

MAGNETOSTATIQUE

Chapitre II

Action d'un champ magnétique

Plan

I. Force magnétique

1. Expression du rayon de la trajectoire
2. Expression de la fréquence de rotation

II. Force de Laplace

III. Applications

1. Spectrographe de masse
2. Effet Hall
3. Accélérateur de particules chargées
(Cyclotron, synchrocyclotron, Synchrotron)

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{(\overline{PM})^3}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Soit on représente } \vec{B} \rightarrow \text{lignes de champ } \vec{B} \\ \text{Calcul de } \|\vec{dB}\| \xrightarrow[\text{après intégrale}]{\text{en statisme}} B_{\text{totalisée par le circuit}} \end{array} \right.$

Norme de \vec{dB}

$$\|\vec{dB}\| = \frac{\mu_0 I}{4\pi \overline{PM}^2} \cdot \sin(\overbrace{(\vec{dl}, \vec{PM})}^{\pi/2})$$

$$\|\vec{dB}\| = \frac{\mu_0 I}{4\pi \overline{PM}^2}$$

Projection ↓

$$dB_z = \frac{\mu_0 I R d\theta}{4\pi (\overline{PM})^2}$$

$$B = B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi \overline{PM}^2} \times \cos \beta R \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 I R}{2\overline{PM}^2} \cos \beta \quad \text{avec } \overline{PM}^2 = z^2 + R^2 \text{ et } \cos \beta = \sin(\alpha) = \frac{R}{\overline{PM}} = \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$\Rightarrow B(M) = \frac{\mu_0 I R}{2(z^2 + R^2)} \cdot \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$\Rightarrow B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Remarque: $\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}} \cdot \vec{e}_z$

• \vec{B} ne dépend que de z et \vec{B} est toujours vers les $z > 0$

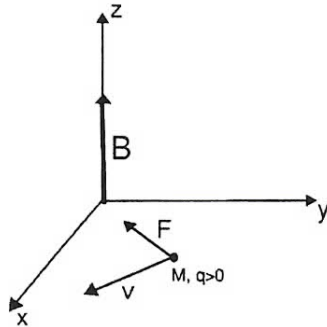
• \vec{B} s'annule à $\pm \infty$ et $B_{\text{centre}} = B_{\text{max}}$ au centre de la spire

$$B_{\text{centre}} = B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

I. Force magnétique

Une particule de charge q en mouvement dans un champ magnétique est soumise à une force magnétique d'expression :

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$



$$(\vec{F}_m \perp \vec{v}) \Rightarrow W(\vec{F}) = 0$$

$\Rightarrow F_m$ n'apporte aucune énergie à la particule

v kte cste

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

$$\omega = R\omega = R2\pi f$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

1. Expression du rayon de courbure de la trajectoire

Si applique le P.F.D à la particule de charge q , on obtient :

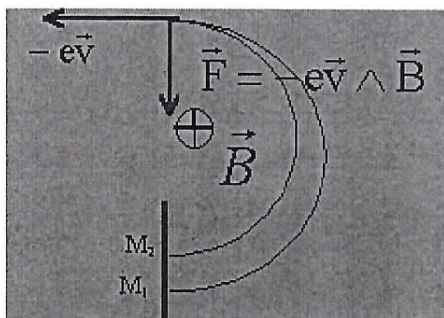
$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a} \quad (\text{A l'échelle atomique le poids est négligeable})$$

La force appliquée est perpendiculaire au vecteur vitesse et donc à la trajectoire, ce qui donne dans la base de Frenet une seule composante pour le vecteur accélération

$$F_m = |q|v \cdot B = ma_n ; \text{ Avec } a_n = \frac{v^2}{R} : \text{ accélération normale}$$

Projection Sur l'axe normal $M\vec{N}$: $F_m = |q|v \cdot B \cdot \sin(\pi/2) = ma_n = m \frac{v^2}{R}$

Sur l'axe tangentiel $M\vec{T}$: $0 = ma_t$



Ce qui donne : Rayon de trajectoire

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Conclusion

- Deux particules de même vitesse v , de même charge q , de masses respectives m_1 et m_2 ($m_1 > m_2$), décriront dans un champ magnétique deux trajectoires circulaires de rayons respectifs R_1 et R_2 , tel que $R_1 > R_2$. C'est le principe de séparation isotopique.
- L'accélération tangentielle étant nulle signifie que le mouvement est circulaire uniforme.
- Le champ magnétique dévie la trajectoire de la particule sans modifier sa vitesse, son énergie cinétique est donc conservée.

2. Expression de la fréquence de rotation

On a vu que le rayon de la trajectoire de la particule chargée dans le champ magnétique est :

$$R = \frac{m.v}{|q|.B} \text{ avec } v = R.\omega \text{ Où } \omega \text{ est la vitesse angulaire de rotation}$$

$$\text{Ce qui donne : } \omega = \frac{|q|.B}{m} \text{ et comme } \omega = 2\pi.f$$

On obtient :

$$f = \frac{|q|.B}{2\pi.m}$$

Conclusion

La fréquence de rotation ne dépend pas de la vitesse de la particule chargée, mais ne dépend de la charge et de la masse. C'est le principe du cyclotron

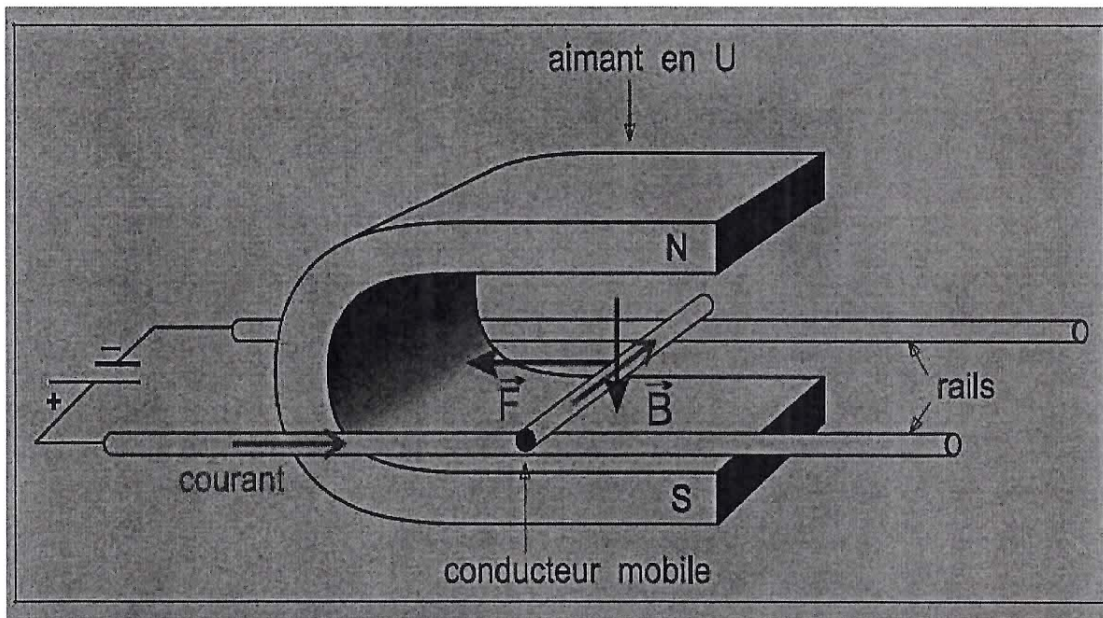
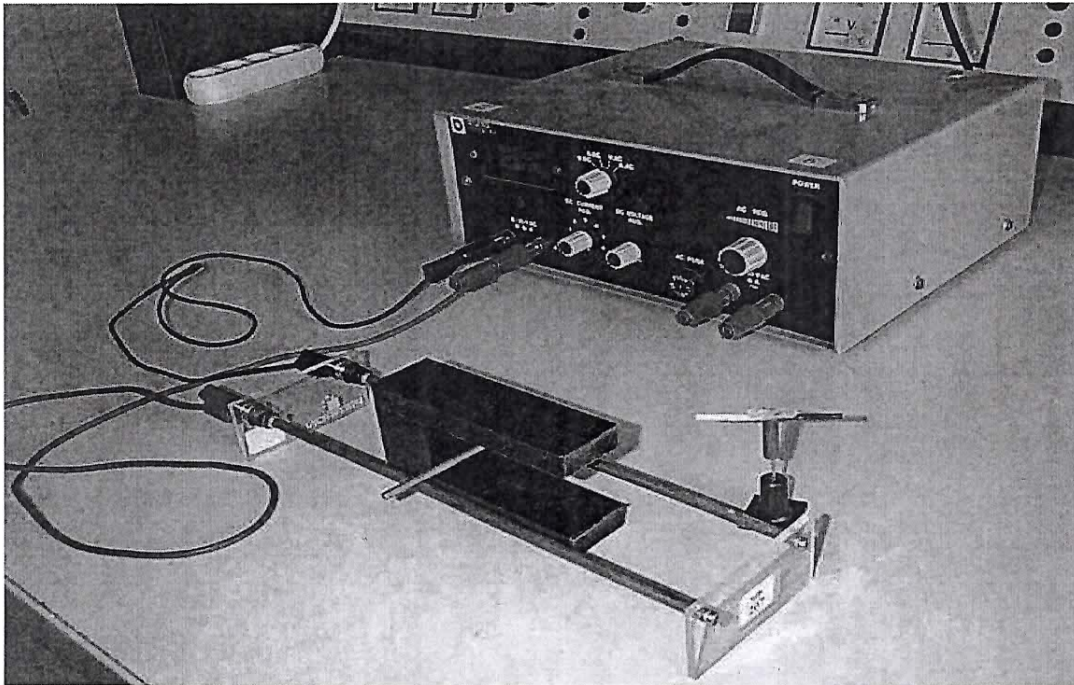
II. Force de Laplace

C'est la force exercée sur un conducteur traversé par un courant I et placée dans un champ magnétique extérieur.

Un élément de longueur $d\vec{l}$ du circuit est soumis à une force élémentaire magnétique appelée Force de Laplace et qui a comme expression :

$$d\vec{F}_L = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Expérience de Laplace



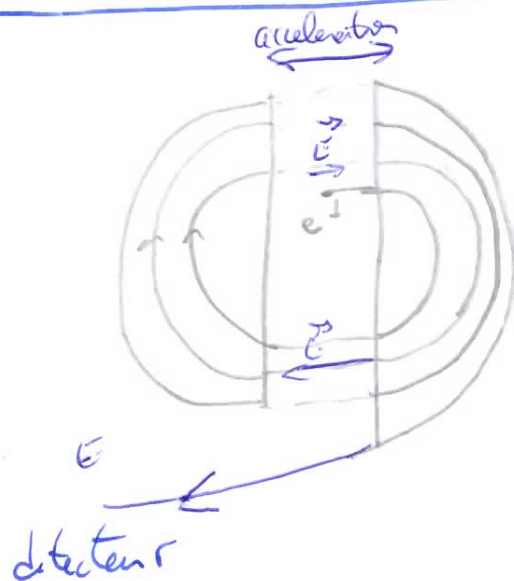
Rails de Laplace :

Les extrémités des rails sont reliées à un générateur. Un ampèremètre contrôle le passage du courant. Le conducteur est placé dans l'entrefer d'un aimant en U qui établit un champ magnétique \vec{B} vertical et uniforme. La force de Laplace est mise en évidence par le déplacement du conducteur.

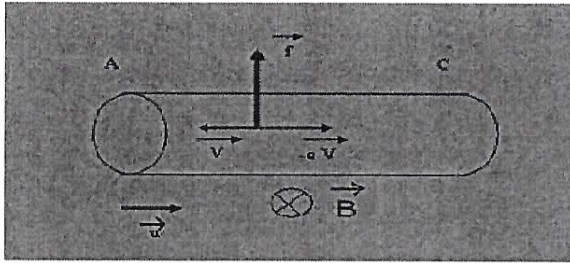
Observations

Lorsque le courant I passe à travers le conducteur, celui-ci roule vers la gauche où vers la droite selon le sens du courant et selon le sens du champ magnétique.

Vue du dessous du Cyclotron :



Démonstration de la force de Laplace.



L'électron du conducteur sous l'effet du champ magnétique extérieur est soumis à la force magnétique :

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Un élément de longueur du circuit contient N charges d'où :

$$d\vec{F}_L = N \cdot \vec{F}_m = (n \cdot S \cdot dl) q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} ; \text{Où } n \text{ est la densité des électroniques}$$

$$d\vec{F}_L = S \cdot dl \cdot \vec{J} \wedge \vec{B} ; (\text{Car } \vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{v})$$

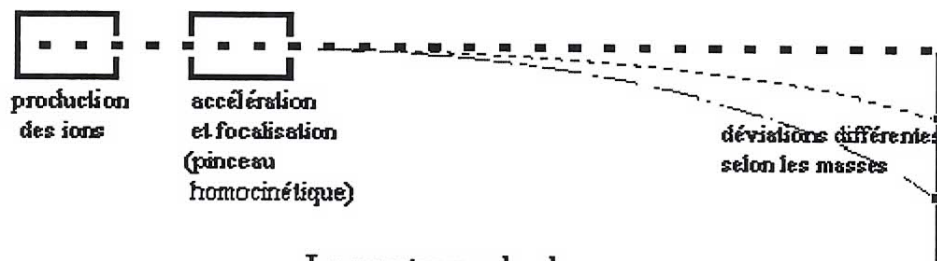
Et comme \vec{J} et $d\vec{l}$ sont colinéaires, on obtient :

$$\boxed{d\vec{F}_L = I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

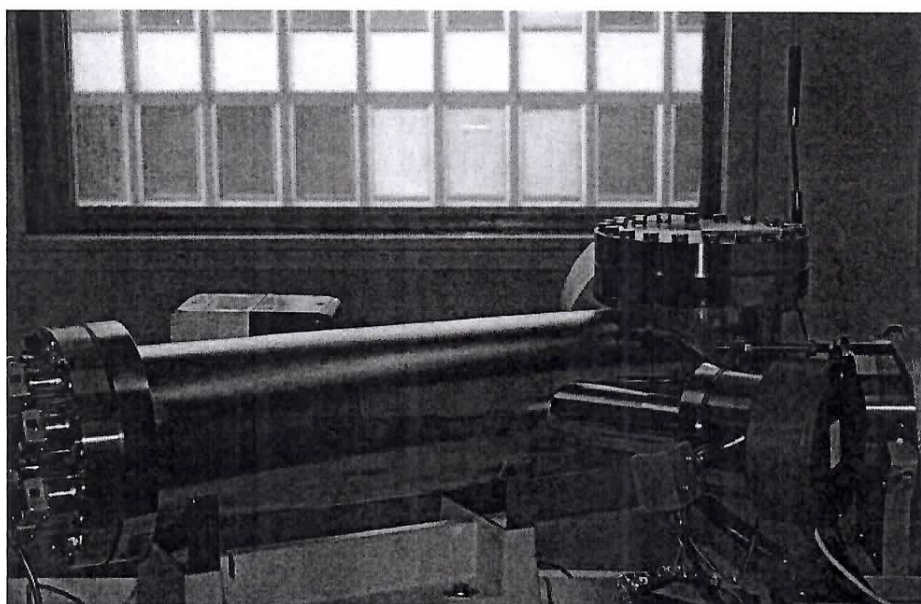
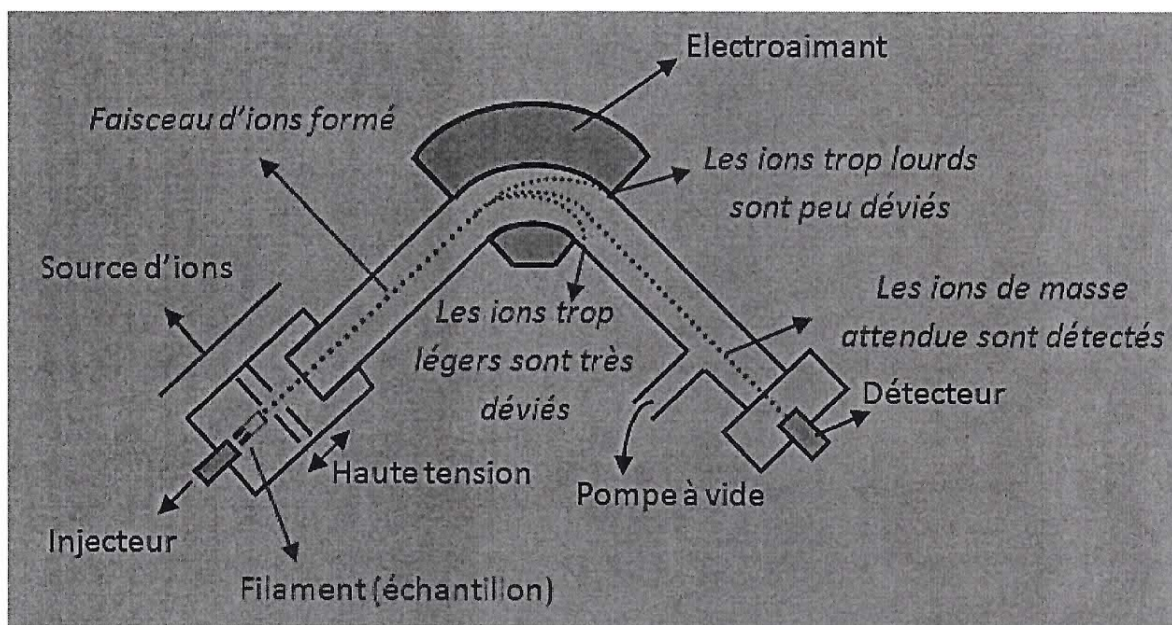
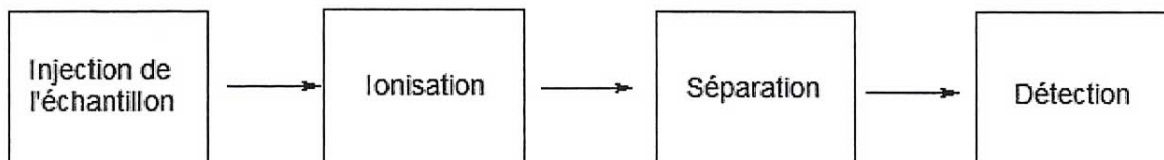
III. Applications

1. Spectrographe de masse.

Il permet de séparer des ions de même charge mais de masses différentes, les isotopes d'un même élément, par exemple.



Un spectromètre de masse peut se décomposer en quatre parties :



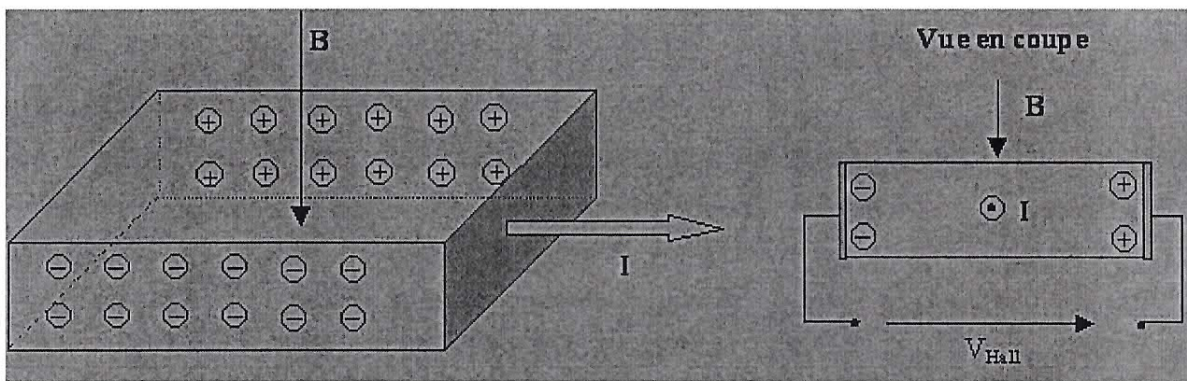
2. Effet Hall

a. But

- Mesure de la densité électronique
- C'est le principe de fonctionnement d'une sonde Tesla-mètre qui permet la mesure de champ magnétique

b. Expérience

On place un conducteur dans un champ magnétique \vec{B} et on lui fait passer un courant électrique. On mesure donc une différence de potentiel aux bornes des faces latérales du conducteur. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Hall, en l'honneur du physicien américain Edwin Herbert Hall.



c. Interprétation

- Les électrons libres sont déviés vers une face du conducteur sous l'effet de la force magnétique \vec{F}_m .
- Apparition d'une polarisation positive sur l'autre face
Du fait du manque d'électrons.
- Apparition d'une d.d.p entre les faces parallèles du conducteur et un champ électrique dirigé de (+) vers (-)

d. Calcul de la d.d.p de Hall

$$\Delta V_H = \frac{I \cdot B}{n_e \cdot e \cdot b}$$

3. Accélérateurs de particules chargées

a) Cyclotron

Le cyclotron est un accélérateur de particules chargées qui utilise l'action combinée d'un champ électrique et d'un champ magnétique, afin d'accélérer et de confiner les particules dans un espace restreint. (**Énergie cinétique de sortie de quelques dizaines de MeV**).

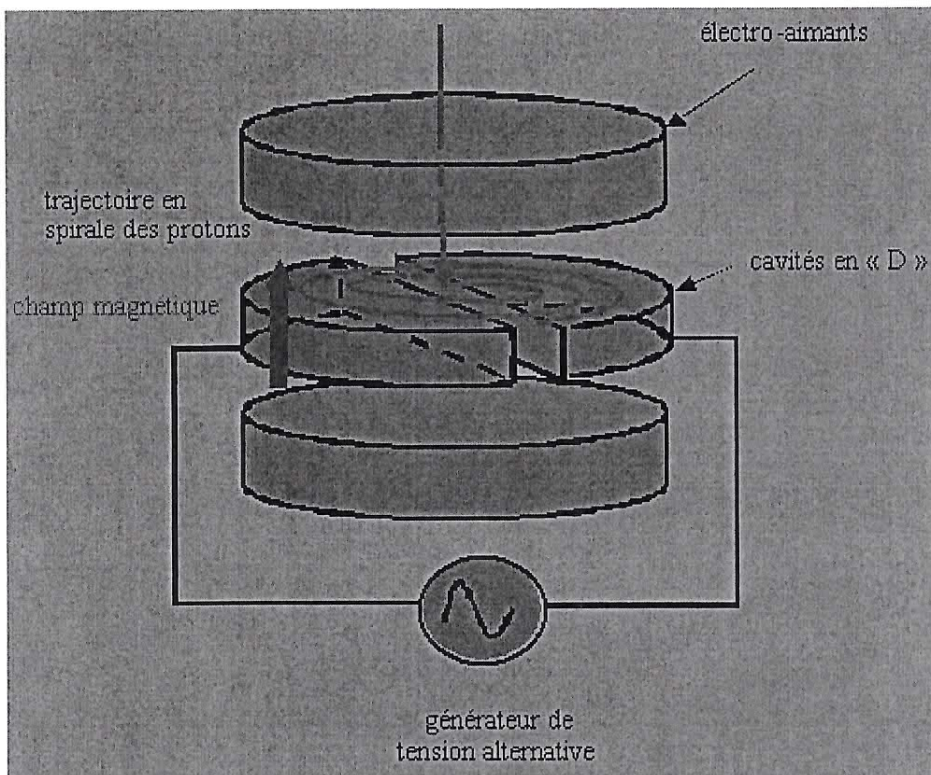
Principe

L'appareil est formé de deux cavités en forme de demi-cylindres :(les "Dés») séparées par un petit intervalle. Un dispositif émetteur de particules chargées est situé au voisinage du centre. L'ensemble est soumis à un vide poussé.

- Le champ magnétique B appliqué perpendiculairement à la vitesse V des particules qui décrivent une trajectoire circulaire de rayon $R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$ à la vitesse

angulaire $\omega = \frac{|q| \cdot B}{m}$

- La fréquence ne dépendant pas de la vitesse des particules, celles-ci mettent le même temps pour décrire un cercle (ou un demi-cercle...)
- Le champ électrique E dû à une tension alternative U appliquée entre les deux Dés (voir le graphe) règne uniquement dans l'espace entre les Dés. Il a pour effet d'accélérer les particules, qui reçoivent à chaque passage un "quantum" d'énergie qU , ce qui augmente leur vitesse.
- La pulsation de cette tension a exactement la valeur $\frac{|q| \cdot B}{m}$ ("pulsation cyclotron"). Les particules sont donc accélérées deux fois par tour (une fois par demi-tour).
- Lorsqu'une particule chargée (proton, ion...) est injectée au centre dispositif, elle décrit une succession de demi-cercles de rayons en augmentation, jusqu'à ce qu'elle sorte du dispositif. Sa vitesse est alors directement liée au rayon du dernier demi-cercle. Elle peut atteindre une valeur proche de celle de la lumière.



b) Synchrocyclotron

(Énergie de sortie de quelques centaines de MeV).

Le cyclotron perd de son efficacité quand on cherche à accélérer des protons au delà de 10 à 20 MeV, en raison de la variation relativiste de la masse qui perturbe le fonctionnement quand elle atteint une grandeur de 1 ou 2 %.

Un **synchrocyclotron** est un cyclotron dont la fréquence du champ électrique est changée (progressivement diminuée) pour compenser le gain de masse des particules accélérées pendant que leur vitesse commence à approcher la vitesse de la lumière.

Le synchrocyclotron permet d'atteindre des énergies de l'ordre de centaines de MeV. Sa structure diffère de celle d'un cyclotron parce qu'il a un (*Dé*) simple au lieu de deux (*Dés*), la taille importante de l'électroaimant proportionnée à l'énergie désirée pour les particules. Le poids de l'électroaimant croît très vite avec l'énergie obtenue, comme le cube environ.

c) Synchrotron

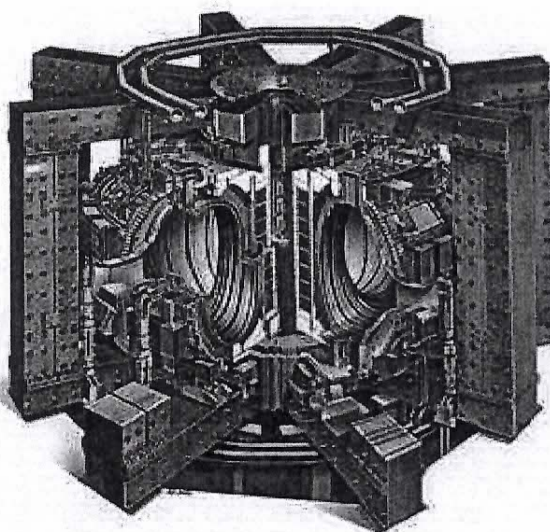
C'est un grand instrument électromagnétique destiné à l'accélération à haute énergie de particules élémentaires. (Énergie de sortie de quelques centaines de GeV (CERN : 25 GeV, U.S.A : 33 GeV))

Plus concrètement, c'est un accélérateur de particules qui produit un **rayonnement synchrotron**. Ce **rayonnement** est fourni par un anneau de stockage de 354 m de circonférence dans lequel des électrons de très haute énergie circulent quasiment à la vitesse de la lumière.

Synchrotron SOLEIL



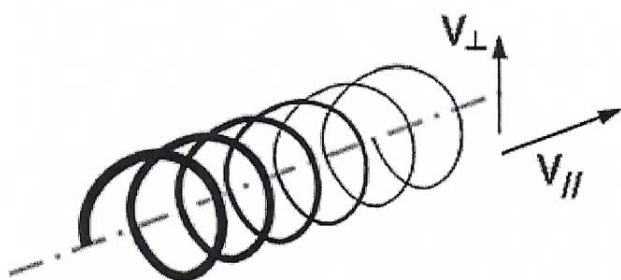
TOKAMAK



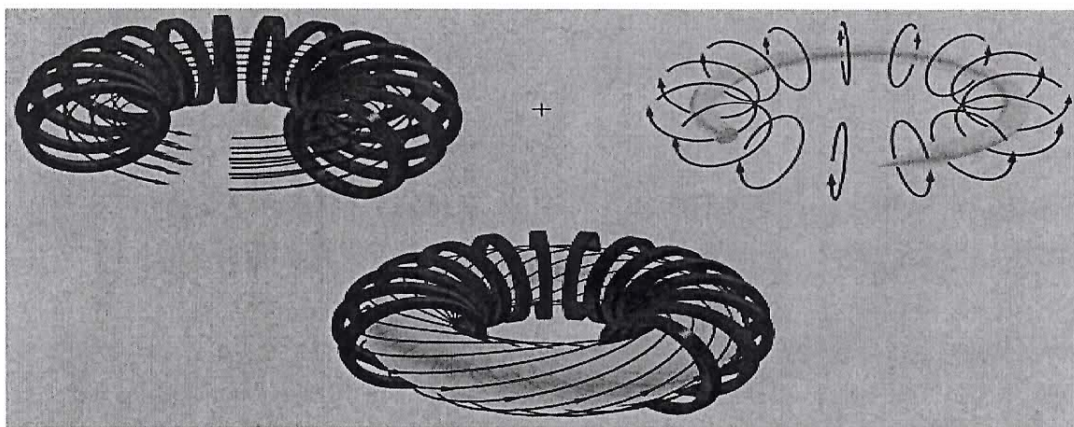
Caractéristiques du champ magnétique du tokamak

Les particules à l'intérieur du plasma se déplacent dans toutes les directions, et ce à très haute température. Ces particules heurtent donc les parois, qui les refroidissent et empêchent ainsi d'atteindre la température nécessaire à la fusion. Pour orienter la trajectoire des particules sans qu'elles touchent lesdites parois, on les insère dans un champ magnétique.

On avait projeté d'utiliser donc une enceinte cylindrique. Il résidait encore un problème dans ce procédé : les extrémités. En effet, le mouvement d'une particule chargée dans des lignes de champ magnétique assure le confinement perpendiculaire mais pas le confinement longitudinal (il faut 6600 km pour un temps de confinement d'environ 1s).



Pour résoudre ce problème, on confine le plasma dans un tore (enceinte en forme d'anneau), appelé Tokamak (nom d'origine russe). Tout d'abord, un champ toroïdal permet ce déplacement longitudinal, auquel on associe une composante de champ qui lui est perpendiculaire : le champ poloïdal, contrôlant la déviation naturelle des particules et créé par un fort courant induit au sein même du plasma.



Applications générales des accélérateurs de particules

Domaine	Méthodes	Buts recherchés
Recherche en physique	Faisceaux énergétiques de particules	Exploration de la matière (voir tableau suivant)
Médecine	Production de radio-isotopes	Imagerie, scintigraphies, traceurs
Médecine	Irradiations : rayons X, gamma, protons, électrons, ions lourds	Radiothérapie anti tumorale
Electronique	Faisceaux d'électrons	Gravure des circuits intégrés
Sécurité alimentaire	Irradiation des aliments	Stérilisation

Application des accélérateurs pour la recherche

Recherche	Méthodes	Accélérateurs
Physique des particules	Collisions	Synchrotrons, collisionneurs à protons ou électrons
Physique nucléaire	Collisions noyau-noyau	Accélérateurs d'ions lourds : synchrotron, cyclotron, Tandem, Linac
Physique atomique	Collisions atomiques	Accélérateurs d'ions lourds : synchrotron, cyclotron, Tandem, Linac
Matière condensée et physique des surfaces (structure de la matière, propriétés magnétiques, chimiques et électroniques des matériaux)	Diffraction, imagerie, spectroscopies d'absorption, dichroïsme circulaire magnétique, spectroscopies de photoémission,	Rayonnement synchrotron (IR, UV, X mous, X durs)
Matière condensée (structure et propriétés magnétiques)	Diffusion de neutrons	Linac à proton
Biologie, chimie	Cristallographie des protéines, des virus, activation, cinétique chimique et biochimique	Rayonnement synchrotron, laser à électrons libres