L'INGÉNIERIE INFORMATIQUE

Nombre d'intercalaires :

Date : ~~20/0~~ 20/06/08

Matière : Mathématiques du signal

Note : 08 Appréciation :

UID :

Nom de l'enseignant : Visa de l'enseignant :

Exercice I :

$y''(t) - y'(t) - 2y(t) = 0$

$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = p.F(p) - \underbrace{f(0)}_{\to 0}$

$\mathcal{L}$ est linéaire :

$p^2 Y(p) + p.Y(p) - 2Y(p) = 1$

On a donc : $Y(p) = \frac{1}{p^2(p-1)(p+2)}$

On décompose $Y(p)$ en éléments simple :

$Y(p) = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p-1} + \frac{C}{p+2}$

. $p+2$: $(p=-2)$

$C = \frac{1}{p^2(p-1)} = -\frac{1}{12}$

. $p-1$ $(p=1)$

$B = \frac{1}{p^2(p+2)} = \frac{1}{3}$

. p^2 $(p=0)$:

$A = \frac{1}{(p-1)(p+2)} = -\frac{1}{2}$.

D'où $Y(p) = \frac{-1}{2p^2} + \frac{1}{3(p-1)} + \frac{-1}{2(p+2)}$

Par $\mathcal{L}^{-1}$, on a : $y(t) = \left(-\frac{1}{2}t + \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{2}e^{-2t}\right)u(t)$. ?

Exercice III :

$f_1(t) = 2\cos(\omega t) - \sin(\omega t)$

Par Euler, $\sin(\omega t) = \dfrac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}$

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

$\Rightarrow \mathcal{L}\left[2\cos(\omega t) - \sin(\omega t)\right]$

$= \mathcal{L}\left[e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} - \dfrac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}\right]$

$= \mathcal{L}\left[e^{j\omega t}\right] + \mathcal{L}\left[e^{-j\omega t}\right] - \dfrac{1}{2j}\mathcal{L}\left[e^{j\omega t}\right] + \dfrac{1}{2j}\mathcal{L}\left[e^{-j\omega t}\right]$

$= \left(1 - \dfrac{1}{2j}\right)\mathcal{L}\left[e^{j\omega t}\right] + \left(1 + \dfrac{1}{2j}\right)\mathcal{L}\left[e^{-j\omega t}\right]$

$= \left(1 - \dfrac{1}{2j}\right)\left(\dfrac{1}{p - j\omega}\right) + \left(1 + \dfrac{1}{2j}\right)\left(+\dfrac{1}{p + j\omega}\right)$?

$= \dfrac{1}{p - j\omega} - \dfrac{1}{2jp + 2\omega} + \dfrac{1}{p + j\omega} + \dfrac{1}{2jp \cancel{+2} - 2\omega}$

$= 2 \times \left(\dfrac{1 + j\omega}{p^2 + \omega^2}\right) - \dfrac{2jp - 2\omega}{-4p^2 - 4\omega^2} + \dfrac{2jp + 2\omega}{-4p^2 - 4\omega^2}$

$= 2 \times \left(\dfrac{1 + j\omega}{p^2 + \omega^2}\right) + \dfrac{\omega}{-p^2 - \omega^2}$?

Exercice II :

$$X(z) = \frac{z^2(3{,}15z - 3)}{4(z-1)(z-0{,}9)(z-0{,}5)}$$

On pose $G(z) = \dfrac{X(z)}{z}$

On a : $X(z) = \dfrac{z^{-1}(3,15z^{-2} - 3)}{4(1 - 0,9z^{-1} - 0,5z^{-1})}$