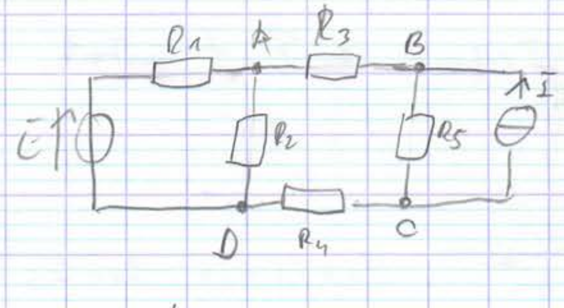
Lois fondamentales et théorèmes de l'électronique

I Définitions

* Noeud : Interconnexion d'au moins 3 fils

* Branche : Portion de circuit située entre 2 noeuds consécutifs

* Maille : Ensemble de branches formant 1 contour fermé qu'on peut parcourir sans passer 2 fois par chaque noeud intermédiaire.



4 noeuds — E et R_1 en série

6 branches — I et R_5 en //

6 mailles — $\{E, R_1\}$ et R_2 en //

. Des dipôles sont en série s'ils sont parcourus par le même courant. Ils appartiennent donc à la même branche.

· Des dipôles en // (dérivation) s'ils sont soumis à la même tension.

II Lois de Kirchhoff

Avant d'appliquer les lois, il faut impérativement flécher les courants et les tensions en respectant autant que possible les conventions.

a) Loi des noeuds

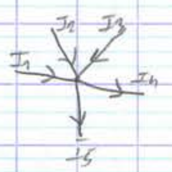
La somme algébrique des intensités des courants relatifs à 1 noeud est nulle.

compter ⊕ : courants qui arrivent sur le noeud

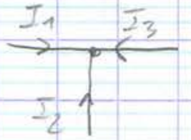
⊖ : courants qui en repartent

$$\Rightarrow \quad \sum I_{entrant} = \sum I_{sortant}$$

Ex :



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$



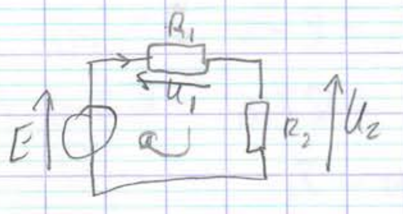
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

b) Loi des mailles

La somme algébrique des tensions le long d'un parcours fermé est nulle. Il faut définir 1 sens de parcours : ⊕ Tensions fléchées dans ce sens

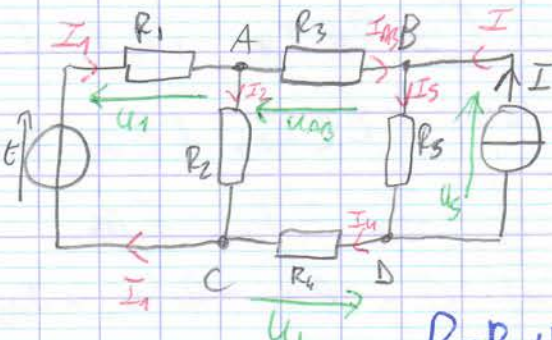
⊖ Tensions fléchées en sens inverse.

Ex :



$$E - U_1 - U_2 = 0$$

Exercice :



$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5$$

pbl $\quad I_{AB} = f(E, I, R)$

Lois des noeuds

3 équations

$$\begin{cases} \text{en A : } I_1 = I_{AB} + I_2 \\ \text{en B : } I + I_{AB} = I_5 \\ \text{en C : } I_2 + I_4 = I_1 \\ \text{en D : } I_5 = I + I_4 \end{cases} \qquad I_4 = I_{AB}$$

Loi des mailles

$$\begin{cases} E - U_1 - U_2 = 0 \\ E - U_1 - U_{AB} - U_4 - U_5 = 0 \\ U_2 - U_{AB} - U_4 - U_5 = 0 \end{cases}$$

Loi d'ohm

$U_1 = R_1 I_1 \qquad U_5 = R_5 I_5$

$U_2 = R_2 I_2 \qquad U_{AB} = R_3 \cdot I_{AB}$

$U_4 = R_4 \cdot I_{AB}$

$$\begin{cases} E = RI_1 + RI_2 & (1) \\ E = RI_1 + RI_{AB} + RI_{AB} + RI_S & (2) \\ I_1 = I_{AB} + I_2 & (3) \\ I_S = I_{AB} + I & (4) \end{cases}$$

(2) $E = 2RI_{AB} + RI_1 + RI_S$

(+4) $= 2RI_{AB} + RI_1 + R(I_{AB} + I)$

(3) $I_2 = I_1 - I_{AB}$

(1) $E \underset{(3)}{=} RI_1 + R(I_1 - I_{AB})$

$\Rightarrow R.I_1 = \frac{1}{2}(E + RI_{AB})$

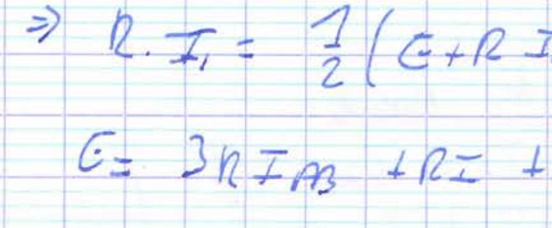
$E = 3RI_{AB} + RI + \frac{E}{2} + \frac{R}{2}I_{AB} = \frac{7}{2}RI_{AB} + \frac{E}{2} + RI$

$\Rightarrow \frac{7}{2}RI_{AB} = \frac{E}{2} - RI$

$\Rightarrow I_{AB} = \frac{E}{7R} - \frac{2}{7}I$

c) Ponts diviseurs

1) Pont diviseur de tension



$\underline{Pb}$: $U_2 = f(E, R_1, R_2)$

Loi d'ohm :
Loi des mailles :

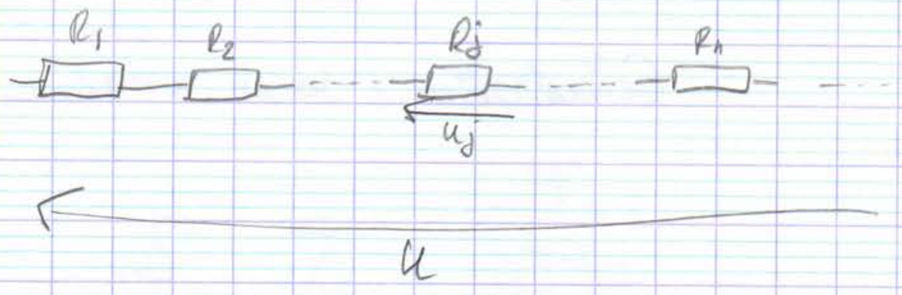
$$\begin{cases} U_1 = R_1 I \\ U_2 = R_2 I \Rightarrow I = \dfrac{U_2}{R_2} \quad / \quad U_1 = \dfrac{R_1}{R_2} U_2 \\ E = U_1 + U_2 \end{cases}$$

$$E = \frac{R_1}{R_2} U_2 + U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} U_2$$

$$\boxed{U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E}$$ Formule du pont diviseur de Tension (PDT)

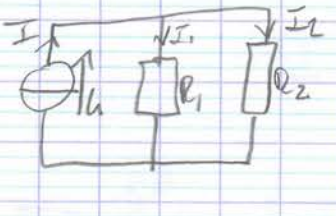
⚠ Les Résistances doivent être en série !

Généralisation : Soient n résistances en série.



$$U_j = \frac{R_j}{\sum_{k=1}^{n} R_k} U$$

2) Pont diviseur de courant



Pb $I_2 = f(I, R_1, R_2)$

Loi d'Ohm $U = R_1 I_1$
$U = R_2 I_2$ $\Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$

$I_1 = \frac{R_2}{R_1} I_2$

Loi des noeuds $I = I_1 + I_2$

$$I = \frac{R_2}{R_1} I_2 + I_2$$

$$= \frac{R_2 + R_1}{R_1} I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

= Formule du pont diviseur de courant (PDC)

Généralisation : Soient n résistances en //.

Cas n=2 : $I_2 = f(I, G_1, G_2)$

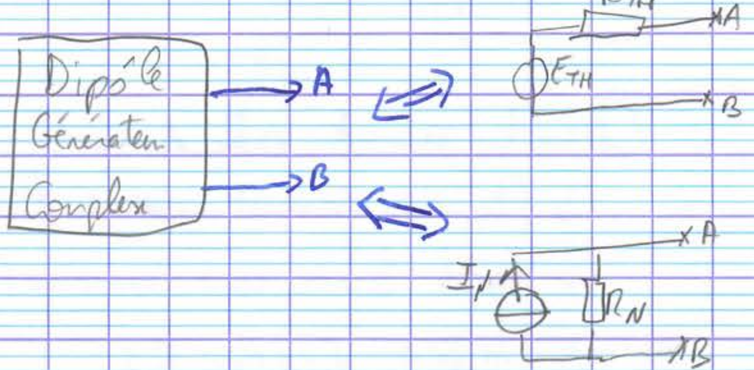
$$I_2 = \frac{\frac{1}{G}}{\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2}} I \times \frac{G_1}{G_1} = \frac{1}{1 + \frac{G_1}{G_2}} I \times \frac{G_2}{G_2}$$

$$I_2 = \frac{G_2}{G_2 + G_1} I$$

- Généralisation : $I_j = \frac{G_j}{\sum_{k=1}^{n} G_j} I$

$\underline{Cl}$ $I_{AB} = \frac{E}{7R} - \frac{2I}{7}$

2) Théorèmes de Thévenin et Norton

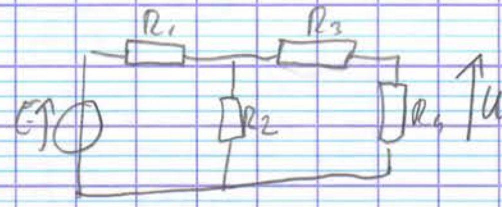


Enoncé :

Tout dipôle générateur complexe peut être remplacé, entre ses bornes A et B, par :

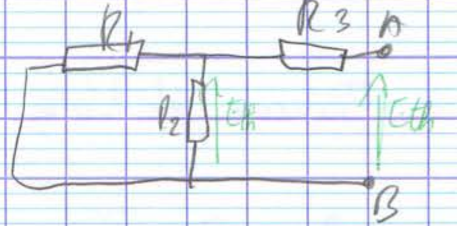
Un générateur de Thévenin (E_{th}, R_{th}) Eq	Un générateur de Norton (I_N, R_N) Eq
$\underline{R_{th}}$ = Résistance vue depuis A et B quand on a rendu le dipôle passif	$\underline{R_N} = R_{th}$
$\underline{E_{th}}$: Tension entre A et B quand ils ne sont pas reliés = Tension à vide	$\underline{I_N}$ = Courant entre A et B quand ils sont reliés par un fil = courant de court-circuit

$\underline{Ex\ 1}$:



$\underline{But}$: déterminer U avec soit Thévenin / Norton.

- R_{TH} / R_N :



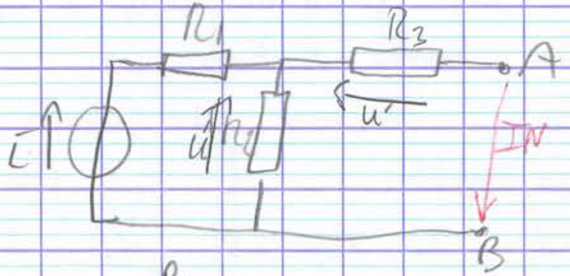
Circuit ouvert entre A et B

→ Pas de courant dans R_3

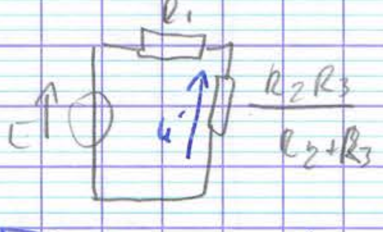
→ Pas de tension aux bornes de R_3

→ On peut supprimer R_3

$\boxed{\text{PDT}}$: $E_{th} = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} E$



$u' = R_3 I_N$



$\boxed{\text{PDT}}$ $u' = \dfrac{\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}{R_1 + \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}} E$

$$u' = \frac{R_2R_3}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} E$$

$$I_N = \frac{u'}{R_3} = \frac{R_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} E$$

III Théorèmes de l'électronique

But : Simplifier l'étude des circuits

1) Théorème de superposition

→ Conditions d'application :

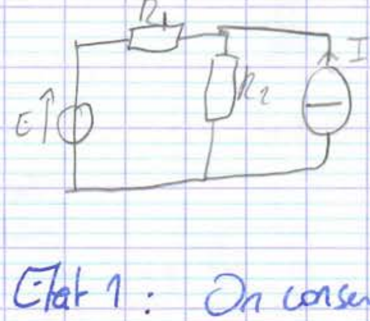
. Circuit linéaire avec plusieurs générateurs
. Générateurs indépendants (non liés)

→ Énoncé :

La grandeur recherchée est la somme des grandeurs calculées en ne conservant qu'un seul générateur, tous les autres étant annulés.

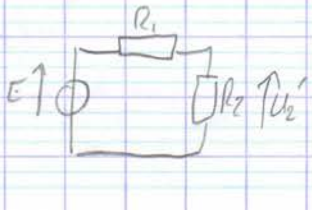
Annuler 1 source de tension : la remplacer par 1 fil.
Annuler 1 source de courant : la remplacer par 1 interrupteur ouvert.
↳ On peut supprimer la branche correspondante.

Exemple 1 :



$U_2 = f(E, I, R_1, R_2)$

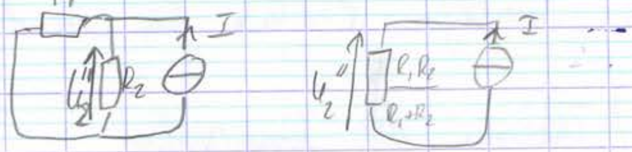
État 1 : On conserve E



PDT

$$U_2' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

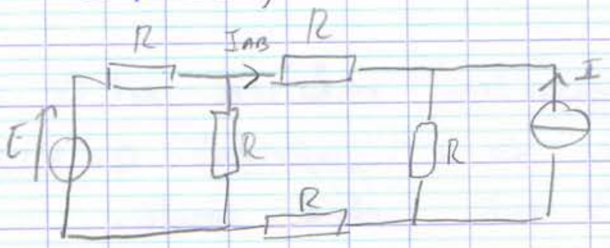
Etat 2 : On conserve I



D'après le théorème de superposition

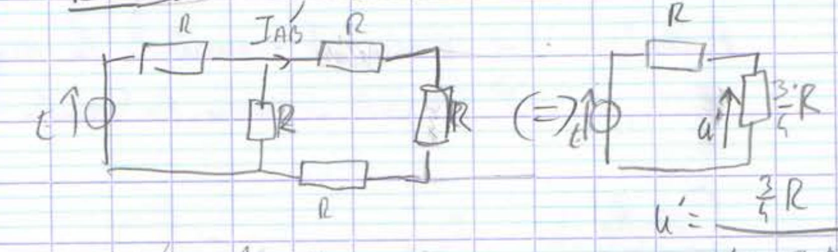
$$u_2 = u_2' + u_2'' = \frac{R_2 E + R_1 R_2 I}{R_1 + R_2}$$

Exemple 2 :



$I_{AB} = f(E, I, R)$

Etat 1 : On conserve E

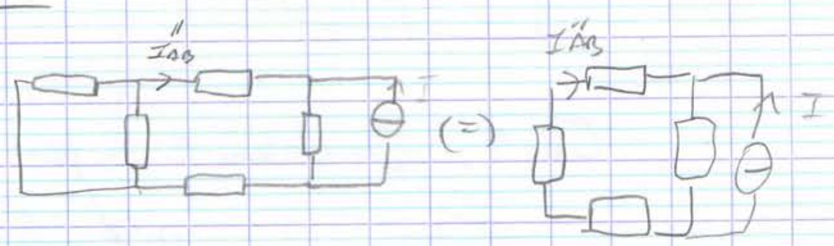


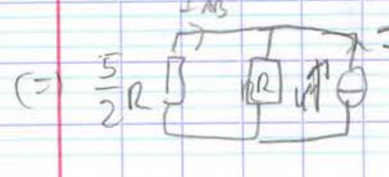
$$u' = \frac{\frac{3}{4}R}{R + \frac{3}{4}R} E$$

$$= \frac{3R}{4R+3R} E = \frac{3}{7} E$$

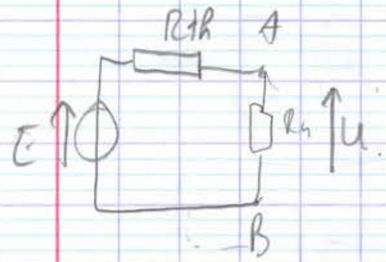
$$I'_{AB} = \frac{u'}{3R} = \frac{1}{3R} \times \frac{3}{7} E = \frac{E}{7R}$$

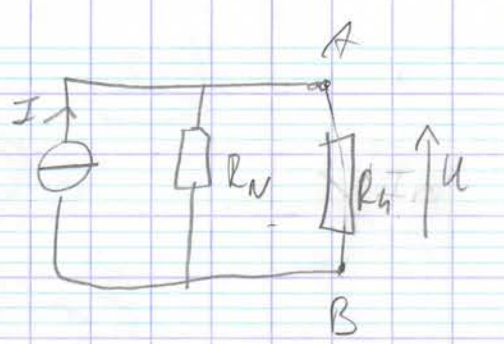
Etat 2 : On conserve I





PDC : $I''_{AB} = \frac{-R}{\frac{5}{2}R + R} I = \frac{-2R}{5R + 2R} I = -\frac{2}{7} I$

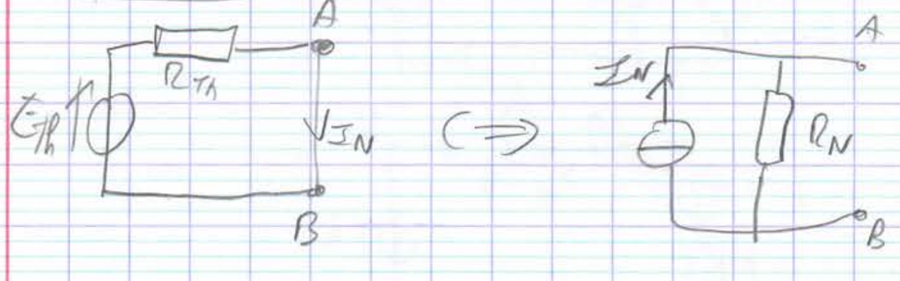




$\boxed{\text{PDT}}$ $u = \dfrac{R_L}{R_{th} + R_L} E_{th}$

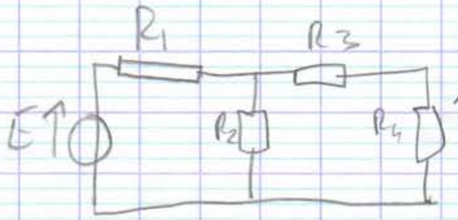
$U = \dfrac{R_L R_N}{R_L + R_N} I_N$

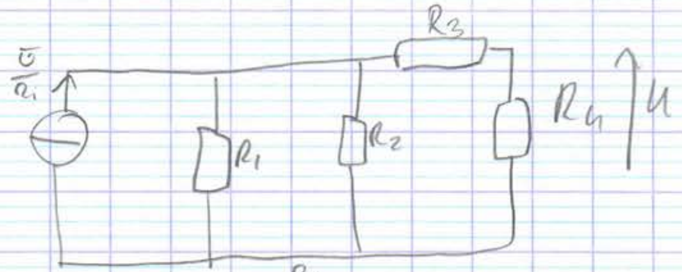
<u>Equivalence</u> Thévenin / Norton

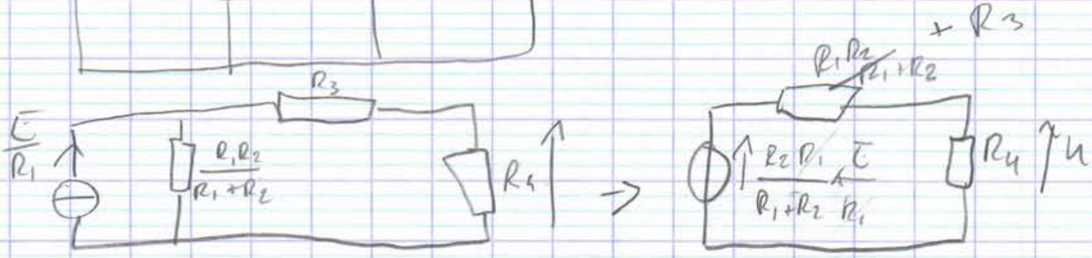


$R_N = R_{th}$

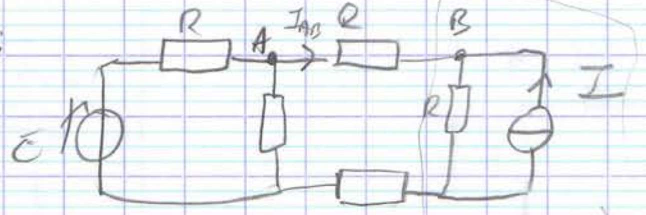
$I_N = \dfrac{E_{th}}{R_{Th}}$ / $E_{th} = R_N \cdot I_N$

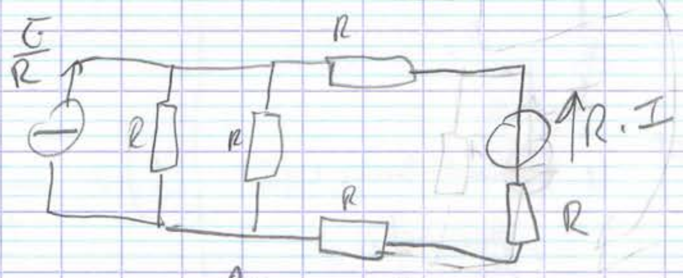


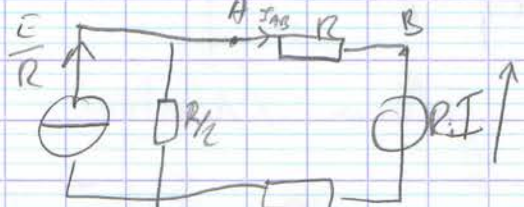


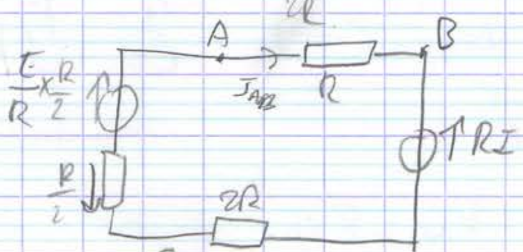


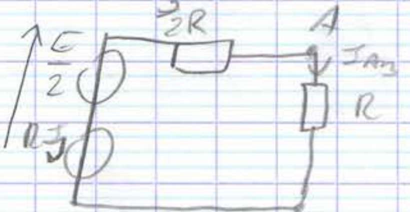
Ex2:

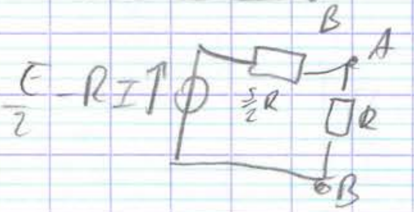

R
A
I_{AB}
R
B
I
R
E


$\frac{E}{R}$
R
R
R
R
R.I
R

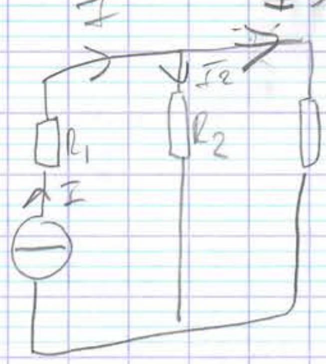

$\frac{E}{R}$
A
I_{AB}
R
B
R/2
R.I


$\frac{E}{R} \times \frac{R}{2}$
A
2R
B
I_{AB}
R
RI
$\frac{R}{2}$
2R


$\frac{E}{2}$
$\frac{5}{2}R$
A
I_{AB}
R
RI


B
A
$\frac{E}{2} - RI$
$\frac{5}{2}R$
R
B

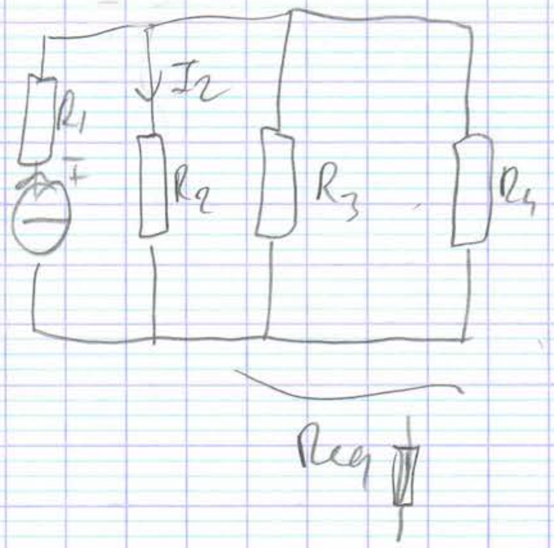
Exemple :



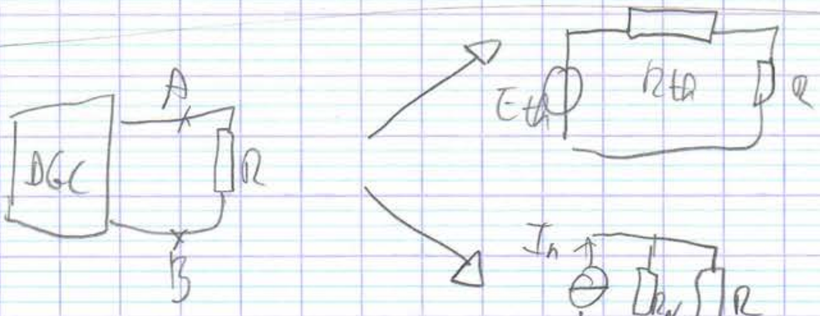
$$I_2 = \frac{\left(\frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3}\right) \times I}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I_2 =$$

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I$$



$$I_2 = \frac{G_2}{G_2 + G_3 + G_4} I$$



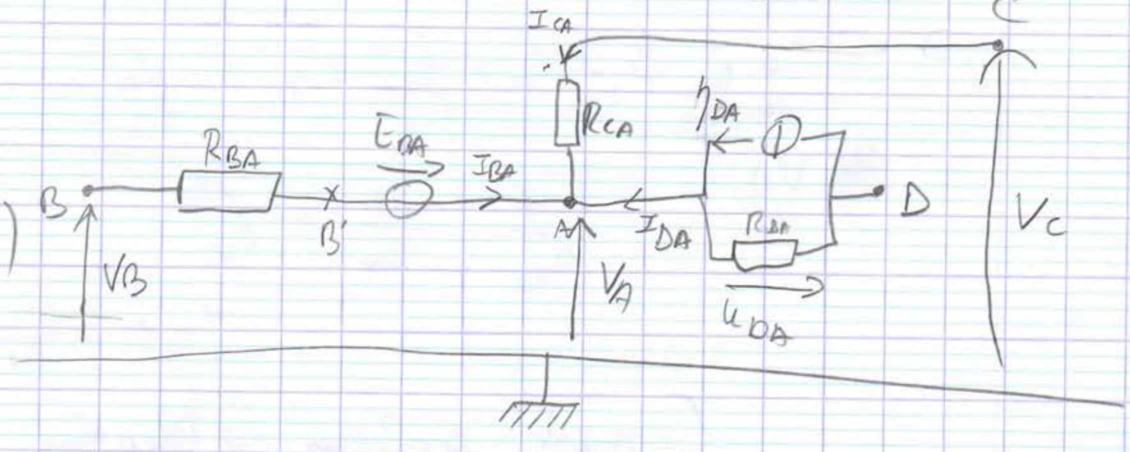
R_{th} $(= R_N) >> R \Rightarrow$ Thevenin

3) Théorème de Millman

= loi des noeuds en termes de potentiels

<u>But</u> :

$V_A = f(V_B, V_C, V_D, E_{BA}, \eta_{DA}, R_i)$



<u>Loi des noeuds</u> :

$$I_{BA} + I_{CA} + I_{DA} = 0$$

- $I_{CA} = \dfrac{u_{CA}}{R_{CA}} = \dfrac{V_C - V_A}{R_{CA}}$

- $I_{BA} = \dfrac{u_{BB'}}{R_{BA}} = \dfrac{V_B - V_A}{R_{BA}}$

Or, $E_{BA} = V_A - V_{B'}$

$\Rightarrow V_{B'} = V_A - E_{BA}$

$$I_{BA} = \frac{V_B + E_{BA} - V_A}{R_{BA}}$$

$$I_{DA} = \eta_{DA} + \frac{u_{DA}}{R_{DA}} = \eta_{DA} + \frac{V_D - V_A}{R_{DA}}$$

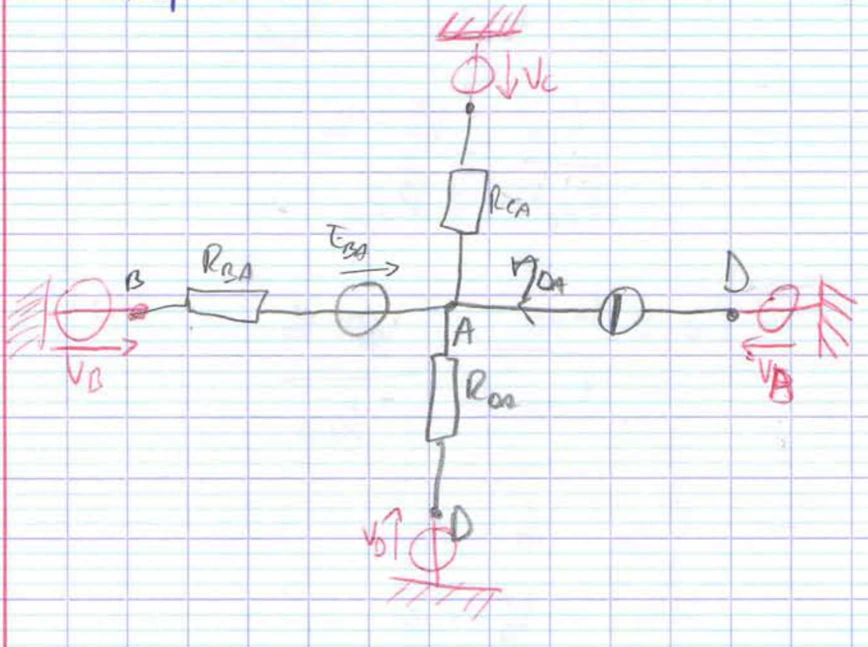
$$\frac{V_B + E_{BA} - V_A}{R_{BA}} + \frac{V_C - V_A}{R_{CA}} + \eta_{DA} + \frac{V_D - V_A}{R_{DA}} = 0$$

$$V_A\left(\frac{1}{R_{BA}}+\frac{1}{R_{CA}}+\frac{1}{R_{DA}}\right)=\frac{V_B+E_{BA}}{R_{BA}}+\frac{V_C}{R_{CA}}+\eta_{DA}+\frac{V_D}{R_{DA}}$$

$$V_A=\frac{\frac{V_B+E_{BA}}{R_{BA}}+\frac{V_C}{R_{CA}}+\eta_{DA}+\frac{V_D}{R_{DA}}}{\frac{1}{R_{DA}}+\frac{1}{R_{CA}}+\frac{1}{R_{DA}}}$$

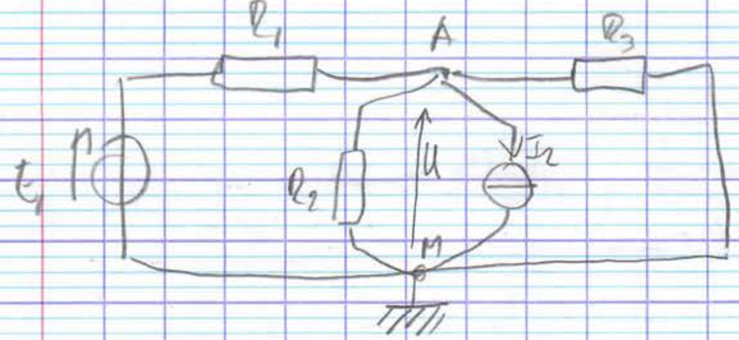
Comment appliquer le théorème de Millman ?

Représentation "éclatée"



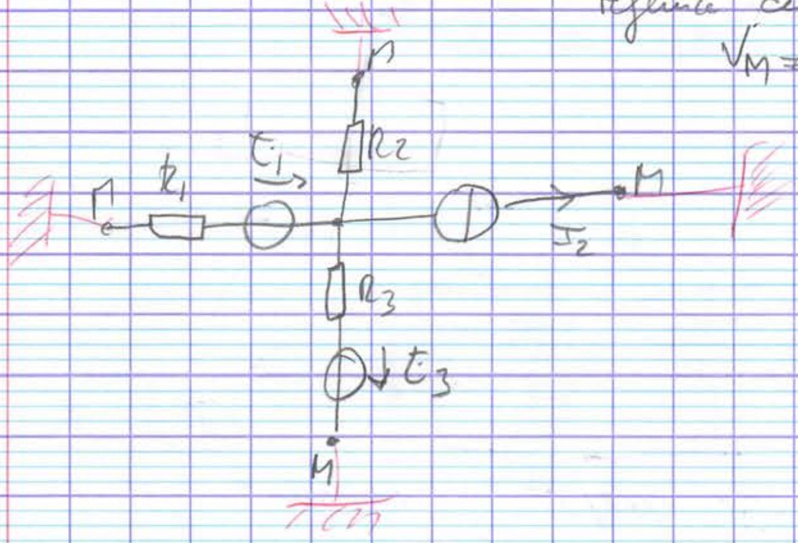
Th de Millman en A

$$V_A=\frac{\frac{E_{BA}+V_D}{R_{BA}}+\frac{V_C}{R_{CA}}+\frac{V_D}{R_{DA}}+\eta_{DA}}{\frac{1}{R_{BA}}+\frac{1}{R_{CA}}+\frac{1}{R_{DA}}}$$



Pb : Déterminer U

$U = V_A - V_M = V_A$ car on choisit M comme référence des potentiels $V_M = 0$



Millman en A :

$$V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3} - I_2 + \frac{0}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}}$$

Si on ne choisit pas de réf. des potentiels

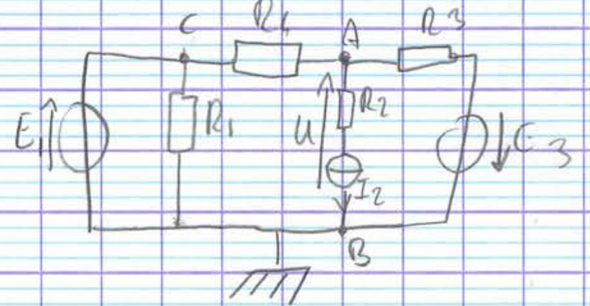
$$V_A = \frac{\frac{E_1 + V_M}{R_1} + \frac{V_M - E_3}{R_3} - I_2 + \frac{V_M}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$U = V_A - V_M$$

$$U = \frac{\frac{E_1 + V_M}{R_1} + \frac{V_M - E_3}{R_3} - I_2 + \frac{V_M}{R_2} - V_M\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3} - I_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Exemple 3 :

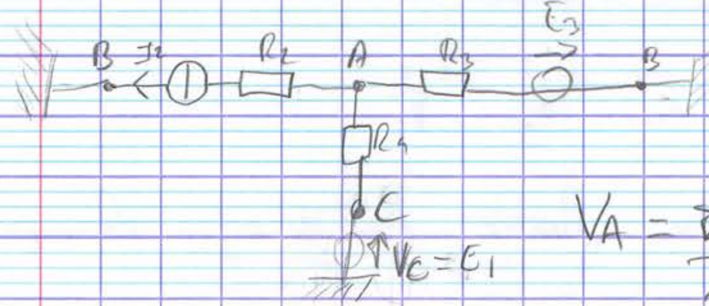


Déterminer $U = f(E_i, I_2, R_i)$

$U = V_A - V_B$

On choisit B comme référence des potentiels ($V_B = 0$)

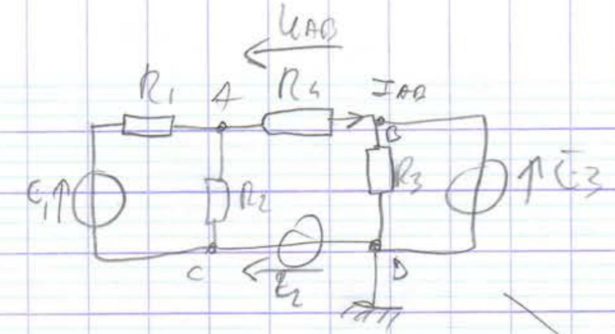
$\Rightarrow U = V_A$



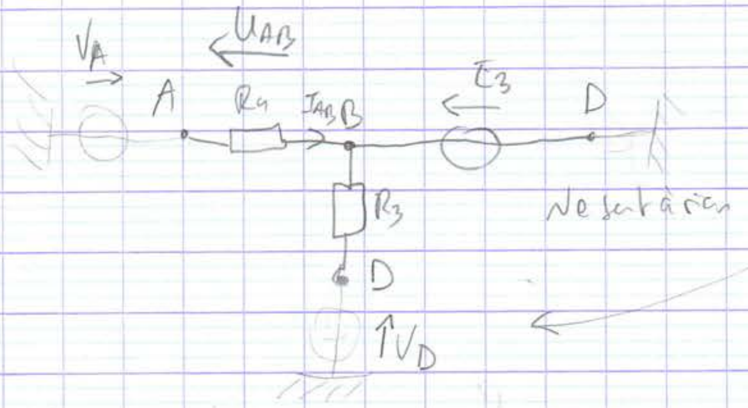
$$V_A = \frac{\frac{E_1}{R_4} - \frac{E_3}{R_3} - I_2}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3}} = U$$

$E_1 = V_C - V_B = V_C$

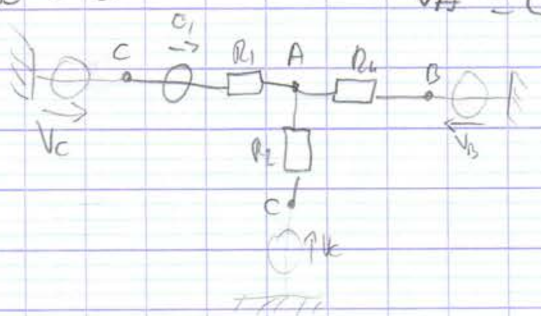
Exemple 4 :



Déterminer I_{AB}.



$V_D = 0$ $\qquad$ $V_A = E_1$



$V_B = E_3$ $\qquad$ $V_C = E_2$

$$V_A = \frac{\frac{E_3}{R_4} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1 + E_2}{R_1}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}}$$

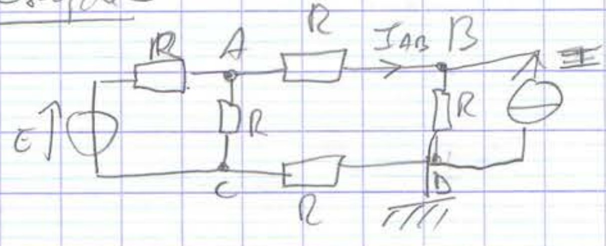
$$I_{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_4} = \frac{V_A - E_3}{R_4}$$

OU

$$V_A = R_4 I_{AB} + V_B$$

$$= \frac{\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1 + E_2}{R_1} - I_{AB}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

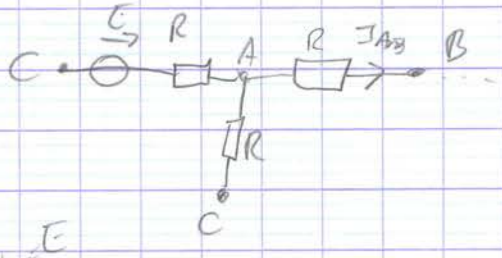
Exemple 5 :



Déterminer I_{AB}.

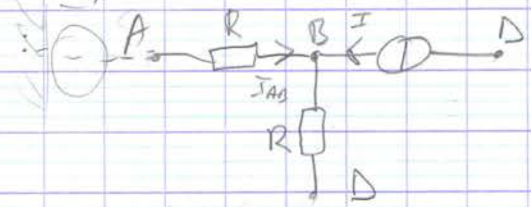
$$V_D = 0$$

Millman : en A :

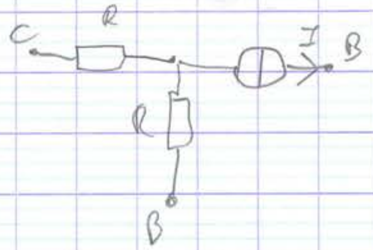


$V_A - E$

en B :



en D :



$$\text{en } A : \; V_A = \frac{\frac{E+V_C}{R} + \frac{V_C}{R} + \frac{V_B}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$

$$\text{ou } V_A = \frac{\frac{E+V_C}{R} + \frac{V_C}{R} - I_{AB}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$

en B $$V_B = \frac{\frac{V_A}{R} + \frac{0}{R} + I}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$

en D $$V_D = \frac{\frac{V_C}{R} + \frac{V_B}{R} - I}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$

en C $$V_C = \frac{\frac{V_A}{R} + \frac{V_A - E}{R} + \frac{0}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$