Méthode pour le partiel MASI 2014

Tableau des formules magiques

Quand Laplace est impliqué, vous pouvez à tout moment transformer une expression en un équivalent sur la même ligne (oui oui).

Passer de t à p -> Faire la transformée de Laplace

Passer de t à z -> Faire la transformée en z

t	p	z
$u(t)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$
$t.u(t)$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$e^{-at}.u(t)$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$

Exercice 1

Question 1

F(p) = Vs(p) / Ve(p)

On a Vs = Ve(R1/(R1+R2)) [PDT] donc F(p) = R1 / (R1+R2).

On rappelle que :

- Resistance: R = R
- Condensateur: R = 1/Rc
- Bobine: R = Rl

Question 2

Laplace :

- Notation: F(p) est la transformée de Laplace de f(t)
- L[f(t - T)] = e^{-Tp}.F(p) [théorème du retard]
- L[f(t) + g(t)] = L[f(t)] + L[g(t)]

On a $v(t) = v1(t) + v2(t) + v3(t)$ d'où $V(p) = V1(p) + V2(p) + V3(p)$

$V1(p) = L[v1(t)] = \frac{V_0}{T} t.u(t) = \frac{V_0}{T}.\frac{1}{p^2}$

–> $(V_0/T)t$ *= equation de la première droite*
–> *Voir tableau plus haut pour le* $1/p^2$
–> *Ce u(t) est un mystère...*

$V2(p) = L[v2(t - T)] = e^{-Tp}. - \frac{V_0}{T} t.u(t) = -e^{-Tp}.\frac{V_0}{T}.\frac{1}{p^2}$

–> *Théoreme du retard*
–> $-(V_0/T)t$ *= equation de la seconde droite (pour compenser la premiere)*

$V3(p) = L[v3(t - 2T)] = e^{-2Tp}. - \frac{V_0}{T} t.u(t) = -e^{-2Tp}.\frac{V_0}{T}.\frac{1}{p^2}$

V(p) = V1(p) + V2(p) + V3(p), fini.

Question 3

Ve(p) devient V(p) ; **Vs(p) = F(p).V(p)**

Calcul, développement, on obtient un truc de la forme:

Vs(p) = X1(p) + X2(p) + X3(p)

Ensuite, on trouve x1(t), x2(t) et x3(t) en appliquant les formules magiques dans l'autre sens.

Au final, Vs(t) = x1(t) + x2(t) + x3(t)

Exercice 2

Euler:

- $cos(w_0.t) = \frac{e^{jtw_0}+e^{-jtw_0}}{2}$
- $sin(w_0.t) = \frac{e^{jtw_0}-e^{-jtw_0}}{2j}$

On applique Euler, on développe, puis on utilise les formules magiques pour passer de t à z.

Il est possible qu'il y ai à utiliser Euler à l'envers (pour passer de $e^{jtw_0} + e^{-jtw_0}$ à $2cos(w_0 - t)$ par exemple).

Exercice 3

Déroulement :

- On pose Y(z) = X(z) / z
- On développe Y(z)
- Normalement ça fait quelque chose comme $Y(z) = \frac{(...)}{d(z-a)(z-b)(z-c)}$
- On cherche à mettre Y(z) sous la forme $Y(z) = \frac{1}{d}(\frac{A}{z-a} + \frac{B}{z-b} + \frac{C}{z-c})$
- But : trouver A, B et C
- Pour A : multiplier des deux côtés par z-a, puis développer en remplaçant z par a
- Faire de même avec B et C.
- On multiplie Y(z) par z pour avoir X(z)
- "Avec la table des transformées élémentaires :" (utilisation d'une magie avancée)
- $x(t) = \frac{1}{d}(Aa^n + Bb^n + Cc^n)_{n=0,1,...}$

Conclusion

L'important, c'est de participer.