Vérifiez votre énoncé: les 8 entêtes doivent être +1/1/xx+ ··· +1/8/xx+.

EPITA_ING1_2017_S2 LOFO – Ni document ni machine

Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Ne rien cocher dans les cadres grisés "réservés". Les questions marquées par ♣ peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est *nul*, *non nul*, *positif*, ou *négatif*, cocher *nul*). Il n'est pas possible de corriger une erreur. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; et les blanches et réponses multiples valent 0.

1 λ-Calcul

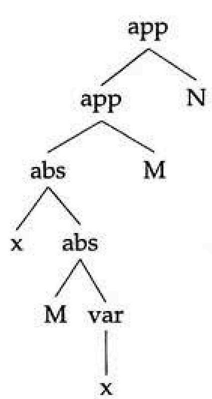
Q.1 Quelle est la forme complètement parenthésée de $\lambda xyz \cdot xz(yz)$?

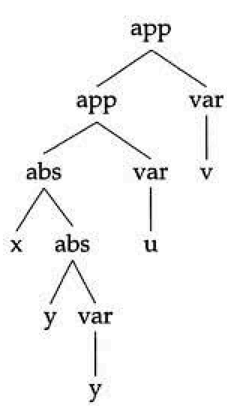
2/2

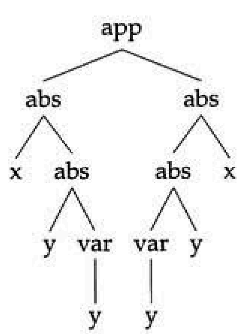
☐ $(\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (\lambda z \cdot (xz))(yz)))$ ☐ $((\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (\lambda z \cdot (xz))))(yz))$ ☐ $(\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (\lambda z \cdot (x(z(yz))))))$
☐ $(\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (\lambda z \cdot xz)))(yz))$ ■ $(\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (\lambda z \cdot ((xz)(yz)))))$

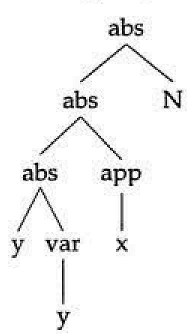
Q.2 Quel arbre de syntaxe abstraite est correct?

2/2

☐


■


☐


☐


Q.3 À quoi $\lambda nfx \cdot f(f(x))$ n'est *pas* équivalent?

2/2

☐ $\lambda xfx \cdot f(f(x))$ ☒ $\lambda xfx \cdot x(x(f))$ ☐ $\lambda ffx \cdot f(f(x))$ ☐ $\lambda xxf \cdot x(x(f))$

Soit les combinateurs suivants:

$$\begin{aligned} \text{True} &= \lambda x \cdot \lambda y \cdot x & \text{Pair} &= \lambda x \cdot \lambda y \cdot \lambda f \cdot fxy \\ \text{False} &= \lambda x \cdot \lambda y \cdot y & \text{First} &= \lambda p \cdot p \ \text{True} \\ & & \text{Second} &= \lambda p \cdot p \ \text{False} \end{aligned}$$

Q.4 Prouver que First (Pair $M\ N$) $\overset{*}{\to}$ M. ☐0 ☒1 ☐2 ☐3 ☐4 *Reservé* 1/4

$$\text{Pair } M\ N = \lambda f . f\ M\ N$$

$$\text{First (Pair } M\ N) = \text{First} (\text{Pair } f\ M\ N) \ \cancel{(\text{First})}$$

$$\overset{\beta}{=} \text{True } M\ N$$

$$= M .$$

?

ø

Les entiers de Church, $\underline{n}$ sont des fonctions de répétition. Le nombre de Church $\underline{0}$ applique 0 fois son argument fonction à un argument valeur, $\underline{42}$ le fait 42 fois. On pose:

$$\underline{n} = \lambda f \cdot \lambda x \cdot \underbrace{(f \cdots (f}_{n \text{ fois}}\ x \underbrace{) \cdots)}_{n \text{ fois}}$$

Q.5 Que calcule le combinateur S? Le montrer.

$$\text{S} = \lambda n \cdot \lambda f \cdot \lambda x \cdot f\ (n\ f\ x)$$

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☒4 *Reservé* 4/4

$$\text{S}\ \underline{n} = \lambda n . \lambda f . \lambda x . f\ (n\ f\ x)\ \underline{n}$$

$$\overset{\beta}{=} \lambda f . \lambda x . f(\underline{n}\ f\ x)$$

$$= \lambda f . \lambda x . f\ (\lambda x . \underbrace{f(\ldots (f}_{n \text{ fois}}\ x \underbrace{) \ldots))}_{n \text{ fois}}$$

$$= \lambda f . \lambda x . (\lambda x . \underbrace{f(f \ldots (f}_{n+1 \text{ fois}}\ x \underbrace{) \ldots))}_{n+1 \text{ fois}}$$

$$= \underline{n+1}$$

Q.6 En considérant que le combinateur Succ prenne un entier de Church $\underline{n}$ et retourne $\underline{n+1}$, que vaut Φ (Pair $\underline{m}$ $\underline{n}$) où:

$$\Phi = \lambda x \cdot \text{Pair (Second } x) \text{ (Succ (Second } x))$$

2/2

☐ non nécessairement normalisable ☐ faiblement normalisable
■ fortement normalisable ☐ normalisé

Q.9 Tout λ-terme est typable...

2/2

☐ vrai ■ faux

Q.10 Quel type admet $\lambda xy \cdot xy$?

2/2

☐ $\rho \to \sigma \to \tau$
■ $(\sigma \to \tau) \to \sigma \to \tau$
☐ $(\tau \to \sigma) \to \sigma \to \tau$
☐ $(\tau \to (\rho \to \rho)) \to \tau \to (\rho \to \rho)$

3 Calcul des Séquents Classique

Q.11 Prouver $A \vee B, \neg B \vdash A$, en utilisant la négation intuitionniste. ☐0 ☐1 ■2 ☐3 ☐4 *Reservé* 2/4

Mieux vaut ne pas réveiller la colère d'Akim DEMAILLE

Q.12 Soit π une preuve avec coupures du séquent $\Gamma \vdash \Delta$.

2/2

☐ π peut être normalisée en une preuve sans coupure
■ π peut être normalisée en une preuve sans coupure mais ce processus est très coûteux
☐ il existe une preuve sans coupure de $\Gamma \vdash \Delta$
☐ $\Gamma \vdash \Delta$ n'est pas nécessairement provable sans coupure

Q.13 Quelle déduction est une preuve de $((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A$ (Loi de Peirce)?

2/2

☐ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A \Rightarrow B \vdash A \Rightarrow B}}{\vdash A \Rightarrow B, A \Rightarrow B}\vdash X}{\vdash A \Rightarrow B}\vdash C \quad \dfrac{}{A \vdash A}}{(A \Rightarrow B) \Rightarrow A \vdash A}\Rightarrow\vdash}{\vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A}\vdash\Rightarrow$$

☐ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A \vdash A} \quad \dfrac{}{B \vdash B}}{A, A \Rightarrow B \vdash B}\Rightarrow\vdash}{A \Rightarrow B \vdash A \Rightarrow B}\vdash\Rightarrow}{\vdash A \Rightarrow B, A \Rightarrow B}\vdash X}{\vdash A \Rightarrow B}\vdash C \quad \dfrac{\dfrac{}{A \vdash A}}{\vdash A \Rightarrow A}\vdash\Rightarrow}{\vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A}\vdash\Rightarrow$$

2/2

☐ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A \vdash A}}{\vdash A \Rightarrow B, A}{\vdash\Rightarrow} \qquad \dfrac{}{A \vdash A}}{(A \Rightarrow B) \Rightarrow A \vdash A}{\Rightarrow\vdash}}{\vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A}{\vdash\Rightarrow}$$

■ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A \vdash A}}{A \vdash A, B}{\vdash W}}{\vdash A \Rightarrow B, A}{\vdash\Rightarrow} \qquad \dfrac{}{A \vdash A}}{(A \Rightarrow B) \Rightarrow A \vdash A, A}{\Rightarrow\vdash}}{(A \Rightarrow B) \Rightarrow A \vdash A}{\vdash C}}{\vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A}{\vdash\Rightarrow}$$

4 Déduction Naturelle Intuitionniste

Q.14 Quelle preuve de $A \wedge B \Rightarrow B \wedge A$ est valide ?

2/2

☐ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[A \wedge B]^1}{B}{\wedge r\mathcal{E}} \qquad \dfrac{[A \wedge B]^2}{A}{\wedge l\mathcal{E}}}{B \wedge A}{\wedge\mathcal{I}}}{A \wedge B \Rightarrow B \wedge A}{\Rightarrow\mathcal{I}_{1,2}}$$

■ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[A \wedge B]^1}{B}{\wedge r\mathcal{E}} \qquad \dfrac{[A \wedge B]^1}{A}{\wedge l\mathcal{E}}}{B \wedge A}{\wedge\mathcal{I}}}{A \wedge B \Rightarrow B \wedge A}{\Rightarrow\mathcal{I}_1}$$

☐ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[A \wedge B]^1}{A \quad B}{\wedge r\mathcal{E}}}{B \quad A}{X}}{B \wedge A}{\wedge\mathcal{I}}}{A \wedge B \Rightarrow B \wedge A}{\Rightarrow\mathcal{I}_1}$$

☐ $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[A \wedge B]^1}{B}{\wedge r\mathcal{E}} \qquad \dfrac{[A \wedge B]^2}{A}{\wedge l\mathcal{E}}}{B \wedge A}{\wedge\mathcal{I}}}{B \Rightarrow B \wedge A}{\Rightarrow\mathcal{I}_2}}{A \wedge B \Rightarrow B \wedge A}{\Rightarrow\mathcal{I}_1}$$

Q.15 Prouver $B \vee \neg B$. ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☒4 *Reservé* 4/4

Il est bien entendu impossible de démontrer le tier exclus en logique intuitionniste

⟶ Akim DEMAILLE

partiel 2013 - partiel 2014 - et 2015

maintenant :-)

☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 *Reservé* 2/4

Φ (Pair $\underline{m}$ $\underline{n}$) $-$ λx . Pair (Second x) (Succ (Second x)) (Pair $\underline{m}$ $\underline{n}$)

$\xrightarrow{\beta}$ Pair ($\underline{n}$) Succ ($\underline{n}$)

$-$ Pair $\underline{n}$ $\underline{n+1}$

Trop abrégé.

Q.7 Que calcule le combinateur P? Le montrer.

$$\mathsf{P} \;=\; \lambda n \cdot \mathsf{First}\ (n\ \Phi\ (\mathsf{Pair}\ \underline{0}\ \underline{0}))$$

☐0 ☐1 ☐2 ☒3 ☐4 *Reservé* 3/4

P $\underline{n}$ $-$ λn . First (n Φ (Pair $\underline{0}$ $\underline{0}$)) $\underline{n}$

$\xrightarrow{\beta}$ First ($\underline{n}$ ϕ (Pair $\underline{0}$ $\underline{0}$))

$-$ First ($\underline{n-1}$ ϕ (Pair 0 1))

$-$ First ($\underline{n-2}$ ϕ (Pair 1 2))

$\vdots$

$-$ First (0 ϕ (Pair $\underline{n-1}$ $\underline{n}$)

$-$ First (Pair $\underline{n-1}$ n)

$-$ $\underline{n-1}$

2 λ-Calcul Simplement Typé

Q.8 Tout λ-terme qui admet un type simple est...

Q.16 Prouver $A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$. ☑0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 *Reservé* 0/4