Partiel 1

Durée : trois heures

Documents et calculatrices non autorisés

Nom:	Prénom :	Groupe :
Exercice 1 (4 points)		
1. Soit $a \in \mathbb{R}_+^*$.	pirement la règle de d'Alembert, la nature de	n^a
Determiner, en utilisant obligato	orement la regle de d'Alembert, la nature de	la serie $\sum \frac{1}{(n+1)(n+2)\cdots(2n)}$
		,

2. Déterminer la nature de la série $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}$

 $\text{N.B.}: \text{on pourra remarquer que } \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}} = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \left(1+\frac{(-1)^n}{n}\right)^{-1}$

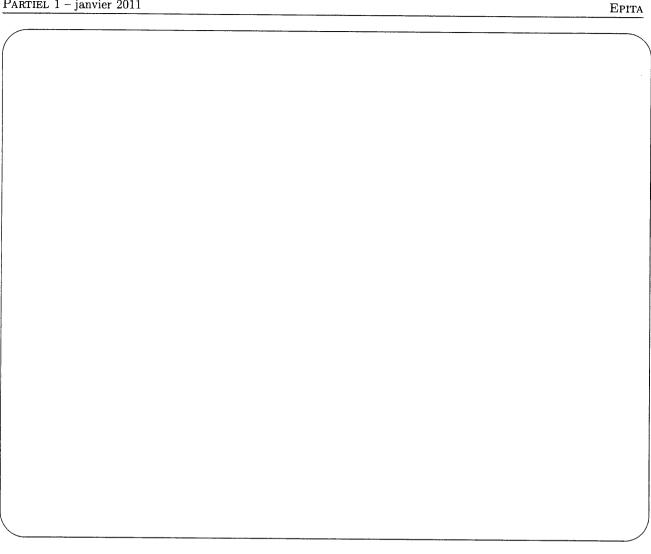
Exercice 2 (5 points)

Soient
$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$
 et $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

A et B sont-elles diagonalisables dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$? Si oui, exhiber une base de vecteurs propres i.e. déterminer D et P. (Vous devez justifier rigoureusement votre réponse en déterminant avec précision les sous-espaces propres).

[suite du cadre page suivante]

(Interior age extents & extent)		 	
feets 6: cals page streets			
	(
Train 6: mile page missoori			
Statu & some pape attractors			
South de cate year assented			
Lesion de circo aper esto de circo.			
(Discuss age cites in cites)	ł		
Chantle and control and control.			
Tracts on order page retrosoci			
factor de calor page retracted.			
(source age when sh states)			
Extravolar agus entre sits esterioris			
(enter the color page solution)			
(pulsa do coder pago salvados)			
(Balas da casar paga minyanan)			
Inside the coulon page majorated)			
Desire do cada page manana)			
Desire for catery page minuter)			
District for coding page malyankar)			
(autre du cades page patratura)			
(antitue du cadara page antitatua)			
(stareta spej relati de state)			
Instant de celebr page automaty)			
(matte de codre page automate)			
(mits de cedes pags mitvatts)			
(mits de cedes page mitvate)			
(puins de cedes page seuvenne)			
(fautte da cudre page mayanze)			
(feste du codre page mavante)			
[SOLES du Codre page RELYBLES]			
(pointe du cades page polynates)			
(states du cades page mainente)			
(Entite du cadre page mirante)			
[mits do codes page minute]	•		
(mite de cadre page mirvente)			
(mits du coder page misvente)			
[desite dis codire page maivante]			
[muite du cadre page muivante]			
(enite du cadre page suivante)			
(mite do cedre page maivente)			
(suite du cadre page suivante)			
(sutte du cadre page suivence)			
[snite du codre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
(Suite du codre page suivante)			
(Suite du Cadre page suivante)			
(suite du cadre page suivante)			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cudre page suivante]			
[Suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[Suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			
[suite du cadre page suivante]			İ
[suite du cadre page suivante]			İ
[suite du cadre page suivante]			
			[suite du cadre page suivante]



Exercice 3 (3 points)

Soient
$$a \in \mathbb{R}$$
 et $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Discuter de la diagonalisabilité de A dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ suivant les valeurs de a.

 ${\rm N.B.}$: la diagonalisation dans les cas favorables n'est pas demandée.

1	`
	İ
	j
	i
	İ
	ł
\	/

Exercice 4 (2 points)

Soient E un $\mathbb{R}\text{-ev},\,(u,v)\in \mathscr{L}(E)\times \mathscr{L}(E)$ tels que $u\circ v=v\circ u.$ Montrer que

$$E=\mathrm{Ker}(u)\oplus\mathrm{Ker}(v)\Longrightarrow\mathrm{Im}(u)\subset\mathrm{Ker}(v)$$

Exercice 5 (3 points)

Soient
$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
 et $T : \begin{cases} \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) & \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ A & \longmapsto \begin{pmatrix} \operatorname{tr}(A) \\ \operatorname{tr}(AJ) \end{pmatrix} \end{cases}$

Déterminer la matrice de T relativement aux bases canoniques de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ et \mathbb{R}^2 .

Exercice 6 (4 points)

Soient
$$(a,b) \in \mathbb{R}^2$$
 et $A = \left(\begin{array}{cccc} a & 1 & 0 \\ a+b & 0 & 1-b \\ 2+a & 1 & -2 \end{array}\right)$

Discuter de la diagonalisabilité de A dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ suivant les valeurs de a.

N.B.: la diagonalisation dans les cas favorables n'est pas demandée.

[suite du cadre page suivante]

(
			[suite du cadre page suivante]