

Exercice I

Soit $f(x)$ une fonction continue donnée par points:

x_i	-2	-1	0	1	2
$f(x_i)$	7	0	1	-2	3

- 1) Construire le tableau des différences divisées
- 2) En déduire le polynôme d'interpolation de Newton.
- 3) Utiliser l'algorithme division synthétique pour interpoler $f(3)$ et donner les approximations des dérivées $f'(3)$, $f''(3)$ et $f'''(3)$.
- 4) Donner l'expression de l'erreur d'interpolation: $\varepsilon(x) = f(x) - P_4(x)$.

Exercice II

(2)

On considère la méthode d'intégration numérique :

$$\int_{-h}^h f(x) dx \simeq \frac{h}{3} (f(-h) + 4f(0) + f(h))$$

où h est un réel > 0 .

- 1) Déterminer l'ordre de la méthode.
- 2) Déterminer le noyau de Peano de cette méthode.
- 3) Montrer que le noyau de Peano garde un signe constant sur $[-h, h]$.
- 4) Donner l'erreur d'intégration et majorer cette erreur.
- 5) Donner l'erreur d'intégration dans le cas où l'intervalle d'intégration est $I = [a, b]$ quelconque.