Contrôle 1 – Corrigé
Architecture des ordinateurs

Durée : 1 h 30

Exercice 1 (6 points)

Soit le nombre binaire `1001101011₂`, que l'on considère non signé dans un premier temps.

1. Donnez sa représentation décimale.
   $10\ 0110\ 1011_2 = \mathbf{619_{10}}$

2. Donnez sa représentation hexadécimale.
   $10\ 0110\ 1011_2 = \mathbf{26B_{16}}$

On le considère maintenant signé sur 10 bits.

3. Donnez sa représentation décimale.
   $10\ 0110\ 1011_2 = \mathbf{-405_{10}}$

4. Donnez sa représentation binaire sur 15 bits signés.
   Il faut réaliser une extension de signe de 10 bits vers 15 bits.
   $10\ 0110\ 1011_{\text{(sur 10 bits signés)}}$ = **<u>111 11</u>10 0110 1011**$_{\text{(sur 15 bits signés)}}$

Si le nombre binaire signé 27 bits $100011101001000110101001100_2$ vaut -59470516_{10} .

5. Combien vaut le nombre binaire signé 32 bits $11111100011101001000110101001100_2$?
   Il s'agit du nombre de départ qui a subi une extension de signe. Ces deux nombres binaires ont donc la même représentation décimale : $\mathbf{-59470516_{10}}$.

6. Combien vaut le nombre binaire signé 27 bits $110001110100100011010100110_2$?
   Il s'agit du nombre de départ qui a subi un décalage vers la droite de un bit. Ce nombre est donc la moitié du premier : $-59470516_{10} / 2_{10} = \mathbf{-29735258_{10}}$.

Soit le nombre en représentation décimale suivant : 2^{24}.

7. Combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire non signé ?
   La valeur maximale d'un entier non signé codé sur **n** bits est de $\mathbf{2^n - 1}$. **Il faut donc au minimum 25 bits pour représenter 2^{24} en binaire non signé** ($2^{24} \leq 2^{25} - 1$).

8. Combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire signé ?
   La valeur maximale d'un entier signé codé sur **n** bits est de $\mathbf{2^{n-1} - 1}$. **Il faut donc au minimum 26 bits pour représenter 2^{24} en binaire signé** ($2^{24} \leq 2^{25} - 1$).

Soit le nombre en représentation décimale suivant : -2^{24}.

9. Combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire signé ?
   La valeur minimale d'un entier signé codé sur **n** bits est de $\mathbf{-2^{n-1}}$. **Il faut donc au minimum 25 bits pour représenter -2^{24} en binaire signé**.

Pour finir :

10. Donnez la représentation binaire sur 10 bits signés du nombre -512.
    -512_{10} = **10 0000 0000**$_2$

11. Donnez la représentation binaire sur 12 bits signés du nombre -512.
    On peut réaliser une extension de signe à partir de sa représentation sur 10 bits.
    -512_{10} = **<u>11</u>10 0000 0000**$_2$

12. Donnez la représentation binaire sur 12 bits signés du nombre -511.
    $-511_{10} = -512_{10} + 1_{10}$ = **1110 0000 0001**$_2$

<u>Exercice 2</u> (5 points)

1. Convertissez, **<u>en détaillant chaque étape</u>**, les deux nombres ci-dessous dans le format flottant **simple précision**. Vous exprimerez le résultat final, sous forme binaire, **<u>en précisant chacun des champs</u>**.
   - `155,25`
     - **S = 0**
     - 0,25 × 2 = **0**,5
       0,5 × 2 = **1**
       |155,25| = 155,25 = $1001\ 1011,01_2$
     - 155,25 = $(1,001101101)_2.2^7$
       M = 0011011010…0$_2$ et e = 7
     - E = e + biais = 7 + 127 = 6 + 128
       E = 1000 0110$_2$
     - **155,25 → 0 10000110 00110110100000000000000**

   - `0,625`
     - **S = 0**
     - 0,625 × 2 = **1**,25
       0,25 × 2 = **0**,5
       0,5 × 2 = **1**
       |0,625| = 0,625 = $0,101_2$
     - 0,625 = $(1,01)_2.2^{-1}$
       M = 010…0$_2$ et e = -1
     - E = e + biais = -1 + 127
       E = 0111 1110$_2$
     - **0,625 → 0 01111110 01000000000000000000000**

2. **<u>En détaillant chaque étape</u>**, donnez la représentation décimale des nombres codés en **double précision** suivants :
   - `12E1 4000 0000 0000`$_{16}$
     = `0001 0010 1110 0001 0100 0000`……0_2
     - S = 0 → **positif**
     - e = E – biais = 001 0010 1110_2 – 1023 = 302 – 1023
       e = -721
     - **m** = $(1,M)_2$ = $\mathbf{(1{,}000101)_2}$
     - $+m.2^e = +(1{,}000101)_2.2^{-721}$
     - $= +(100\ 0101)_2.2^{-727}$
       $\mathbf{= +69.2^{-727}}$

   - `8001 2000 0000 0000`$_{16}$
     = `1000 0000 0000 0001 0010 0000`……0_2
     - S = 1 → **négatif**
     - E = 0 → **représentation dénormalisée**
       e = 1 – biais = 1 – 1023
       e = -1022
     - **m** = $(0,M)_2$ = $\mathbf{(0{,}0001001)_2}$
     - $-m.2^e = -(0{,}0001001)_2.2^{-1022}$
     - $= -(1001)_2.2^{-1029}$
       $\mathbf{= -9.2^{-1029}}$

   - `7FF0 0000 0000 0000`$_{16}$
     = `0111 1111 1111 0000`……0_2
     - S = 0
       E = 111 1111 1111_2
       M = 0
     - +∞

<u>Exercice 3</u> (4 points)

On désire réaliser un compteur synchrone avec la séquence du tableau ci-dessous. On dispose pour cela de bascules JK synchronisées sur front montant.

1. Remplissez le tableau.

Q_1	Q_0	J_1	K_1	J_0	K_0
1	0	x	0	1	x
1	1	x	1	x	0
0	1	0	x	x	1
0	0	1	x	0	x

2. Donnez les équations des entrées **J** et **K** de chaque bascule **<u>en détaillant vos calculs par des tableaux de Karnaugh pour les solutions qui ne sont pas évidentes</u>**. On appelle solution évidente celle qui ne comporte aucune opération logique hormis la complémentation (ex : $J_0 = 1$, $K_1 = \overline{Q_2}$).

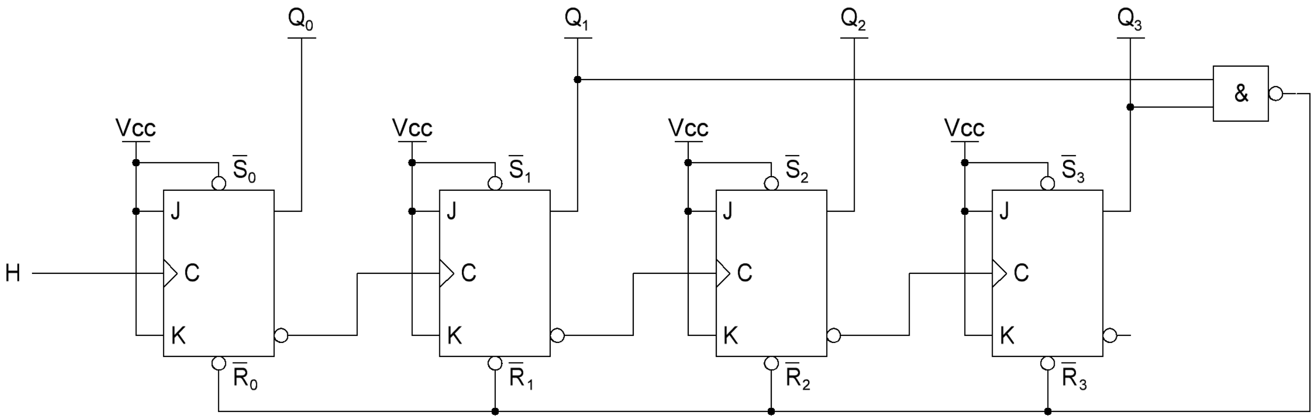
   Il n'y a que des solutions évidentes : $\mathbf{J_1 = \overline{Q_0}, K_1 = Q_0, J_0 = Q_1, K_0 = \overline{Q_1}}$.

Exercice 4 (5 points)

Pour chaque question, vous pourrez ajouter toutes les portes logiques que vous jugerez nécessaires.

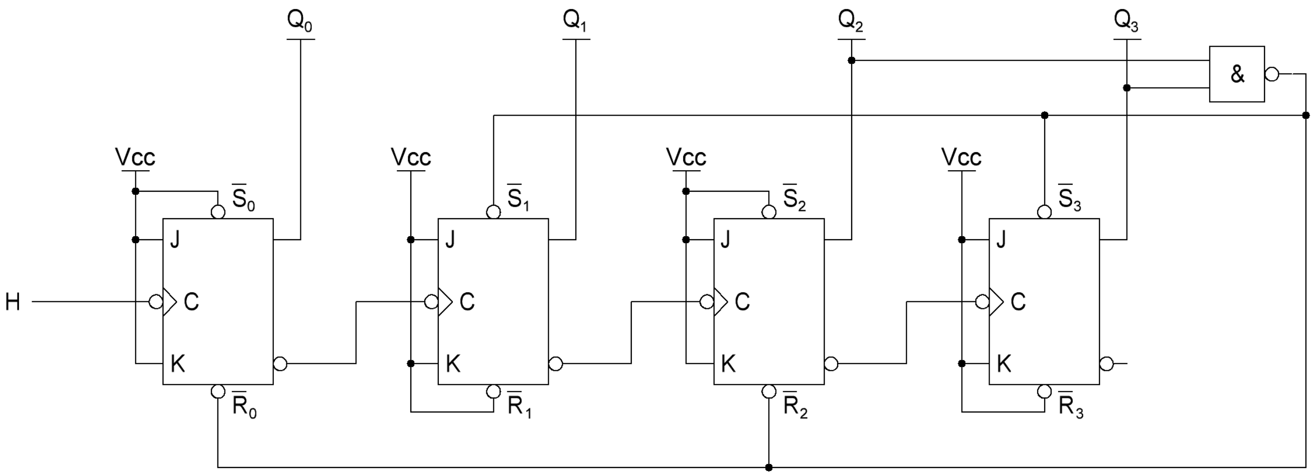
1. Câblez les bascules ci-dessous afin de réaliser un **compteur asynchrone modulo 10**.

   Il faut **détecter la valeur 10** ($\mathbf{Q_1}$ et $\mathbf{Q_3}$ suffisent) et **forcer la valeur 0** (*reset* des bascules).



2. Câblez les bascules ci-dessous afin de réaliser un **décompteur asynchrone modulo 11**.

   Il faut **détecter la valeur 15** ($\mathbf{Q_2}$ et $\mathbf{Q_3}$ suffisent) et **forcer la valeur 10** ($\mathbf{Q_0} = \mathbf{Q_2} = 0$, $\mathbf{Q_1} = \mathbf{Q_3} = 1$).



3. Donnez le schéma de câblage d'un diviseur de fréquence par deux à l'aide d'une bascule D.