INFO-SPE
2010/2011

Partiel n° 1 de Physique
Documents et calculatrice non autorisés

Exercice 1 (sur 3 points))

Démontrer l'identité suivante en coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{V}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{V}) - \Delta\vec{V}$$

Exercice 2 (sur 6 points)

Un fil conducteur infiniment long, porté par l'axe Oz, est parcouru par un courant d'intensité variable en fonction du temps: $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Le sens du courant est vers les z positifs.

Le champ magnétique créé par le courant I est tangentiel et s'exprime par :

$$B_\theta(r) = (\frac{\mu_0 I}{2.\pi}).\frac{1}{r}$$

1) Tracer quelques lignes de ce champ magnétique à l'extérieur du fil.

2) Donner la direction et les variables de dépendance du potentiel vecteur $\vec{A}$ crée par le même courant I. Justifier votre réponse.

3) Exprimer le potentiel vecteur $\vec{A}$ en tout point M extérieur au fil.
On prend $A(r_0) = 0$, tel que r_0 est une constante qui représente la distance entre le fil et un point fixe M_0. Le potentiel vecteur A doit être fonction de μ_0, I, r et r_0.

4) En déduire l'expression du champ électrique induit $\vec{E}_i$. Représenter les lignes de champ électrique induit $\vec{E}_i$.

5) Proposer un système qui permet de mesurer la tension induite à l'extérieur du fil. Préciser sa géométrie et comment doit on le placer pour que le calcul de cette tension soit simple.

Exercice 3 (sur 7 points)

Une onde électromagnétique, plane, progressive et sinusoïdale, se propage dans l'air avec une célérité c = 3.10^8 m/s.

Le champ électrique de cette onde est :

$$\vec{E} = 10^6 \cos((k\frac{\sqrt{3}}{2}x + k\frac{1}{2}z) - \omega.t).\vec{e}_y$$

1) a) Donner les composantes du vecteur nombre d'onde $\vec{k}$ en fonction de k.
   b) Préciser la direction de propagation, justifier votre réponse.
   c) Calculer le nombre d'onde k et la fréquence f de cette onde, sachant que la longueur d'onde : $\lambda = 0.1$ µm. Préciser le domaine spectrale de cette onde.

2) Utiliser les propriétés d'ondes planes, pour représenter les vecteurs $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ dans le trièdre direct (O, x, y, z).

4) Utiliser une des équations de Maxwell en notation complexe, pour en déduire les composantes du champ magnétique $\vec{B}$. Calculer l'amplitude : B_0

5) Représenter sur le même trièdre direct (Oxyz) le vecteur de Poynting $\vec{S}$. Donner ses composantes en précisant l'expression et la valeur de son amplitude S_0.
   On donne: $\varepsilon_0 = 9.10^{-12} S.I$.

6) Déterminer la puissance moyenne reçue par un écran de surface égale à $4cm^2$, que l'on place perpendiculairement au vecteur de Poynting

Partie Cours : (sur 4 points)

On considère une onde électromagnétique plane, progressive et sinusoïdale, qui se propage dans un milieu matériel neutre, de permittivité ε, de perméabilité µ, et de conductivité γ.

1) Préciser et justifier les trois types d'ondes pouvant avoir lieu dans le milieu, selon les différentes écritures du nombre d'onde k

2) Retrouver pour chaque cas l'expression du champ électrique, en représentant à l'aide d'un schéma son comportement dans le milieu matériel par rapport au milieu vide (où milieu air).

Formulaire

Expression du rotationnel en coordonnées cylindriques

$$\vec{rot}(\vec{A}) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_z}{\partial \theta} - \dfrac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \dfrac{\partial A_r}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_r}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$

Equations de Maxwell dans un milieu matériel quelconque

1) $div(\vec{E}) = \dfrac{\rho}{\varepsilon}$

2) $div(\vec{B}) = 0$

3) $\vec{rot}(\vec{E}) = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

4) $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu.\vec{J} + \mu\varepsilon\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Equations aux potentiels

5) $\vec{B} = \vec{rot}(\vec{A})$

6) $div(\vec{A}) + \mu\varepsilon\dfrac{\partial V}{\partial t} = 0$

7) $\vec{E} = -\vec{grad}(V) - \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E} = -\vec{grad}(V) + \vec{E}_t$

Vecteur de Poynting

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu}$$

Puissance de rayonnement

$P = \Phi(\vec{S}) =$ flux du vecteur de Poynting

Valeur moyenne sur une période

$$< \cos^2(f(x,t) >_T = \frac{1}{2}$$