m_1 et m_2, séparées par une distance r , alors chacune exerce sur l'autre une force dite d'attraction universelle de Newton.

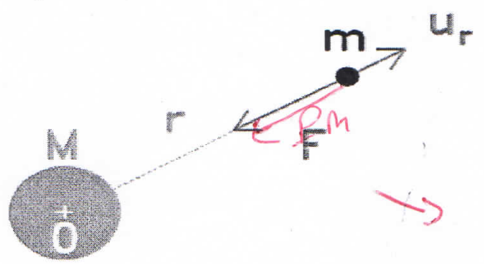


$$\vec{F}_{1/2} = G.\frac{m_1.m_2}{r^2}\vec{u}$$

$$\vec{F}_{2/1} = -G.\frac{m_1.m_2}{r^2}\vec{u}$$

G : Constante de gravitation

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ S.I



$\Rightarrow$ $m_1 = M$ (masse de la Terre)

$r = (R_{Terre} + h)$

$\ast$ $\vec{F}_G$ = toujours attraction

$\ast$ $\vec{F}_G$ = negligeable à l'échelle atomique (devant $F_{élect}$ et à F_{magn})

$\Rightarrow$ $F_{M/m} = \frac{G.M.m}{r^2}$

$F_{M/m} = g \cdot m = P_m$

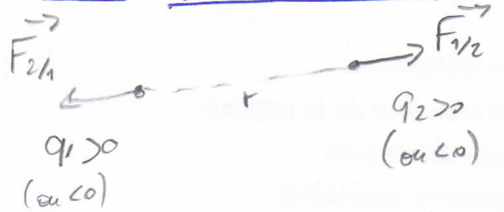
$\vec{P}_m = m . \vec{g}$

b. **Force électrostatique** : $\vec{F}_e$

Considérons deux particules de charges électriques respectives q_1 et q_2, ces deux particules exercent l'une sur l'autre des forces d'interactions données par la loi de Coulomb :

$$\boxed{F_{2/1} = F_{2/1} = k.\frac{|q_1|.|q_2|}{r^2}}$$

1er cas : q_1, q_2 de même signe (répulsion)

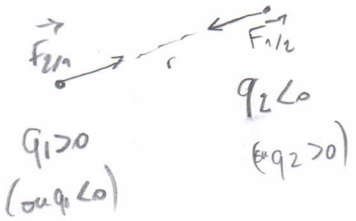


$r =$ Distance entre les 2 particules chargées

$k =$ Constante de Coulomb $= 9 \cdot 10^9$ S.I

En intensité : $\|\vec{F}_{1/2}\| = \|\vec{F}_{2/1}\| = k \frac{q_1 q_2}{r^2} > 0$

2ème cas : q_1, q_2 de signe opposé (attraction)



* $\vec{F}_e = q.\vec{E}$ ($\equiv m\vec{g}$)

champ électrique — champ de pesanteur

* $\vec{F}_e$: permet d'accélérer les particules chargées (grâce à $\vec{E}$)

* $\vec{F}_e$: prépondérant à l'échelle atomique

c. **Force magnétique** : $\vec{F}_m$

Une particule de charge q, animée d'une vitesse $\vec{V}$, et qui entre dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$ est soumise à une force $\vec{F}_m$ donnée par :

$$\boxed{\vec{F}_m = q.\vec{V} \wedge \vec{B}}$$

$\vec{F}_m \perp \vec{V}$ et $\vec{F}_m \perp \vec{B}$

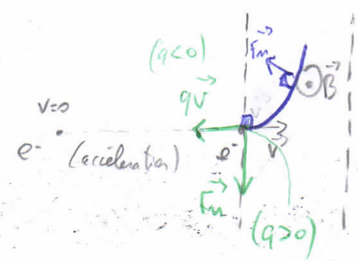
$\underbrace{W_{A \to B}(\vec{F}_m)}_{= 0} = \int_A^B \underbrace{\vec{F}_m \cdot \vec{d\ell}}_{= 0}$. (travail de $\vec{F}_m$)

$\Rightarrow \vec{F}_m$ ne change donc pas la vitesse de la particule

* $\vec{F}_m$ ne modifie pas (v)

* $\vec{F}_m$ modifie la trajectoire de la particule

Exemple : on envoie des $\bar{e}$ dans un champ magnétique



2. ***Forces de contact***

Les forces de contact qui agissent entre solide, liquide etc. ont un rayon d'action très faible (de l'ordre de $1\,\text{Å} = 10^{-10}m$).

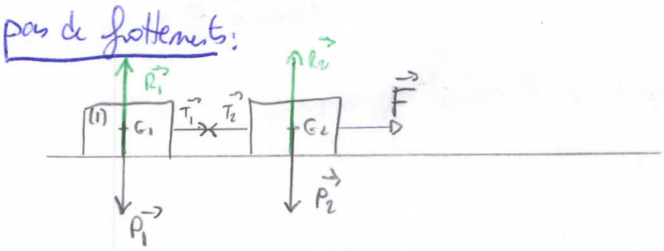
Exemples :

- Forces de frottements
- Forces de cohésion de la matière
- Les liaisons chimiques
- Les interactions nucléaires

1. ***Forces intérieures et extérieures.***

- Pour un point matériel, toutes les forces appliquées à ce point sont dites extérieures.
- Pour un système matériel il faut distinguer :
  - Les forces extérieures provenant d'actions extérieures au système.
  - Les forces intérieures dues aux interactions mutuelles.

Exemple



Si on isole le syst(1) : $\vec{F_{ext}}$: $\vec{R_1}, \vec{P_1}, \vec{T_1}$

Si on isole le syst(2) : $\vec{F_{ext}}$: $\vec{F}, \vec{P_2}, \vec{T_2}, \vec{R_2}$

Si on isole le syst (1+2)

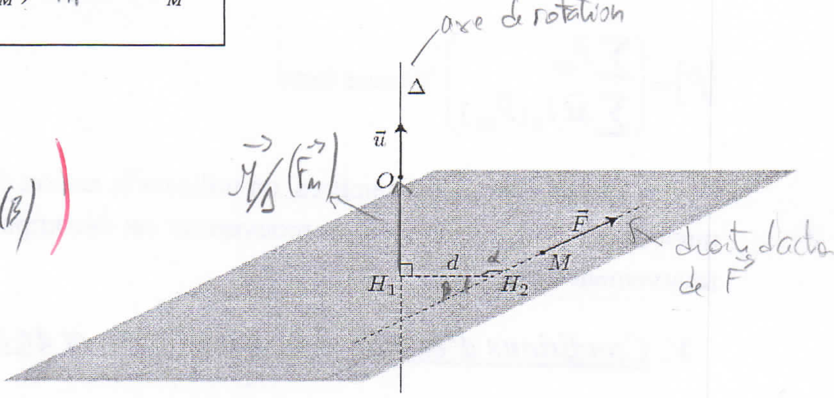
$\vec{F_{ext}} \begin{cases} \vec{P} = \vec{P_1}+\vec{P_2} \\ \vec{R} = (\vec{R_1}+\vec{R_2}) \\ \vec{F} \end{cases}$ (pour ce dernier $\vec{T_1}$ et $\vec{T_2}$ deviennent des forces intérieures)

III. Moment d'une force

On parle **du moment d'une force** lorsque celle ci a comme effet la mise en rotation du système.

Pour une force $\vec{F}$ appliquée au point M le moment de $\vec{F}$ par rapport à un axe de rotation (Δ) passant par H_1 est:

moment $\boxed{\vec{M}_{/\Delta}(\vec{F}_M) = \vec{H_1M} \wedge \vec{F}_M}$



en algébrique (valeur):

$$M_{/\Delta}(\vec{F_M}) = H_1M \cdot F_M \cdot \sin(\alpha) = H_1M \cdot F \cdot \sin(\beta)$$

moment de $\vec{F}$

$(\alpha = (\vec{H_1M}, \vec{F}))$

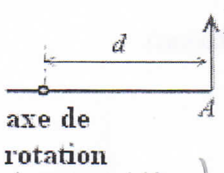
Car $\alpha + \beta = \pi$ et $\sin(\alpha) = \sin(\pi - \alpha)$

Or $H_1M \sin(\beta) = H_1H_2 = d_{min}$

= distance minimale entre le centre de rotation H_1 et la droite de $\vec{F}$

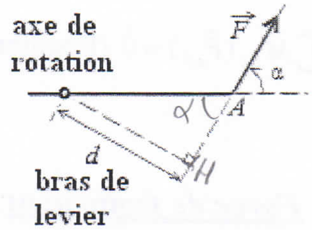
$\vec{M}_{/\Delta}(\vec{F}) = +F \times H_1H_2$

$= F H_1H_2 \vec{u}$



(Δ est $\perp$ au plan du tableau)

$\vec{M}_{/O}(\vec{F_A}) = +F d_{min}$
$= F \cdot OA$



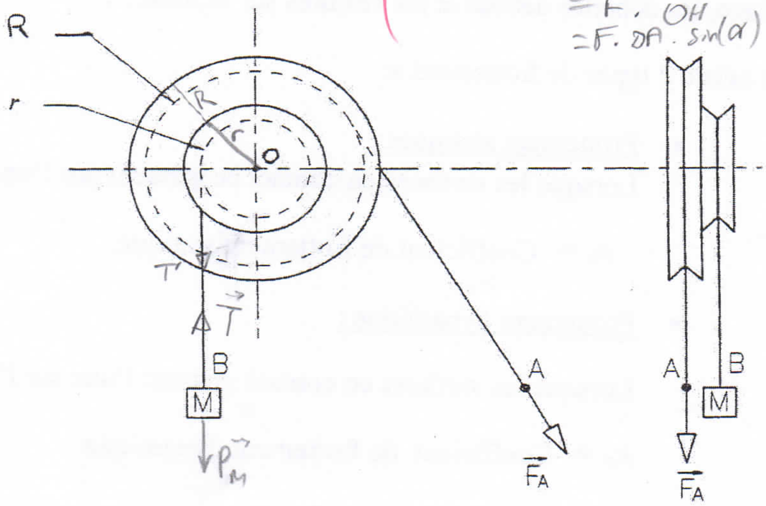
$\vec{M}_{/O}(\vec{F_A}) = F \cdot d_{min}$
$= F \cdot OH$
$= F \cdot OA \cdot \sin(\alpha)$

$\vec{M}_{/O}(\vec{T'}) = \vec{M}_{/\Delta}(P_M)$

$= + T' \cdot r$
$= M \cdot g \cdot r$

$\vec{M}_{/O}(\vec{F_A}) = -F_A \cdot R$

($R = d_{min}$ pour $\vec{F_A}$
$r = d_{min}$ pour $\vec{T'}$)



IV. *Torseur force.*

Pour déduire le mouvement d'un objet, la connaissance des forces est insuffisante, il faut rajouter à cela le moment total des forces qui s'exercent sur cet objet.

On définit donc le torseur force le couple :

$$\{\vec{F}\} = \begin{pmatrix} \sum \vec{F}_{ext} \\ \sum \vec{M} /_{\Delta} (\vec{F}_{ext}) \end{pmatrix} \text{ Torseur force}$$

Dans la suite des chapitres, on utilisera la notion des torseurs lors de l'étude d'un mouvement quelconque d'un système, où ce mouvement est décomposé en un mouvement de translation et en un mouvement de rotation.

V. Conditions d'équilibre de translation et de rotation

Pour un solide quelconque :

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = 0 \text{ (Equilibre de translation).} \\ \sum \vec{M}_{/\Delta} (\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \text{ (Equilibre de rotation).} \end{cases}$$

VI. Force de frottement : Coefficients de frottement statique et dynamique

Le frottement est tout simplement indispensable : si les vis de fixation restent serrées, le clou en place, les échelles debout et les voitures sur la route…

Il existe 2 types de frottement s:

- Frottement statiques :
  Lorsque les surfaces en contact ne glissent pas l'une sur l'autre.

  $\mu_s =$ Coefficient de frottement statique.

- Frottement dynamique :

  Lorsque les surfaces en contact glissent l'une sur l'autre :

  $\mu_d =$ Coefficient de frottement dynamique.

Remarque :

- Le coefficient frottement dépend de la nature des surfaces en contact.
- Le coefficient de frottement ne dépend pas des autres facteurs (vitesse, aires des surfaces, …).

1. Coefficient de frottement statique μ_S

Lorsque le solide est immobile, on définit un facteur de frottement statique μ_s donné par :

$$\boxed{\mu_s = \frac{(R_T)_{\max}}{R_N}}$$

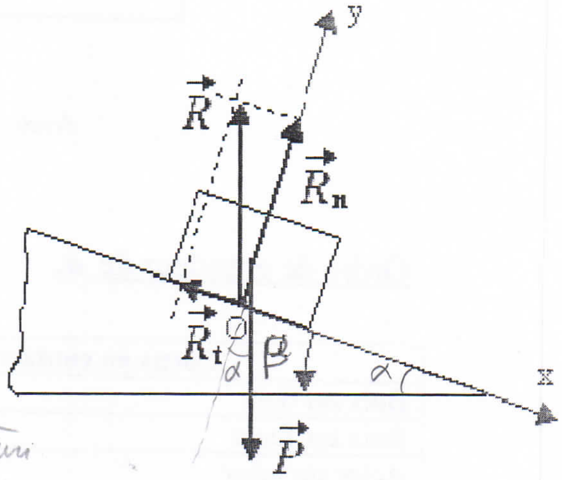
Où $\begin{cases} \vec{R}_T \text{ : Composante tangentielle de force de contact } \vec{R} \\ \vec{R}_N \text{ : Composante normale de la force de contact } \vec{R} \end{cases}$

équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

$\vec{R} = -\vec{P}$

↳ projection $\begin{cases} \text{Sur } \vec{Ox} : +P\sin(\alpha) - R_T = 0 \\ \text{Sur } \vec{Oy} : -P\cos(\alpha) + R_N = 0 \end{cases}$



$R_T = P\sin(\alpha)$ (1) $\quad \frac{(1)}{(2)} = \frac{R_T}{R_N} = tg(\alpha)$

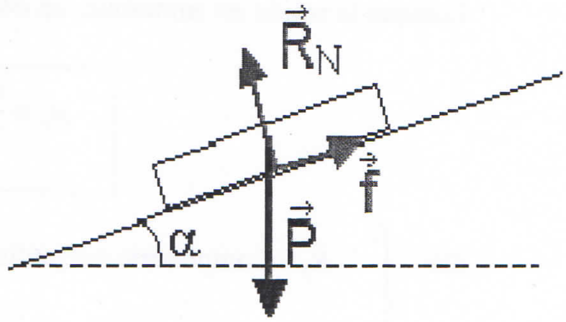
$R_N = P\cos(\alpha)$ (2)

Si $\alpha \nearrow$, $R_T \nearrow$ et à la limite de la rupture d'équilibre on note $\alpha = \alpha_s$ et $R_T = (R_T)_{max}$

et $\boxed{\mu_s = tg(\alpha_s) = \frac{(R_T)_{max}}{R_N}}$

2. Coefficient de frottement dynamique : μ_D

Lorsque $R_T > R_{T\max}$, le solide se met en mouvement, il faut donc utiliser le coefficient μ_D pour le calcul de force de frottement f.



Tel que:

$$\boxed{f = \mu_D \cdot R_N}$$

Avec : $R_N = P_y$

Ordre de grandeur de μ_S

Corps en contact	μ_s
Bois sur bois	0,25 – 0,7
Bois sur fonte	0,6
Acier sur acier	0,15
Pneu sur route sèche	0.1 – 0.6
Pneu sur route humide	0,3 – 0,6

Conclusion:

- Le moment de $\vec{F}$ en valeur algébrique : $\boxed{\mathcal{M}_{/\Delta}(\vec{F}) = \pm F \times d_{min}}$

>0 $\quad$ ≥ 0

$\begin{cases} + \text{ si } \vec{F} \text{ fait tourner le système dans le sens } (+) \text{ (sens trigo)} \\ - \text{ si } \vec{F} \text{ fait tourner le système dans le sens } (-) \end{cases}$

- Le moment de $\vec{F}$ est nul lorsque sa droite d'action passe par l'axe de rotation (Δ) (càd $d_{min} = 0$)

avec d_{min} = projection orthogonale du centre de rotation sur la droite de $\vec{F}$

- Conditions d'équilibre :
  - → de translation : $\sum \vec{F_{ext}} = \vec{0}$ → projeter pour les calculs
  - → de rotation : $\sum \vec{\mathcal{M}}_{/\Delta}(\vec{F_{ext}}) = \vec{0}$

- le coef de frottements statique $\mu_S = \dfrac{R_{T max}}{R_N}$

  et μ_S ne dépend que de la nature des matériaux des surfaces en contact.

- le coef de frottements dynamiques $\mu_D = tg(\alpha) = \dfrac{R_T}{R_N}$

$= \dfrac{f}{R_N} \Rightarrow f$: force de frottement

$f = \mu_D \cdot R_N$

$R_N = P\cos\alpha$ (pour l'équilibre et pour le mvt car $a_y = 0 \Rightarrow P_y = R_N = P\cos\alpha$