

Suites de fonctions

On a $f_n(x)$ une suite de fonction avec $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \text{set } R$

Convergence Simple (CS) :

- On fixe $x \in \mathbb{R}$
- On étudie la suite numérique $f_n(x) \quad n \in \mathbb{N}$
- Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = f$ alors f_n converge simplement vers f sur \mathbb{R}
- Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = \pm \infty$ alors f_n ne converge pas simplement vers f sur \mathbb{R}

Rappel:

Si f_n ne converge pas simplement alors elle ne converge pas uniformément.

Convergence uniforme (CU) :

- On fixe $x \in \mathbb{R}$
- On pose $g_n = |f_n - f|$
- On cherche $\sup_{x \in \mathbb{R}} g_n(x)$
 - avec $g'_n(x)$
 - avec une inégalité
- On étudie sa limite avec $n \rightarrow \infty$
 - Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sup g_n(x) = 0$ alors f_n converge uniformément vers f sur \mathbb{R}
 - Si $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup g_n(x) \neq 0$ alors f_n ne converge pas uniformément sur \mathbb{R}