北京科技大学 2016—2017 学年第一学期

概率论与数理统计 试卷（A卷）

注意事项:
（1）本试卷共八道大题，共三页，请认真核对。
（2）答案必须答在答题卡上，答在试题纸上无效。

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

1、在假设检验中，显著性水平 α 的意义是

A 原假设 H_0 成立，经检验 H_0 被拒绝的概率

B 原假设 H_0 成立，经检验 H_0 不能被拒绝的概率

C 原假设 H_0 不成立，经检验 H_0 被拒绝的概率

D 原假设 H_0 不成立，经检验 H_0 不能被拒绝的概率

2、设总体 $X \sim U(0,\theta)$，未知参数 $\theta>0$，样本值为 2, 2.5, 2, 1.5, 2.1, 1.9，则参数 θ 的矩估计值 为

A 2 B 4 C 1.5 D 2.5

3、设 n 是一个大于 1 的正整数，现从 $1, \cdots, n$ 中等可能任取一个，记作 X. 再从 $1, \cdots, X$ 中等可能任取一个，记作 Y.

则 $P\{Y=2\}$ 的正确表达式为

A $\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$ B $\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$

C $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$ D $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$

4、设 X_1, X_2 是参数为 $p=\frac{1}{2}$ 的 $(0-1)$ 分布的样本，令 $Z=max\{X_1, X_2\}$，则 $E(Z)=$

A $\frac{1}{2}$ B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{3}{4}$

5、设随机变量 X, Y 相互独立，$X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$，$Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$，则 $X+2Y+1$ 服从的分布为

A $N(\mu_1+2\mu_2+1, 5\sigma^2)$ B $N(\mu_1+2\mu_2+1, 5\sigma^2+1)$

C $N(\mu_1+2\mu_2+1, 3\sigma^2)$ D $N(\mu_1+2\mu_2+1, 3\sigma^2+1)$

6、设随机变量 X 的方差存在，且 $D(X)\neq 0$，$Y=0.6X-0.7$，则 $\rho_{XY}=$

A 0.6 B 1 C -0.7 D -0.6

7、设随机变量 θ 的分布律为 $P\{\theta=-\pi\}=0.5$，$P\left\{\theta=\frac{\pi}{2}\right\}=0.5$，$X=\sin\theta$，$Y=\cos\theta$，则有

A $cov(X,Y)=1$ B $cov(X,Y)=-0.5$

C $cov(X,Y)=0.25$ D $cov(X,Y)=0$

8、设A,B,C为三个事件，且A,B相互独立，则以下结论中不正确的是

A 若$P(C)=1$，则AC与BC也独立.　　　　B 若$P(C)=1$，则$A\cup C$与B也独立.

C 若$P(C)=0$，则$A\cup C$与B也独立.　　　　D 若$C\subset B$，则A与C也独立.

二、填空题（本题共16分，每小题4分）

1、设X_1,X_2,X_3,X_4是来自正态总体$N(0,4)$的样本，令$X=\frac{1}{20}(X_1-2X_2)^2+a(3X_3-4X_4)^2$，则$a=($　　　　$)$时，X服从自由度为2的χ^2分布.

2、设离散型随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases} a\ , & x<-1 \\ 0.2\ , & -1\le x<2 \\ 0.3\ , & 2\le x<10 \\ 1\ , & x\ge 10 \end{cases}$，则$a=($　　　　$)$

3、设X_1,X_2是来自正态总体X的样本，$E(X)=\mu$，要使$Y=k_1X_1+k_2X_2$为μ的无偏估计，则常数k_1,k_2满足(　　　　)

4、一射手对一目标独立地进行4次射击，若至少命中一次的概率为$\frac{80}{81}$，则他的命中率为（　　　　）

三、（8分）设一批零件长度$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，从这批零件中随机地抽取9件，测得长度，计算得样本均值$\bar{x}=50mm$，样本标准差为$s=1.1mm$，给定置信度$1-\alpha=0.90$，试求总体均值μ、总体方差σ^2的置信区间.

可能用到的数据：

$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$，$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$\chi^2_{0.10}(8)=13.362$，$\chi^2_{0.90}(8)=3.490$，$t_{0.10}(8)=1.3968$

$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$，$t_{0.05}(9)=1.8331$，$\chi^2_{0.10}(9)=14.684$，$\chi^2_{0.90}(9)=4.168$，$t_{0.10}(9)=1.3830$

四、（12分）设(X,Y)服从区域$G=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1, y\ge 0\}$上的均匀分布. 试求：

（1）(X,Y)的联合密度函数

（2）边缘密度函数$f_X(x)$

（3）条件密度函数$f_{Y|X}(y|x)$

（4）$E(X+Y)$.

五、（12分）设连续型随机变量Y服从指数分布，其概率密度函数为$f(y)=\begin{cases} 2e^{-2y}, & y\ge 0 \\ 0, & y<0 \end{cases}$

令 $X_k = \begin{cases} 0, Y \le k \\ 1, Y > k \end{cases}$, $k = 1, 2$，试求：

（1）(X_1, X_2) 的联合分布律，并问 X_1 与 X_2 是否相互独立？

（2）X_i 的边缘分布律，$i = 1, 2$

（3）$Z = X_1 + X_2$ 的分布律

六、（6分）某袋装花生米，每袋净重（克）$X \sim N(180, 9)$．今随机抽取10袋，测量净重，计算得样本均值 $\bar{x} = 178.4$，样本标准差 $s = 2.4129$，给定 $\alpha = 0.05$，试问能否认为每袋净重不小于180克？

（可能用到的数据：$z_{0.05} = 1.65, z_{0.025} = 1.96\ t_{0.05}(9) = 1.8331, t_{0.05}(10) = 1.8125$，$\sqrt{10} = 3.162$）

七、（8分）设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \beta e^{-\beta(x-1)}, & x \ge 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，其中 $\beta > 0$ 为未知参数.

求 β 的极大似然估计量.

八、（6分）设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量，且都服从标准正态分布，

令 $Z_1 = X + Y$，$Z_2 = X - Y$，且 (Z_1, Z_2) 服从二维正态分布，证明：Z_1 和 Z_2 相互独立.