

概率论与数理统计 试卷 (C)

院(系)_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

试卷卷面成绩										卷面成绩占90%	平时成绩占10%	课程考核成绩
题号	一	二	三						小计			
			1	2	3	4	5	6				
得分												
评阅												
审核												

得 分

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、对随机事件 A 和事件 B , 描述 $P(AB) = P(A)P(B)$ 的定义是 ()

(a) A 与 B 互不相容; (b) A 与 B 相互独立; (c) A 与 B 互不相关; (d) $A = \Phi$ 或 $B = \Phi$

2、设 $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$, $P(AB) = \frac{1}{4}$, 则 $P(B|A) = ()$ 。

(a) 0.5; (b) 0.25; (c) 0.125; (d) 1;

3、设随机变量 $X_i \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} (i=1,2)$, 且满足 $P\{X_1 X_2 = 0\} = 1$, 则 $P\{X_1 = X_2\} =$

()。 (a) 0; (b) $\frac{1}{4}$; (c) $\frac{1}{2}$; (d) 1;

4、设 $P\{X = 2^n\} = \frac{3}{4^{n+1}}, n=0,1,2, \dots$, 则 $E(X) = ()$ 。 (a) $\frac{3}{4}$; (b) $\frac{2}{3}$; (c) $\frac{3}{2}$; (d) 2

5、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, \dots, X_n 是一个样本, S^2 是样本方差, 则 $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ 服从 ()。

(a) $N(0,1)$; (b) $t(n)$; (c) $t(n-1)$; (d) $\chi^2(n-1)$;

得 分

二、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1、在 3 重贝努利实验中，每次实验成功的概率为 p ，如果三次都成功与三次都失败的概率相同，则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、用切比雪夫不等式计算，掷 1000 次均匀硬币，正面出现的次数在 400 次到 600 次之间的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、设正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中参数 μ, σ^2 均未知，则假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ 的 χ^2 检验使用的统计量为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、设 X_1, X_2, X_3 ，是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本，令

$X = a(X_1 - X_2)^2 + \frac{1}{100}(3X_3 - 4X_4)^2$ ， $a \neq 0$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， X 服从 χ^2 分布。

得 分

三、计算证明题（70 分）

1、（12 分）设某城市电话号码由 7 位数字组成，每个数字可以是 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任一个，但第一个数字不能是 0，试求某用户的电话号码是由不同数字组成的概率。

2、(12 分) 设总体 X 的概率密度为: $f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$ 是未知参数,

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, 试求: $g(\theta) = \frac{1}{\theta}$ 的极大似然估计量。

3、(6 分) 设 A 和 B 是两个随机事件, 且 $P(A) > 0$, 试证明: $P\{B|A\} \geq 1 - \frac{P(\overline{B})}{P(A)}$ 。

- 4、(10 分) 随机抽取某种炮弹 9 发做试验, 得炮口速度的样本标准差 $S = 11(m/s)$, 设炮口速度服从正态分布, 求这种炮弹的炮口速度的标准差 σ 的置信度为 0.95 的置信区间。
(参考数据: $z_{0.025} = 1.96$, $z_{0.05} = 1.64$; $\chi^2_{0.975}(8) = 2.180$, $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$)

- 5、(15 分) 设随机变量 X 的概率密度为:

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, -\infty < x < +\infty$$

- 试求: (1) $E(X)$, $E(|X|)$, $D(X)$; (2) X 和 $|X|$ 的相关系数。

6 (15 分)、设二维随机变量 (X,Y) 在由曲线 $y = x^2$ 和 $y = x$ 围成的第一象限区域上服从均匀分布, 试求:

(1) (X,Y) 的联合概率密度函数;

(2) 分别求 X 和 Y 的边缘概率密度函数, 并判断 X 和 Y 的独立性;

(3) $P\{0 \leq X < 0.5, 0 \leq Y \leq 0.5\}$ 。