



UNIVERSITETET I BERGEN

KANDIDAT

167

PRØVE

MAT111 0 Grunnkurs i matematikk I

Emnekode	MAT111
Vurderingsform	Skriftlig eksamen
Starttid	12.05.2022 07:00
Sluttid	12.05.2022 12:00
Sensurfrist	--
PDF opprettet	03.05.2024 10:58

Seksjon 1

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
1	Eksamen	Langsvar

1 Eksamen

Erstatt med oppgavetekst.

Skriv ditt svar her

Ord: 0

**Knytte håndtegninger til denne
oppgaven?**

Bruk følgende kode:

6 7 3 8 9 1 4

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetal Page number
6 7 3 8 9 1 4	12.05	mat 111	167	1	1 av/of 13

Tegneområde Drawing area

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} y^2 \cos(2x) &= \frac{d}{dx} (\sin(y) - x) \\
 = 2y \cos(2x) y' - y^2 \sin(2x) &= \cos(y) y' - 1 \\
 = 2y \cos(2x) y' - \cos(y) y' &= y^2 \sin(2x) - 1 \\
 = y' (2y \cos(2x) - \cos(y)) &= y^2 \sin(2x) - 1 \\
 = y' = \frac{y^2 \sin(2x) - 1}{2y \cos(2x) - \cos(y)}
 \end{aligned}$$

Jeg setter inn $x=0$ og $y=0$ for å finne stignings-
fallet

$$\frac{0^2 \sin(2 \cdot 0) - 1}{2 \cdot 0 \cos(2 \cdot 0) - \cos(0)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

for å finne tangent linjen bruker jeg

$$t(x) = y_0 + y'(x_0) (x - x_0)$$

$$t(x) = 0 + 1 (x - 0) = x$$

$$\text{tangenten: } \underline{t(x) = x}$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetall Page number
6738914	12.05	mat III	167	1	2 av/of 13

Tegneområde Drawing area

normal linjen:

$$\text{Stignings tallet til normal} = \frac{-1}{\text{Stignings tallet til tangent}}$$

$$= \frac{-1}{1} = -1$$

Jeg bruker samme formel for å finne normal

$$n(x) = 0 + (-1) \cdot (x - 0) = -x$$

normal linjen: $n(x) = -x$

Oppgavekode
Question code

Dato
Date

Emnekode
Subject code

Kandidatnummer
Candidate number

Oppgavenummer
Question number

Sidetal
Page number

6	7	3	8	9	1	4
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

12.05

mat 141

167

2

3 av/of 13

Tegneområde Drawing area

$$P(n): 8^n - 3^n = 5m \quad n \geq 1$$

$$P(1): 8^1 - 3^1 = 5 = 5 \cdot 1 \quad \text{Sant!}$$

anta $P(n)$ er sann

$$P(n+1): 8^{n+1} - 3^{n+1} = 8^n \cdot 8 - 3^n \cdot 3$$

$$(8^n \cdot 8) - (3^n \cdot 3)$$

Denne vet vi er sann fra $P(1)$

Denne vet vi er sann fra $P(n)$

Derfor er $P(n+1)$ Sann

Håndtegnings 4 av 13

Oppgavekode

Question code

Dato

Date

Emnekode

Subject code

Kandidatnummer

Candidate number

Oppgavenummer

Question number

Sidetall

Page number

6738914

12.05

mat 111

167

3

4

av/of

13

Tegneområde Drawing area

$$\int_0^x e^{-t^2} dt = \int_0^x -2t e^{-t^2}$$

$$= -2x e^{-x^2} + 2 \cdot 0 \cdot e^{-0^2} = -2x e^{-x^2}$$

$$= \frac{-2x}{e^{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{e^{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetal Page number
6 7 3 8 9 1 4	12.05	mat 11	167	4	5 av/of 13

Tegneområde Drawing area

gitt $\epsilon > 0$ vil finne $\delta > 0$ slik at $0 < |x - 7| < \delta$

Ser på $\left| \frac{14}{x} - 2 \right| < \epsilon$

$$\left| \frac{14}{x} - 2 \right| = |14 - 2x| = |7 - x| = |-(7 + x)|$$

$$\leq |x - 7| < \delta$$

anta at $\delta \leq 1$

$$|x - 7| < 1$$

$$-1 < x - 7 < 1$$

$$6 < x < 8$$

$$x < 8 \leq \delta$$

$$\frac{\delta \epsilon}{8} = \epsilon$$

$$\delta = \min \left\{ \frac{\epsilon}{8}, 1 \right\}$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetal Page number
6738914	12.05	mat 111	167	5	66 av/af 213

Tegneområde Drawing area

$$Z = \frac{6 - 2i}{2 - 4i}$$

$$a = 6 - 2i$$

$$|a| = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\theta_a = 270^\circ + 60^\circ + 15^\circ = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$$

$$b = 2 - 4i$$

$$|b| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\theta_b = 270^\circ + 30^\circ = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2\sqrt{10} \left(\cos\left(\frac{23\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{23\pi}{12}\right) \right)}{2\sqrt{5} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \right)}$$

$$Z = \frac{|a|}{|b|} (\theta_a - \theta_b)$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{23\pi}{12}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{23\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \right)$$

Håndtegnings 7 av 13

Oppgavekode

Question code

Dato

Date

Emnekode

Subject code

Kandidatnummer

Candidate number

Oppgavenummer

Question number

Sidetall

Page number

6	7	3	8	9	1	4
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

12.05

Mat 111

167

5

27 av/of 13

Tegneområde Drawing area

$$\begin{aligned} z^{16} &= \sqrt{2}^{16} \left(16 \left(\left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} - \frac{1}{2} \right) + i \left(\frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \right) \\ &= \sqrt{2}^{16} (4\sqrt{6} + 4\sqrt{2} - 8 + i(-4\sqrt{6} + 4\sqrt{2} - 8\sqrt{3})) \end{aligned}$$

Oppgavekode
Question code

Dato
Date

Emnekode
Subject code

Kandidatnummer
Candidate number

Oppgavenummer
Question number

Sidetal
Page number

6	7	3	8	9	1	4
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

12.05

mat 141

167

6

8 av/of 13

Tegneområde Drawing area

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$a = 9$$

$$P_2(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2$$

$$f'(x) = (1 \cdot x^{-1/2})' = -1/2 x^{-3/2} = \frac{-1/2}{x^{3/2}} = \frac{-1}{2x^{3/2}}$$

$$f''(x) = \left(\frac{-1}{2x^{3/2}} \right)' = \left(\frac{-1 x^{-3/2}}{2} \right)' = \frac{-1 \cdot -3/2 x^{-5/2}}{2} = \frac{3/2}{2x^{5/2}} = \frac{3}{4x^{5/2}}$$

$$P_2(x) = \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{54} \right) (x-9) + \frac{\frac{3}{4 \cdot 27}}{2} (x-9)^2$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{54} (x-9) + \frac{1}{162} (x-9)^2$$

$$P_2(11) = \frac{1}{3} - \frac{1}{27} + \frac{2}{81} = \frac{26}{81} \approx 0,3209876543$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetall Page number
6 7 3 8 9 1 4	12.05	mat 111	167	6	9 av/of 13

Tegneområde Drawing area

$$E_2(11) = \frac{f^{(3)}(s)}{3!} (11-9)^3 \quad 9 < s < 11$$

$$f'''(x) = \left(\frac{3}{4x^{5/2}} \right)' = \left(\frac{3x^{-5/2}}{4} \right)' = \frac{3 \cdot -5/2 x^{-7/2}}{4}$$

$$= \frac{-15/2}{4x^{7/2}} = \frac{-15}{8x^{7/2}}$$

$$E_2(11) \geq \frac{-15}{8 \cdot 9^{7/2}} \left(\overset{8}{\cancel{9}} \right) = \cancel{-138.64583}$$

$$= \frac{-5}{4374} \approx -1,143118427 \times 10^{-3}$$

$$E_2(11) \leq \frac{-15}{8 \cdot 11^{7/2}} (11-9)^3 = \cancel{-5.663248}$$

$$\text{for } s \approx -5,663248396 \times 10^{-4}$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetal Page number
6738914	12.05	mat 111	167	7	10 av/of 13

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

Tegneområde Drawing area

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3}{y}$$

$$y dy = x^3 dx$$

$$\int y dy = \int x^3 dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^4}{4} + C$$

$$y^2 = \frac{x^4}{2} + C$$

$$y = \sqrt{\frac{x^4}{2} + C}$$

$$y(1) = \sqrt{\frac{1^4}{2}} + C = -1$$

$$C = -1 - \sqrt{\frac{1^4}{2}}$$

$$= -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$C = -\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetal Page number
6738914	12.05	mat 111	167	8	11 av/of 13

Tegneområde Drawing area

$$\int_{\ln(2)}^{\infty} \frac{e^x}{(e^x - 1)^{11}} dx$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\ln(2)}^R \frac{e^x}{(e^x - 1)^{11}} dx$$

$$u = e^x - 1$$

$$du = e^x dx$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\ln(2)}^R \frac{du}{u^{11}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\ln(2)}^R \frac{u^{-11}}{\ln(u)} + C$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[\frac{(e^x - 1)^{-10}}{\ln(e^x - 1)} \right]_{\ln(2)}^R + C$$

$x=R$

$$= \left(\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{(e^x - 1)^{-10}}{\ln(e^x - 1)} \right) - \frac{(e^{\ln(2)} - 1)^{-10}}{\ln(e^{\ln(2)} - 1)} + C$$

$$= \left(\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{(e^R - 1)^{-10}}{\ln(e^R - 1)} \right) - \frac{(2 - 1)^{-10}}{\ln(2 - 1)} + C$$

Oppgavekode Question code	Dato Date	Emnekode Subject code	Kandidatnummer Candidate number	Oppgavenummer Question number	Sidetall Page number
6 7 3 8 9 1 4	12.05	mat 111	167	9	12 av/of 13
<div>Tegneområde Drawing area</div>					

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$$

$$f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = 1$$

Siden funksjonen er kontinuert $f(0) < 0$ og $f(1) > 0$

Sier skjæringssetningen at det er et nullpunkt mellom $x=0$ og $x=1$

Det er ingen flere nullpunkter

$f(x)$ kan ha en invers fordi $f(x)$ synker når x blir mindre og stiger når x blir større

Så den er en til en

Oppgavekode
Question code

Dato
Date

Emnekode
Subject code

Kandidatnummer
Candidate number

Oppgavenummer
Question number

Sidetail
Page number

6738914

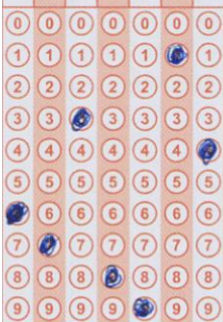
12.05

mat 111

167

10

13 av/of 13



Tegneområde Drawing area

$$f(x) = x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f'(x) = 3x \sin\left(\frac{1}{x}\right) + x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right) \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f'(0) = 3 \cdot 0 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 0^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right) \sin\left(\frac{1}{x}\right) = \underline{\underline{0}}$$