单元別演習 2次関数①

最大・最小

例題 1

2 次関数 $y=-x^2+2ax-a^2+3$ $(-1 \le x \le 1)$ の最大値を求めよ. また、そのときの x を求めよ.

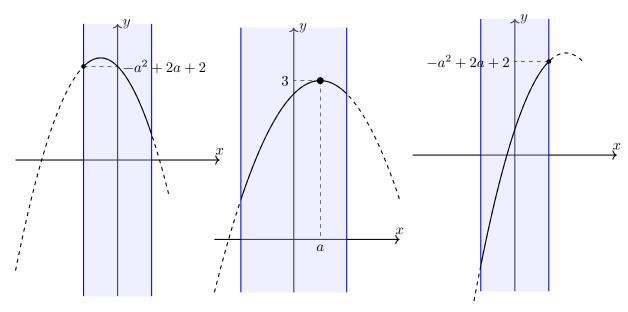
Point.

文字定数を含む関数の最大・最小→グラフを描いて場合分け!

₩ 解答

まず、平方完成をすると $-x^2 + 2ax - a^2 + 3 = -(x-a)^2 + 3$ であるから、グラフは (a,3) を頂点とする上に凸の放物線である。頂点と定義域の位置関係によって場合分けする。

- (1) a < -1 のとき、区間の左端で最大値をとることがわかる. よって、x = -1 で最大値 $-a^2 2a + 2$.
- (2) $-1 \le a \le 1$ のとき,頂点が定義域内に入るので,頂点で最大値をとることがわかる.よって,x=a で最大値 3.
- (3) a>1 のとき、区間の右端で最大値をとることがわかる. よって、x=1 で最大値 $-a^2+2a+2$.



⊕問1

a を負の定数とする。 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ の $-2 \le x \le 2$ における最大値が 12, 最小値が -6 のとき、a,b の値を求めよ。 [04 同志社女子大]

例題 2

x を実数とする. $A=x^2-2x$ とおくとき,A の最小値は $\boxed{\hspace{1cm} \mathcal{F} \hspace{1cm}}$ である.したがって、 $y=(x^2-2x)^2+4(x^2-2x)$ の最小値は $\boxed{\hspace{1cm}}$ である. $\boxed{\hspace{1cm}}$ である. $\boxed{\hspace{1cm}}$ [07 北海道工大]

Point.

変数の置き換え→範囲に注意!

₩ 解答

 $A=(x-1)^2-1$ であるから,A は x=1 で最小値 -1 をとる.・・・ $extbf{ア}$ よって, $A \ge -1$ であるから, $y=(x^2-2x)^2+4(x^2-2x)=A^2+4A$ $(A \ge -1)$ の最小値を求めればよい. $y=(A+2)^2-4$ なので,A=-1 で最小値 -3 をとる.・・・ $extbf{ }$ イ

関数 $y = (x^2 - 3x)^2 - 9(x^2 - 3x)$ $(1 \le x \le 4)$ の最大値と最小値を求めよ. [05 慶應義塾大]

復習問題

₽問3

関数 $y = -2\sin^2 x + 5\sin x + 3$ $(0 \le x \le 2\pi)$ の最小値を求めよ.

❷問4

 $0 \le x \le 3$ のとき、関数 $f(x) = 2x^2 - 4ax + a + a^2$ の最小値 m が 0 となるような定数 a の値をすべて求めよ。 [86 東京大]

₽問5

2 次関数 $f(x) = ax^2 - 6ax + b$ は,区間 $1 \le x \le 4$ において最大値 11,最小値 8 をとる.このとき,a > 0 ならば,b = ア であり,a < 0 ならば,b = である.[06 愛知工業大]