北京科技大学 2005-2006 学年度第二学期

概率论与数理统计试题 A 卷

________学院　班级________　学号________　姓名________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八
得　分								
评　阅								
审　核								

题　号	九	十	卷面实际评　分	卷面分占总分%	平时成绩占总分%	成绩总分
得　分						
评　阅						
审　核						

注意事项:

1. 考试时间共 120 分钟，满分 100 分。
2. 试卷共十道大题，共六页，请考生在答题前自行核对清楚。
3. 涂改学号和姓名的试卷一律作废。
4. 要求正确写出主要计算或推导过程，只有计算结果者不给分。

一. 填空题（本题共 15 分，每小题 3 分）

1. 若 $EX=-1$，且 $Y=2X+1$，则 $EY=$________.

2. 设 Z_α 表示标准正态分布的 α 分位数，若已知 $Z_{0.05}=1.64$，那么 $Z_{0.95}=$________.

3. 在一个四重贝努利试验中，每次试验成功的概率为 p，如果四次都成功与四次都失败的概率相等，那么 $p=$________.

4. 若事件 A 发生的概率是 $\frac{1}{2}$，而在事件 A 发生的情况下事件 B 发生的概率是 $\frac{1}{3}$，那么事件 A 与 B 同时发生的概率是________.

5. 若样本 X_1,X_2 来自总体 $N\left(\mu,1^2\right)$，实数 k_1,k_2 满足条件 $k_1+k_2=1$，并且使得方差 $D\left(k_1X_1+k_2X_2\right)$ 达到最小，那么 $k_1k_2=$ ________.

二. 选择题（本题共 15 分，每小题 3 分）

1. 若 $P(AB)=0$，则必有________.

【A】$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　【B】$P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

【C】A,B 是不相容事件　　【D】A,B 是对立事件

2. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随 σ 的增大，$P\{X-\mu<1\}$____________.

【A】单调增大　　【B】单调减小　　【C】不变　　【D】非单调变化

3. 设随机变量 X,Y 相互独立，则下列结论不正确的是____________.

【A】$D(X+Y)=DX+DY$　　【B】$D(X-Y)=DX-DY$

【C】$E(XY)=EXEY$　　【D】X,Y 的相关系数是零

4. 设 X,Y 为相互独立的随机变量，并且 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，则下面结论正确的是____________.

【A】$X+Y\sim N(\mu_1+\mu_2,\sigma^2)$　　【B】$X-Y\sim N(\mu_1-\mu_2,\sigma^2)$

【C】$X+Y\sim N(\mu_1+\mu_2,2\sigma^2)$　　【D】$X-Y\sim N(\mu_1+\mu_2,2\sigma^2)$

5. 甲乙两人独立地对同一目标进行射击，其命中率分别为 0.8 和 0.5，两人同时对一个目标各射击一次，目标被击中的概率是____________.

【A】0.8　　【B】0.85　　【C】0.875　　【D】0.9

三.（本题 8 分）装有 5 个白球和 5 个黑球的罐子中失去一球，但是不知道是什么颜色。为了猜测它是什么颜色，随机地从罐子中摸取两球，结果都得白球，问失去的是白球的概率是多少？

四.（本题 8 分）。设随机变量 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2$独立，且都服从标准正态分布，随机变量$\boldsymbol{Y}_1=\boldsymbol{X}_1-\boldsymbol{X}_2$，

$\boldsymbol{Y}_2=\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{X}_2$。问:

（1）$\boldsymbol{Y}_1$服从什么分布？其概率密度函数是什么？ $\boldsymbol{EY}_1,\boldsymbol{DY}_1$都是多少？（此问只写出结果即可。）

（2）计算$\boldsymbol{Y}_1,\boldsymbol{Y}_2$的相关系数。（要有计算过程）

（3）判断$\boldsymbol{Y}_1,\boldsymbol{Y}_2$是否独立？

五.（本题 9 分）设随机变量 $\boldsymbol{X}$ 的分布密度函数为 $f\left(x\right)=ax^2,0\le x\le 2$，其中$a$是常数。随机变量$\boldsymbol{Y}=\sqrt{\boldsymbol{X}}$，

（1）试确定常数a；

（2）求$\boldsymbol{Y}$ 的概率密度函数。

六.（本题 9 分）假设在每次试验中事件 A 发生的概率为 0.5，在 400 次试验中事件 A 发生的次数是一个随机变量，记做 $\boldsymbol{X}$ 。

（1）利用切比雪夫不等式估计 $175 \le \boldsymbol{X} \le 225$ 的概率;

（2）利用中心极限定理计算 $175 \le \boldsymbol{X} \le 225$ 的概率。

七．（本题 9 分）设二维随机变量 $\left(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\right)$ 的联合分布密度函数为 $\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\right)=\boldsymbol{e}^{-(x+y)}$，$\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}>0$，记随机变量 $\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}$ 。求:

（1）$\boldsymbol{Z}$ 的概率密度函数;

（2）$\boldsymbol{Z}$ 的数学期望 $\boldsymbol{EZ}$ 。

八.（本题 9 分）设总体 X 服从区间 $\left[1,a\right]$ 上的均匀分布，其中 a 是未知参数。一组来自这个总体的样本观察值为

1.2　1.8　2.7　1.9　2.2

（1）试用矩估计法给出 a 的矩估计量和矩估计值;

（2）试用极大似然估计法给出 a 的极大似然估计量和极大似然估计值。

九.（本题 9 分）从一批钉子中抽取 16 枚，测得其长度为（单位：cm）

2.14　2.10　2.13　2.15　2.13　2.12　2.13　2.10

2.15　2.12　2.14　2.10　2.13　2.11　2.14　2.11

设钉长服从正态分布 $N\left(\mu,0.01^2\right)$。

（1）给出一个均值 μ 的无偏估计量，并证明你的结论;

（2）求 μ 的置信度为 90%的置信区间。

十.（本题 9 分）一袋中装有 n 只不同颜色的球，其中有一只红球。现从中把球逐一随机取出（不放回），取出红球时的取球次数是一个随机变量，记作 X 。

（1）写出 X 的分布律;

（2）求 EX 与 DX ;

（3）你能否不写出 X 的分布律而计算出 EX ？该如何计算?

已知公式 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n\left(n+1\right)\left(2n+1\right)$。