251

EPITA

Mathématiques

Contrôle (S1)

novembre 2017

Nom: MAUBANC

Prénom : Remi

Entourer le nom de votre professeur de TD : Mme Boudin / Mme Daadaa / M. Ghanem / M. Goron / Mme Trémoulet

Classe : A2

NOTE:

Contrôle 1

Durée: trois heures

Documents et calculatrices non autorisés

Consignes:

- vous devez répondre directement sur les feuilles jointes.
- aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.
- aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
- toute personne ne respectant pas ces consignes se verra attribuer la note 00/20.

Exercice 1 (2 points)

Soient f et g les fonctions définies par $\begin{cases} f(x) = \sqrt{\ln^{10} \left(\sin(x) \right) + 1} \\ g(x) = \sin \left(\arctan(\sqrt{x}) \right) \end{cases}$

$$\int f(x) = \sqrt{\ln^{10} \left(\sin(x)\right) + 1}$$

Calculer f'(x) et g'(x) (sans se préoccuper du domaine de définition).

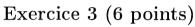
N.B.: n'essayez pas de simplifier les résultats.

Exercice 2 (3 points)

Sort $z = 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3})$.

1. Déterminer z^2 sous forme exponentielle.

2. En déduire le module et un argument de z.



1. Déterminer, sans intégration par parties ni changement de variable, $I = \int_0^1 \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$.

2. Via une intégration par parties, déterminer $J=\int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2} \,\mathrm{d}x.$

3. Via le changement de variable $u = \ln(t)$, déterminer $K = \int_1^e \frac{\mathrm{d}t}{t \left(1 + \ln^2(t)\right)}$

4. Via le changement de variable $u=\sqrt{x},$ déterminer $L=\int_0^1 \frac{1-x}{1+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x.$

Exercice 4 (4 points)

Soit l'équation (E) suivante : $z^2 - (5+3i)z + 2 + 9i = 0$.

1. Montrer que $\Delta = 8 - 6i$.

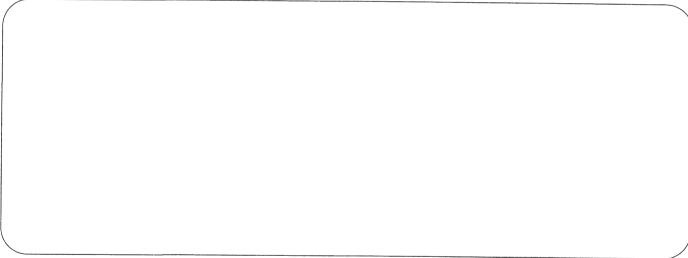
2. Déterminer une racine carrée de Δ .		
S. Bottermaner and rations		

3. En déduire les solutions dans $\mathbb C$ de l'équation (E).

Fxercice 5 (4 points)

1. Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 2 de $e^x \ln(e + ex)$.

2. Déterminer $\lim_{x\to 0} (1 + \sin(x))^{1/x}$.



3. Déterminer $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$.

Exercice 6 (2 points)

Soit $f:[0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ continue telle que f(0)=f(1). Montrer qu'il existe $c \in \left[0,\frac{1}{2}\right]$ tel que $f(c)=f\left(c+\frac{1}{2}\right)$.