Séries de fonction

$On\, a \sum f_n(x)\, une\ série\ de\ fonction\ avec\ n \in \mathbb{N}\ et\ x \in \mathbb{R}$

Convergence simple (CVS):

- $On\ fixe\ x \in \mathbb{R}$
- $On\ étudie\ la\ série \sum f_n(x)$
  - $Si \sum f_n(x)\ converge\ alors \sum f_n\ converge\ simplement\ sur\ \mathbb{R}$
  - $Si \sum f_n(x)\ diverge\ alors \sum f_n\ ne\ converge\ pas\ simplement\ sur\ \mathbb{R}$

Convergence absolu (CVA):

- $On\ fixe\ x \in \mathbb{R}$
- $On\ étudie\ la\ série \sum |f_n(x)|$
  - $Si \sum |f_n(x)|\ converge\ alors \sum f_n\ converge\ absolument\ sur\ \mathbb{R}$
  - $Si \sum |f_n(x)|\ diverge\ alors \sum f_n\ ne\ converge\ pas\ absolument\ sur\ \mathbb{R}$

Convergence normale (CVN):

- $On\ fixe\ n \in \mathbb{N}$
- $On\ cherche\ a_n = supp_{(x \in \mathbb{R})} |f_n(x)|$
- $On\ étudie \sum a_n$
  - $Si \sum a_n\ converge\ alors \sum f_n\ converge\ normalement\ sur\ \mathbb{R}$
  - $Si \sum a_n\ diverge\ alors \sum f_n\ ne\ converge\ pas\ normalement\ sur\ \mathbb{R}$

Convergence uniforme (CVU) :

- $On\,fixe\,n \in \mathbb{N}$
- $On\,pose\,R_n = \sum_{k=n+1}^{+\infty} f_k$
- $On\,cherche\,S_n = supp_{x \in \mathbb{R}} R_n(x)$
  - $Si \lim_{n \to +\infty} supp\,S_n = 0\,alors \sum f_n\,converge\,uniformément\,sur\,\mathbb{R}$
  - $Si \lim_{n \to +\infty} alors \sum f_n\,ne\,converge\,pas\,uniformément\,sur\,\mathbb{R}$