

2 min – Compression de données

Entropie

Fondement de la théorie de l'information : $q = \log \frac{1}{p} = -\log p$

⇒ Quantité d'information est proportionnelle à l'inverse de sa probabilité

Formule de l'entropie : $S = -\sum_{i=0}^{j-1} p_i \log_2(p_i)$

Entropie basé sur la fréquence d'apparition des caractères. L'entropie donne l'ordre implicite des données. Plus elle est faible, plus les données sont ordonnées, plus on pourra les compressions.

Fréquence d'apparition identique => entropie maximale

Taux de compression : $t = \frac{\text{Volume final}}{\text{Volume initial}}$

Algorithme de compression conservatrice

a. Codage des répétitions

Pour n caractères adjacents qui se répètent, on donne le nombre d'occurrence + le caractère en question. Pas intéressant quand répétitions < 3 caractères. Utilisation d'un caractère spécial pour signaler au décompresseur qu'il s'agit d'une répétition

b. Le codage entropique (Huffman)

Défaut :

- Echelle rigide -> difficile pour un texte
- Balayage préalable pour remplir la table de fréquence d'occurrence des caractères

c. Compression LZW

Algo à apprentissage (apprendre à reconnaître des chaînes et à les remplacer par quelque chose de plus court) – compression à la volée -> il faut savoir compresser et décompresser en utilisant LZW

Algorithme de compression non conservatrice

Il va falloir sacrifier une partie de l'information du signal.

Analyse harmonique du signal -> décomposition en éléments en fréquence grâce à la transformée de Fourier

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi x}{N} + b_n \sin \frac{2n\pi x}{N} \right) \text{ avec } \begin{cases} a_0 \text{ la moyenne de } f(x) \\ a_n = \frac{2}{N} \int_0^N f(x) \cos(w_n x) dx \\ b_n = \frac{2}{N} \int_0^N f(x) \sin(w_n x) dx \end{cases}$$

a. La transformée d'Hadamard

$$H_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ Matrice d'Hadamard } 4 \times 4 \text{ et } I \text{ une image}$$

Etape 1 : Calcul de la matrice ligne : $I \cdot H_4 = H_L$

Etape 2 : Calcul de la matrice final : $H_L \cdot I = \text{spectre de la matrice} = \begin{pmatrix} x & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ avec x la moyenne de la fonction.

b. JPEG

Etape 1 : Découpage en carré 8x8

Etape 2 : Centrage : on soustrait 128 à chaque pixel pour avoir une moyenne proche de 0

Etape 3 : DCT -> spectre : on extrait la fréquence de notre bloc avec une transformée de Fourier spéciale : on rend notre image paire, puis on applique Fourier dessus (il ne restera que les composante sur les cosinus puisqu'elle est paire. On n'utilise pas juste Fourier car cette transformation rajoute de hautes fréquences (que l'on ne veut pas) à cause des discontinuités, qui disparaissent en rendant la fonction paire.

Etape 4 : Quantification/Filtrer le spectre : On utilise une matrice de quantification (en fonction de la qualité voulue) pour réduire les fréquences et ne garder que les basses fréquences de bloc. C'est cette étape qui compresse l'image avec perte (on perd de la précision sur la fréquence). Cette quantification annulera les hautes fréquences (ce qui est le but)

Etape 5 : Linéarisation du spectre quantifié : on utilise une matrice zigzag pour extraire les coefficients des fréquences selon les harmoniques (les anti-diagonales), en s'arrêtant au dernier nombre non nul (avant la fin donc, puisqu'il y a des zéros en bas à droite du bloc)

Etape 6 : Codage : On utilise une table de Huffman définie par la norme JPEG (pas de perte de place dans l'en-tête) pour coder les valeurs de fréquences quantifiées linéarisées (assez petites et redondante grâce à la quantification). Cette étape va compresser le résultat final, et c'est le contenu du fichier JPEG.

JPEG n'utilise pas le codage des couleurs RVB car JPEG utilise à la place un codage de type luminance/chrominance. Le codage YUV propose une meilleure compression et touche plus à la luminance qu'à la chromatique (l'œil est plus sensible à la luminance)