一、填空题

1．设事件 A,B 相互独立，且 $P\left(A\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}B\right)=\dfrac{1}{4}$，则 $P\left(A\right)=$________。

2．设 z_{α} 为标准正态分布的上 α 分位数，如果 $z_{\alpha}=0.95$，那么 $z_{1-\alpha}=$________。

3．10 个人随机地围绕圆桌而坐，其中甲和乙两个人坐在一起的概率是________。

4．设二维随机变量 $\left(X,Y\right)$ 的联合概率密度是 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}3x & 0<x<1,0<y<x \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，那么 X 的边缘密度是________。

5．设 n_A 是 n 次试验中事件 A 发生的次数，$p=0.7$ 是事件 A 在每次试验中发生的概率，则对于任意的 $\varepsilon>0$，

$\lim\limits_{n\to+\infty}P\left\{\left|\dfrac{n_A}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=$________。

二、选择题

1．若 $P\left(AB\right)=0$，则________。

（A）$P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)$；　（B）$P\left(A\right)=0$ 或者 $P\left(B\right)=0$；

（C）A,B 是互不相容的事件；　（D）A,B 是对立的事件。

2. 设样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X，且 $EX=\mu,DX=\sigma^2$，其中 μ 与 σ^2 均未知，则下列结论正确的是________。

（A）$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 是 σ^2 的无偏估计；　（B）$\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$ 是 μ 的无偏估计；

（C）$\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 是 σ^2 的无偏估计；　（D）$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)$ 是 μ 的无偏估计。

3．将一枚骰子投掷 n 次，X 表示出现三点或四点的次数的总和，Y 表示出现一、二、五、六点的次数的总和，那么 X 和 Y 的相关系数是________。

（A）-1　（B）0　（C）0.5　（D）1

4．设随机变量 ξ,η 相互独立，又 $X=2\xi+5,Y=3\eta-8$，则下列***结论错误***的是________。

（A）$D\left(X+Y\right)=4D\left(\xi\right)+9D\left(\eta\right)$；　（B）$D\left(X-Y\right)=4D\left(\xi\right)-9D\left(\eta\right)$；

（C）$r_{XY}=0$；　（D）$E\left(XY\right)=E\left(X\right)E\left(Y\right)$。

5．检验正态总体均值 μ 时，在 $H_0:\mu=\mu_0,H_1:\mu>\mu_0$，下列结论中________是正确的（$\sigma^2$ 已知，显著性水平 α，其中 $Z=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$）。

（A）拒绝域 $\left\{Z<-z_{\alpha}\right\}$　（B）拒绝域 $\left\{Z>z_{\alpha/2}\right\}$

（C）拒绝域 $\left\{Z<-z_{\alpha/2}\right\}$　（D）拒绝域 $\left\{Z>z_{\alpha}\right\}$

三、有两个罐子，第一个罐子中放有 2 个白球及 5 个黑球，第二个罐子中放有 3 个白球及 4 个黑球。任取一个罐子，再从中任取一个球，问：

（1）取出的这个球是白球的概率是多少？

（2）如果取出的是白球，问它来自哪只罐子？

四、设连续型随机变量 X 的分布函数是 $F\left(x\right)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ A+Bx & 0\le x\le 2 \\ 1 & x>2 \end{cases}$，问：

（1）A,B 各是多少？（2）X 的分布密度是什么？（3）求出随机变量 $Y=\sin\frac{\pi}{2}\left(X-1\right)$ 的分布密度函数。

五、将两枚骰子抛掷 n 次，令 X 表示点对（1, 1）、（2, 2）、（3, 3）、（4, 4）、（5, 5）、（6, 6）出现的总次数。求：

（1）X 的分布律；（2）$E\left(X^2\right)$；（3）点对（1, 1）、（2, 2）、（3, 3）、（4, 4）、（5, 5）、（6, 6）至少出现一次的概率。

六、设随机变量 X_1 和 X_2 都服从标准正态分布，X_3 和 X_4 服从同一个指数分布，其概率密度函数为 $f_3\left(x\right)=e^{-x},x>0$。

如果 X_1,X_2,X_3,X_4 是相互独立的，且记随机变量 $Y_1=3X_1-4X_2$，$Y_2=4X_1+3X_2$。问：

（1）随机变量 Y_1 服从什么分布？其概率密度函数是什么？数学期望和方差各是多少？

（2）随机变量 Y_1 和 Y_2 的协方差是多少？Y_1 和 Y_2 是否相互独立？

（3）随机变量 X_1+X_3 的数学期望与方差分别是多少？

（4）X_3+X_4 的概率密度函数是什么？

七、设总体 X 分布在区间 $\left(0,1\right)$ 上，其概率密度为 $f\left(x\right)=\left(\theta+1\right)x^{\theta},0<x<1$，其中 θ 是未知参数，$\theta>-1$。求：θ 的矩估计量和极大似然估计量。

八、某种零件的重量服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中 μ,σ^2 都是未知的，从中抽取容量为 9 的一个样本，求零件重量的置信度为95%的置信区间。样本值为（单位：公斤）

5.0　　4.9　　5.3　　4.8　　4.8　　5.1　　5.2　　4.7　　5.2

已知数据：

$z_{0.05}=1.65$；$t_{0.05}\left(8\right)=1.860$；$t_{0.05}\left(9\right)=1.833$；$t_{0.05}\left(10\right)=1.813$；

$z_{0.025}=1.96$；$t_{0.025}\left(8\right)=2.306$；$t_{0.025}\left(9\right)=2.262$；$t_{0.025}\left(10\right)=2.228$。

九、设随机变量 X 的分布函数为单调增加的连续函数 $F\left(x\right)$，证明：随机变量 $Y=F\left(X\right)$ 在区间 $\left[0,1\right]$ 上服从均匀分布。