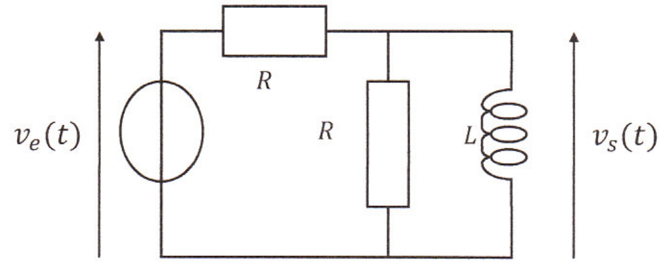
NOM : .... PRENOM :.. GROUPE :........

Partiel 2 Electronique - CORRIGE

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.
Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1. Filtre du premier ordre (7 points)

Soit le circuit suivant :



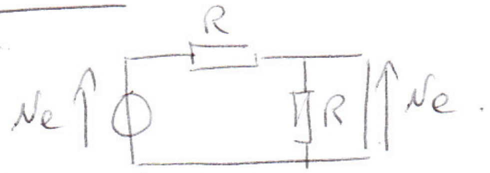
1. Etude Qualitative : Calculer les limite du gain quand f $\rightarrow$ 0 et quand f $\rightarrow \infty$ et en déduire le type de filtre.

Rappel : $\log(2) \approx 0{,}3$

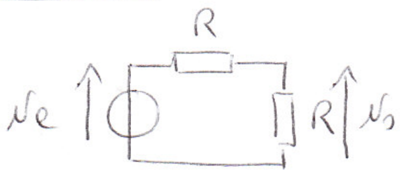
En TBF : L $\Leftrightarrow$ ——— $\Rightarrow$ $v_s \rightarrow 0$

$A \rightarrow 0$

$G \rightarrow -\infty$.



En THF : L $\Leftrightarrow$ —/—



$\Rightarrow$ $v_s \rightarrow \dfrac{R}{R+R} v_e$ (PDT)

$\Rightarrow v_s \rightarrow \frac{1}{2} v_e \Rightarrow A \rightarrow \frac{1}{2}$

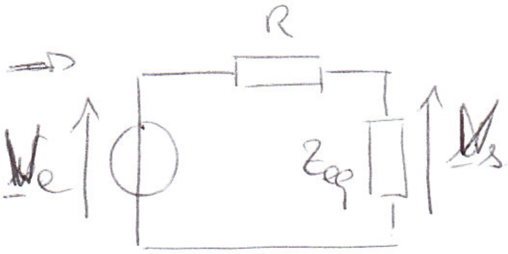
$\Rightarrow G \rightarrow -6\text{dB}$

$\Rightarrow$ Filtre Passe-Haut.

2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous la forme générale.

La bobine et la résistance de droite sont en //.

$\Rightarrow$



avec $Z_{eq} = \dfrac{jLR\omega}{R + jL\omega}$

La formule du PDT donne alors :

$$\underline{V_s} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}} \underline{V_e} \Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}}$$

$$\underline{T}'(\omega) = \frac{jLR\omega}{R+jL\omega} \times \frac{1}{R + \frac{jLR\omega}{R+jL\omega}}$$

$$= \frac{jLR\omega}{R^2 + jLR\omega + jLR\omega}$$

$$= \frac{jL\omega}{R + 2jL\omega}$$

On veut mettre cette fonction de transfert sous la forme : $\underline{T}'(\omega) = A_{max} \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$

$$\underline{T}'(\omega) = \frac{1}{R} \cdot \frac{jL\omega}{1 + 2j\frac{L}{R}\omega} = \frac{1}{2} \times \frac{2j\frac{L}{R}\omega}{1 + 2j\frac{L}{R}\omega}$$

$\Rightarrow$ Par identification, on obtient :

$$\omega_c = \frac{R}{2L} \quad \text{et} \quad A_{max} = \frac{1}{2}$$

3. Donner l'expression de la pulsation de coupure ω_c. Que vaut le gain en dB pour $\omega = \omega_c$.

ω_c est la pulsation tq $A(\omega_c) = \frac{A_{max}}{\sqrt{2}}$

Par définition de la forme normalisée de la fonction de transfert, on a :

$$\omega_c = \frac{R}{2L}.$$

On sait, de plus, que $G(\omega_c) = G_{max} - 3dB$

$= -6\,dB - 3dB$

$= -9dB.$

4. Tracer le diagramme de Bode asymptotique du filtre (courbe de gain uniquement). Vous préciserez l'équation de chacune des 2 asymptotes.

Équations des asymptotes : $A(\omega) = A_{max} \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$

En TBF : $\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \underset{0}{\sim} 1.$

$A(\omega) \underset{0}{\sim} A_{max} \cdot \frac{\omega}{\omega_c}$

$G \underset{0}{\sim} 20 \log \omega + 20 \log \frac{A_{max}}{\omega_c}$

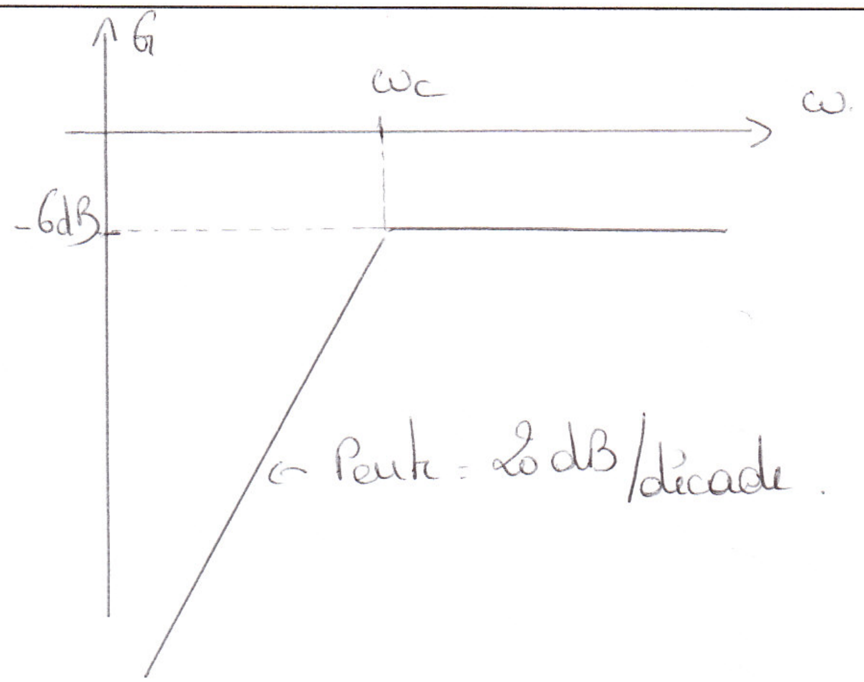
= Asymptote oblique de pente + 20dB/décade.

En THF : $\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \underset{\infty}{\sim} \frac{\omega}{\omega_c}$

$A(\omega) \underset{\infty}{\sim} A_{max} \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\frac{\omega}{\omega_c}} = A_{max}$

$G(\omega) \underset{\infty}{\sim} 20 \log A_{max}$

= Asymptote horizontale



5. Quel type de filtre obtient-on si on remplace la bobine par un condensateur ? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète)

Les comportements des condensateurs et des bobines étant "inversés" en THF et TBF, les études qualitatives des THF et TBF seront aussi inversées.

$\Rightarrow$ TBF : $G \rightarrow -6dB$

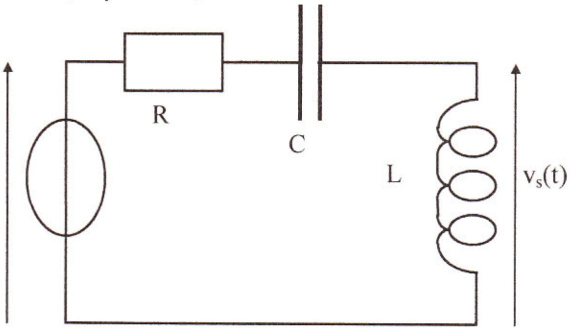
THF : $G \rightarrow -\infty$.

$\Rightarrow$ On obtient un filtre Passe-bas.

Exercice 2. Filtre du deuxième ordre (7 points)

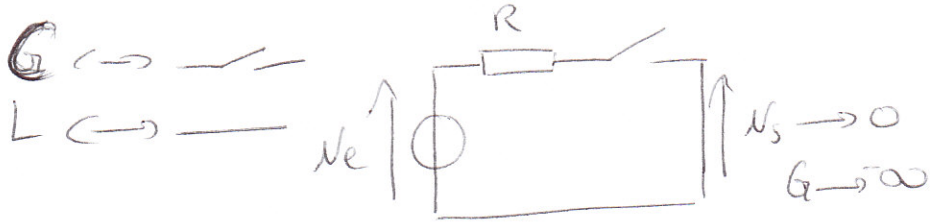
Soit le circuit suivant :

Rq: Ce filtre a été étudié en cours.

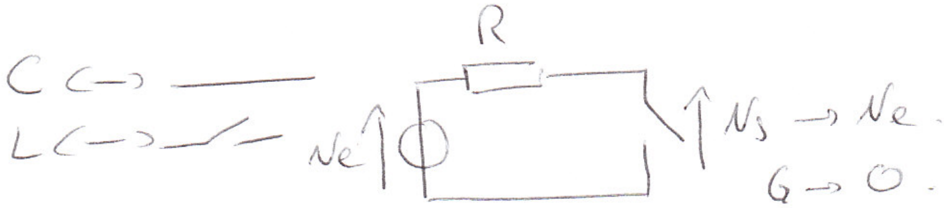


1. Etude Qualitative : Donner l'expression du gain quand $f \to 0$ et quand $f \to \infty$ et en déduire le type de filtre.

En TBF.



En THF.



⇒ Filtre Passe-Haut.

2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous sa forme générale.

Rappel : Une fonction de transfert d'un filtre du 2ème ordre doit se mettre sous la forme :

$$\underline{T}(\omega) = \frac{?}{1 + 2.j.z.\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La formule du PDT nous donne :

$$\underline{V_s} = \frac{jL\omega}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega}\,\underline{V_e}$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{-LC\omega^2}{1 + jCR\omega - LC\omega^2}$$

On veut mettre cette fonction de transfert sous la forme : $\underline{T}(\omega) = A_0 \cdot \dfrac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jz\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$.

où A_0 = Amplification en THF.

Par identification, on obtient alors :

$$\begin{cases} A_0 = 1. \\ \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ z = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}} \end{cases}$$

3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique du filtre (courbe de gain uniquement). Vous préciserez l'équation de chacune des 2 asymptotes.

$$A(x) = A_0 \cdot \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2+(2zx)^2}}$$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ = Pulsation réduite.

Equations des asymptotes :

TBF : $\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2+(2zx)^2}} \underset{0}{\sim} 1$

$$A(x) \underset{0}{\sim} A_0 \cdot x^2$$

$$G(x) \underset{0}{\sim} 20\log x^2 + 20\log A_0$$

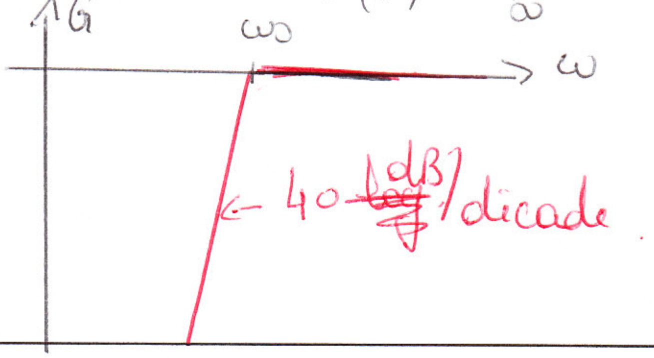
$$= \underline{40\log x + 20\log A_0}$$

= Asymptote oblique de pente +40 dB/décade.

THF : $\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2+(2zx)^2}} \underset{\infty}{\sim} \frac{1}{x^2}$

$$A(x) \underset{\infty}{\sim} A_0$$

$$G(x) \underset{\infty}{\sim} 20\log A_0$$ = Asymptote horizontale.

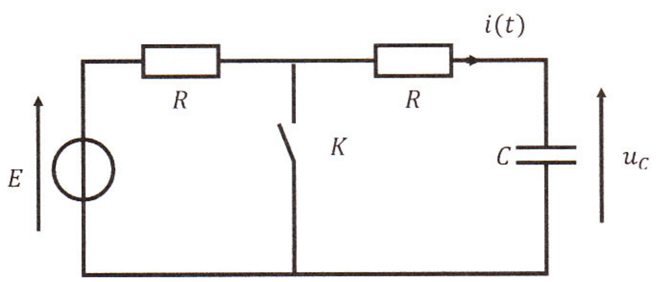


4. Quel type de filtre obtient-on si on inverse la bobine et le condensateur ? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète)

Même raisonnement que dans l'exo 1.

$\Rightarrow$ On obtient un filtre passe-bas.

Exercice 3. Etude d'un Circuit RC en régime libre (6 points)



$R = 1k\Omega$
$E = 15V$
$C = 15\mu F$

Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert et le régime permanent continu est atteint.

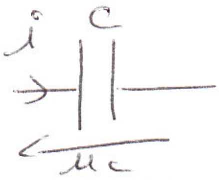
A $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui court-circuite la branche de gauche.

1. Que vaut u_C pour $t < 0$. Justifiez votre réponse.

Le régime continu étant atteint, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert. Il n'y a donc pas de courant dans le circuit et donc, pas de tension aux bornes des R. La loi des mailles donne alors : $u_C = E$

2. On se place maintenant à $t \geq 0$.

   a. Rappelez la relation courant-tension pour le condensateur.



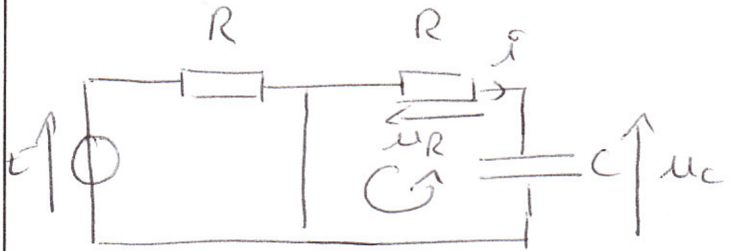
$$i = C\frac{du_c}{dt}$$

   b. Que vaut u_C juste après avoir fermé l'interrupteur ($t = 0^+$).Justifiez votre réponse.

Il y a continuité de la tension aux bornes du condensateur $\Rightarrow$ $\underline{u_c(t=0^+) = u_c(t=0^-) = E}$.

   c. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$

Quand on ferme K, la branche de gauche se trouve court-circuitée. En appliquant la loi des mailles dans la maille de droite, on trouve :



$$u_c + u_R = 0$$

$$u_c + Ri = 0$$

Or $i = C\dfrac{du_c}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = 0}$$

d. Résoudre cette équation différentielle pour déterminer l'expression de la tension $u_C(t)$

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{1}{RC} u_c \Leftrightarrow \frac{du_c}{u_c} = \frac{-dt}{RC}$$

$$\Leftrightarrow \ln u_c = -\frac{t}{RC} + A$$

$$\Leftrightarrow u_c = K e^{-t/RC}$$

Identification de la constante :

$$u_c(t=0) = E = K.$$

$$\Rightarrow \underline{u_c(t) = E e^{-t/RC}}$$

e. En déduire l'expression de $i(t)$.

On sait que $i(t) = C \dfrac{du_c}{dt}$

$$\Rightarrow i(t) = C \times E \times \left(\frac{-1}{RC}\right) e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow \underline{i(t) = -\frac{E}{R} e^{-t/RC}}.$$