Contrôle 1 – Corrigé
Architecture des ordinateurs

Durée : 1 h 30

Exercice 1 (5 points)

Soit le nombre binaire sur **15 bits** suivant : **100000110110_2**.

1. Donnez sa représentation décimale s'il s'agit d'un entier non signé.
   $1000\ 0011\ 0110_2$ = **$2\ 102_{10}$**.

2. Donnez sa représentation décimale s'il s'agit d'un entier signé.
   Le nombre est sur 15 bits signés : son bit de poids fort est nul (nombre positif).
   <u>0</u>00 $1000\ 0011\ 0110_2$ = **$2\ 102_{10}$**.

3. Donnez sa représentation hexadécimale s'il s'agit d'un entier non signé.
   $1000\ 0011\ 0110_2$ = **836_{16}**.

Soit un nombre sur **n** bits dont tous les bits sont à 1.

4. Donnez sa représentation décimale en fonction de **n** s'il s'agit d'un entier non signé.
   C'est la valeur maximale que peut contenir un entier non signé sur **n** bits : **$2^n – 1$**.

5. Donnez sa représentation décimale s'il s'agit d'un entier signé.
   Un nombre binaire signé dont tous les bits sont à 1 a toujours une représentation décimale de **-1** (le complément à 1 est à 0, donc le complément à 2 est à 1).

6. Donnez la représentation binaire sur 10 bits signés du nombre **-94_{10}**.
   -94_{10} = **$11\ 1010\ 0010_2$**

7. Donnez, en puissance de deux, le nombre d'octets que contient la grandeur suivante : **64 Mib**.
   64 Mib = $2^6 \times 2^{20}$ bits = $2^6 \times 2^{20} / 2^3$ octets = **2^{23} octets**.

Pour finir :

8. Combien faut-il de bits, au minimum, pour représenter en binaire non signé le nombre **2048**.
   La valeur maximale d'un entier non signé codé sur **n** bits est de **$2^n – 1$**. **Il faut donc au minimum 12 bits pour représenter le nombre 2048 (= 2^{11}) en binaire non signé**.

9. Combien faut-il de bits, au minimum, pour représenter en binaire signé le nombre **2048**.
   La valeur maximale d'un entier signé codé sur **n** bits est de **$2^{n-1} – 1$**. **Il faut donc au minimum 13 bits pour représenter le nombre 2048 (= 2^{11}) en binaire signé**.

10. Combien faut-il de bits, au minimum, pour représenter en binaire signé le nombre **-2048**.
    La valeur minimale d'un entier signé codé sur **n** bits est de **-2^{n-1}**. **Il faut donc au minimum 12 bits pour représenter le nombre -2048 (= -2^{11}) en binaire signé**.

Exercice 2 (6 points)

1. Convertissez, **en détaillant chaque étape**, les nombres ci-dessous dans le format flottant **simple précision**. Vous exprimerez le résultat final, sous forme binaire, **en précisant chacun des champs**.
   - `115,5`
     - **S = 0**
     - 0,5 × 2 = **1**
       |115,5| = 115,5 = $111\ 0011{,}1_2$
     - 115,5 = $(1{,}1100111)_2.2^6$
       M = $11001110…0_2$ et e = 6
     - E = e + biais = 6 + 127 = 5 + 128
       E = $1000\ 0101_2$
     - **115,5 → 0 10000101 11001110000000000000000**

   - `0,4375`
     - **S = 0**
     - 0,4375 × 2 = **0**,875
       0,875 × 2 = **1**,75
       0,75 × 2 = **1**,5
       0,5 × 2 = **1**
       |0,4375| = 0,4375 = $0{,}0111_2$
     - 0,4375 = $(1{,}11)_2.2^{-2}$
       M = $110…0_2$ et e = -2
     - E = e + biais = -2 + 127
       E = $0111\ 1101_2$
     - **0,4375 → 0 01111101 11000000000000000000000**

2. **En détaillant chaque étape**, donnez la représentation décimale des nombres codés en **double précision** suivants :
   - `2401 8000 0000 0000`$_{16}$
     = `0010 0100 0000 0001 1000 0000`……0_2
     - S = 0 → **positif**
     - e = E – biais = $010\ 0100\ 0000_2$ – 1023 = 576 – 1023
       e = -447
     - **m** = $(1{,}M)_2$ = **$(1{,}00011)_2$**
     - $+m.2^e = (1{,}00011)_2.2^{-447}$
     - $= (100011)_2.2^{-452}$
       $= 35.2^{-452}$

- `0006 C000 0000 0000`$_{16}$
  `= 0000 0000 0000 0110 1100 0000……0`$_2$
  - **E = 0…0 et M ≠ 0…0 → représentation dénormalisée**
  - S = 0 → **positif**
  - e = 1 – biais = 1 – 1023
    e = -1022
  - **m** = $(0,M)_2$ = $\mathbf{(0{,}011011)_2}$
  - $+m.2^e = (0{,}011011)_2.2^{-1022}$
  - $= (11011)_2.2^{-1028}$
    $\mathbf{= 27.2^{-1028}}$

3. **<u>En justifiant vos calculs</u>**, démontrez que le plus petit flottant, en valeur absolue, du format simple précision à mantisse **dénormalisée**, peut s'écrire sous la forme : $\mathbf{2^n}$. Vous préciserez clairement la valeur numérique de **n**.
   - Min = $(0,M_{min}).2^{1\text{-biais}} = (0{,}0\ldots01)_2\ .2^{1-127} = 2^{-23}.2^{-126}$ $\mathbf{= 2^{-149}}$
   - **n = -149**

4. **<u>En justifiant vos calculs</u>**, démontrez que le plus grand flottant, du format simple précision à mantisse **dénormalisée**, peut s'écrire sous la forme : $\mathbf{(1 - 2^{n1}).2^{n2}}$. Vous préciserez clairement les valeurs numériques de **n1** et de **n2**.
   - Max = $(0,M_{max})_2.2^{1\text{-biais}} = (0{,}11\ldots11)_2.2^{1-127} = (11\ldots11)_2.2^{-23}.2^{-126} = (2^{23}-1).2^{-23}.2^{-126} = \mathbf{(1-2^{-23}).2^{-126}}$
   - **n1 = -23** et **n2 = -126**.

<u>Exercice 3</u> (6 points)

On souhaite réaliser la séquence du tableau présent sur le document réponse à l'aide de bascules JK.

1. Remplissez le tableau présent sur le document réponse.
2. Donnez les équations des entrées **J** et **K** de chaque bascule **<u>en détaillant vos calculs par des tableaux de Karnaugh pour les solutions qui ne sont pas évidentes</u>**. On appelle solution évidente celle qui ne comporte aucune opération logique hormis la complémentation (ex : J0 = 1, K1 = $\overline{Q2}$).

   À partir du tableau présent sur le document réponse, on obtient les équations suivantes :

   - De manière évidente :
     - **K0 = 1**
     - **J1 = Q0**
     - **J2 = Q1**

- À l'aide des tableaux de Karnaugh :

J0 (Q2 \ Q1 Q0)	00	01	11	10
0	1	x	x	0
1	1	x	x	1

J0 = $\overline{\mathbf{Q1}}$ + Q2

K1 (Q2 \ Q1 Q0)	00	01	11	10
0	x	x	x	1
1	x	x	1	0

K1 = Q0 + $\overline{\mathbf{Q2}}$

K2 (Q2 \ Q1 Q0)	00	01	11	10
0	x	x	x	x
1	0	0	1	0

K2 = Q0 . Q1

Exercice 4 (3 points)

Soit les deux montages ci-dessous :

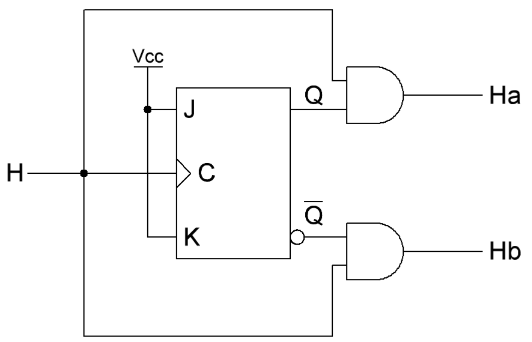


Figure 1

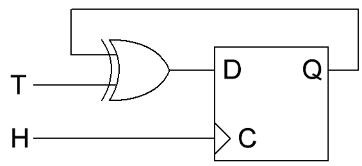


Figure 2

1. Remplissez les chronogrammes relatifs à la figure 1 sur le document réponse.

- La bascule JK est câblée en basculement permanent (**J** et **K** sont toujours à 1). Chaque front montant inverse les sorties ;
- Pour tracer **Ha** et **Hb**, on se sert des deux relations suivantes : **Ha = H.Q** et **Hb = H.$\overline{\mathbf{Q}}$**

2. Remplissez les chronogrammes relatifs à la figure 2 sur le document réponse.

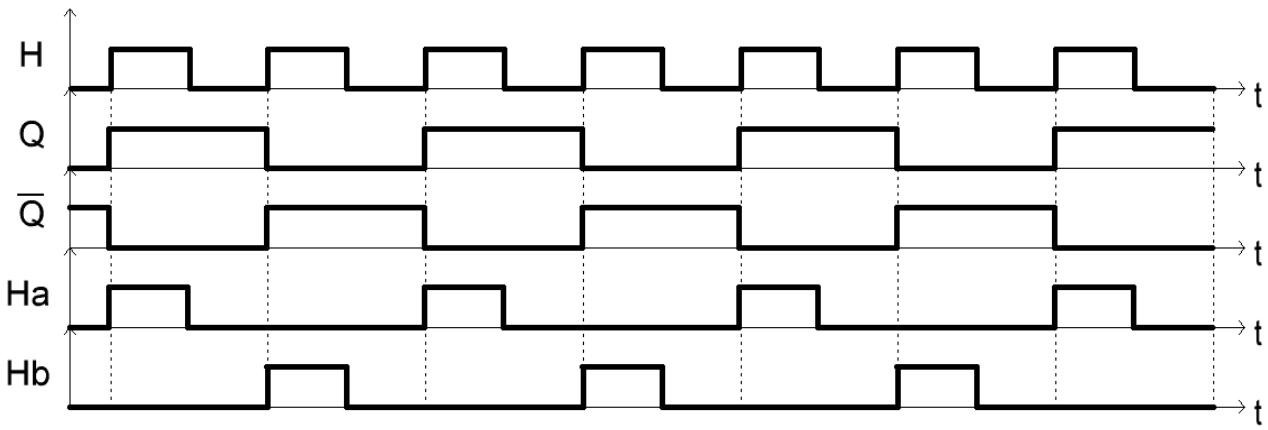
- Lorsque **T = 0**, la porte OU exclusif se comporte comme un fil. L'entrée **D** est alors reliée à la sortie **Q**. Cette dernière restera donc inchangée au moment d'un front montant sur **H** ;
- Lorsque **T = 1**, la porte OU exclusif se comporte comme un inverseur. L'entrée **D** est alors reliée à la sortie $\overline{\mathbf{Q}}$. La bascule fonctionne en basculement permanent, chaque front montant sur **H** inverse la sortie ;
- Pour tracer **D**, on se sert de la relation suivante : D = T⊕Q.

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

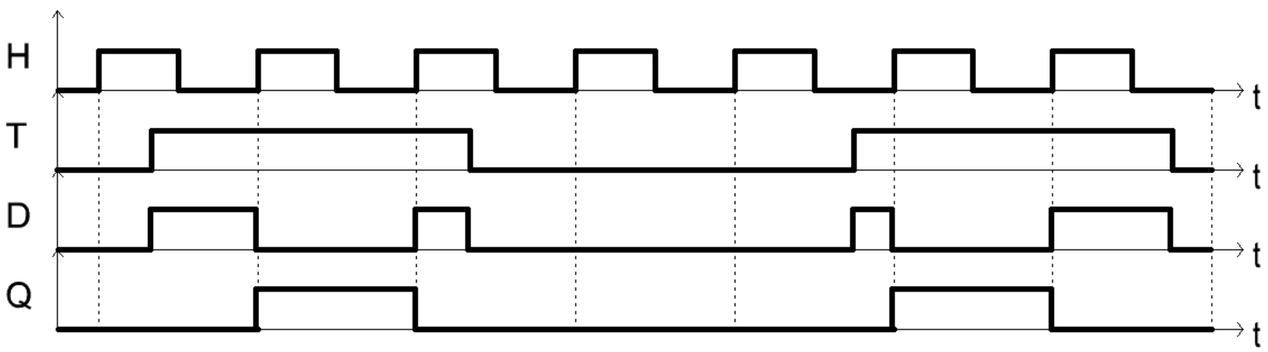
Exercice 3

Q2	Q1	Q0	J2	K2	J1	K1	J0	K0
0	0	0	0	x	0	x	1	x
0	0	1	0	x	1	x	x	1
0	1	0	1	x	x	1	0	x
1	0	0	x	0	0	x	1	x
1	0	1	x	0	1	x	x	1
1	1	0	x	0	x	0	1	x
1	1	1	x	1	x	1	x	1

Exercice 4



— Chronogrammes relatifs à la figure 1 —



— Chronogrammes relatifs à la figure 2 —