



UNIVERSITETET I BERGEN

KANDIDAT

**384**

PRØVE

# MAT111 0 Grunnkurs i matematikk I

Emnekode	MAT111
Vurderingsform	Skriftlig eksamen
Starttid	17.12.2021 08:00
Sluttid	17.12.2021 13:00
Sensurfrist	--
PDF opprettet	03.05.2024 10:55

**Seksjon 1**

Oppgave	Oppgavetype
1	Langsvar

**1** Erstatt med oppgavetekst.

**Skriv ditt svar her**

Ord: 0

**Knytte håndtegninger til denne  
oppgaven?**

Bruk følgende kode:

**3 9 8 6 4 2 0**



## Håndtegnning 1 av 8

Oppgavekode

Question code

Dato

Date

Emnekode

Subject code

Kandidatnummer

Candidate number

Oppgavenummer

Question number

Sideantall

Page number

3986420

17.12.21

MAT111\_0

384

1

1 av/of 8

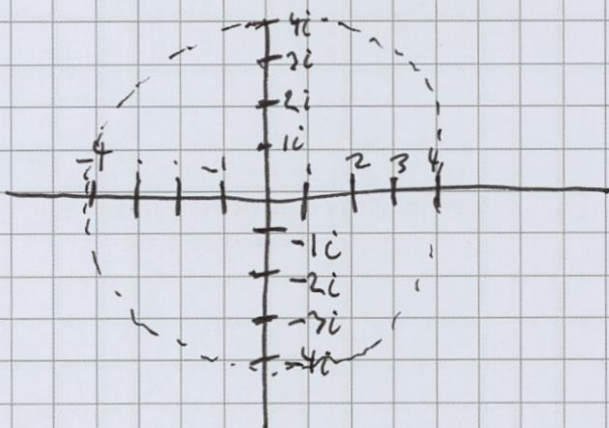


Tegneområde Drawing area

b

$$|z| = 4$$

$$x^2 + (yi)^2 = 4$$







## Håndtegnning 2 av 8

Oppgavekode

Question code

Dato

Date

Emnekode

Subject code

Kandidatnummer

Candidate number

Oppgavenummer

Question number

Sidetal

Page number

3986420

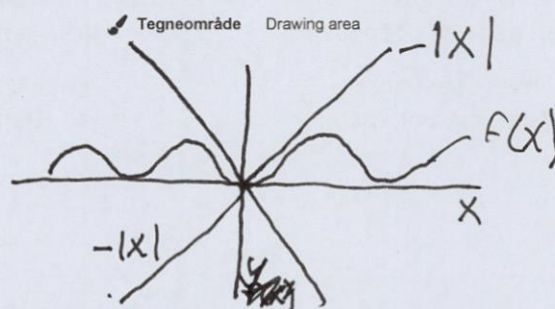
17.12.21

MAT111-0

384

2a

2 av/of 8



2a)

$$f(x) = |x| \cdot \sin(1/x)$$

bevis  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

Sinus ligger alltid mellom  $[-1, 1]$ . ~~sa det ser ut~~  
 sa  $f(x)$  må ligge mellom  $[-|x|, |x|]$

$$-|x| \leq f(x) \leq |x|$$

~~Klarsme-teoremet brukes til~~

Siden  $f(x)$  ligger mellom  $-|x|$  og  $|x|$ , og de går mot

0 når  $\lim_{x \rightarrow 0}$  sa betyr det at  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$





## Håndtegnings 3 av 8

Oppgavekode

Question code

Dato

Date

Emnekode

Subject code

Kandidatnummer

Candidate number

Oppgavenummer

Question number

Sideantall

Page number

3986420

17.12.21 MAT111\_0

384

26

3 av/of 8

Tegneområde Drawing area

26

gitt  $\epsilon > 0$  Velg  $\delta = \min \left\{ 1, \frac{\epsilon}{1} \right\}$

Suppose  $0 < |x - 0| < \delta$

Seikk  $||x| \sin(1/x) - 0| < \epsilon$

$$\sin(1/x) |x - 0| < \epsilon$$

$$\sin 1/x \leq 1$$

$$1 |x - 0| < \epsilon$$

$$1 \delta < \epsilon$$

$$\delta \leq \frac{\epsilon}{1}$$





Oppgavekode  
Question code

Dato  
Date

Emnekode  
Subject code

Kandidatnummer  
Candidate number

Oppgavenummer  
Question number

Sidetal  
Page number

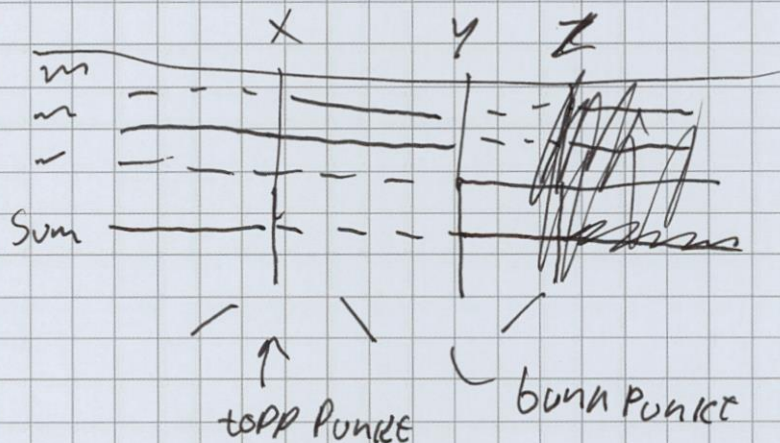
3	9	8	6	4	2	0
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

17.12.21	MAT111_0	384	3	4 av/of 8
----------	----------	-----	---	-----------

Tegneområde Drawing area

a)  $F(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$   $F'(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot 3x^2 - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2}$

For å finne ~~gode~~ ekstremal punkter setter vi  $f'(x) = 0$   
 å sjekker om funksjonen er positiv eller negativ ~~til~~ rundt  
 null punktene. Ved å lage en fortegnsskjema.



Eksempel

Når man har funnet x verdiene til ekstremal punkter  
 setter man de inn i funksjonen for å finne y verdiene





## Håndtegnning 5 av 8

Oppgavekode  
Question codeDato  
DateEmnekode  
Subject codeKandidatnummer  
Candidate numberOppgavenummer  
Question numberSidetall  
Page number

3986420

17.12.21

MAT111\_0

384

3

5

av/of

8

Tegneområde Drawing area

b

for å finne konkaviteten til funksjonen  
finner vi den andre deriverte og tegner  
fortegns skema.

der funksjonen  $> 0$  er den konkav opp  
der funksjonen  $< 0$  er den konkav ned





## Håndtegning 6 av 8

Oppgavekode  
Question codeDato  
DateEmnekode  
Subject codeKandidatnummer  
Candidate numberOppgavenummer  
Question numberSidetall  
Page number

3	9	8	6	4	2	0
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

17.12.21 MAT111-0

384

3

6

av/of

8

Tegneområde Drawing area

$$C \quad f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1} = \frac{x^3}{x^2} = x \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} x}{1} = \infty$$

bruker l'Hopital

Horizontal asymptote

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{2x}$$

bruker l'Hopital

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2} = \infty$$

Vertikal

for funksjonen ser jeg at nevneren = 0 når  $x = 1$  eller  $x = -1$ .

det er derfor en vertikal asymptote i de stedene





## Håndtegnings 7 av 8

Oppgavekode  
Question codeDato  
DateEmnekode  
Subject codeKandidatnummer  
Candidate numberOppgavenummer  
Question numberSideantall  
Page number

3986420

17.12.21 MAT1110

384

4

7 av/of 8



Tegneområde Drawing area

4 a)

$$\int \ln x \, dx$$

$$u = \ln x$$

$$dv = dx$$

$$du = dx/x$$

$$v = x$$

$$= x \ln x - \int x \frac{1}{x} \, dx$$

$$= x \ln x - x + C$$

4 b)

$$\int \frac{1}{4-x^2} \, dx$$

$$u = 4-x^2$$

$$du = -2x \, dx$$

$$= \frac{1}{-2x} \int \frac{du}{u}$$

$$= \frac{1}{-2x} \ln|4-x^2| + C$$

$$= e^{1/2x} \cdot e^{\ln|4-x^2|} \cdot e^C$$

$$= C \cdot (4-x^2) \cdot e^{1/2x}$$

4 c)

$$\int \frac{1}{\tan x} = \int \tan^{-1} x = \frac{1}{1+x^2}$$





Oppgavekode  
Question code

Dato  
Date

Emnekode  
Subject code

Kandidatnummer  
Candidate number

Oppgavenummer  
Question number

Sidetal  
Page number

3986420

17.12.21 MAT111-0

384

6

8 av/of 8

Tegneområde Drawing area

6a  $M \frac{dv}{dt} = Mg - kV$

$$u(x) = \int v dt$$

$$= v \cdot t$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{kV}{M}$$
~~$$\frac{dv}{dt} + \frac{kV}{M} = g$$~~

$$\frac{dv}{dt} + \frac{kV}{M} = g$$

Braker first order  
linear equations

$$V(t) = e^{-(k/M)t} \int e^{(k/M)t} g dt$$

$$V(t) = e^{-(k/M)t} \cdot e^{(k/M)t} g t + C$$

$$V(t) = e^0 g t + C = \underline{g t + C}$$