Partiel Approximations

Exercice 1:

Soit f(x) une fonction continue donnée par points :

$$f(0) = 1$$
, $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(4) = 5$

- Donner le tableau des différences divisées et en déduire le polynôme d'interpolation de Newton
- 2. Evaluer l'erreur d'interpolation
- 3. En utilisant la division synthétique, approximer les dérivées :

$$f''(-1), f'''(-1), f''''(-1)$$

4. On considère la méthode d'intégration numérique :

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx a.f(0) + b.f(1) + c.f(2) + d.f(4)$$

Déterminer les constantes a,b,c,d pour que la méthode d'intégration soit d'ordre trois et calculer la valeur approchée de $\int_{-1}^{1} f(x) dx$

Exercice 2:

1. Soit la fonction $g(x) = \exp(x)$ définie sur l'intervalle [-1,1] Interpoler g(x) par un polynôme de degré 2 aux points

$$x_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}, x_1 = 0, x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Majorer l'erreur d'interpolation

2. Soit f(x) une fonction de classe n+1 (f(x) est n+1 fois dérivable et ses dérivées sont continues jusqu'à l'ordre n+1) sur l'intervalle [-1,1].

On veut déterminer les abscisses x_0 , x_1 , x_2 ,....., x_n qui minimisent l'erreur d'interpolation au sens suivant :

$$||q||^2 = \int_{-1}^{1} (q(x))^2 p(x) dx \text{ minimale où } q(x) = \prod_{i=0}^{i=n} (x - x_i) \text{ et } p(x) \text{ une}$$
 fonction poids positive

3. Montrer que le polynôme q(x) est orthogonal, sur [-1,1] relativement à la fonction poids p(x) à tout polynôme de degré $r \le n$

- 4. On donne la fonction poids $p(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ de Tchebyshev

 Quelles sont alors les abscisses x_0 , x_1 , x_2 ,....., x_n qui minimisent l'erreur

 d'interpolation au sens $\|q\|^2 = \int_{-1}^{1} (q(x))^2 p(x) dx$ minimale

 Donner une majoration de l'erreur d'interpolation
- Points it is tableau des arrecences arvisées et en acutare le polynome a interpolation de Newton

 Evaluer l'errour d'interpolation

 En utilisant la division symbétique, approximer les dérivées : f'(-1), f''(-1), f'''(-1)
 - $\int f(x)dx = a \cdot f(0) + b \cdot f(1) + c \cdot f(2) + d \cdot f(3)$
- Determinar les constantes a, b, c, d pour que la méthode d'intégration soit d'ordes rois et calculer la valeur approchée de $\int f(x)dx$
 - Soft la fonction $g(x) = \exp(x)$ définie un l'intervalle [-1,1]
 - $x_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 2. Soil f(x) one fonction de classe n+1 (f(x) as n+1 fois derivable et ses dérivées soil configure francé à l'ordre n+1 on l'accomment f(x).
 - In your determiner les abscisses $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ qui minimisent l'erreur l'interpolation au sens suivant :
 - $||q|| = \int (q(x))^{-1} \rho(x) dx$ minimals of $q(x) = \prod_{i=0}^{n} (x x_i)$ at $\rho(x)$ time
- 3. Mentrer que le polynome q(x) est orthogonal, sur $\{-1,1\}$ relativement à la fouction