

Propagation d'O.E.M dans un milieu matériel

Exercice 1 **Propagation d'O.E.M dans l'ionosphère**

Une O.E.M.P.P.S monochromatique est envoyée dans l'ionosphère, qui est l'ensemble des couches atmosphériques situées entre 60km et 300km d'altitude. Ces dernières se modélisent en un gaz ionisé appelé plasma, de permittivité proche de ϵ_0 et de perméabilité proche de μ_0 . Ce plasma électriquement neutre est constitué d'ions pratiquement immobiles et d'électrons non relativistes ($v \leq 10^6$ m/s) de charge $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C, et de densité $n_e = 10^{12}$ m⁻³.

1) Donner les forces pouvant s'appliquer sur l'électron (On néglige les frottements car le plasma est très peu dense)

2) a) Montrer que la force électrique est prépondérante devant la force magnétique. (Faire le rapport entre F_e et F_m).

b) Ecrire le P.F.D, en déduire l'expression de la vitesse en fonction du champ électrique de l'onde \vec{E} . On donne : $\frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -i\omega \cdot \vec{v}$

c) Ecrire la densité de courant \vec{J} en fonction de \vec{E} , en déduire la conductivité du milieu plasma.

d) Retrouver la relation de dispersion et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right);$$

Où ω_p est la pulsation plasma, une constante à préciser. Calculer la fréquence plasma, on donne: $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg.

3) Tracer le diagramme de dispersion : $\omega = f(k)$.

4) Donner les expressions des vitesses de phase et de groupe. Commenter les résultats.

5) Des ondes radio de fréquence $f = 216$ kHz, peuvent elles se propager dans l'ionosphère?

Exercice 2 **Propagation dans un isolant**

On considère un milieu diélectrique (isolant), composé de n_e électrons de masse m_e et de n_i ions de masse m_i ($m_e \ll m_i$). Les électrons sont soumis à une force de rappel d'expression $\vec{f} = -K \cdot \vec{r}$ où \vec{r} est la position de l'électron et K la constante de rappel (ou la constante de raideur). On envoie dans le milieu une O.E.M.P.P.S, et on s'intéresse à étudier le diagramme de dispersion $\omega = f(k)$. On suppose que $\mu \approx \mu_0$ et $\epsilon \approx \epsilon_0$.

- 1) a) Donner l'équation du P.F.D pour un électron, sachant que $F_e \gg F_m$ et le vecteur accélération et le vecteur vitesse vérifient : $\vec{v} \approx \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = -i\omega \cdot \vec{r}$ et $\frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -i\omega \cdot \vec{v}$.
- b) Exprimer la position \vec{r} en fonction du champ électrique de l'onde, de ω et de ω_0 . Où $\omega_0^2 = K/m_e$, pulsation propre de l'oscillateur qui est l'électron.
- 2) Donner l'expression de la densité de courant \vec{J} en fonction du champ \vec{E} , en déduire la conductivité du milieu diélectrique γ .
- 3) a) Montrer que l'équation de dispersion peut se mettre sous la forme :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{\omega^2 - \Omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \right). \text{ Où } \omega_p^2 = n_e \cdot e^2 / m_e \cdot \epsilon_0 \text{ et } \Omega^2 = \omega_p^2 + \omega_0^2.$$

- b) Calculer ω_p et ω_0 , avec $n_e = 10^{12} \text{ m}^{-3}$, $m_e = 9.10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1.6.10^{-19} \text{ C}$, $\epsilon_0 = 9.10^{-12} \text{ S.I}$ et $K = 3.6.10^{-16} \text{ N/m}$.
- c) Donner les types d'ondes dans ce milieu.
- d) Tracer la courbe $\omega = f(k)$, en précisant les fréquences de coupure et les bandes passantes.

Exercice 3 **Propagation dans un conducteur (Effet de peau)**

On envoie une O.E.M.P.S de pulsation ω dans un conducteur métallique, dont les électrons libres sont soumis à une force de frottement $\vec{f} = -m_e \vec{v} / \tau$ où τ est le temps moyen entre deux collisions successives.

- 1) Etablir le principe fondamental de la dynamique pour un électron, on tient compte des approximations suivantes : ($F_e \gg F_m$, $d\vec{v}/dt \approx \partial \vec{v} / \partial t = -i\omega \vec{v}$), en déduire la vitesse de l'électron.
- 2) Exprimer la densité de courant, en déduire la conductivité γ
- 3) Donner l'équation de dispersion $k^2 = f(\omega^2)$, on pose : $\omega_p^2 = n_e \cdot e^2 / m_e \cdot \epsilon_0$, où ω_p est la pulsation plasma.
- 4)
 - a) Donner le comportement de l'onde dans le cas où $\omega\tau \ll 1$, sachant que pour les métaux $\tau \approx 10^{-14} \text{ s}$
 - b) Montrer que k^2 peut s'écrire comme $k^2 \approx i\omega\mu_0\gamma_0$ où γ_0 représente la conductivité statique et est donnée par $\gamma_0 = n_e \cdot e^2 \cdot \tau / m_e$. Pour les métaux $\gamma_0 = 10^7 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$, et la pulsation de l'onde vérifie : $(10^{10} < \omega < 10^{12}) \text{ rad/s}$.
 - c) Donner les parties réelle et imaginaire du nombre d'onde k . On donne : $i = \frac{(1+i)^2}{2}$
 - d) Ecrire l'expression du champ \vec{E} en fonction de k' et k'' , en déduire pour quelle valeur de $x = \delta_0$ (appelée profondeur de peau), l'amplitude de \vec{E} sera égale à $E_0 \cdot e^{-1}$
 - e) Calculer pour le cuivre les valeurs de δ_0 pour les fréquences 50 Hz, 1kHz, 1MHz.

f) L'aluminium possède une conductivité : $\gamma = 3,5.10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. Les fours à micro-onde émettent à une fréquence de 2,45.GHz. Peut-on chauffer des aliments contenus dans un plat en aluminium ?