

## Fluxuri în rețele de transport

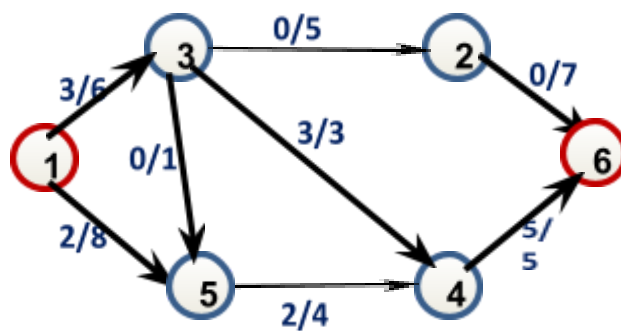
1. **Flux maxim.** Se consideră o rețea de transport (care verifică ipotezele din curs) și un flux în această rețea. Se citesc din fișierul **retea.in** următoarele informații despre această rețea: numărul de vârfuri  $n$  (numerotate  $1 \dots n$ ), două vârfuri  $s$  și  $t$  reprezentând sursa și destinația, numărul de arce  $m$  și pe câte o linie informații despre fiecare arc: extremitatea inițială, extremitatea finală, capacitatea arcului și fluxul deja trimis pe arc.

- Să se verifice dacă fluxul dat este corect (respectă constrângerile de mărginire și conservare) și să se afișeze un mesaj corespunzător. (0.5p)
- Să se determine un flux maxim în rețea pornind de la acest flux, prin revizuiți succesive ale fluxului pe  $s$ - $t$  lanțuri nesaturate de lungime minimă (Algoritmul Ford - Fulkerson va porni de la fluxul dat, nu de la fluxul vid). Se vor afișa

- Valoarea fluxului obținut și **fluxul pe fiecare arc**
- Capacitatea minimă a unei tăieturi în rețea și arcele directe ale unei tăieturi minime

**$O(mL)$ ,  $L =$  capacitatea minimă a unei tăieturi /  $O(nm^2)$**  (1.5p)

retea.in	iesire
6	DA
1 6	10
8	1 3 6
1 3 6 3	1 5 4
1 5 8 2	3 2 5
3 2 5 0	3 4 1
3 4 3 3	5 4 4
5 4 4 2	2 6 5
2 6 7 0	4 6 5
4 6 5 5	3 5 0
3 5 1 0	10
	1 3
	5 4



2. **Cuplaj maxim în graf bipartit.** Se citesc din fișierul **graf.in** următoarele informații despre un graf neorientat **bipartit conex**: numărul de vârfuri  $n > 2$ , numărul de muchii  $m$  și lista muchiilor (o muchie fiind dată prin extremitățile sale). Să se determine un cuplaj de cardinal maxim în acest graf reducând problema la o problemă de flux maxim și folosind apoi algoritmul Ford-Fulkerson. Se vor afișa muchiile cuplajului maxim obținut (vârfurile sunt numerotate  $1 \dots n$ , dar **nu este neapărat ca vârfurile de aceeași culoare să fie numerotate consecutiv**)  **$O(nm)$**

Dacă graful dat la intrare **nu** este bipartit, se va afișa un mesaj corespunzător și un ciclu impar al grafului. (2p)

graf.in	iesire (nu este unica solutie)
8 9	1 2
1 2	3 4

1 3 2 4 3 4 2 5 3 5 3 7 6 7 7 8	6 7
--	-----

3. **Construcția unui graf orientat cu secvențele de grade de intrare și ieșire date.** Se citesc din fișierul **secvente.in**: un număr natural  $n > 2$ , o secvență  $s_1$  de  $n$  numere naturale și o secvență  $s_2$  de  $n$  numere naturale. Să se construiască, dacă se poate, un graf cu secvența gradelor interne  $s_1$  și cu secvența gradelor externe  $s_2$  (reducând problema la o problemă de flux maxim). În caz afirmativ se vor afișa arcele grafului, altfel se va afișa mesajul NU.  $O(mn^2)$  (unde  $m$  = suma numerelor din  $s_1$  = numărul de arce ale lui  $G$ ) (2p)

secvente.in	iesire (nu este unica solutie)
3 2 1 1 1 1 2	1 3 2 1 3 1 3 2

4. **LCS.** Se dau două șiruri de caractere, litere mici ale alfabetului englez. Să se afișeze cel mai lung subșir comun al lor.  $O(n*m)$ . (2p)

lcs.in	lcs.out
aaabcd agahbdert	aabd

5. **Ciclu eulerian.** Fiind dat un multigraf  $G = (V, E)$ , determinați dacă acesta este eulerian. În caz afirmativ, găsiți un ciclu eulerian al său. (1p)

graf.in	graf.out
4 6 1 2 1 3 2 2 2 3 3 4 3 4	1 2 2 3 4 3

6. **Ciclu hamiltonian de cost minim.** Fiind dat un graf orientat simplu cu costuri pe arce, să se verifice dacă acesta este hamiltonian. În caz afirmativ, să se determine ciclul hamiltonian de cost minim. (1p)

graf.in	graf.out
5 10 0 1 9 0 3 8 1 0 7 1 2 1 1 4 3 2 0 5 2 4 4 3 2 6 4 3 7 4 1 1	26