Hyp 6

Correction Progr Linéaire 2010

$$(P)\begin{cases} z = 3x_1 + x_2 + 5x_3 \\ (SC)\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \end{cases} \end{cases}$$

L'origine est réalisable (on pose $x_1, x_2, x_3 \geq 0$)

On a donc : $\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 + x_3 + \bar{x}_1 = 2 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 + \bar{x}_2 = 8 \end{cases}$

c_i	i	1	2	3	$\bar{1}$	$\bar{2}$	
0	$\bar{x}_1$	8	3	$\boxed{1}$	1	0	2
0	$\bar{x}_2$	6	1	1	0	1	8
	c_j	3	1	5	0	0	
	Δ_j	3	1	5	0	0	$\boxed{0}$

Δ_j [3 1 5 0 0] [0]

⊕ grande valeur d'entrée = $\boxed{5}$ (on regarde sur Δ_j)

⊖ petite valeur de sortie : $\boxed{\frac{2}{1}}$ ou $\frac{8}{1}$ (valeurs tout à droite / valeur colonne de 5)

pivot : $\boxed{1}$ (intersection des 2)

nouvelle ligne du pivot : (ancienne ligne / pivot)

[5 3] [8 3 1 1 0] [2]

nouvelle ligne de $\bar{x}_2$ = ancienne ligne − [(nouvelle ligne pivot) × pivot]

[0 $\bar{2}$] [−2 −2 0 −1 1] [6]

nouvelle ligne du Δ_j : $\Delta_j = c_j - \Sigma c_i x_{ij}$

d'où [−37 −14 0 −5 0] [−10]

Le c_j ne change jamais (c'est votre "référence")

L'optimum est atteint quand tous les $\Delta_j \leq 0$
Donc ici il l'est.
(sinon refaire une itération si ce n'est pas le cas)

Nouveau tableau

c_i	i	1	2	3	$\bar{1}$	$\bar{2}$	
5	3	8	3	1	1	0	2
0	$\bar{2}$	-2	-2	0	-1	1	6
	c_j	3	1	5	0	0	
	Δ_j	[illegible]	[illegible]	0	-5	0	$-10 \leftarrow z$

On peut vérifier $z = 3x_1 + x_2 + 5x_3$
on a $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 5$ et $z = 10$
$10 = 5 \times 2$ → $\boxed{OK}$

On peut vérifier $z = 3x_1 + x_2 + 5x_3$
on a $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 5$ et $z = 10$
$10 = 5 \times 2$ → $\boxed{OK}$

Méthode du DUAL

Je vais tenter de faire "simple" mais c'est complexe à expliquer.
On a 3 variables et 2 contraintes à l'origine.
On va donc avoir 3 contraintes et 2 variables pour le dual.
On reprend le tableau initial et on lit en colonne.

On a alors : (c'est tjs $\geq$)

$$\begin{cases} 8y_1 + 6y_2 \geq 3 \\ 3y_1 + y_2 \geq 1 \\ y_1 + y_2 \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8y_1 + 6y_2 - \bar{y}_1 = 3 \\ 3y_1 + y_2 - \bar{y}_2 = 1 \\ y_1 + y_2 - \bar{y}_3 = 5 \end{cases}$$

c_i	i	1	2	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	
		0	2	1	0	3	37
		0	2	0	1	3	76
		0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5

Méthode du DUAL

Je vais tenter de faire "simple" mais c'est compliqué à expliquer [illegible]

On a 3 variables et 2 contraintes à l'origine.

On va donc avoir 3 contraintes et 2 variables pour le [illegible]

On reprend le tableau initial et on lit en colonne

On a alors : (c'est tjr $\geqslant$)

$$\begin{cases} 8y_1 + 6y_2 \geqslant 3 \\ 3y_1 + y_2 \geqslant 1 \\ y_1 + y_2 \geqslant 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8y_1 + 6y_2 + \bar{y}_1 = 3 \\ 3y_1 + y_2 + \bar{y}_2 = 1 \\ y_1 + y_2 + \bar{y}_3 = 5 \end{cases}$$

Etape ②
On [illegible] début [illegible]
et c'est l'inverse
aussi

c_B	i	1	2	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	
	1	0	2	1	0	-8	37
	2	0	2	0	1	-3	14
	1	1	0	0	0	-1	5
	c_i	-2	-8	0	0	0	
	Δ_i	0	-6	0	0	2	-10

← c'est l'inverse de l'opt [illegible]
Etape ①

On met des ①
aux intersections des
[illegible] chiffre [illegible]
Etape ⑥

Etapes finales

$-10 \Leftrightarrow y = -2y_1 - 8y_2$

prendre du début et [illegible]
Etape ④

pris au tableau optimal
il faut inverser (-16 8 et 2)
-2 et 3
0 et 1

On prend les 3 premières colonnes
Etape ③

et des 0 partout
Etape ⑤