

Exercice 1

$$\begin{array}{l|l} P(B) = 20\% = 0,2 & P(A/B) = 0,05 \\ P(M) = 50\% = 0,5 & P(A/M) = 0,15 \\ P(H) = 30\% = 0,3 & P(A/H) = 0,3 \end{array}$$

1) Proba pour qu'un assuré de la compagnie soit impliqué dans un accident.

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) \times P(A/B) + P(M) \times P(A/M) + P(H) \times P(A/H) \\ &= 0,2 \times 0,05 + 0,5 \times 0,15 + 0,3 \times 0,3 \\ &= \boxed{0,175} \end{aligned}$$

$$2) P(B/A) = \frac{P(A/B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{0,05 \times 0,2}{0,175} = \frac{2}{35} = \dots \%$$

$$P(M/A) = \frac{P(A/M) \cdot P(M)}{P(A)} = \frac{0,15 \times 0,5}{0,175} = \dots \%$$

$$P(H/A) = \frac{P(A/H) \cdot P(H)}{P(A)} = \frac{0,3 \times 0,3}{0,175} = \dots \%$$

Exercice 2

On a $U = a$ boules blanches + b boules noires
 $V = b$ + a

1) $P(B_{m+1}/B_m)$? \rightarrow On a tiré une boule blanche, donc quelle est la proba de tirer une boule blanche dans U ?

$$\Rightarrow P(B_{m+1}/B_m) = \frac{a}{a+b} = \frac{\text{nb de boules blanches dans l'urne}}{\text{nb total de boules}}$$

$P(B_{m+1}/\bar{B}_m)$? \rightarrow On a tiré une boule noire, donc quelle est la proba de tirer une boule blanche dans V ?

$$\Rightarrow P(B_{m+1}/\bar{B}_m) = \frac{b}{a+b}$$

2) $p_m = P(B_m)$

$$\begin{aligned} P(B_{m+1}) &= P(B_{m+1}/B_m) \cdot P(B_m) + P(B_{m+1}/\bar{B}_m) \cdot P(\bar{B}_m) \\ &= \frac{a}{a+b} \cdot P(B_m) + \frac{b}{a+b} \cdot (1 - P(B_m)) \\ &= \frac{a-b}{a+b} P(B_m) + \frac{b}{a+b} \end{aligned}$$

$$p_{m+1} = \frac{a-b}{a+b} p_m + \frac{b}{a+b}$$

3) $\prod_{m=0}^{\infty} p_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \quad (\Leftrightarrow) \quad P(B_m) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} l$

$$l = \frac{a-b}{a+b} l + \frac{b}{a+b}$$

$$\frac{a-b}{a+b} l - l = \frac{-b}{a+b} \Rightarrow \frac{a-b}{a+b} l - \frac{a+b}{a+b} l = \frac{-b}{a+b} \Rightarrow \frac{-2bl}{a+b} = \frac{-b}{a+b}$$

$$l = \frac{1}{2}$$

P.S: Pour montrer la convergence, il faut montrer que la suite p_m est décroissante (croissante) et est majorée (minorée)

Exo 3

$p = 30\%$ de pièces defectueuses
 $m = 5$ pièces choisies au hasard.

X : nb de pièces defectueuses parmi les 5.

$$\begin{aligned} 1) P(X) &= C_m^k p^k (1-p)^{m-k} = C_5^k 0,3^k (1-0,3)^{5-k} \\ &= \frac{5!}{k!(5-k)!} 0,3^k (1-0,3)^{5-k} \end{aligned}$$

$$2) E(X) = m \times p = 5 \times 0,3 = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = E((X - E(X))^2) = mp(1-p)$$

$$3) P(Z) = C_5^2 0,3^2 (1-0,3)^{5-2} \quad \text{remplacer (q.1) } k \text{ par } X$$

$$\begin{aligned} 4) P(X \leq 1) &= P(0) + P(1) \\ &= C_5^0 0,3^0 (1-0,3)^{5-0} + C_5^1 0,3^1 (1-0,3)^{5-1} \\ &= \text{à développer} \end{aligned}$$

a) b) et c) \Rightarrow calculer $p(X)$ avec $X=0$
 $X=2$
 $X < 3$ (donc $p(0) + p(1) + p(2)$)
et avec $p = 0,05$