1) Minorée : $\exists m \in \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad m \leq U_n$
2) Majorée : $\exists M \in \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad U_n \leq M$
3) Bornée : $\exists (m, M) \in \mathbb{R}^2 \ \forall n \in \mathbb{N} \quad m \leq U_n \leq M$

1) Croissante : $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} \geq U_n$
2) $s^t \nearrow$: $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} > U_n$
3) Décroissante : $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} \leq U_n$
4) $s^t \searrow$: $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} < U_n$
5) monotone : $\searrow$ ou $\nearrow$

$\rightarrow$ Étude monotonie :
- $U_{n+1} - U_n <$ ou > 0
- $\frac{U_{n+1}}{U_n} <$ ou > 1

- SArithmétique

$\begin{cases} U_0 \in \mathbb{R} \\ U_{n+1} = U_n + r \end{cases} \quad U_n = U_0 + nr \quad SU_n = (U_{n_0} + U_n) \times \frac{n - n_0 + 1}{2}$

- SGéométrique

$\begin{cases} U_0 \in \mathbb{R} \\ U_{n+1} = qU_n \end{cases} \quad U_n = U_0 \times q^n \quad SU_n = U_{n_0} \times \frac{1 - q^{n - n_0 + 1}}{1 - q}$

- SAG

$\begin{cases} U_0 \in \mathbb{R} \\ U_{n+1} = aU_n + b \end{cases}$

- Soit $(U_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$

1) (U_n) cv. ℓ ssi $\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N \Rightarrow |U_n - \ell| < \varepsilon)$
2) (U_n) cv. ssi $\exists \ell \in \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N \Rightarrow |U_n - \ell| < \varepsilon)$
3) (U_n) dv ssi $\forall \ell \in \mathbb{R}, \exists \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} (n \geq N$ et $|U_n - \ell| \geq \varepsilon)$

1) $U_n \longrightarrow +\infty$ ssi $\forall A \in \mathbb{R}, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow U_n > A)$
2) $U_n \longrightarrow -\infty$ ssi $\forall B \in \mathbb{R}, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow U_n < B)$

- THM De Cesaro:
  Soient $(U_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $l \in \mathbb{R}$
  Si (U_n) cv vers l alors $\left(\frac{U_1 + U_2 + \dots + U_n}{n}\right)$ cv vers l.

1) Soient $(U_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $l \in \mathbb{R}$ tq (U_n) cv vers l.
- Soit $a \in \mathbb{R}$ tq $a < l$
  $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N \Rightarrow a < U_n)$
- Soit $b \in \mathbb{R}$ tq $b > l$
  $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N \Rightarrow b > U_n)$

2) Soient $(U_n), (V_n), (l, l') \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $a \in \mathbb{R}$ tq
$(U_n) \rightarrow l$ et $(V_n) \rightarrow l'$
- Si $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow U_n < a)$ alors $l \leq a$
- Si $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow U_n > a)$ alors $l \geq a$
- Si $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow U_n < V_n)$ alors $l \leq l'$

- THM des Gendarmes
  Soient $((U_n), (V_n), (W_n)) \in (\mathbb{R}^{\mathbb{N}})^3$ et $l \in \mathbb{R}$ tq
  $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow U_n \leq V_n \leq W_n)$
  - Si (U_n) et (W_n) cv vers l alors (V_n) cv vers l.
  - Si $(U_n) \rightarrow +\infty$ alors $V_n \longrightarrow +\infty$
  - Si $(V_n) \longrightarrow -\infty$ alors $U_n \longrightarrow -\infty$

  Soient $(U_n), (V_n) \in (\mathbb{R}^{\mathbb{N}})^2$ tq
  $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \Rightarrow |U_n| \leq V_n)$
  - Si (V_n) cv vers 0 alors (U_n) cv vers 0.

- Suites convergentes

Soient $((U_n),(V_n)) \in (\mathbb{R}^{\mathbb{N}})^2$, $(\ell,\ell') \in \mathbb{R}^2$ et $\lambda \in \mathbb{R}$:

- $U_n \to \ell$ et $V_n \to \ell'$ $\Rightarrow$ $\lambda U_n + V_n \to \lambda \ell + \ell'$
- $U_n \to 0$ et V_n bornée $\Rightarrow$ $U_n V_n \to 0$
- $U_n \to \ell$ et $V_n \to \ell'$ $\Rightarrow$ $U_n V_n \to \ell\ell'$
- $U_n \to \ell \neq 0$ $\Rightarrow$ $\left(\frac{1}{U_n}\right)$ est bien définie à partir d'un certain rang et $\frac{1}{u_n} \to \frac{1}{\ell}$
- $U_n \to \ell$ et $V_n \to \ell' \neq 0$ $\Rightarrow$ $\left(\frac{U_n}{V_n}\right)$ est bien définie à partir d'un certain rang et $\frac{U_n}{V_n} \to \frac{\ell}{\ell'}$

- Suites divergentes

Soit $((U_n),(V_n)) \in (\mathbb{R}^{\mathbb{N}})^2$

- 1) $U_n \to +\infty$ et (V_n) minorée $\Rightarrow U_n + V_n \to +\infty$
  - ↳ $U_n \to +\infty$ et $V_n \to \ell \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow U_n + V_n \to +\infty$
  - ↳ $U_n \to +\infty$ et $V_n \to +\infty$ $\Rightarrow U_n + U_n \to +\infty$
- 2) $U_n \to +\infty$ et (U_n) minorée par $m > 0$
  - ↳ $U_n \to +\infty$ et $V_n \to \ell > 0$ $\Rightarrow$ $U_n V_n \to +\infty$
  - ↳ $U_n \to +\infty$ et $V_n \to +\infty$ $\Rightarrow$ $U_n V_n \to +\infty$
- 3) $U_n \to +\infty$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{U_n} \to 0^+$
- 4) $U_n \to 0^+$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{U_n} \to +\infty$

- Monotonie

1) M est un majorant de $A \Leftrightarrow \forall x \in A$; $x \leq M$
2) m est un minorant de $A \Leftrightarrow \forall x \in A$; $x \geq m$
3) A est majoré ssi $\exists M \in \mathbb{R}$, $\forall x \in A$ $x \leq M$
4) $M = \mathrm{Sup}(A)$ ssi M est le $\oplus$ petit des majorants de A.
   - ↳ $\forall y \in \mathbb{R}$, (y majorant de $A \Rightarrow M \leq y$)
   - ↳ $\forall y < M$, $\exists x_0 \in A$ tq $y < x_0 \leq M$
   - ↳ $y < M \Leftrightarrow y = M - \varepsilon$ avec $\varepsilon > 0$.

- Suites....
  - $\nearrow$ ⊕ Majorée $\Rightarrow$ CV
  - $\searrow$ ⊕ Minorée $\Rightarrow$ CV
  - $\nearrow$ ⊕ Non Majorée $\Rightarrow$ dv vers $+\infty$
  - $\searrow$ ⊕ Non Minorée $\Rightarrow$ dv vers $-\infty$

$$C_p^k = \frac{p!}{k!\,(p-k)!}$$

$$\sum_{k=9}^{13} U_k = U_9 + U_{10} + U_{11} + U_{12} + U_{13}$$

$$\prod_{k=9}^{13} U_k = U_9 \times U_{10} \times U_{11} \times U_{12} \times U_{13}$$