TD répétitif

Toutes les fonctions sont à écrire en Python

1 Itérations

Exercice 1.1 (Zorglub)

Que calcule la fonction suivante lorsqu'elle est appelée avec un entier n strictement positif?



Traduire cette fonction en Python.

Exercice 1.2 (Multiplication)

- 1. Écrire une fonction qui calcule $x \times y$, avec $(x,y) \in \mathbb{N}^2$ en n'utilisant que les opérateurs + et -.
- 2. Écrire une fonction qui calcule $x \times y$, avec cette fois-ci $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$.

Exercice 1.3 (Puissance)

Écrire une fonction calculant le résultat de x^n , avec $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 1.4 (Fibonacci)

Écrire une fonction itérative calculant le $n^{\grave{e}me}$ terme de la suite de Fibonacci.

$$fibo(0) = fibo(1) = 1$$

$$fibo(n) = fibo(n-1) + fibo(n-2)$$

Exercice 1.5 (Suite)

Soit une suite numérique u dont le $n^{\grave{e}me}$ terme peut être calculé par l'appel à la fonction u(n).

- 1. Écrire une fonction qui retourne la somme S_n des n premiers termes de la suite u (de u_1 à u_n).
- 2. Sans utiliser la fonction précédente, écrire une fonction qui retourne

$$\sum_{i=1}^{n} S_i$$

où S_i est la somme des i premiers termes de la suite u.

3. Si ce n'est pas déjà le cas, écrire de nouveau la fonction précédente avec une seule boucle!

2 Répétitions

Exercice 2.1 (Euclide)

Écrire une fonction calculant le pgcd de 2 entiers a et b strictement positifs en utilisant la méthode d'Euclide dont le principe est rappelé ci-dessous.

$Algorithme\ d'Euclide:$

```
Si a et b sont deux entiers avec a \ge b, si r est le reste de la division euclidienne de a par b: a = bq + r avec r < b, alors le pgcd de a et b vaut le pgcd de b et r. Si a est divisible par b, alors le pgcd de a et b est b.
```

Exercice 2.2 (Miroir)

Écrire une fonction qui donne le "miroir" d'un entier passé en paramètre s'il est positif.

```
Exemple: 1278 \rightarrow 8721.
```

Remarque : si l'entier donné est 1250, le résultat sera 521.

Exercice 2.3 (Quotient)

Soient deux entiers naturels non nuls a et b. Écrire une fonction calculant le quotient entier de a sur b en n'utilisant que des opérateurs additifs (les seules opérateurs autorisés sont + et -).

Exercice 2.4 (Factorielle calculable?)

Écrire une fonction qui, à partir d'une valeur entière donnée limite, calcule le plus grand nombre entier pair n tel que n! < limite. Si la valeur ne peut pas être calculée ($limite \le 0$), la fonction retournera 0.

```
Par exemple: si limite = 150, 5! < 150 < 6!
```

donc le plus grand entier pair dont la factorielle ne dépasse pas 150 est 4.

Exercice 2.5 (Où on cherche la puissance)

Écrire une fonction qui à partir de deux entiers naturels non nuls a et b, détermine si a est une puissance de b, c'est-à-dire $\exists p \in \mathbb{N} \ / \ a = b^p$. Une erreur devra être déclenchée en cas d'entrées non valides.

Exemples:

```
\circ si a=16 et b=2, alors la fonction retourne vrai. \circ si a=15 et b=5, alors la fonction retourne faux. \circ si a=81 et b=3, alors la fonction retourne vrai.
```

Exercice 2.6 (Nombre premier)

Ecrire une fonction qui détermine si un entier strictement supérieur à 1 est premier ou non.

Exercice 2.7 (Bonus: Multiplication égyptienne)

Écrire une fonction qui calcule $x \times y$ en n'utilisant que des additions, des multiplications par 2 et des divisions par 2.

Indices:

```
- 10 \times 13 = 2 \times (5 \times 13) car 10 est pair.

- 11 \times 13 = 2 \times (5 \times 13) + 13 car 11 est impair.
```