

# 电路分析基础讲义

陈静 王新平 主编

北 京 科 技 大 学

自动化学院

2020 年 9 月



# 目 录

1	电路分析的基础知识 .....	1
1.1	电路和电路模型 .....	1
1.1.1	实际电路的组成与功能 .....	1
1.1.2	电路模型 .....	2
1.2	电流和电压 .....	5
1.2.1	电流和电压的实际方向 .....	5
1.2.2	电流和电压的参考方向 .....	7
1.2.3	串联和并联 .....	9
1.2.4	开路 and 短路 .....	10
1.2.5	电位 .....	13
1.3	电功率和能量 .....	16
1.3.1	功率和能量 .....	16
1.3.2	功率的计算 .....	16
1.4	无源元件 .....	18
1.4.1	电阻元件 .....	18
1.4.2	电容元件 .....	20
1.4.3	电感元件 .....	23
1.5	电源元件 .....	26
1.5.1	电压源 .....	26
1.5.2	电流源 .....	28
1.5.3	电源的容量 .....	29
1.6	受控电源 .....	29
1.7	基尔霍夫定律 .....	31
1.7.1	基尔霍夫电流定律 (KCL) .....	31
1.7.2	基尔霍夫电压定律 (KVL) .....	35
	本章知识要点 .....	39

---

习 题 .....	39
2 电阻电路的分析 .....	47
2.1 电阻电路的等效变换 .....	47
2.1.1 电路的等效变换 .....	47
2.1.2 电阻的串联和并联 .....	48
2.1.3 电阻的 Y 形连接和 $\Delta$ 形连接的等效变换 .....	51
2.1.4 电压源、电流源的串联和并联 .....	56
2.1.5 实际电源的两种模型及其等效变换 .....	57
2.1.6 输入电阻 .....	61
2.2 支路电流法 .....	63
2.3 网孔电流法 .....	67
2.4 结点电压法 .....	73
2.5 应用实例 .....	77
2.5.1 用电安全与人体模型 .....	77
2.5.2 电压表和电流表量程扩展 .....	78
2.5.3 电阻电路的故障诊断与设计 .....	81
本章知识要点 .....	82
习 题 .....	83
3 电路定理 .....	91
3.1 叠加定理与齐性定理 .....	91
3.1.1 叠加定理 .....	91
3.1.2 齐性定理 .....	97
3.2 替代定理 .....	97
3.3 戴维宁定理与诺顿定理 .....	99
3.3.1 戴维宁定理 .....	99
3.3.2 诺顿定理 .....	103
3.3.3 最大功率传输定理 .....	105
本章知识要点 .....	108
习 题 .....	108
4 一阶电路的时域分析 .....	113
4.1 动态电路的方程及其初始条件 .....	113

---

4.1.1	过渡过程 .....	113
4.1.2	换路定则 .....	114
4.1.3	初始值的确定 .....	115
4.2	一阶电路的零输入响应 .....	118
4.2.1	$RC$ 电路的零输入响应 .....	118
4.2.2	$RL$ 电路的零输入响应 .....	120
4.3	一阶电路的零状态响应 .....	123
4.3.1	$RC$ 电路的零状态响应 .....	123
4.3.2	$RL$ 电路的零状态响应 .....	125
4.4	一阶电路的全响应 .....	127
4.4.1	经典法 .....	128
4.4.2	三要素法 .....	130
4.4.3	应用三要素公式求解一阶电路的响应 .....	132
4.4.4	计算达到特定值所经历的时间 .....	136
4.5	一阶电路的阶跃响应 .....	137
4.5.1	单位阶跃函数 .....	137
4.5.2	单位阶跃响应 .....	138
4.6	一阶电路的冲激响应 .....	140
4.6.1	单位冲激函数 .....	140
4.6.2	单位冲激响应 .....	141
4.7	动态电路时域分析中的几个问题 .....	143
4.8	应用实例 .....	147
4.8.1	汽车自动点火电路分析 .....	147
4.8.2	继电器电路 .....	148
	本章知识要点 .....	149
	习 题 .....	150
5	正弦稳态电路的分析 .....	157
5.1	正弦稳态电路 .....	157
5.2	正弦量 .....	159
5.2.1	正弦函数与正弦量 .....	159
5.2.2	正弦量的有效值和相位差 .....	161

---

5.3	正弦交流电的相量表示法 .....	163
5.3.1	相量法基础 .....	163
5.3.2	电路定律的相量形式 .....	170
5.4	阻抗与导纳 .....	174
5.4.1	阻抗与导纳的定义 .....	174
5.4.2	阻抗（导纳）的串、并联 .....	178
5.5	电路的相量图 .....	178
5.6	正弦稳态电路的分析 .....	179
5.7	正弦稳态电路的功率 .....	182
5.7.1	瞬时功率 .....	182
5.7.2	有功功率和无功功率 .....	183
5.7.3	视在功率 .....	184
5.7.4	$P$ 、 $Q$ 和 $S$ 的关系和单位 .....	184
5.7.5	单一元件的功率 .....	184
5.8	最大功率传输 .....	186
5.9	电路的谐振 .....	188
5.9.1	$RLC$ 串联电路的谐振 .....	189
5.9.2	$RLC$ 并联谐振电路 .....	193
5.10	应用实例与电路设计 .....	196
5.10.1	移相器电路 .....	196
5.10.2	功率因数（PF，Power Factor）的提高 .....	197
5.10.3	无线电接收机的调谐电路 .....	200
	本章知识要点 .....	201
	习 题 .....	202
6	非正弦周期电流电路 .....	208
6.1	非正弦周期信号 .....	208
6.2	周期函数分解为傅里叶级数 .....	209
6.3	有效值、平均值和平均功率 .....	215
6.3.1	三角函数的性质 .....	215
6.3.2	非正弦周期函数的有效值 .....	215
6.3.3	非正弦周期函数的平均值 .....	216

---

6.3.4    非正弦周期交流电路的平均功率.....	217
6.4        非正弦周期交流电路的计算 .....	218
本章知识要点 .....	222
习    题 .....	223
附录 A 含有受控源电路的分析.....	226
A.1        含有受控源的一端口的等效电阻 .....	226
A.2        含有受控源电路的分析 .....	228
附录 B 运算法分析线性动态电路.....	230
B.1        拉普拉斯变换 .....	230
B.2        拉普拉斯反变换 .....	230
B.3        常用函数的原函数和象函数 .....	230
B.4        无源元件的运算形式 VCR .....	231
B.5        运算法 .....	232
附录 C 电路分析软件 EWB 简介.....	235
C.1        软件简介 .....	235
C.1.1    元件库 .....	236
C.1.2    测试工具和仪表 .....	237
C.1.3    绘制电路原理图 .....	238
C.1.4    仿真 .....	239
C.2        应用举例 .....	239
C.2.1    测量电压和电流 .....	239
C.2.2    测量电阻 .....	240
C.2.3    观察波形 .....	241
C.2.4    交流分析 .....	242
部分习题答案 .....	245
参考文献 .....	250





# 1 电路分析的基础知识

本章将介绍电路的基本概念和基本定律。电流、电压和功率是电路分析中讨论的 3 个基本物理量；串联和并联是电路的基本连接形式；电路有 2 种特殊状态——开路和短路；电路元件包括无源元件和有源元件，它们是构成电路的基本单元；基尔霍夫定律描述了电压和电流在电路中的约束关系。

## 1.1 电路和电路模型

### 1.1.1 实际电路的组成与功能

人们在现代工农业生产、国防建设、科学研究以及日常生活中，使用着各种各样的电器设备，如电动机、雷达导航设备、计算机、电视机、手机等，广义上来说，这些电器设备都是实际中的电路。

图 1.1.1 是最简单的一种实际手电筒电路。它由三部分组成：一是提供电能的能源，简称电源（source），它的作用是将其他形式的能量转换为电能（图中干电池电源是将化学能转换为电能）；二是用电装置，统称为负载（load），它将电源供给的电能转化为其他形式的能量（图中白炽灯将电能转换成光能和热能）；三是连接电源与负载传输电能的金属导线，简称导线（lead）。图 1.1.1 中开关是为了节约电能所加的控制开关，需要照明时将开关闭合，不需要照明时将开关打开。电源、负载与连接导线是任何实际电路都不可缺少的三个组成部分。

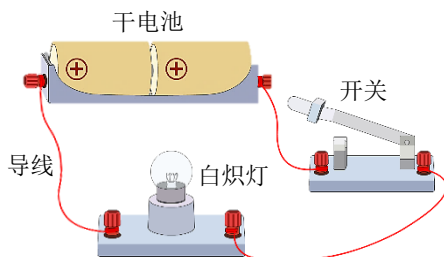


图 1.1.1 实际电路

实际电路种类繁多，但就其功能来说概括为两个方面。其一，是进行能量的产生、传输、分配与转换。典型的例子是电力系统中的发电、输电电路。发电厂的发电机组将其他

形式的能量（热能、水的势能、原子能、太阳能等）转换成电能，通过变压器、输电线输送给各用户负载，在那里又把电能转换成机械能（如负载是电动机）、光能（如负载是照明工具）、热能（如负载是电炉、电烙铁等），为人们生产、生活所利用。其二，是实现信号的产生、传播、变换、处理与控制。在这方面典型的例子有电话、收音机、电视机电路。如图 1.1.2 所示，接收天线把载有语言、音乐、图像信息的电磁波接收后，通过接收机电路把输入信号（又称激励，**excitation**）变换或处理为人们所需要的输出信号（又称响应，**response**），送到扬声器或显像管，再还原为语言、音乐和图像。有时根据激励和响应之间的因果关系，把激励称为输入，响应称为输出。



图 1.1.2 接收机电路

### 1.1.2 电路模型

将实际电路加以科学和理想化后得到的电路，称为理想化电路，也称电路模型。实际的电器元件和设备的种类是很多的，如各种电源、电阻器、电感器、电容器、变压器、晶体管、固体组件等，它们中发生的物理现象是很复杂的。因此，为了便于对实际电路进行分析和数学描述，进一步研究电路的特性和功能，就必须进行科学的抽象，用一些模型代替实际电路元件和设备的外部特性和功能，这种模型即为电路模型，构成电路模型的元件称为模型元件，也称理想电路元件。理想电路元件只是实际电器元件和设备在一定的条件下的理想化模型，它能反映实际电器元件和设备在一定条件下的主要电磁性能，并用规定的模型元件来表示。图 1.1.1 所示的实际手电筒电路，即可用图 1.1.3 所示电路模型代替。

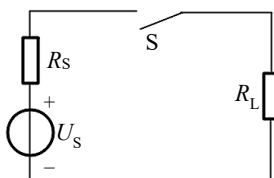


图 1.1.3 图 1.1.1 的电路模型

图 1.1.3 中电压源 $U_S$ 和电阻 $R_S$ 的串联组合即为干电池的模型， $S$  为开关的模型，电阻 $R_L$ 为电灯的模型。

后续章节所说的电路一般均指由理想元件构成的抽象电路或电路模型，而非实际电路。

### 1. 基本电路元件符号说明

电路元件按与外部连接的端子数目可分为二端、三端、四端元件等。电路元件还可分为线性元件和非线性元件，时不变元件和时变元件，无源元件和有源元件等。

电路分析基础中，基本的电路元件有 7 个，都属于二端元件。3 个无源元件，包括电阻、电感和电容；2 个电源元件——电压源和电流源；2 个受控电源——受控电压源和受控电流源。7 个元件的国标图形符号如图 1.1.4 所示。

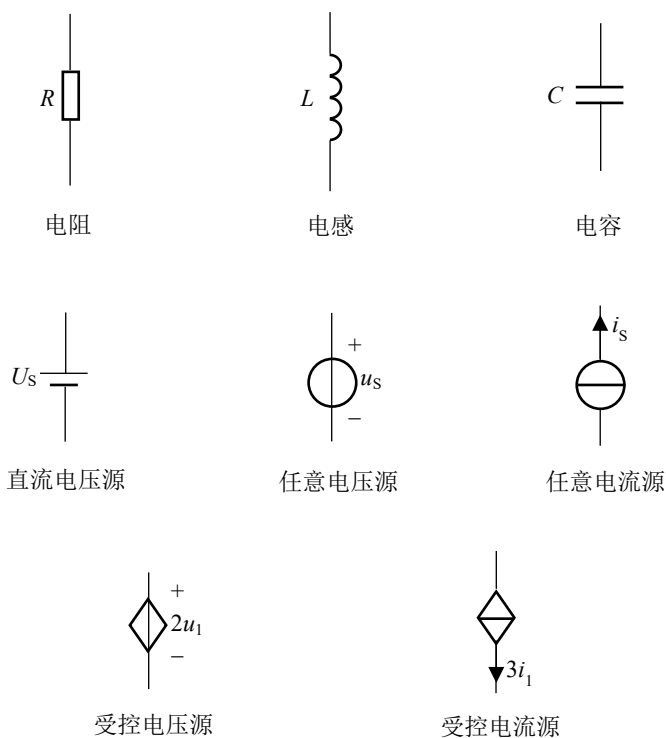


图 1.1.4 7 个元件的国标图形符号

本讲义中的电路图，大部分采用电路分析软件 EWB(Electronics Workbench)绘制，软件中元件的图形符号和国标不同，EWB 软件中的图形符号如图 1.1.5 所示。

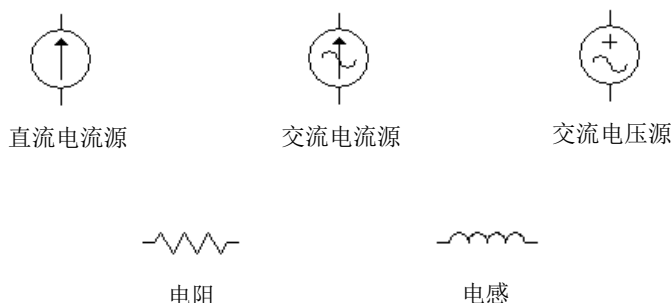


图 1.1.5 EWB 中元件的图形符号

➤ **注意：**在分析软件中电阻的图形符号和电感相似，不要混淆。

电路的接通和断开，需要开关，EWB 软件中开关的图形符号如图 1.1.6 所示。



图 1.1.6 EWB 中开关的图形符号

➤ **注意：**自己绘制电路图时，应使用国标符号。

## 2. 电路结构的相关名词和术语

(1) 一端口 (one-port)。又称为二端网络，是向外引出 2 个端子的电路或网络，如图 1.1.7 所示，包括无源一端口  $N_0$  和有源一端口  $N_s$ 。

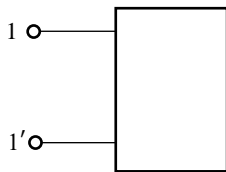


图 1.1.7 一端口

(2) 支路 (branch) 和结点 (node)。一般情况下电路中一个二端元件称为一条支路，元件的汇接点称为结点，在图 1.1.8 中共有 5 条支路，4 个结点 (a、b、c、d)。

将两个或两个以上的二端元件依次连接且中间又无分岔，这样的连接称为串联。为了方便，也可以把支路定义为多个元件串联而成的一段电路，如图 1.1.8 中元件 1 和 3 串联作为一条支路，元件 2 和 5 的串联也作为一条支路，结点的定义为 3 条或 3 条以上支路的连接点，如 b 点和 d 点，而 a 点和 c 点就不再是结点。这样定义支路和结点，显然比前面的定义在支路和结点的数量上要减少，对分析电路和解题是方便的，本讲义则采用这种定

义。

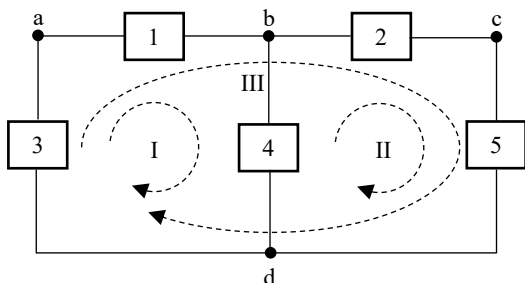


图 1.1.8 支路、结点与回路

(3) 回路 (loop)。电路中任一闭合的路径称为回路。如图 1.1.8 中有 3 个回路，分别是回路 I (由  $a \rightarrow b \rightarrow d$  回到点  $a$ )、回路 II (由  $b \rightarrow c \rightarrow d$  回到点  $b$ ) 和回路 III (由  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$  回到点  $a$ )。

(4) 网孔 (mesh)。网孔的定义是对平面电路而言的，图 1.1.8 是平面电路，其中内部不含支路的回路称为网孔。如图 1.1.8 中所示 3 个回路中回路 I 和回路 II 符合网孔定义，显然回路 III 不符合网孔定义，因为内部含有支路 4。

## 1.2 电流和电压

电路中涉及的基本物理量有电荷、电流、电位、电压等。它们的定义、计量单位在物理学中已经叙述，这里只讨论电流和电压的方向问题。

### 1.2.1 电流和电压的实际方向

#### 1. 电流的实际方向

电流用字母  $i$  表示，通常小写字母表示变化的电流，大写字母  $I$  表示恒定的电流。电流的单位是 A (安，安培)。物理中规定，电流的实际方向为正电荷运动的方向。电流的方向通常用箭头表示。

◆ 箭头画在哪里？箭头可以画在导线上，也可以画在导线外，如图 1.2.1 所示。

#### 2. 电压的实际方向

电压用字母  $u$  表示，电压的单位是 V (伏，伏特)。物理中规定，电压的方向为高低位指向低电位的方向。高电位用正极符号 “+” 表示，低电位用负极符号 “-” 表示。

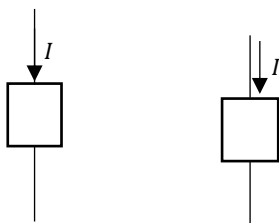


图 1.2.1 电流的实际方向

在电路分析软件 EWB 中，作为电池的图形符号（如图 1.2.2 所示），由平行线构成，长线表示正极，即高电位；短线表示负极，即低电位，这个 12V 电池的电压实际方向向下。

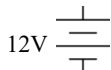


图 1.2.2 电池的图形符号

➤ **注意：**电压的方向就是高电位到低电位的方向，电压和电动势不是一个概念。在电路中讨论的是电压。

【例 1.2.1】确定如图 1.2.3 所示电路中的电流的大小和方向。

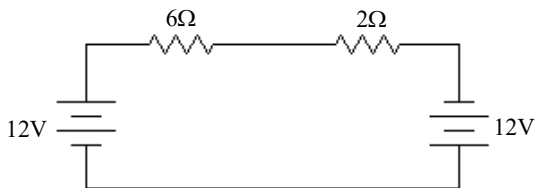


图 1.2.3 例 1.2.1 图

解：在这个电路中，容易判断，电流的实际方向为顺时针，如图 1.2.4 所示，电流也容易计算，大小为  $(12 + 12)/(6 + 2) = 3\text{A}$ 。

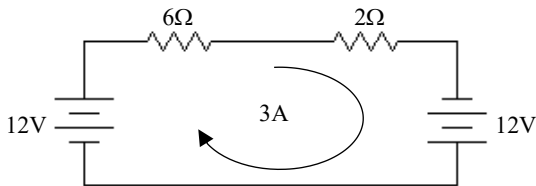


图 1.2.4 例 1.2.1 题解图

当然，如果判断和计算有困难，1.7 节会介绍具体的方法。

### 1.2.2 电流和电压的参考方向

实际电路中，电压和电流的实际方向往往难以判断。

如果在图 1.2.3 所示电路中增加一个  $3\Omega$  的电阻，如图 1.2.5 所示，确定流过这个电阻的电流大小和方向。

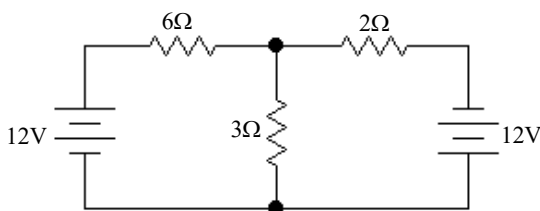


图 1.2.5 改变图 1.2.3 中电路的结构

图 1.2.5 所示的这个电路是电路分析中的一个基本电路，这个电路的复杂不是因为增加了一个电阻，而是电路中不只一个电源。虽然图 1.2.3 所示电路中也是 2 个电源，但是 2 个电源可以合并（等效）成一个电源，根据极性，2 个电源的电压相加。而新的电路中，2 个电源不能合并成一个电源，这就给我们的判断和分析带来了困难。 $3\Omega$  电阻上的电流方向难以判断，更不用说要确定电流的大小了。

#### 1. 电流的参考方向

在图 1.2.5 所示这个电路中，流过  $3\Omega$  电阻的电流方向是确定的：这个方向或者向上，或者向下。既然难以判断实际的方向，不妨猜一猜。猜的方向如何表示出来，最简便的方法就是画一个箭头，这个方向就叫做电流的参考方向。然后再取个名字，标在箭头旁。这样一个完整的假设电流参考方向的过程就完成了。

如图 1.2.6 所示，假设电流的方向向下，这个电流命名为  $I_1$ ，因为这个电路中有 3 个不同的电流，需要使用不同的命名。实际的电流方向未必是我们假设的方向。根据电路的相

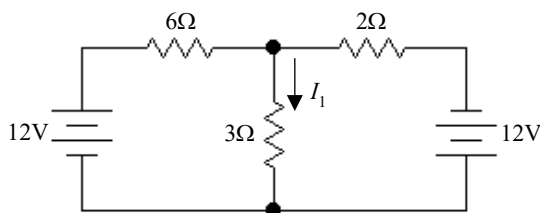


图 1.2.6 电流的参考方向

关分析方法，电流 $I_1$ 是可以计算出来的，如果计算的结果为正，说明假设的参考方向和实际的电流方向相同；如果计算结果为负，说明假设的参考方向和实际的电流方向相反。这样，电流就变成了一个代数量。电路中电流的参考方向是任意规定的，电流值的正和负，只有在设定参考方向的前提下才有意义。

## 2. 电压的参考方向

电压的参考方向假设和电流类似，假设的高电位一端标记为“+”极，低电位的一端标记为“-”极，然后命名。电压和路径无关，也可以使用双下标来假设电压的参考方向，高电位在前，低电位在后。例如 a、b 两点间电压 $u_{ab}$ ，表明 a 点为假设的高电位，为“+”极，b 点为假设的低电位，为“-”极。这样，电压就变成了一个代数量。若所求得的 $u_{ab} > 0$ ，就说明 a 点的实际电位高于 b 点的实际电位；若 $u_{ab} < 0$ ，就说明 a 点的实际电位低于 b 点的实际电位；若 $u_{ab} = 0$ ，则说明 a、b 两点的实际电位相等。电压的参考极性也是任意设定的，电压值的正和负，只有在设定参考方向的前提下才有意义。

➤ **注意：**假设电流或电压的参考方向是电路分析的入门基础，一定要理解和重视。

假设电流或电压参考方向的步骤：

- (1) 画箭头（电流）或标“+”、“-”极（电压）；
- (2) 命名： $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ ……（电流）或 $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ ……（电压）。

## 3. 关联参考方向

如前所述支路或元件电流的参考方向与支路电压的参考方向是可以任意选定的，元件上的电压、电流参考方向设定的不同，会影响到计算结果的正负号。但为了分析上的便利，常常将同一支路的电流与电压的参考方向选为一致，例如可选电流的参考方向为由电压参考方向的“+”端指向“-”端，电流和电压的这种参考方向称为关联参考方向，如图 1.2.7(a)所示；当两者不一致时，称为非关联参考方向，如图 1.2.7(b)所示。

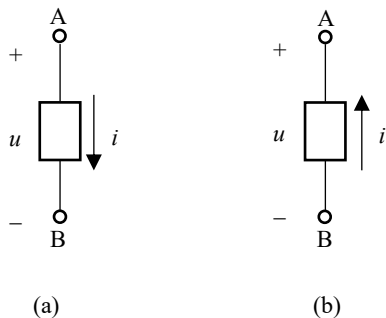


图 1.2.7 电压与电流关联与非关联参考方向

这个概念非常重要，在大多数情况下，支路的电流与电压是否为关联参考方向将影响



到支路的伏安特性，这一点以后会逐步介绍。

【例 1.2.2】图 1.2.8 中， $u$ 和 $i$ 的参考方向是否关联？

解：首先固定讨论的对象，这里讨论的电压和电流都是对于支路 A。电压的参考方向为从 1 到 2，电流的参考方向也是从 1 到 2， $u$ 和 $i$ 的参考方向为关联。

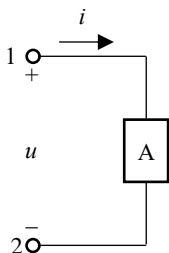


图 1.2.8 例 1.2.2 图

通常对于用电设备（负载），在假设电压和电流的参考方向时，取关联参考方向。

如图 1.2.9(a)、(b)所示的 2 个电路图是一样的，很明显，图 1.2.9(b)的电路图在垂直方向更节省空间，图 1.2.9(b)的电路图为通常画法，需要习惯。

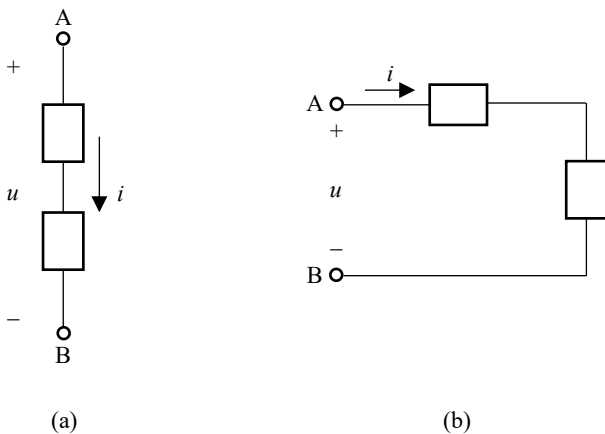


图 1.2.9 电路图的两种画法

➤ **注意：**判断参考方向是否关联，首先要固定讨论的对象。讨论关联时，变换讨论对象也是偶尔会出现的错误，从而导致错误结论。

### 1.2.3 串联和并联

#### 1. 串联（series connection）

具有 2 个端的元件首尾相连的连接关系为串联。这是从结构上来做的定义，从电路的

角度来看,如果元件首尾相连,在电路中,这些元件将流过同一个电流,如图 1.2.10 所示。

串联的定义:流过同一个电流的元件,它们之间的连接关系为串联。

串联在日常生活中经常使用,例如手电筒或者遥控器的电源,需要多节电池供电,电池之间的连接就是串联。串联可以是电池之间的串联,也可以是电阻之间的串联,当然也可以是电池和电阻的串联。使用电流表测量电流,电流表和被测电路之间的关系也是串联。开关串联在电源和负载之间。

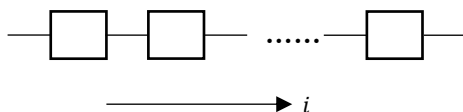


图 1.2.10 串联电路

## 2. 并联 (parallel connection)

多个二端元件,一端连在一个公共端,另外一端连在另一个公共端,它们之间的连接关系为并联。这是从结构上来做的定义,从电路的角度来看,如果二端元件连接在 2 个相同的公共端,在电路中,这些元件两端将是同一个电压,如图 1.2.11 所示。

并联的定义:两端为同一个电压的元件,它们之间的连接关系为并联。

元件可以根据需要连接成并联的形式,当然支路之间也能并联,元件和支路也可以并联。并联在日常生活中广泛使用,例如家中的各种电器,它们之间的连接关系就是并联。这样连接的优点是一个电器通电工作或断电,不会影响其他电器的工作。

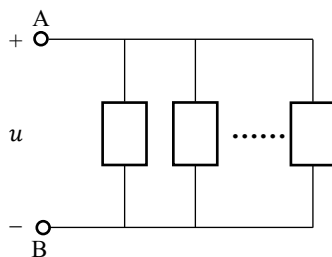


图 1.2.11 并联电路

## 1.2.4 开路和短路

开路和短路是电路中的两种特殊状态。

### 1. 开路 (OC, Open Circuit)

电路断开,很明显断开处的电流为 0,如图 1.2.12 所示。

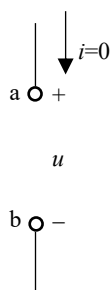


图 1.2.12 a、b 两点开路

视觉上的开路容易判断，有的支路看上去没有断开，但如果流过的电流为 0，也相当于开路，如图 1.2.13 所示。

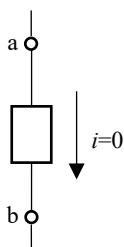


图 1.2.13 从 a 到 b 的电流为 0，a、b 两点相当于开路

开路的特点：流过支路的电流为 0，这条支路为开路。

处于开路的两点间电压通常不等于 0，大小由电路的其他部分决定。例如，超市中货架上的电池处于开路状态，教室中空闲的插座也处于开路状态。

## 2. 短路 (SC, Short Circuit)

电路中的两点，用导线短接（连接），很明显两点间的电压为 0，如图 1.2.14 所示。

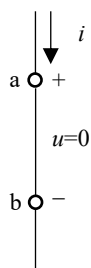


图 1.2.14 a、b 两点短路

视觉上的短路容易判断，有的两点看上去是断开的，但如果两点间的电压为 0，这两点也相当于短路，如图 1.2.15 所示。

短路的特点：两点间的电压为 0，两点间为短路。

处于短路的两点间电流通常不等于 0，大小由电路的其他部分决定。

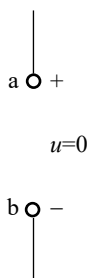


图 1.2.15 a、b 两点的电压为 0，a、b 两点相当于短路

对于电源来讲，短路是一种事故，应极力避免。如果发生短路，短路电流非常大，会烧毁电源，造成停电，影响正常的工作和生活，甚至爆炸等严重事故。在电源处需接熔断器，如图 1.2.16 所示。如果发生短路，熔断器迅速断开，切断电源，避免短路造成的不利后果。熔断器的符号和电阻的国标符号类似，要注意区别，画电路图时不要混淆。为了确保安全，熔断器接在开关的后面。

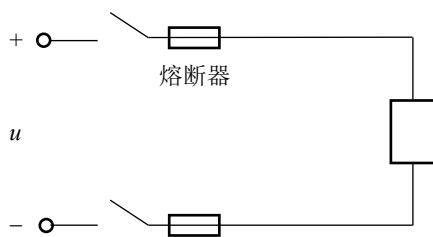


图 1.2.16 熔断器短路保护

### 3. 电阻被短路

如图 1.2.17 所示，连接在 a、b 两点的电阻  $R_1$  被短路，即  $U_{ab} = 0$ 。流过电阻  $R_1$  的电流  $I_1 = 0$ ，相当于开路；流过电阻  $R$  的电流  $I$  和短路电流  $I_2$  相等，即  $I = I_2$ 。

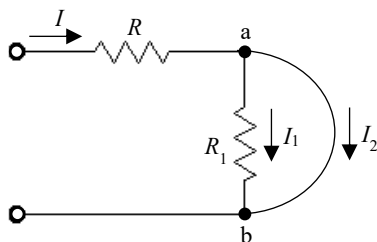


图 1.2.17 电阻被短路

### 4. 虚短和虚断

由集成运算放大器(简称集成运放)构成的负反馈电路中,例如图 1.2.18 所示电路中,集成运放的输入电压 $u_i'$ 非常小,趋近于 0,可认为输入端为短路状态,称为“虚短”;输入电流 $i_i$ 非常小,趋近于 0,可认为输入端为开路状态,称为“虚断”。

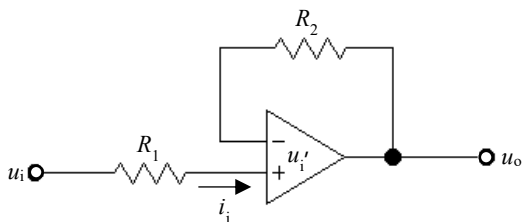


图 1.2.18 集成运放电路中的虚短和虚断

## 1.2.5 电位

### 1. 电位的定义

讨论电压的时候,提到了电位这个概念。电路中任意一点 $x$ 和参考点之间的电压定义为电位,记作 $V_x$ 。电位为单下标。参考点的电位为 0V,比参考点电位高的点,电位为正;反之为负。

参考点可以任选,用接地的符号“ $\perp$ ”表示。使用接地符号不是把参考点和地相连接,只是用来表示这一点为参考点,它的电位为 0V。

如果改变参考点,电路中各点的电位随之改变。

EWB 软件中的参考电位符号为“ $\perp$ ”。

【例 1.2.3】求如图 1.2.19 所示两个电路中 A、B、C 点的电位 $V_A$ 、 $V_B$ 、 $V_C$ ,以及电压 $U_{BC}$ 。

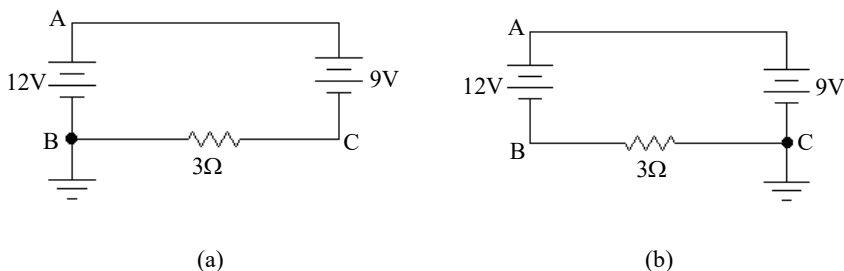


图 1.2.19 例 1.2.3 图

解: 图 1.2.19(a)中以 B 为参考点,  $V_B = 0V$ ; A 点的电位比 B 点高,  $V_A = 12V$ ; C 点的电位比 A 点低 9V,  $V_C = V_A - 9 = 3V$ 。  $U_{BC} = V_B - V_C = -3V$ 。

图 1.2.19(b)中以 C 为参考点,  $V_C = 0$ ; A 点的电位比 C 点高,  $V_A = 9\text{V}$ ; B 点的电位比 A 点低  $12\text{V}$ ,  $V_B = V_A - 12 = -3\text{V}$ 。  $U_{BC} = V_B - V_C = -3\text{V}$ 。

从上面的例子可以看出, 电位是相对量, 和参考点有关; 而电压是绝对量, 和参考点无关。

## 2. 等电位点

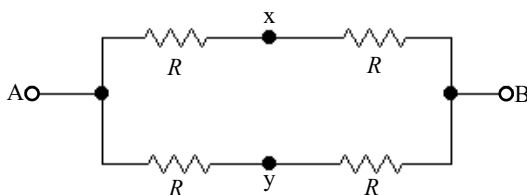


图 1.2.20 x、y 点为等电位点

图 1.2.20 所示电路中, A、B 为和外电路连接的端口, 4 个电阻的阻值相等, 电路对称。通电后, x、y 两点电位相等, 两点间的电压等于 0, 即  $U_{xy} = 0$ , x、y 两点间相当于短路。用一条导线连接 x、y 两点 (如图 1.2.21 所示), 电路的工作状态不发生变化。

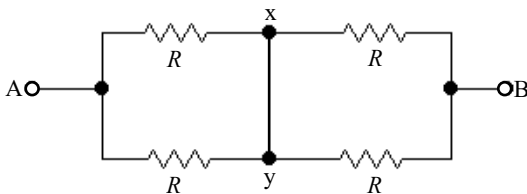


图 1.2.21 等电位的 x、y 两点相当于短路

## 3. 使用电位简化电路

如图 1.2.22(a)所示电路中, 设 2 个电源的公共端为 C, 左面的电源上端为 A, 右面的电源上端为 B。以 C 为参考点, 如图 1.2.22(b)所示, 这个电路可以简化。

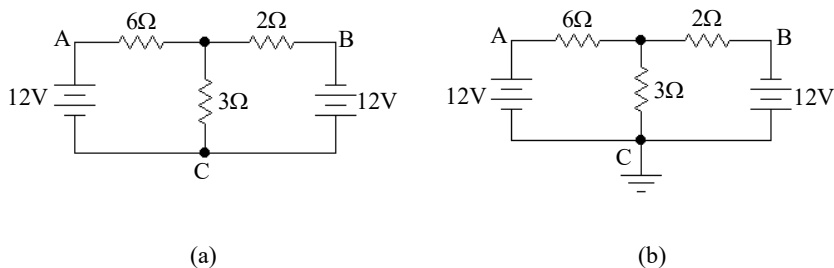


图 1.2.22 使用电位简化电路举例

不画出 2 个电源, 把 2 个电源用电位来表示: 左面的电源的 A 端为正极, A 点标记为

“+12V”，右面的电源的 B 端为负极，B 点标记为“-12V”，简化后电路如图 1.2.23 所示。

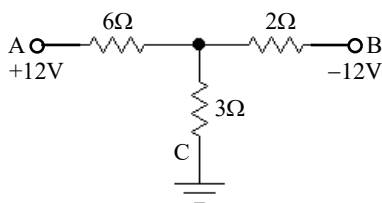


图 1.2.23 图 1.2.22(a)的简化电路

在模拟电路中，直流电源习惯采用电位的表示方法。如图 1.2.24 所示基本放大电路中，“+ $V_{CC}$ ”表明这是一个电源，“+”表示这点的电位比参考点高，“ $V_{CC}$ ”为电源的电压值。

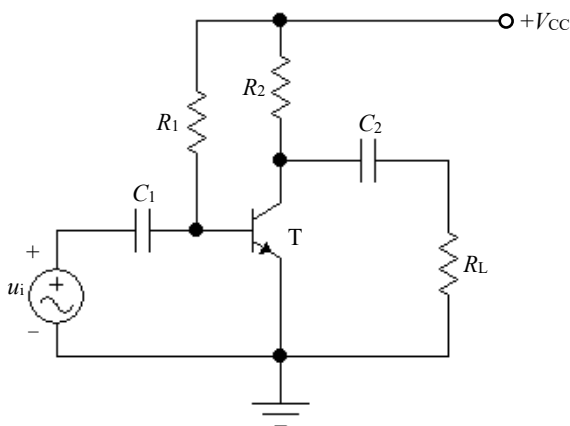


图 1.2.24 基本放大电路

简化的电路看上去更简洁，当电路的元件较多时，可以采用这样的画法。

#### 4. 真开路和假开路

从视觉上看，图 1.2.25(a)所示电路中，A 点和 B 点处于开路的状态，实际上，A 点与参考点之间存在一个电源，B 点与参考点之间也存在一个电源，A 点和 B 点为假开路。

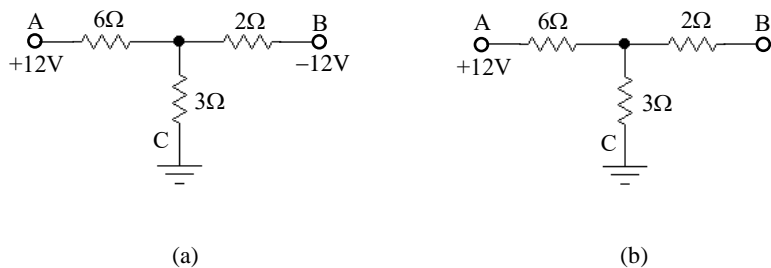


图 1.2.25 真开路和假开路电路举例

而图 1.2.25(b)所示这个电路中, A 点为假开路, B 点是真开路。B 点没有给出确定的电位值, 意味 B 点和参考点之间不存在电源。

## 1.3 电功率和能量

在电路的分析与计算中, 研究能量的分配和交换是很重要的内容之一, 特别是功率, 它可以直接反映出支路的能量变化情况。用  $W$  表示能量, 用  $p$  表示功率。

### 1.3.1 功率和能量

单位时间内电路所吸收的电能, 称作这部分电路吸收的功率。

$$p = \frac{dW}{dt} \quad (1.3.1)$$

式(1.3.1)可理解为功率是能量对时间的变化率, 若随着时间的变化能量是增加的, 则功率是正的, 表示电路吸收(或消耗)能量, 例如电阻支路; 若随着时间的变化能量是减少的, 则功率是负的, 表示电路供出(或产生)能量, 例如电源支路。

### 1.3.2 功率的计算

由定义式(1.3.1)可知:

$$p = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u \cdot i \quad (1.3.2)$$

从式(1.3.2)可知, 功率可以用电流与电压的乘积来计算, 即当支路的电流与电压的参考方向为关联参考方向时, 电流与电压的乘积就是此支路吸收的功率。计算结果为正时, 说明支路吸收功率; 计算结果为负时, 说明支路发出功率。当支路的电流与电压为非关联参考方向时, 计算公式要加负号。

$$p = -u \cdot i \quad (1.3.3)$$

利用式(1.3.3)计算功率时, 结果为正时, 则表示吸收功率; 结果为负时, 表示发出功率。在国际单位制中, 功率的单位为瓦特, 简称瓦(W)。

**【例 1.3.1】**(1) 在图 1.3.1 中, 若电流均为 2A, 且均由 a 流向 b, 已知  $u_1 = 1V$ ,  $u_2 = -1V$ , 求该元件的吸收或发出的功率。

(2) 在图 1.3.1(b)中, 若元件发出的功率为 4W,  $u_2 = -1V$ , 求电流。



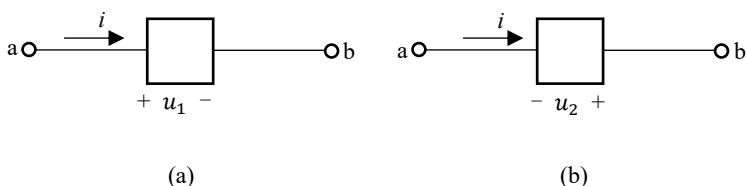


图 1.3.1 例 1.3.1 图

解：（1）设电流 $i$ 的参考方向由 a 指向 b，则：

$$i = 2\text{A}$$

对图 1.3.1(a)所示元件来说，电压、电流为关联参考方向，故：

$$p = u_1 \cdot i = 1 \times 2 \text{ W} = 2\text{W}$$

即吸收功率为 2W。

对图 1.3.1(b)所示元件来说，电压、电流为非关联参考方向，故：

$$p = -u_2 \cdot i = -(-1) \times 2 \text{ W} = 2\text{W}$$

即吸收功率为 2W。

（2）设电流 $i$ 的参考方向由 a 指向 b，则：

$$p = -u_2 \cdot i = -4\text{W}$$

因发出功率为 4W，故 $p$ 为-4W，由此可得：

$$i = \frac{4}{u_2} = \frac{4}{-1} \text{ A} = -4\text{A}$$

负号表明电流的实际方向是由 b 指向 a。

需要说明的是，对于功率，不同场合有不同的讨论方式，但其实质是一样的。除了以上介绍的方法，一个元件，一条支路或一个二端网络，如果电压和电流的实际方向相同，那么这个元件、这条支路或这个二端网络吸收功率。反之，如果电压和电流的实际方向相反，则发出功率。下面通过一个简单电路来说明。在图 1.3.2(a)所示这个电路中，电池作为电源发出功率，电阻吸收功率，把电源提供的电能转化为热能，满足能量守恒和功率平衡。电路中的电流实际方向为顺时针。对于 12V 的电源来讲，电压和电流的实际方向相反；对于电阻来讲，电压和电流的实际方向相同。

在图 1.3.2(a)所示电路中增加一个 6V 的电源，如图 1.3.2(b)所示。从元件的角度来讲，电阻一定是吸收功率的元件，2 个电源都应该发出功率，释放能量。根据前面的结论来验证一下。电路中的电流还是顺时针的方向，对于 12V 电源，电源和电流的实际方向相反，12V 电源发出功率；对于 6V 电源，电压和电流的实际方向相同，6V 电源吸收功率！令人诧异的现象每天都在发生，常常被忽视，笔记本电脑或者手机充电时，移动设备的电池确

实在吸收功率。作为电源元件，是否起到电源的作用，即在电路中是否发出电能，要看它的电压和电流的实际方向是否相同。

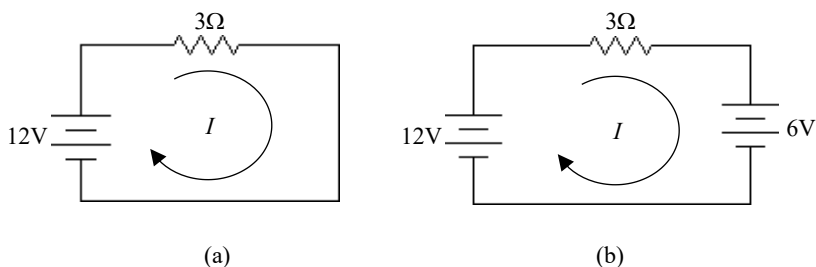


图 1.3.2 吸收和发出功率电路举例

下面验证图 1.3.2(b)电路的功率平衡。电路中的电流  $I = \frac{12-6}{3} \text{ A} = 2 \text{ A}$ ，12V 电源发出功率  $(12 \times 2) \text{ W} = 24 \text{ W}$ ；6V 电源吸收功率  $(6 \times 2) \text{ W} = 12 \text{ W}$ ；3Ω 电阻吸收功率  $(2^2 \times 3) \text{ W} = 12 \text{ W}$ 。整个电路中发出的功率 24W，吸收的功率为  $(12 + 12) \text{ W} = 24 \text{ W}$ ，功率平衡。

电路中的功率是平衡的，如果验证的结果是不平衡，一定是计算有误。

## 1.4 无源元件

本讲义主要涉及到二端元件，二端元件可以分为无源二端元件和有源二端元件。本节介绍 3 个无源元件。

### 1.4.1 电阻元件

#### 1. 电阻的伏安特性

电阻元件（简称电阻）是从实际电阻器抽象出来的模型。线性电阻的电路符号如图 1.4.1(a)所示，在电阻中的电流与其两端的电压的实际方向总是一致的，在电压、电流关联参考方向条件下，其伏安关系用欧姆定律来描述，即：

$$R = \frac{u}{i} \text{ 或 } u = R \cdot i \quad (1.4.1)$$

式中，电阻值  $R$  为一正常数，与流经本身的电流及两端电压无关。

伏安关系可由图 1.4.1(b)表示，在伏安平面上是通过坐标原点的一条直线。或者说满足式(1.4.1)欧姆定律关系的电阻元件称为线性电阻。

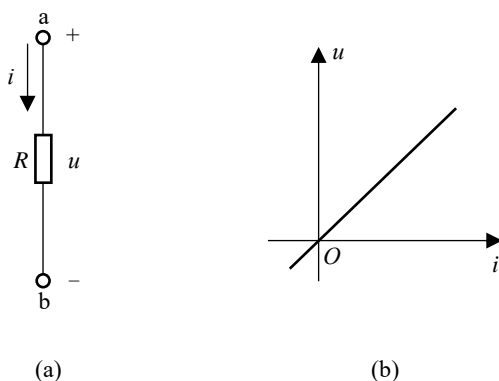


图 1.4.1 线性电阻的电路符号和伏安关系

(a)—电路符号；(b)—伏安关系

## 2. 电阻的单位

在国际单位制中，电阻的单位为欧姆，用符号  $\Omega$  表示。

$$1\Omega = 1\text{V/A}$$

## 3. 电导

为了书写方便，定义电导  $G$  称为电阻元件的电导

$$G = \frac{1}{R}$$

则式(1.4.1)变为

$$i = \frac{u}{R} = \frac{1}{R}u = Gu \quad (1.4.2)$$

电导的单位为西门子，用符号 S 表示。

## 4. 电阻的功率

电阻是消耗能量的，式(1.4.1)说明，当电压一定时，电阻越大电流越小，电阻体现了对电流的阻力。既然电阻对电流有阻力，电流通过电阻时就要消耗能量，线性电阻的功率为：

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \quad (1.4.3)$$

在式(1.4.3)中， $i^2$ （或 $u^2$ ）总为正，电阻元件的阻值是正的常量，所以电阻吸收的功率总为正值，说明电阻总是消耗电能，电阻是一种耗能元件，这是电阻的重要特性。利用电阻消耗电能并转化成热能的性能可制作成各种电热器。换句话说，电阻表征了电路部件消耗电能的特性，除了实际电阻以外，它可以是电灯、烙铁等部件的理想电路模型。

## 5. 电阻的即时性

电阻元件的另一个重要特性是在任一时刻电阻两端的电压是由此时电阻中的电流所决定的,而与过去的电流值无关;反之,电阻中的电流是由此时电阻两端的电压所决定的,而与过去的电压值无关。从这个意义上讲,电阻是一种无记忆元件,就是说电阻不能记忆过去的电流(或电压)在历史上所起的作用。

## 6. 非线性电阻

实际上电阻元件也是某些电子器件的理想电路模型,例如半导体二极管,它的伏安关系就不再是通过坐标原点的直线,而是曲线,称此器件为非线性电阻。非线性电阻的阻值不是常量,而是随着电压或电流的大小、方向而改变,所以不能再用一个常数来表示,也不能用式(1.4.1)的欧姆定律来定义它。

本讲义主要讨论线性电路的知识,为了叙述方便,简称线性电阻元件为电阻。

## 1.4.2 电容元件

两块金属极板中间放入介质就构成一个简单的电容器。当接通电源后两块极板上聚集了数量相等、符号相反的电荷,在极板之间就形成了电场。所以电容器是一种能储存电荷的器件,它具有储存电场能量的性能,这是它主要的物理特性。如果不考虑电容器的热效应和磁场效应,则它就抽象为电容元件。电容元件是实际电容的理想电路模型,或者说电容元件是用来表征储存电场能量的电路模型。

### 1. 电容元件的定义

一个电容元件,其电路符号如图 1.4.2(a)所示,如果其特性曲线为 $q-u$ 平面上经过坐标原点,其斜率不随电荷或电压而变,如图 1.4.2(b)所示,则称该电容元件为线性电容,即:

$$C = \frac{q}{u} \text{ 或 } q = Cu \quad (1.4.4)$$

式中, $C$ 为正常数,称电容量(简称电容),习惯上称电容元件为电容。

### 2. 电容的单位

在国际单位制中,电容 $C$ 的单位为法拉(简称法,用符号F表示)。此时电荷的单位为库仑(Q),电压的单位为伏特(V),即:

$$1 \text{ 法拉 (F)} = \frac{1 \text{ 库伦 (Q)}}{1 \text{ 伏特 (V)}}$$

但法拉这个单位对于实际电容太大了,常用的单位是微法( $\mu\text{F}$ )和皮法( $\text{pF}$ ):

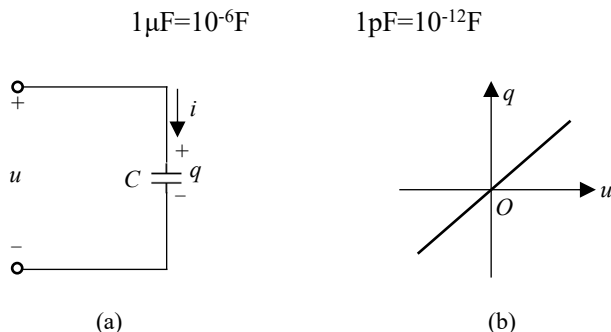


图 1.4.2 线性电容的电路符号及特性曲线

(a)—电路符号；(b)—特性曲线

### 3. 电容的伏安特性

虽然电容是根据  $q - u$  关系定义的，但在电路中常用的变量是电压和电流，即我们感兴趣的是电容元件的伏安关系，由电流定义  $i = dq/dt$  和电容的定义  $C = q/u$  可推出电容元件的伏安关系：

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dCu}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1.4.5)$$

图 1.4.2(a) 中，因为当  $i > 0$  时，正电荷被输送到上面极板，称为电容被充电，电压是增加的，所以当电压与电流为关联参考方向时，电容的伏安关系如式(1.4.5)所示。若电压与电流为非关联参考方向时，电容的伏安关系要加一个负号。即：

$$i = -C \frac{du}{dt} \quad (1.4.6)$$

电容的伏安关系表明通过电容的电流与其两端电压的变化率成正比，若电压稳定不变，其电流必为零。例如当电容充电结束后，电容电压虽然达到某定值  $U_0$ ，但其电流却为零。这和电阻元件有本质的不同，电阻两端只要有电压存在，电阻中的电流就一定不为零。电容的伏安关系还表明，在任何时刻如果通过电容的电流为有限值，那么电容上电压就不能突变；反之，如果电容上电压发生突变，则通过电容的电流将为无限大。

### 4. 电容的功率和储能

一个电容当其电压  $u$  和电流  $i$  在关联参考方向下，它吸收的功率为：

$$p = ui$$

电容吸收的能量：

$$W_C = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t u i d\tau$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^t u \cdot C \frac{du}{d\tau} d\tau = C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u du \\
 &= \frac{1}{2} C [u^2(t) - u^2(-\infty)]
 \end{aligned}$$

设  $u(-\infty) = 0$ ，则电容的储能：

$$W_C = \frac{1}{2} C u^2(t) \quad (1.4.7)$$

积分式的下限为负无穷大，它表示“从头开始”，此时电容还未被充电，即  $u(-\infty) = 0$ ；上限  $t$  为观察时间，式(1.4.7)说明电容在某一时刻的储能取决于该时刻电容上的电压值，当电压随时间变化时，电容储能也随时间变化，但能量总为正。

【例 1.4.1】已知图 1.4.3(a)所示电容电压波形如图 1.4.3(b)所示，设  $C = 1\text{F}$ ，求电容电流  $i_C(t)$ ，并画出它的波形。

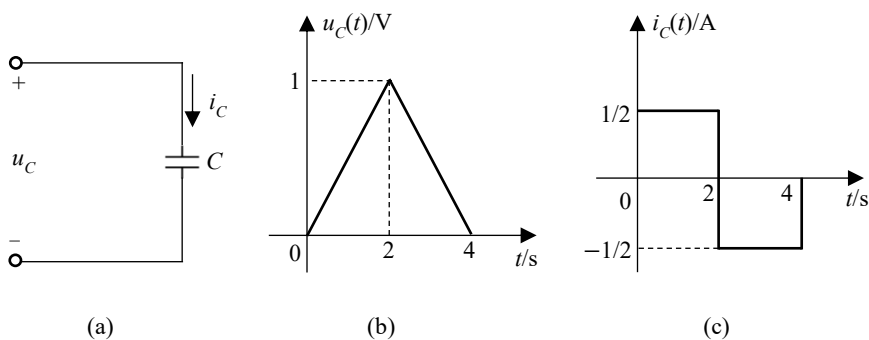


图 1.4.3 例 1.4.1 图

解：由电容的波形写出电容电压的数学表达式：

$$u_C(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t & (0 < t < 2) \\ -\frac{1}{2}t + 2 & (2 < t < 4) \end{cases}$$

由图可知电流和电压为关联参考方向：

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

可以计算出电流的表达式：

$$i_C(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\text{A} & (0 < t < 2) \\ -\frac{1}{2}\text{A} & (2 < t < 4) \end{cases}$$

得到的波形如图 1.4.3(c)所示。

由图可知，电容电流 $i_C$ 有时为正有时为负。当 $0 < t < 2$ 时， $i_C$ 为正，说明电容充电，电荷能量也增加；当 $2 < t < 4$ 时，电流 $i_C$ 为负，说明电容放电，即释放能量；当 $t = 4$ 时，能量释放完毕，电压为 0，整个过程中电容本身不消耗能量。

### 5. 非线性电容与时变电容

凡是不满足线性定义的电容元件，就称为非线性电容。一个电容元件，如果电容量是时间 $t$ 的函数 $C(t)$ ，那么 $C(t)$ 将表示不同时刻 $q - u$ 特性曲线的斜率，这个电容就称为时变电容。

可以将电容元件定义为：一个二端元件，在任一时刻 $t$ ，它的电荷 $q$ 与端电压 $u$ 之间的关系可以用 $u - q$ 平面上的一条曲线来确定，则称该二端元件为电容元件。

## 1.4.3 电感元件

绕在螺线管或铁芯上的一个线圈，当线圈中有电流通过时，线圈周围会形成磁场，磁场中储存着磁场能量，这种器件称为电感器。如果不考虑电感器的热效应和电场效应，即抽象为电感元件，它是实际电感器的理想化模型，表征了电感器的主要物理特性，即电感元件具有储存磁场能量的性能。

### 1. 电感元件的定义

一个二端元件，如果在任一时刻 $t$ ，它的磁通链 $\Psi$ 和通过它的电流 $i$ 之间的关系可以用 $i - \Psi$ 平面上的一条曲线来确定，则此二端元件称为电感元件。电感元件的符号如图 1.4.4(a)所示，图中磁通链的方向与电流的方向一致，“+”、“-”号表示电压的参考方向。

如果在 $i - \Psi$ 平面上，电感元件的特性曲线是通过坐标原点的一条直线，且不随磁通链或电流而变化，如图 1.4.4(b)所示，则称其为线性时不变电感元件，即：

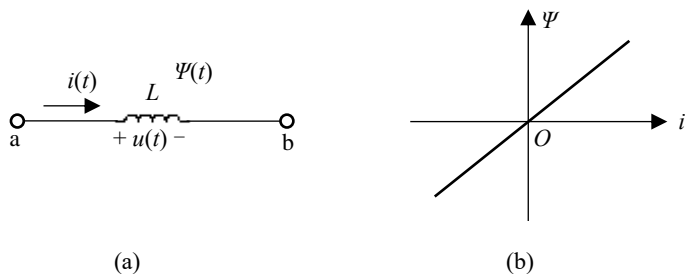


图 1.4.4 线性时不变电感元件

(a)—电路符号；(b)—特性曲线

$$L = \frac{\Psi}{i}, \text{ 或 } \Psi = Li \quad (1.4.8)$$

式中,  $L$  为一个与  $\Psi$ 、 $i$  无关的正常数, 称为电感量, 简称电感, 式中  $\Psi$  为磁通链, 磁通链与电流的大小及方向有关。

## 2. 电感的单位

在国际单位制中, 电感  $L$  的单位为亨利 (简称亨, 用符号  $H$  表示), 此时磁通链的单位为韦伯 ( $Wb$ ), 电流的单位为安培 ( $A$ ), 即:

$$1 \text{ 亨利 (H)} = \frac{1 \text{ 韦伯 (Wb)}}{1 \text{ 安培 (A)}}$$

常用单位是毫亨 ( $mH$ ) 或微亨 ( $\mu H$ )。

## 3. 电感的伏安特性

与电容元件类似, 虽然电感是根据  $i - \Psi$  关系定义的, 但在电路中常用的变量是电压和电流, 即我们感兴趣的是电感元件的伏安关系。在电感中变化的电流产生变化的磁通链, 变化的磁通链会在电感两端产生感应电压。该电压可由法拉第电磁感应定律给定, 即:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.4.9)$$

再加上电感的定义  $\Psi = Li$  可以推出电感元件的伏安关系为:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1.4.10)$$

式中, 磁通链单位是韦伯 ( $Wb$ ), 电压的单位是伏特 ( $V$ ), 电流单位是安培 ( $A$ )。需要强调的是, 这里的电压和电流是在关联参考方向下, 如图 1.4.4(a) 所示。公式 (1.4.10) 符合楞次定律。楞次定律指出, 当电感中的电流变化时电感两端会产生感应电压, 而感应电压的极性是对抗这个电流的变化的。若电流增加, 即造成了磁场的增强, 因而磁通链增大, 由公式 (1.4.9) 得  $u > 0$ , 它意味着  $a$  点电位高于  $b$  点电位, 这一极性正是对抗电流进一步的增加。

当电压与电流在非关联参考方向下时, 其伏安关系为:

$$u = -L \frac{di}{dt}$$

电感的伏安关系表明通过电感的两端电压与其中电流的变化率成正比, 若电流稳定不变, 其电压必为零。例如, 当直流电流通过电感, 电感两端电压为零, 电感犹如短路线。电感的伏安关系还表明, 在一般条件下电感电流不会发生突变, 电感电压是有限值; 反之, 如果电感电流发生突变, 则电感两端的电压将为无限大。



#### 4. 电感的功率和储能

一个电感当其电压 $u$ 和电流 $i$ 在关联参考方向下，它吸收的功率为：

$$p = ui$$

电感吸收的能量为：

$$\begin{aligned} W_L &= \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t u(\tau)i(\tau) d\tau \\ &= \int_{i(-\infty)}^{i(t)} Li(\tau) di \\ &= \frac{1}{2}L[i^2(t) - i^2(-\infty)] \end{aligned}$$

设 $i(-\infty) = 0$ ，则电感储能：

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) \quad (1.4.11)$$

积分式的下限是负无穷大，此时电感没有电流通过，即 $i(-\infty) = 0$ ；上限 $t$ 是观察时间。式(1.4.11)说明电感在某一时刻的储能取决于该时刻电感上的电流值，当电流随时间变化时，电感储能也随时间变化。电感储存的磁场能量与 $i$ 有关，也与电感量 $L$ 有关。

【例 1.4.2】如图 1.4.5(a)所示电感上电流与电压为关联参考方向，若已知电流的波形如图 1.4.5(b)所示，试画出电压、功率和能量的波形，设 $L = 1\text{H}$ 。

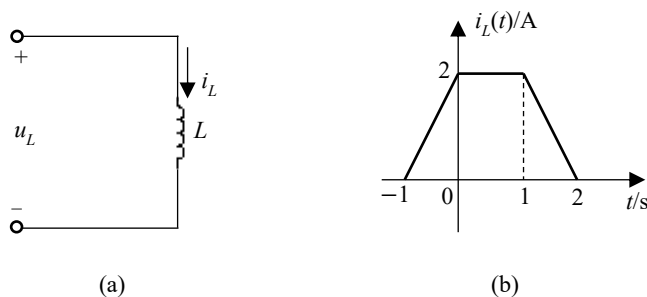


图 1.4.5 例 1.4.2 图

解：根据公式(1.4.10)和公式(1.4.11)直接画出电压、功率和能量的波形，如图 1.4.6 所示。由图 1.4.6(b)、图 1.4.6(c)可知，电感瞬时功率有时为正有时为负，当 $-1 \leq t < 0$ 时， $p$ 为正，表明对电感充电，能量增加； $t = 0$ 时能量增加到 2J；当 $0 < t < 1$ 时，电流保持稳定值 2A，所以电压等于零，而能量保持在 2J，表明电感既不增加能量又不释放能量；当 $1 < t \leq 2$ 时， $p$ 为负，电压为负，表明电感放电，既释放能量；当 $t = 2$ 时能量释放完毕。在整个过程中电感本身不消耗能量。

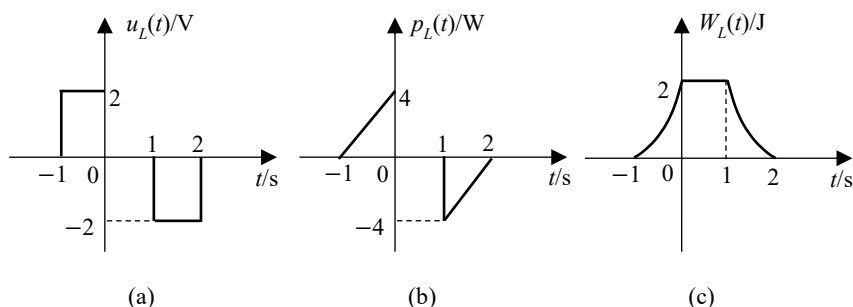


图 1.4.6 例 1.4.2 的解

## 1.5 电源元件

由于电路的功能有两种，故电源的定义也有两种。

(1) 产生电能或储存电能的设备称为电源，例如发电机、蓄电池等，均为电源。

(2) 产生电压信号或电流信号的设备也称为“电源”，这种“电源”实际上是“信号源”，例如实验室中应用的正弦波信号发生器、脉冲信号发生器等。

常见的电源有 2 类，一类是直流电源 (DC, Direct Current)，电池和蓄电池是典型的直流电源；家庭和办公室使用的电源是按照正弦规律变化的交流电源，简称为交流电源 (AC, Alternating Current)。

理想电源是实际电源的理想化电路模型，可分为两种：理想电压源和理想电流源，它们都是二端有源元件。

### 1.5.1 电压源

理想电压源可简称电压源，它的图形符号有 2 种，一种只表示直流，一种是通用的形式，可以表示任意形式的电压源，如正弦交流、方波、三角波等。

2 种图形符号如图 1.5.1 所示。



图 1.5.1 电压源的图形符号

电路分析软件中的电压源通常分直流和交流两种，图形符号如图 1.5.2 所示。



图 1.5.2 电路分析软件中电压源的图形符号

理想电压源的伏安特性可表示为：

$$u = u_S \quad (1.5.1)$$

这个式子也表明电压 $u$ 由 $u_S$ 决定，与流过电压源的电流值无关，同时也说明电压源所表示的只是两端子间的电压，不能确定流过电压源的电流值，这个电流要由外部电路来决定。

直流电压源，是具有如图 1.5.3(b)所示伏安特性的二端元件，该特性在伏安平面上是一条与 $i$ 轴平行的直线， $u_S$ 表示电压源的电压。

对于图 1.5.3(a)所示的电路，电压源电压 $u_S$ 与端口电流 $i$ 为非关联方向，则理想电压源发出的功率为：

$$P_{\text{发}} = u_S i \quad (1.5.2)$$

它也是外电路吸收的功率。

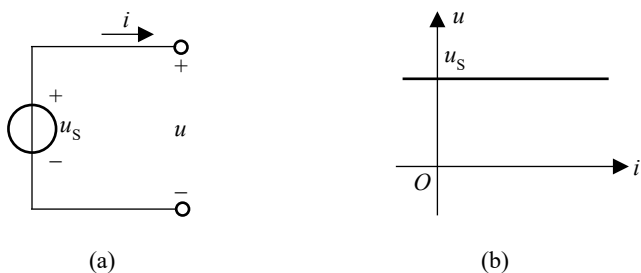


图 1.5.3 理想电压源的伏安特性

电压源不接外电路时，电流 $i$ 总为 0，这种情况称为“电压源处于开路”，也称为空载。

➤ **注意：**不作用的电压源，电压为 0，相当于短路。把电压源置零，相当于用短路来代替（如图 1.5.4 所示），而不是把电压源短路。

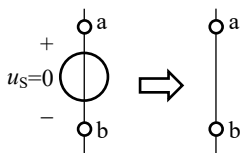


图 1.5.4 电压源置零

## 1.5.2 电流源

理想电流源可简称电流源，它的图形符号只有一种通用形式。图形符号如图 1.5.5 所示。

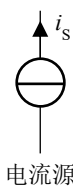


图 1.5.5 电流源的图形符号

电路分析软件中电流源通常分直流和交流两种。图形符号如图 1.5.6 所示。



图 1.5.6 电路分析软件中电流源的图形符号

理想电流源的伏安特性的表达式为：

$$i = i_s \quad (1.5.3)$$

式(1.5.3)表明电流 $i$ 由 $i_s$ 决定，与电流源两端的电压值无关，同时也说明电流源所表示的只是支路的电流，不能确定两端的电压值，这个电压是要由外部电路来决定的。

直流电流源，是具有如图 1.5.7(b)所示伏安特性的二端元件。该特性在伏安平面上是一条与 $u$ 轴平行的直线， $i_s$ 表示电流源的值。

对于图 1.5.7(a)所示的电路，电流源电流 $i_s$ 与端口电压 $u$ 为非关联方向，则理想电流源发出的功率为：

$$P_{\text{发}} = ui_s \quad (1.5.4)$$

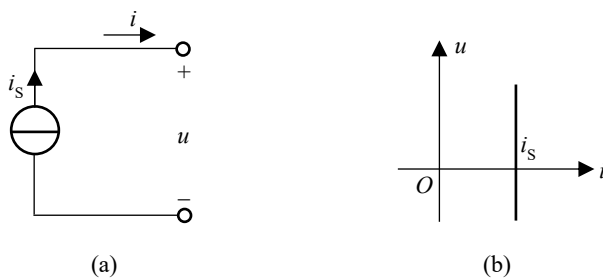


图 1.5.7 理想电流源的伏安特性

它也是外部电路吸收的功率。

电流源两端短路时，其端电压  $u = 0$ ，而  $i = i_s$ ，电流源的电流即为短路电流。电流源的“开路”是没有意义的，因为开路时发出的电流  $i$  必须为 0，这与电流源的特性不相符。

➤ **注意：**不作用的电流源，电流为 0，相当于开路。把电流源置零，相当于用开路来代替，如图 1.5.8 所示。

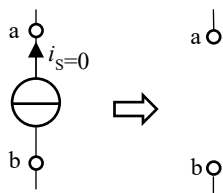


图 1.5.8 电流源置零

### 1.5.3 电源的容量

从材料的耐热性和绝缘性考虑，电源有一个额定容量。对于电压源，电流有一个最大的允许值，这个值称为额定电流。电压源的电压和额定电流的乘积称为额定容量。

实际电路中负载通常都是并联的，负载增加意味总电流和总功率的增大。负载的大小决定电源输出的电流和功率。空着的电源插座，输出的电流和功率都为 0，这个时候称为空载；如果电源输出的电流等于额定电流，称为满载。

## 1.6 受控电源

若电压源电压的大小和“+”、“-”极性，电流源电流的大小和方向都不是独立的，而是受电路中其他的电压或电流控制，则称此种电压源和电流源为非独立电压源和非独立电流源，也称受控电压源和受控电流源，统称为受控电源，简称受控源。为与独立源的电路符号相区别，受控源的电路符号为菱形，如图 1.6.1 所示。

受控源向外有两对端子，一对为输入端子，另一对为输出端子。输入端子施加控制电压或控制电流，输出端子则输出被控制的电压或电流。因此，理想的受控源电路可有 4 种。

(1) 电压控制电压源 (VCVS)，如图 1.6.1(a) 所示，其中  $u_1$  为控制量， $u_2$  为被控制量， $u_2 = \mu u_1$ ， $\mu = u_2/u_1$  为控制因子， $\mu$  为无量纲的电压比因子。

(2) 电流控制电压源 (CCVS)，如图 1.6.1(b) 所示，其中  $i_1$  为控制量， $u_2$  为被控制量， $u_2 = r i_1$ ， $r = u_2/i_1$  为控制因子，单位为欧姆。

(3) 电压控制电流源 (VCCS), 如图 1.6.1(c)所示, 其中 $u_1$ 为控制量,  $i_2$ 为被控制量,  $i_2 = gu_1$ ,  $g = i_2/u_1$ 为控制因子, 单位为西门子。

(4) 电流控制电流源 (CCCS), 如图 1.6.1(d)所示, 其中 $i_1$ 为控制量,  $i_2$ 为被控制量,  $i_2 = \beta i_1$ ,  $\beta = i_2/i_1$ 为控制因子,  $\beta$ 为无纲的电流比因子。

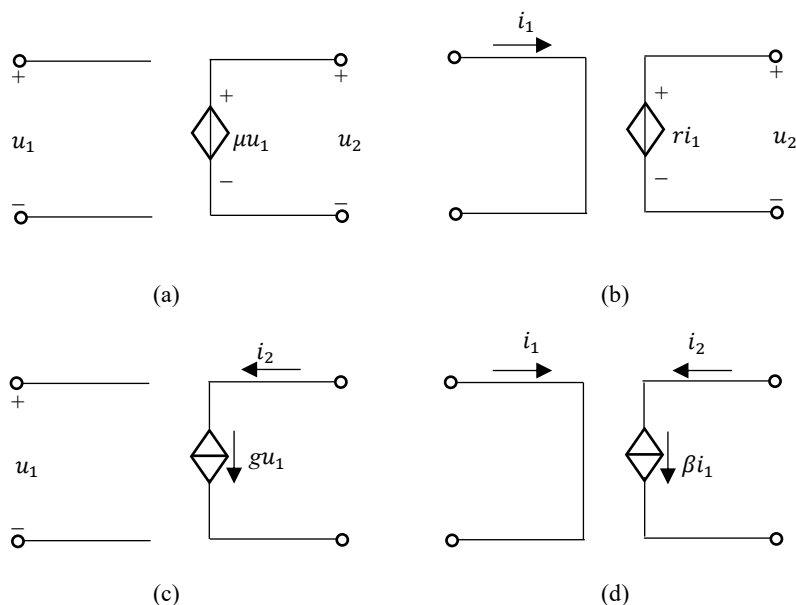


图 1.6.1 受控源示意图

例如模拟电路中的晶体管, 在输入信号是小信号微变量的情况下, 可以用如图 1.6.2 所示的微变等效电路来等效, 而这个微变等效电路中就含有电流控制电流源这样的受控源。

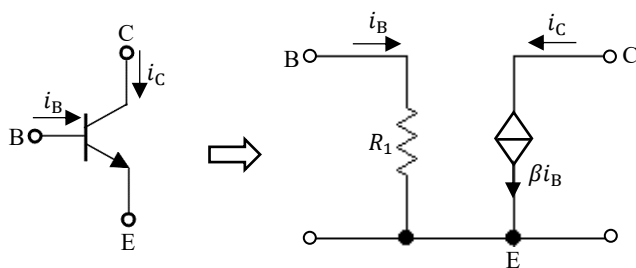


图 1.6.2 晶体管的微变等效电路模型

受控源实际上是有源器件 (例如电子管、晶体管、场效应管、运算放大器等) 的电路模型。受控源在电路中的作用具有两重性: 电源性与电阻性<sup>1</sup>。

<sup>1</sup> 含有受控源电路的分析可参阅本书“附录 A 含有受控源电路的分析”内容。

(1) 电源性：由于受控源也是电源，因此它在电路中与独立源具有同样的外特性，其处理原则也与独立源相同。但应注意，受控源与独立源在本质上不相同。独立源在电路中直接起激励作用，而受控源则不是直接起激励作用，它仅表示“控制量”与“被控制量”的关系。控制量存在，则受控源就存在；若控制量为零，则受控源也就为零。

(2) 电阻性：受控源可等效为一个电阻，而此电阻可能为正值，也可能为负值，这就是受控源的电阻性。

## 1.7 基尔霍夫定律

如果将电路中各个支路的电流和支路的电压（简称支路电流与支路电压）作为变量来看，这些变量受到两类约束。一类是元件的特性造成的约束。例如，线性电阻元件的电压和电流必须满足  $u= Ri$  的关系。这种关系称为元件的组成关系或电压电流关系（Voltage Current Relation，简称为 VCR），即 VCR 构成了变量的元件约束。另一类约束是由于元件的相互连接给支路电流之间或支路电压之间带来的约束关系，有时称为“几何”约束或“拓扑”<sup>2</sup>约束，这类约束由基尔霍夫定律来体现。

由集总（参数）元件构成的电路称为集总电路。其中集总元件假定：在任何时刻，流入二端元件的一个端子的电流一定等于从另一端流出的电流，且两个端子之间的电压为单值量。基尔霍夫定律（Kirchhoff Law，简称为 KL）是分析一切集总参数电路的根本依据，一些重要的电路定理、许多有效的电路分析方法，都是以基尔霍夫定律（连同元件上电压、电流关系）为“源”推导、证明、归纳总结得出的。

### 1.7.1 基尔霍夫电流定律（KCL）

基尔霍夫电流定律反映了电路的结点上各支路电流之间必须遵循的规律，其英文缩写为 KCL（Kirchhoff's Current Law）。定律内容：在集总电路中，任何时刻，对任一结点，所有流出结点的支路电流和流入结点的支路电流的代数和恒等于零。此处，电流的“代数和”是根据电流是流出结点还是流入结点判断的。若流出结点的电流前面取“+”号，则流入结点的电流前面取“-”号；电流是流出结点还是流入结点，均根据电流的参考方向判断。其数学表示式为：

---

<sup>2</sup> “拓扑”是一个数学名词。这里将它理解为“连接关系”。

$$\sum_{k=1}^b i_k = 0$$

式中,  $i_k$  为流出 (或流入) 结点的第  $k$  条支路电流;  $b$  为与结点相连的支路数。

图 1.7.1 中画出的是电路中的某一结点, 连接了 3 条支路, 并标出了电流的参考方向。

若以流出结点的电流为 “+”, 流入结点的电流为 “-”, 则写出 KCL 方程为:

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

或

$$i_3 = i_1 + i_2$$

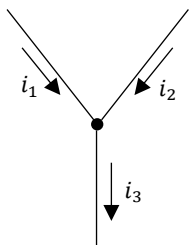


图 1.7.1 电流定律

上式左边是流出结点的电流, 右边是流入结点的电流。因此, 电流定律也可表示为: 任何时刻, 流出任一结点的支路电流等于流入该结点的支路电流。

电流定律的理论依据是电荷守恒定理, 即电荷既不能创造, 也不能消灭, 流进结点的电荷一定等于流出结点的电荷, 因为在集总参数假设中, 结点只是支路的汇接点, 不可能积累电荷。KCL 说明了电流的连续性。

在以上的讨论中, 并没有涉及支路的元件, 这就是说, 不论支路中是什么元件, 只要连接在同一个结点上, 其支路电流就按 KCL 互相制约。换言之, KCL 与支路元件性质无关而与电路结构有关。

KCL 还可以推广运用于电路中的任一假设的封闭面, 如图 1.7.2 所示。

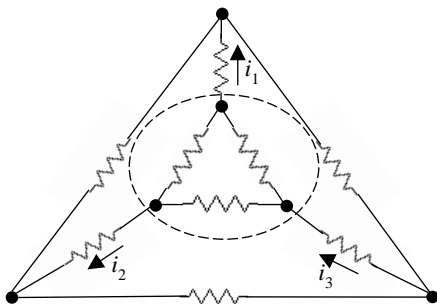


图 1.7.2 封闭面的 KCL



在图 1.7.2 中虚线所示封闭面，流入或流出封闭面的电流有  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ ，根据标出的参考方向，以流出封闭面的电流为“+”，流入封闭面的电流为“-”，可列出 KCL 方程式为：

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

【例 1.7.1】求图 1.7.3 所示电路中电流  $i_1$  和  $i_3$ 。

解：（1）由 a 结点的 KCL 列出方程：

$$i_3 + 2 = 7$$

$$i_3 = 5\text{A}$$

（2）作封闭面如图 1.7.3 中虚线所示，可列出：

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_1 = -7\text{A}$$

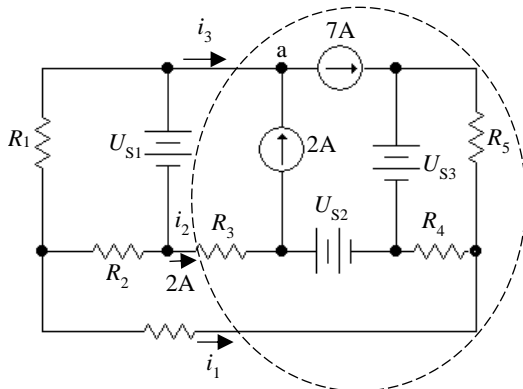


图 1.7.3 例 1.7.1 图

【例 1.7.2】电路如图 1.7.4 所示，计算各点电位。

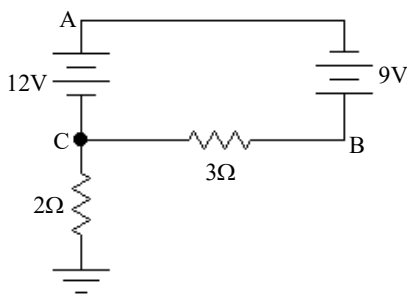


图 1.7.4 例 1.7.2 图

解：对于结点 C，虽然有 3 条支路连接，但是  $2\Omega$  电阻是开路的，即流过  $2\Omega$  电阻的电流为 0。这个结论初看上去不可接受，只要换个角度想一下，就能理解。 $12\text{V}$  电压源， $9\text{V}$  电压源和  $3\Omega$  电阻构成了一个回路，很明显这 3 个元件流过同一个电流。为了看得更

清楚，在图中标记 3 个电流，如图 1.7.5 所示。

根据基尔霍夫电流定律，则有

$$I_1 + I_3 = I_2$$

显然  $I_1$  和  $I_2$  是同一个电流，由此得出  $I_3 = 0$ 。

更简单的，画一个封闭面，和这个封闭面相交的支路只有一条，所以  $I_3 = 0$ 。

确认了  $2\Omega$  电阻的电流为 0 后，可以得到  $V_C = 0$ ，因为根据欧姆定律， $2\Omega$  电阻两端的电压也为 0，C 点和参考点的电位相等。 $V_A = 12V$ ， $V_B = 21V$ 。

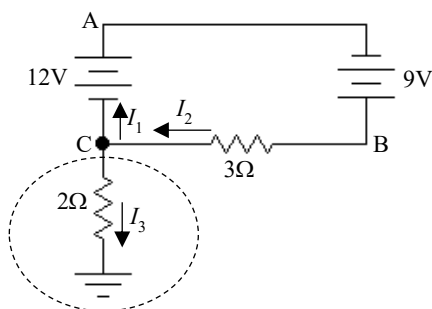


图 1.7.5 例 1.7.2 题解图

下面介绍一个 KCL 的应用举例。LM358 是双列直插封装的最常用的双运算放大器，具有 8 个管脚，如图 1.7.6 所示。

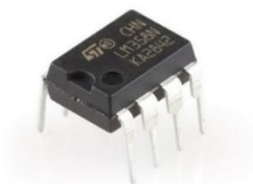


图 1.7.6 LM358 芯片

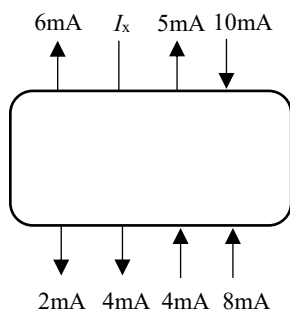


图 1.7.7 LM358 芯片管脚的电流满足 KCL

8 个管脚的电流满足 KCL。如果已知 7 个管脚的电流，可以得出未知管脚的电流，如图 1.7.7 所示，通过计算，已知电流中流入芯片的电流之和为 22mA，流出的电流之和为 17mA，显然未知电流  $I_x$  应为流出，大小为 5mA。

■ **思考题：**如图 1.7.8 所示电路中，流过电阻的电流是否为 0？标记出电路中的各点，并计算各点电位。

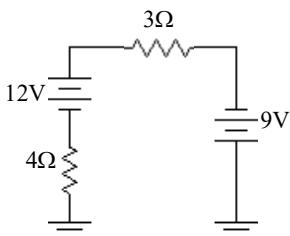


图 1.7.8 思考题图

## 1.7.2 基尔霍夫电压定律 (KVL)

基尔霍夫电压定律表明在电路的闭合回路中，各支路电压之间的制约关系，其英文缩写为 KVL (Kirchhoff's Voltage Law)。定律内容：在集总电路中，任何时刻，沿任一回路，所有支路电压的代数和恒等于零。所以，沿任一回路有

$$\sum_{k=1}^l u_k = 0$$

式中， $u_k$  为该回路中第  $k$  条支路电压； $l$  为回路包含的支路数。取和时，需要任意指定一个回路的绕行方向，凡支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致者，该电压前面取 “+” 号，支路电压参考方向与回路绕行方向相反者，前面取 “-” 号。

这一定律也可以表述为：在任一时刻，对电路的任一回路，沿该回路的支路电位升等于电位降。

$$\sum u_{\text{升}} = \sum u_{\text{降}}$$

图 1.7.9 中画出的是电路中的某一回路，连接了 5 条支路，并标出了各支路电压的参考方向。任意选定回路的绕行方向，例如设为顺时针方向，可列写 KVL 方程

$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 + u_5 = 0$$

或

$$u_1 + u_4 + u_5 = u_2 + u_3$$

上式左端为回路中电位降之和，右端为回路中电位升之和。

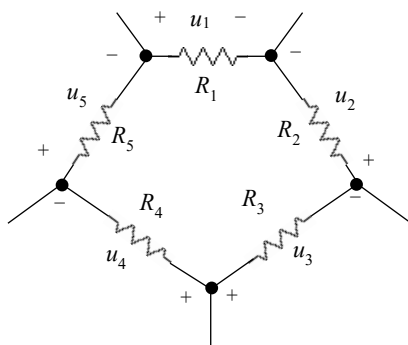


图 1.7.9 电压定律

KVL 也适用于开口电路。如图 1.7.10(a)所示, 虽然没有形成闭合回路, 但 a、b 两点之间的电压为  $U$ , 和  $U_1$ 、 $U_2$  两个电压构成了回路, 3 个电压之和也是等于 0。如果取顺时针的绕行方向, 如图 1.7.10(b)所示, 可以得到:

$$U_1 + U_2 - U = 0$$

当然也可以写成

$$U = U_1 + U_2$$

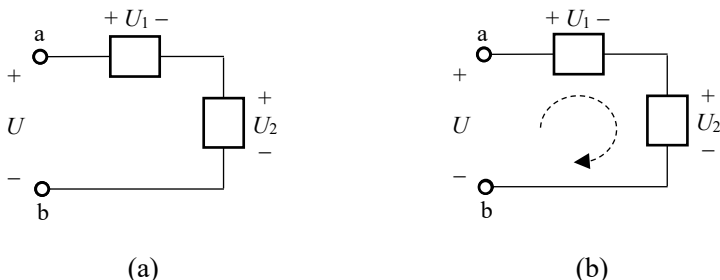


图 1.7.10 KVL 适用于开口电路

另外, 可以根据 KVL, 直接列写 2 点间的电压的方程。2 点间的电压, 如果没有给定参考方向, 首先假设一个参考方向。从正极出发, 沿着一条路径回到负极, 路径的方向和电压的方向相同; 2 点间的电压等于路径上各段电压的代数和。路径上各段电压的参考方向如果和路径的方向相同, 这段电压取 “+” 号, 否则为负。如果电阻的电压用电流表示, 电流的方向即为电压的方向。

例如, 求解图 1.7.11(a)、(b)所示电路中的电压  $U$ 。根据上述直接列写 2 点间电压方程的方法, 在图 1.7.11(a)所示电路中,  $U = U_1 - U_2$ ; 在图 1.7.11(b)所示电路中,  $U = (-2 \times 3 - 4)\text{V} = -10\text{V}$ 。

➤ **注意:** 各段电压按在路径上出现的顺序依次写出; 不要选择含有电流源的路径。

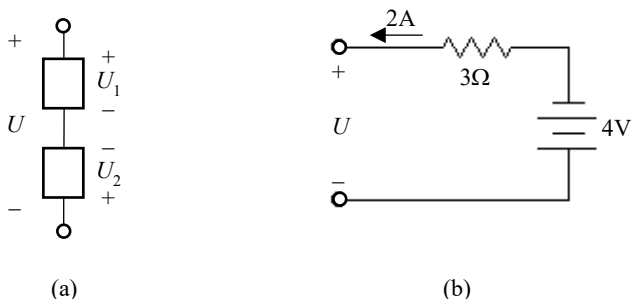


图 1.7.11 直接列写两点间电压方程举例

【例 1.7.3】电路如图 1.7.12 所示，求电压  $U$ 。

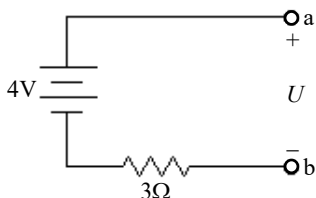


图 1.7.12 例 1.7.3 图

解：与图 1.7.11(b)所示电路不同，在这个电路中，端口  $ab$  开路，流过电阻的电流为 0。根据 KVL，有

$$U = (4 + 3 \times 0)V = 4V$$

➤ **注意：**给定确定电流的支路，不是开路。

如果电路只有一个回路则称为单回路。单回路是最基本的电路，回路中的元件流过同一个电流。采用等效变换的方法时，最终的目标电路就是单回路。根据 KVL，可以直接列出单回路中各段电压的代数和等于 0。单回路的电流、回路中各段或各元件的电压以及相应的功率随之可以得到。

基尔霍夫电压定律是能量守恒的体现。按照能量守恒定律，单位正电荷沿回路绕行一周所获得的能量必须等于所失去的能量，单位正电荷在从高电位向低电位移动过程中失去能量等于从低电位向高电位移动过程中获得能量，所以在闭合回路中电位升必然等于电位降，即一个闭合回路中各支路电压的代数和为零。

在以上的讨论中，并没有涉及支路的元件，这就是说，不论支路中是什么元件，只要连接在同一个回路中，其支路电压就按 KVL 互相制约。换言之，KVL 与支路元件的性质无关，而与电路结构有关。

总之，KCL、KVL 是电荷守恒原理和能量守恒原理在集总参数电路中的体现，KCL、KVL 只与电路的拓扑结构有关系，而与各支路连接的元件的性质无关（无论是电阻、电容、电感还是电源，甚至是非线性元件或时变元件等）。

【例 1.7.4】电路如图 1.7.13 所示，求  $i_1$  和  $u_{ad}$ 。

解：（1）对结点 b 列写 KCL 方程为：

$$i_1 = i_1 + i$$

得：
$$i = 0$$

（2）对电路左边回路可列写 KVL 方程为：

$$(2 + 3)i_1 = 10 - 5$$

有 
$$i_1 = 1\text{A}$$

最后得 
$$u_{ad} = 3 \times i_1 + 1 \times i - 1 - 2 \times 1 = 0$$

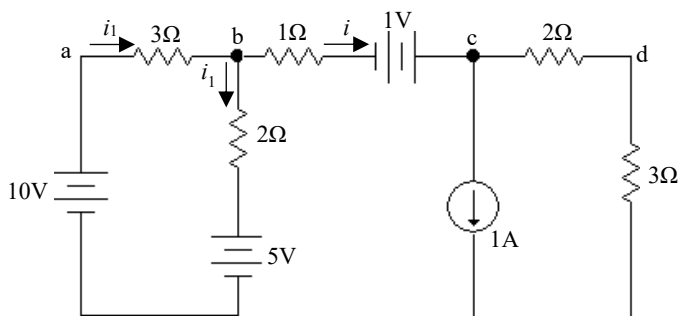


图 1.7.13 例 1.7.4 图

## 本章知识要点

### 1. 电压和电流的参考方向

电流、电压是电路分析的基本物理量，在分析电路时，必须首先指定电流和电压的参考方向，才能进行分析和计算。因此，透彻地理解电流和电压的参考方向是本章的重点之一。正确认识电压、电流的实际方向与参考方向的联系和区别以及根据电压、电流的参考方向正确判断元件是吸收功率还是发出功率是学习中的难点。

### 2. 元件的伏安特性

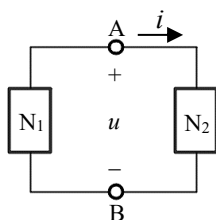
元件的伏安特性是元件本身的约束，是电路分析和计算的基本依据之一，因此，熟练掌握和应用电阻元件、独立电源（电压源和电流源）和受控电源的电压和电流关系也是本章的一个重点。正确理解独立电源与受控电源的联系和差别是其中的难点。

### 3. 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是集总参数电路的基本定律，它包括基尔霍夫电流定律（KCL）和基尔霍夫电压定律（KVL）。基尔霍夫定律只跟元件的相互连接有关，与元件的性质无关，无论元件是线性的还是非线性的，时变的还是时不变的，它都成立。基尔霍夫定律是分析一切集总参数电路的根本依据，许多重要的电路定理、一些常用的电路分析方法都是由这两个定律归纳、推导、总结得出的，因此，基尔霍夫定律是本章的重点。掌握和熟练运用基尔霍夫定律分析和计算电路是本章的难点。

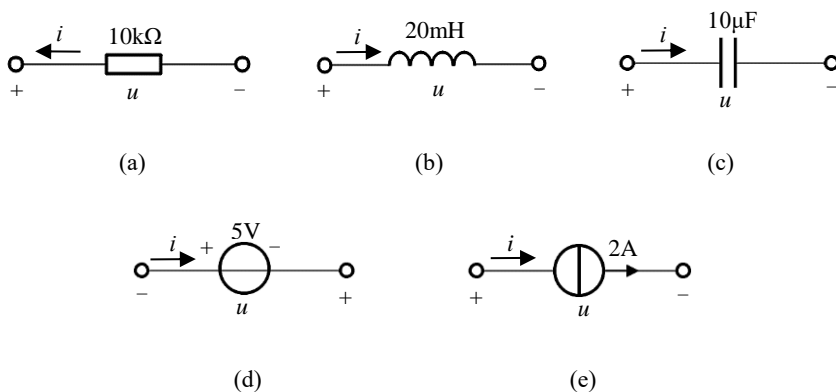
## 习 题

1-1 题 1-1 图电路结构中， $u$ 和 $i$ 的参考方向是否关联？



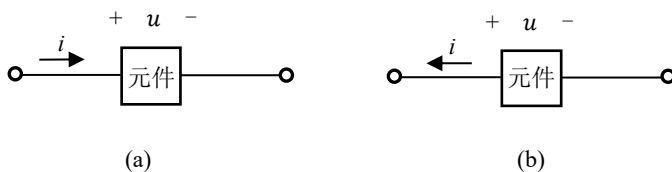
题 1-1 图

1-2 在指定的电压 $u$ 和电流 $i$ 参考方向下,写出题 1-2 图中各元件的约束方程(元件的组成关系)。



题 1-2 图

1-3 说明题 1-3 图中, (1)  $u$ 、 $i$  的参考方向是否关联? (2) 乘积  $ui$  表示什么功率? (3) 如果在题 1-3(a) 图中  $u > 0$ 、 $i < 0$ , 题 1-3(b) 图中,  $u > 0$ 、 $i > 0$ , 元件实际是发出还是吸收功率?



题 1-3 图

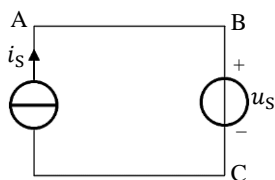
1-4 电路如题 1-4 图所示, 其中  $i_S = 2\text{A}$ ,  $u_S = 10\text{V}$ 。

(1) 求  $2\text{A}$  电流源和  $10\text{V}$  电压源的功率;

(2) 如果要求  $2\text{A}$  电流源的功率为零, 在  $AB$  线段内应接入何种元件? 分析各元件的功率;

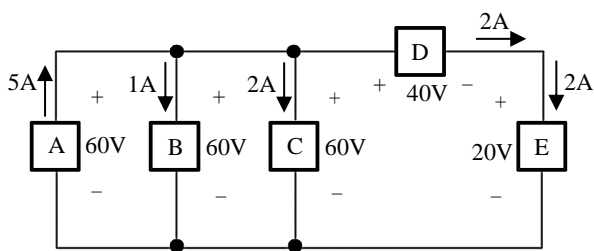


(3) 如果要求  $10\text{V}$  电压源的功率为零, 则应在  $BC$  间并联何种元件? 分析此时各元件的功率。



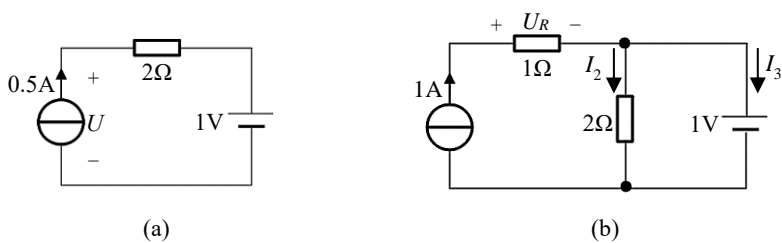
题 1-4 图

1-5 试校核题 1-5 图中电路是否满足功率平衡?



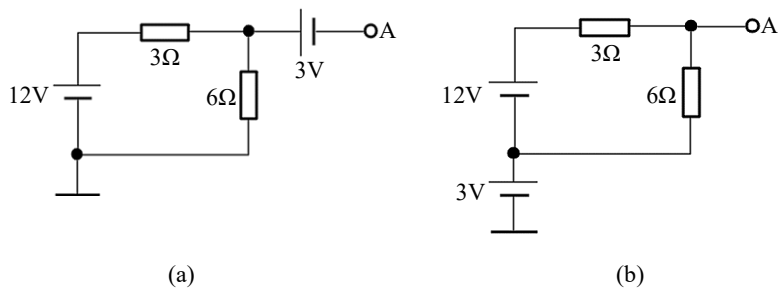
题 1-5 图

1-6 求题 1-6 图所示电路中每个元件的功率。



题 1-6 图

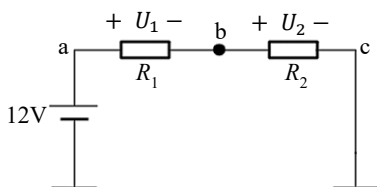
1-7 电路如题 1-7 图所示, 计算各图中  $A$  点的电位。



题 1-7 图

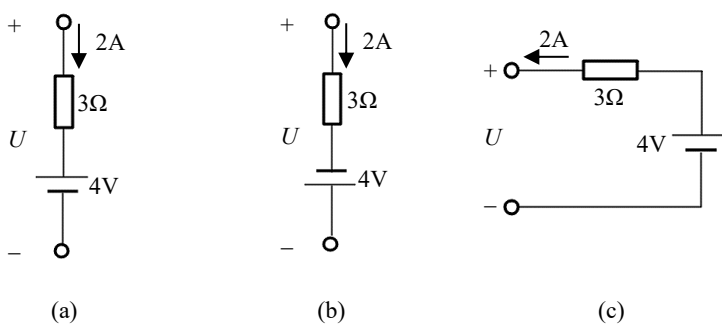
1-8 把 12V 的电池和 2 个电阻连接起来,  $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 2\text{k}\Omega$ , 电路如题 1-8 图所示。

测得  $U_1 = 0\text{V}$ ,  $U_2 = 0\text{V}$ ,  $V_a = 12\text{V}$ ,  $V_b = 12\text{V}$ ,  $V_c = 0\text{V}$ , 分析电路的故障原因。



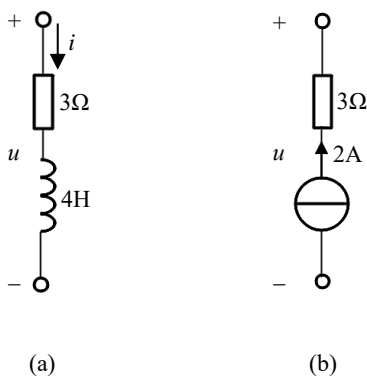
题 1-8 图

1-9 直接列写出题 1-9 图所示各电路中电压  $U$  的表达式, 并计算  $U$ 。



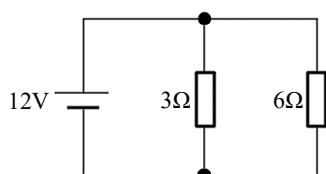
题 1-9 图

1-10 电路如题 1-10 图所示, 列写各图中电压  $u$  的表达式。



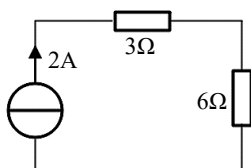
题 1-10 图

1-11 计算题 1-11 图所示电路中各个元件的电流。



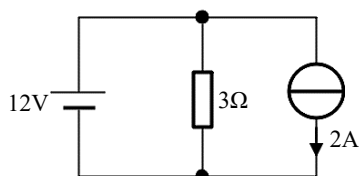
题 1-11 图

1-12 计算题 1-12 图所示电路中各个元件的电压。



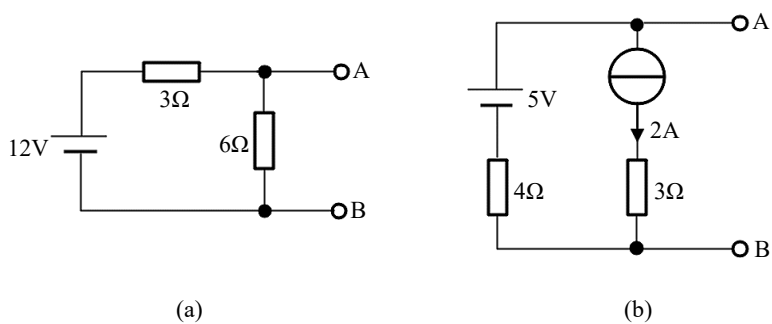
题 1-12 图

1-13 计算题 1-13 图所示电路中电压源的电流。



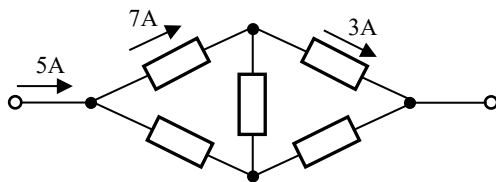
题 1-13 图

1-14 电路如题 1-14 图所示，计算各图中 A、B 两点间的电压。



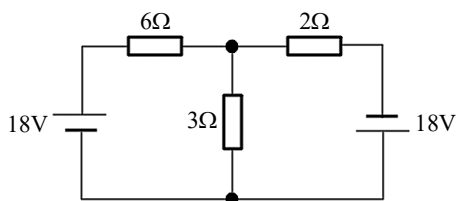
题 1-14 图

1-15 电路如题 1-15 图所示，计算各支路电流。



题 1-15 图

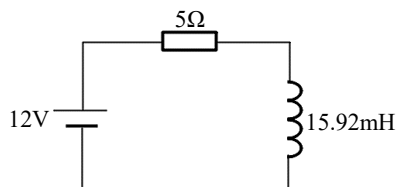
1-16 题 1-16 图所示电路中有几个结点？几条支路？几个网孔？几个回路？以支路电流为变量，列出所有的 KCL 和 KVL 方程，这些方程是独立的吗？



题 1-16 图

1-17 电路如题 1-17 图所示，

- (1) 列出电路的 KVL 方程；
- (2) 以电感的电流为变量，列出 KVL 方程；
- (3) 计算电流的大小。



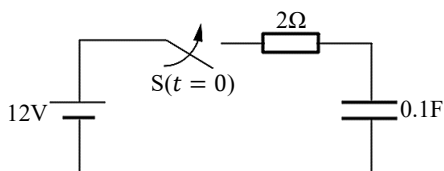
题 1-17 图

1-18 把题 1-17 图所示电路中的 12V 直流电源，替换为交流电源  $u_1 = 220\sqrt{2} \cos(314t + 30^\circ)\text{V}$ 。

- (1) 以电感的电流为变量，列出 KVL 方程；
- (2) 讨论 2 种电源作用下，电路方程的特点。

1-19 电路如题 1-19 图所示，电容原来没有储能，开关 S 在  $t = 0$  时刻动作，对于开关闭合后的电路，

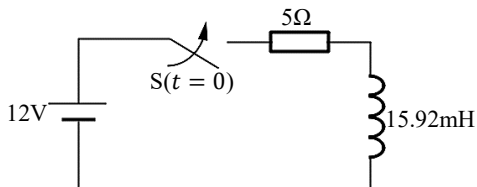
- (1) 电路的响应有那些？
- (2) 列出电路的 KVL 方程；
- (3) 如果以电容的电压为变量，列出 KVL 方程；
- (4) 说明电路方程的特点；
- (5) 定性说明电路方程的解是什么形式。



题 1-19 图

1-20 电路如题 1-20 图所示，电感原来没有储能，开关  $S$  在  $t = 0$  时刻动作，对于开关闭合后的电路，

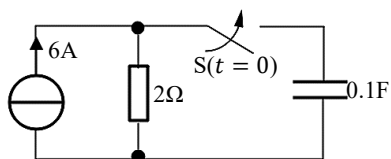
- (1) 电路的响应有那些？
- (2) 列出电路的 KVL 方程；
- (3) 如果以电感的电流为变量，列出 KVL 方程；
- (4) 说明电路方程的特点；
- (5) 定性说明电路方程的解是什么形式。



题 1-20 图

1-21 电路如题 1-21 图所示，电容原来没有储能，开关  $S$  在  $t = 0$  时刻动作，对于开关闭合后的电路，

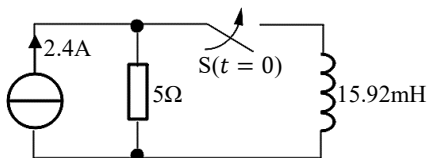
- (1) 电路的响应有那些？
- (2) 列出电路的 KCL 方程；
- (3) 如果以电容的电压为变量，列出 KCL 方程；
- (4) 说明电路方程的特点；
- (5) 定性说明电路方程的解是什么形式。



题 1-21 图

1-22 电感原来没有储能，开关  $S$  在  $t = 0$  时刻动作，对于开关闭合后的电路，

- (1) 电路的响应有那些？
- (2) 列出电路的 KCL 方程；
- (3) 如果以电感的电流为变量，写出 KCL 方程；
- (4) 说明电路方程的特点；
- (5) 定性说明电路方程的解是什么形式。



题 1-22 图

## 2 电阻电路的分析

本章以电阻电路为例，讨论常用的电路分析方法。根据基尔霍夫定律和元件的 VCR 关系，选择不同的变量，可以得到多种电路分析的方法。等效变换适合简单电路，网孔电流法和结点电压法是分析复杂电路常用的方法。

### 2.1 电阻电路的等效变换

#### 2.1.1 电路的等效变换

第 1 章中介绍的有两个端子的电路元件，称为二端元件。由二端元件构成的电路向外引出两个端子，且从一个端子流入的电流等于从另一个端子流出的电流，该电路称为一端口（网络）或二端网络。

在对电路进行分析和计算时，为了方便分析和计算，常常用一个较为简单的电路来代替原电路，即对电路进行等效变换。在图 2.1.1(a)中，右方虚线框中由 5 个电阻组成的电路如果用一个电阻 $R_{\text{eq}}$ 替代（如图 2.1.1(b)所示），可使整个电路得以简化。进行替代的条件是图 2.1.1(a)和图 2.1.1(b)中，端子 1—1' 以右的部分具有相同的伏安特性。电阻 $R_{\text{eq}}$ 称为等效电阻，其值取决于被替代的原电路中电阻的值以及它们的连接方式。当电路中某一部

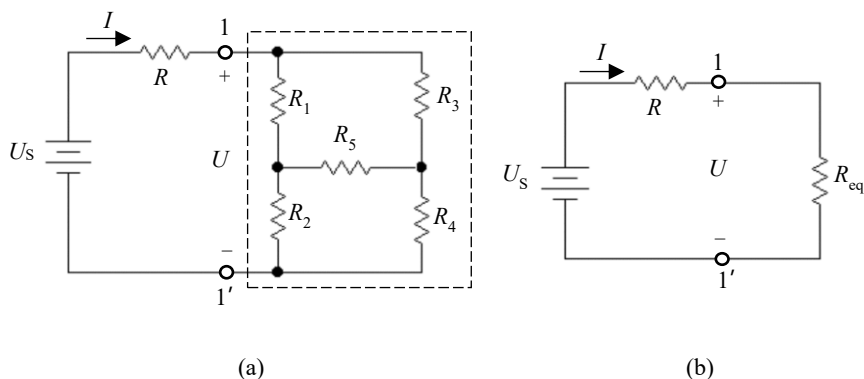


图 2.1.1 等效电阻

分被替代后, 未被替代部分的电压和电流都应保持不变。

所谓等效与等效变换, 是指两个一端口, 若它们端口处的电压 $u$ 和电流 $i$ 间的伏安特性完全相同, 则对任一外电路而言, 它们具有完全相同的影响, 我们便称这两个一端口对外是等效的。将一个复杂的一端口在上述等效条件下, 用一个简单的一端口替代, 从而达到简化计算的目的, 这就是等效变换。等效电路是被代替部分的简化或结构变形, 因此, 内部并不等效。

### 2.1.2 电阻的串联和并联

#### 1. 电阻的串联

如图 2.1.2 所示电路为 $n$ 个电阻 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $\cdots$ 、 $R_k$ 、 $\cdots$ 、 $R_n$ 的串联组合。电阻串联时, 每个电阻中通过的电流 $i$ 相等。

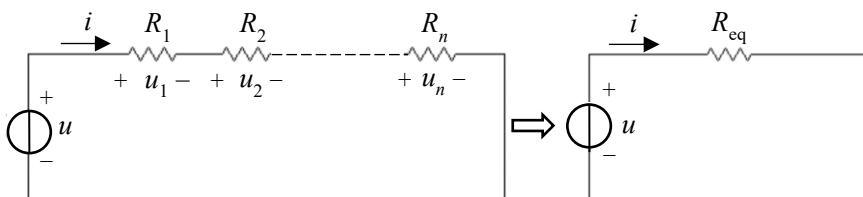


图 2.1.2 电阻的串联

根据 KVL, 有

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n \quad (2.1.1)$$

由于每个电阻中的电流相等且均为 $i$ , 因此 $u_1 = R_1 i$ ,  $u_2 = R_2 i$ ,  $u_3 = R_3 i$ ,  $\cdots$ ,  $u_n = R_n i$ , 代入式(2.1.1), 得

$$u = (R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n)i = R_{eq}i \quad (2.1.2)$$

其中

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (2.1.3)$$

电阻 $R_{eq}$ 称为这几个电阻串联时的等效电阻, 用等效电阻替代这些串联电阻, 端口处的伏安关系完全相同, 即两个电路具有相同的外部性能, 这种替代就是等效变换。显然, 等效电阻值大于任一个串联电阻。

电阻串联时, 各电阻上的电压为



$$u_k = R_k i = \frac{R_k}{R_{\text{eq}}} u, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.1.4)$$

可见, 串联的每个电阻, 其电压与电阻值成正比。或者说, 总电压根据各个串联电阻的值进行分配。式(2.1.4)称为电压分配公式, 或称分压公式。

## 2. 电阻的并联

如图 2.1.3 所示电路为  $n$  个电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $\dots$ 、 $R_k$ 、 $\dots$ 、 $R_n$  的并联组合。电阻并联时, 各电阻的电压为同一电压。电阻并联可用“//”表示, 如  $R_1 // R_2$ 。

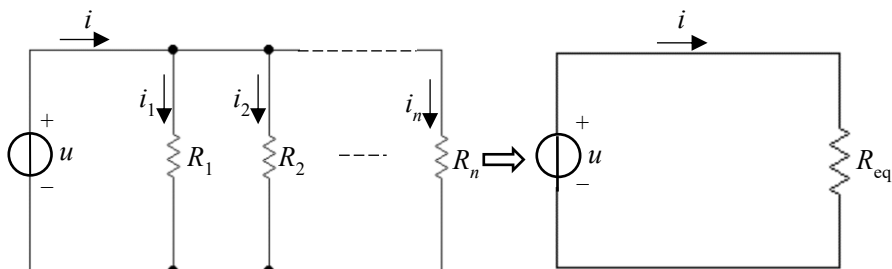


图 2.1.3 电阻的并联

根据 KCL 有

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n \quad (2.1.5)$$

再由欧姆定律有  $u = R_1 i_1$ ,  $u = R_2 i_2$ ,  $u = R_3 i_3$ ,  $\dots$ ,  $u = R_n i_n$ ,  $u = R_{\text{eq}} i$ , 代入式(2.1.5)中得

$$\frac{u}{R_{\text{eq}}} = \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} + \dots + \frac{u_n}{R_n} \quad (2.1.6)$$

得

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (2.1.7)$$

计算两个并联电阻的等效电阻的常用公式为:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.1.8)$$

计算两个以上电阻并联的等效电阻时, 由式(2.1.7)可得到:

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}} \quad (2.1.9)$$

利用计算器的倒数功能, 可以使计算更快捷。

由式(2.1.9)可见等效电阻小于任一个并联电阻。

令 $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_3$ 、 $\cdots$ 、 $G_n$ 、 $G_{\text{eq}}$ 分别为电阻 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $\cdots$ 、 $R_k$ 、 $\cdots$ 、 $R_n$ 、 $R_{\text{eq}}$ 的电导, 则由式(2.1.7)有

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k \quad (2.1.10)$$

电阻并联时, 各电阻的电流为

$$i_k = \frac{u}{R_k} = G_k u = \frac{G_k}{G_{\text{eq}}} i, \quad k = 1, 2, \cdots, n \quad (2.1.11)$$

由式(2.1.11)可见, 每个并联电阻中的电流与它们各自的电导值成正比, 与电阻值成反比。上式称为电流分配公式, 或称为分流公式。

【例 2.1.1】在如图 2.1.4 所示电路中, 已知:  $R_1 = R_2 = 4\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 2\Omega$ ,  $U = 12\text{V}$ , 求图示电路中电流 $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 及电压 $U_1$ 。

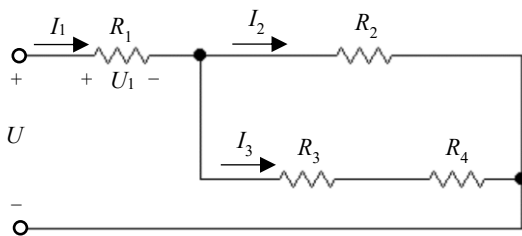


图 2.1.4 例 2.1.1 图

解: (1) 总电阻:  $R = R_1 + [R_2 // (R_3 + R_4)] = 4 + (4 // 4) \Omega = 6\Omega$

(2) 总电流:

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{12}{6} \text{A} = 2\text{A}$$

(3) 分电流:

$$I_2 = \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4} \times I_1 = 1\text{A}$$

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} \times I_1 = 1\text{A}$$

(4) 分电压:  $U_1 = I_1 \times R_1 = 8\text{V}$

### 2.1.3 电阻的 Y 形连接和 $\Delta$ 形连接的等效变换

串联和并联是两种常见的电阻连接方式，串联和并联不能解决所有的电阻等效问题。如图 2.1.5 所示电路中的电阻两两之间既没有串联也没有并联的连接关系，化简时采用 Y- $\Delta$  的等效变换。

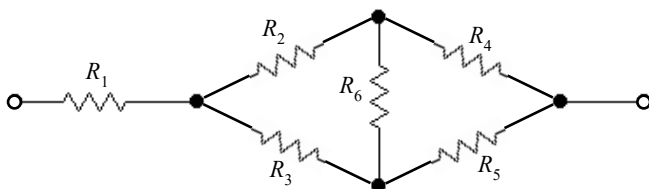


图 2.1.5 无法应用串并联进行化简的电路

Y 形连接和  $\Delta$  连接是 3 个电阻之间的连接关系，两种连接的电路各有 3 个向外引出的端子。

#### 1. Y 形连接（星形连接）

Y 形连接又称为星形连接，除了向外引出的 3 个端子，还有一个中点，如图 2.1.6 所示。

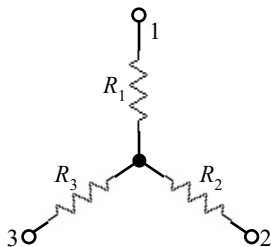


图 2.1.6 Y 形连接

星形连接的画法不只一种，如图 2.1.7 所示，有时也称为 T 型结构。

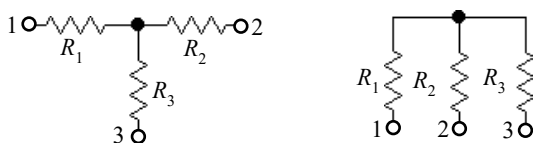
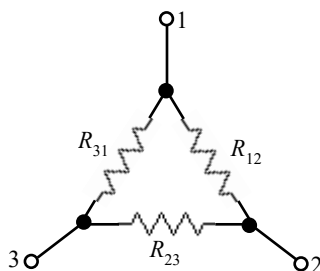


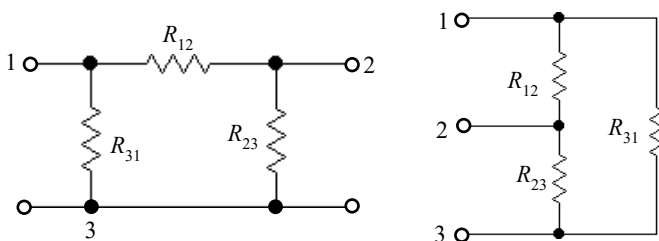
图 2.1.7 Y 形连接的其他画法

#### 2. $\Delta$ 形连接（三角形连接）

$\Delta$  形连接又称为三角形连接，如图 2.1.8 所示。

图 2.1.8  $\Delta$  形连接

$\Delta$  形连接画法不只一种形式, 如图 2.1.9 所示, 有时也称为  $\Pi$  型结构。

图 2.1.9  $\Delta$  形连接的其他画法

### 3. Y 形连接和 $\Delta$ 形连接的等效变换

电阻的 Y 形连接和  $\Delta$  形连接之间的等效变换是要求它们的外部性能相同, 也即当它们对应端子间的电压相同时, 流入对应端子的电流也必须分别相等。

图 2.1.10 中, 设在两个电路对应端子间加有相同的电压  $u_{12}$ 、 $u_{23}$  和  $u_{31}$ , 当它们流入对应端子的电流分别相等时, 即

$$u_{12} = u_{23} = u_{31} \quad (2.1.12)$$

$$i_1 = i'_1, i_2 = i'_2, i_3 = i'_3 \quad (2.1.13)$$

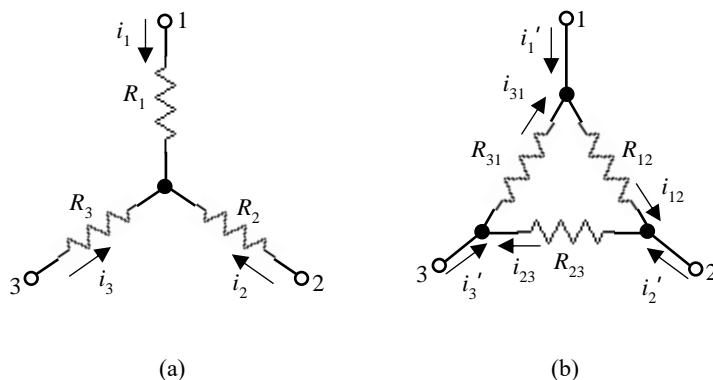
在此条件下, 它们彼此等效。

对于  $\Delta$  形连接的电路, 各个电阻中的电流分别为

$$i_{12} = \frac{u_{12}}{R_{12}} \quad i_{23} = \frac{u_{23}}{R_{23}} \quad i_{31} = \frac{u_{31}}{R_{31}} \quad (2.1.14)$$

按 KCL, 有

$$\left. \begin{aligned} i'_1 &= \frac{u_{12}}{R_{12}} - \frac{u_{31}}{R_{31}} \\ i'_2 &= \frac{u_{23}}{R_{23}} - \frac{u_{12}}{R_{12}} \\ i'_3 &= \frac{u_{31}}{R_{31}} - \frac{u_{23}}{R_{23}} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.15)$$

图 2.1.10 Y 形连接和  $\Delta$  形连接的等效变换(a)—Y 形连接; (b)— $\Delta$  形连接

对于 Y 形连接的电路, 有

$$\left. \begin{aligned} u_{12} &= R_1 i_1 - R_2 i_2 \\ u_{23} &= R_2 i_2 - R_3 i_3 \\ i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1.16)$$

从式(2.1.16)中解出电流

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{R_3 u_{12}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_2 u_{31}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ i_2 &= \frac{R_1 u_{23}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_3 u_{12}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ i_3 &= \frac{R_2 u_{31}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_1 u_{23}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.17)$$

不论电压  $u_{12}$ 、 $u_{23}$ 、 $u_{31}$  为何值, 要使两个电路等效, 流入对应端子的电流应该相等, 因此, 式(2.1.15)与式(2.1.17)中电压  $u_{12}$ 、 $u_{23}$  和  $u_{31}$  前面的系数应该对应相等, 于是得

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.18)$$

由式(2.1.18)中解出 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ ，得

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.19)$$

以上互换公式可归纳为

$$\text{Y 形电阻} = \frac{\Delta \text{形相邻电阻的乘积}}{\Delta \text{形电阻之和}} \quad (2.1.20)$$

$$\Delta \text{形电阻} = \frac{\text{Y 形电阻两两乘积之和}}{\text{Y 形不相邻电阻}} \quad (2.1.21)$$

当 Y 形连接或  $\Delta$  形连接的 3 个电阻相等，等效变换得到的另一种连接形式中的 3 个电阻也是相等的。根据等效变换的公式，很明显，三角形连接的电阻大，是星形连接电阻的 3 倍。即若 Y 形电路的 3 个电阻相等，有  $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$ ，则等效  $\Delta$  形电路的电阻也相等，为

$$R_{\Delta} = R_{12} = R_{23} = R_{31} = 3R_Y \quad (2.1.22)$$

反之，则

$$R_Y = \frac{1}{3} R_{\Delta} \quad (2.1.23)$$

利用 Y- $\Delta$  等效互换，可使电路得到简化。

#### 4. 电桥平衡

电桥中，如图 2.1.11(a)所示，如果对应桥臂电阻的乘积相等，即

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

称为电桥平衡。

如果电桥平衡，连接在 a、b 两点间的电阻  $R$  无论多大，a、b 两点既

可以看作开路(如图2.1.11(b)所示),也可以看作短路(如图2.1.11(c)所示)。电桥平衡的电路不需要应用 Y- $\Delta$  的等效变换进行化简。

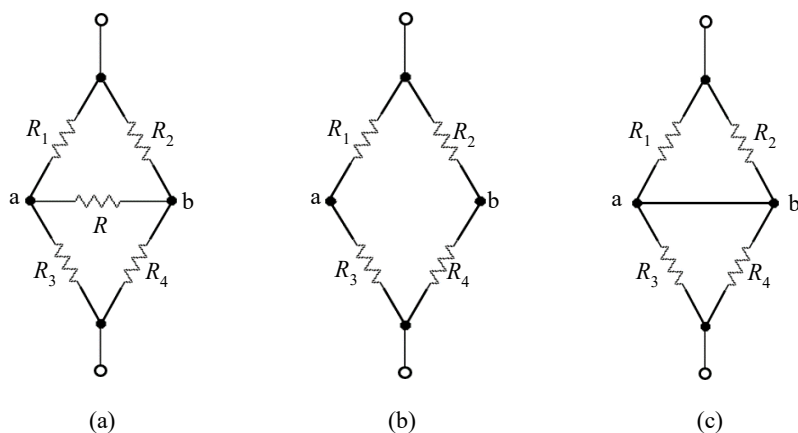


图 2.1.11 电桥平衡时对应的等效电路

桥式电路还有其他画法,如图2.1.12所示。

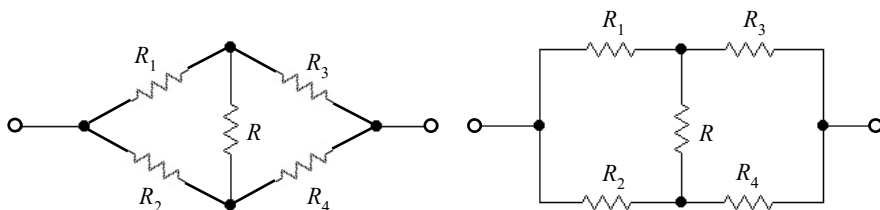


图 2.1.12 桥式电路的其他画法

【例 2.1.2】在如图2.1.13(a)所示电路中,试求等效电阻 $R_{ab}$ 。

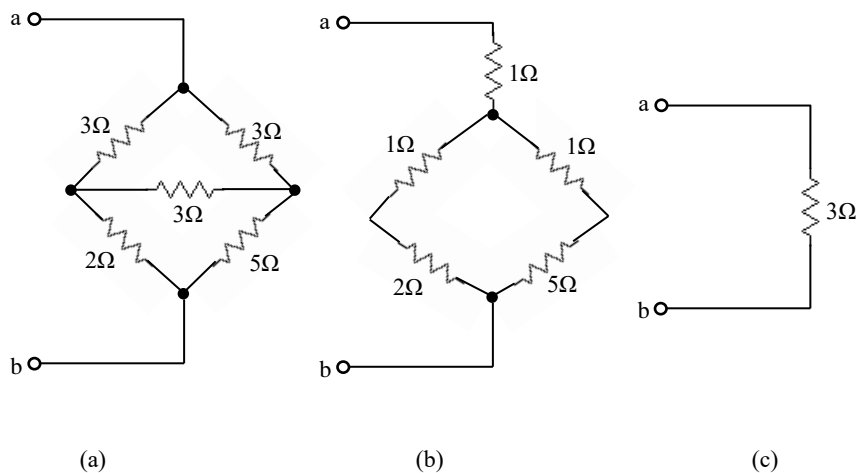


图 2.1.13 例 2.1.2 图

解：本例中首先应用  $\Delta$ —Y 变换，将上部  $\Delta$  形电路变成 Y 形电路，得到如图 2.1.13(b) 所示电路，再按电阻混联计算，可求得

$$R_{ab} = 1 + [(1 + 2)/(1 + 5)] = 3\Omega$$

如图 2.1.13(c) 所示。

## 2.1.4 电压源、电流源的串联和并联

### 1. 电压源的串联和并联

实际电路中，根据需要经常将电压源或电流源按不同方式连接。图 2.1.14(a) 所示为  $n$  个电压源的串联电路。由 KVL 知道， $n$  个电压源的串联可以用一个电压源等效替代（如图 2.1.14(b) 所示），这个等效电压源的电压等于各串联电压源电压的代数和，即

$$u_S = u_{S1} + u_{S2} + \cdots + u_{Sn} = \sum_{k=1}^n u_{Sk} \quad (2.1.24)$$

当图 2.1.14(a) 中  $u_{Sk}$  的参考方向与图 2.1.14(b) 中的  $u_S$  参考方向一致时，式中  $u_{Sk}$  取 “+” 号，不一致时取 “-” 号。

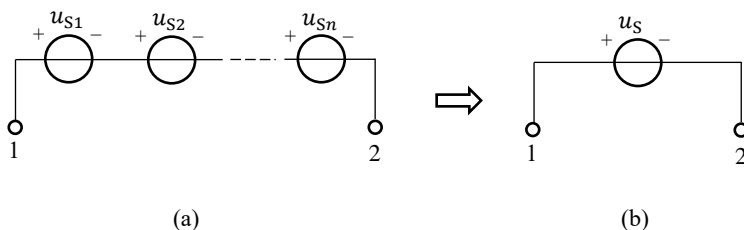


图 2.1.14 电压源的串联

只有电压相等且极性一致的电压源才允许并联，其等效电路为其中任一电压源。

### 2. 电流源的串联和并联

图 2.1.15(a) 所示为  $n$  个电流源的并联电路，由 KCL 知道， $n$  个电流源的并联可以用一个电流源等效替代（如图 2.1.15(b) 所示），这个等效电流源的电流等于各并联电流源电流的代数和，即

$$i_S = i_{S1} + i_{S2} + \cdots + i_{Sn} = \sum_{k=1}^n i_{Sk} \quad (2.1.25)$$



当图 2.1.15(a)中 $i_{Sk}$ 的参考方向与图 2.1.15(b)中的 $i_S$ 参考方向一致时, 式中 $i_{Sk}$ 取“+”号, 不一致时取“-”号。

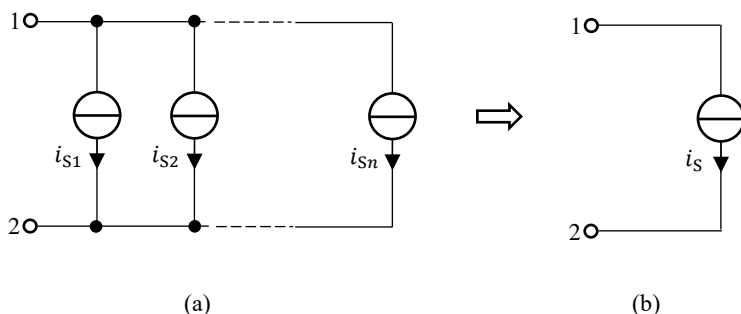


图 2.1.15 电流源的并联

只有电流相等且方向一致的电流源才允许串联, 其等效电路为其中任一电流源。

### 2.1.5 实际电源的两种模型及其等效变换

实际电源的内部由于存在损耗, 故实际电压源的输出电压和实际电流源的输出电流均随负载功率的增大而减小。

#### 1. 实际电压源

考虑实际电压源有损耗, 其电路模型用电压源和电阻的串联组合表示, 如图 2.1.16(a)所示, 这个电阻称为电压源的内阻或输出电阻。实际电压源电流与电压的关系为

$$u = u_S - R_S i \quad (2.1.26)$$

实际电压源的输出电压在一定范围内随着端电流的增大而逐渐下降, 其伏安特性如图 2.1.16(b)所示。因此, 一个理想的电压源的内阻 $R_S \rightarrow 0$ 。

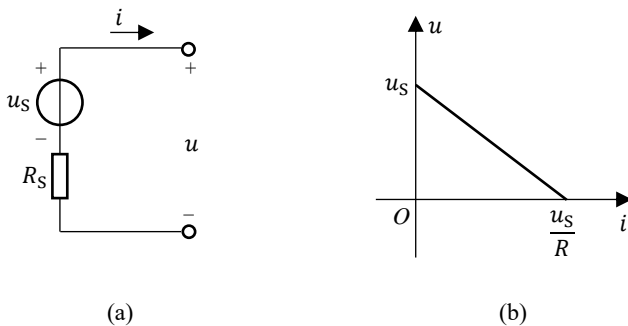


图 2.1.16 实际电压源的电路模型和伏安特性

## 2. 实际电流源

考虑实际电流源有损耗，其电路模型用电流源和电阻的并联组合表示，如图 2.1.17(a)所示，这个电阻称为电流源的内阻或输出电阻， $G$ 为其电导。实际电流源的电压、电流关系为

$$i = i_S - Gu \quad (2.1.27)$$

实际电流源的输出电流在一定范围内随着端电压的增大而逐渐下降，其伏安特性如图 2.1.17(b)所示。因此，一个理想的电流源的内阻 $R \rightarrow \infty$ 。

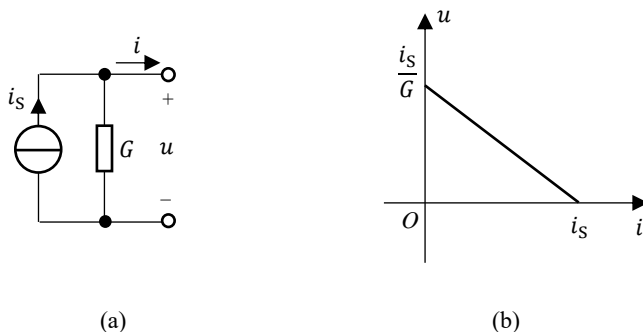


图 2.1.17 实际电流源的电路模型和伏安特性

## 3. 电源的等效变换

将式(2.1.26)两边同除以 $R_S$ 得

$$i = \frac{u_S}{R_S} - \frac{u}{R_S} \quad (2.1.28)$$

比较式(2.1.27)和式(2.1.28)可见，当满足式(2.1.29)时，式(2.1.26)和式(2.1.27)完全相同。它们在 $i - u$ 平面上表示的是同一条直线，即二者具有相同的伏安特性（外特性）。因此，实际电源的这两种电路模型可以互等效变换。

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{1}{R_S} \\ i_S &= Gu_S \end{aligned} \right\} \quad (2.1.29)$$

图 2.1.18(a)中的实际电压源与图 2.1.18(b)中的实际电流源若满足式(2.1.29)，就可实现等效互换，对于外电路来说是等效的。变换时注意 $i_S$ 与 $u_S$ 参考方向的关系，即 $i_S$ 的参考方向由 $u_S$ 的“-”极指向“+”极。

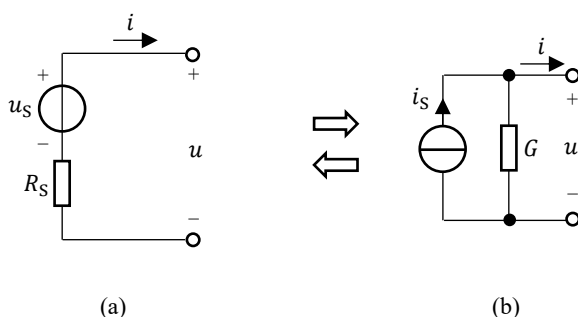


图 2.1.18 实际电压源和实际电流源的等效互换

等效是对外电路而言，即这两种模型具有相同的外特性，它们对外吸收或发出的功率总是一样的，但对内部不等效。如开路时，电压源和电阻的串联组合内部，电压源不发出功率，电阻也不吸收功率，而电流源与电阻的并联组合内部，电流源发出功率，且全部为电阻所吸收，但在开路时，这两种组合对外都既不发出功率，也不吸收功率。

进行等效变换时应注意以下几点：

- (1) “等效”是指“对外”等效（等效互换前后对外伏安特性一致）；
- (2) 两种电源模型的结构是不一样的，不要混淆。实际的电压源模型为电压源和电阻的串联，实际的电流源的模型为电流源和电阻的并联；
- (3) 注意转换前后 $i_S$ 与 $u_S$ 的方向，即 $i_S$ 的参考方向由 $u_S$ 的“-”极指向“+”极；
- (4) 理想电压源和理想电流源不能等效互换；
- (5) 如图 2.1.19 所示 2 种结构并不是 2 种电源模型的标准形式。对应的等效电路分别为理想电压源和理想电流源。

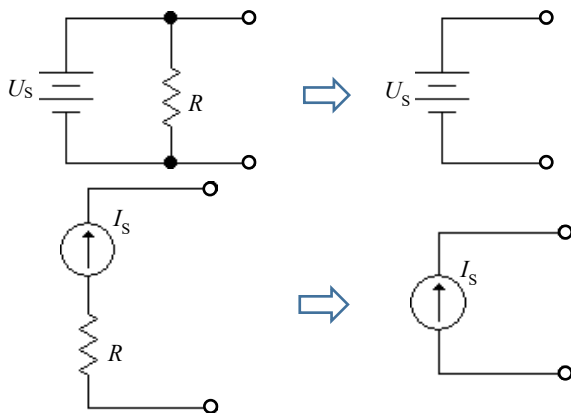


图 2.1.19 非标准形式电源模型的等效互换

【例 2.1.3】在如图 2.1.20 所示电路中，用电源的等效变换关系，求电阻  $R_5$  上的电流  $I$ 。

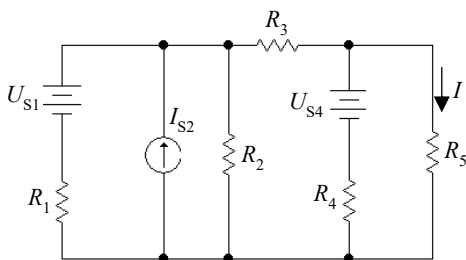


图 2.1.20 例 2.1.3 图

解：求  $R_5$  上的电流  $I$  的过程，可按照图 2.1.21(a)→(b)→(c)→(d)→(e)→(f) 所示步骤进行。

(1) 将电压源  $U_{S1}$  串联电阻  $R_1$  变成电源源  $I_{S11}$  并联电阻  $R_1$ ，如图 2.1.21(b)所示；

(2) 电流源  $I_{S11}$  与电流源  $I_{S2}$  合并为  $I_{S12}$ ，如图 2.1.21(c)所示；

(3) 将电流源  $I_{S12}$  并联电阻  $R_{12}$  变成电压源  $U_{S13}$  串联电阻  $R_{12}$ ，并将电阻  $R_{12}$  与电阻  $R_3$  串联等效为  $R_{13}$ ，如图 2.1.21(d)所示；

(4) 将电压源  $U_{S13}$  串联电阻  $R_{13}$  变为电流源  $I_{S14}$  并联电阻  $R_{13}$ ，电压源  $U_{S4}$  串联电阻  $R_4$  变为电流源  $I_{S15}$  并联电阻  $R_4$ ，如图 2.1.21(e)所示；

(5) 合并  $I_{S14}$ 、 $I_{S15}$  为  $I_{S16}$ ，如图 2.1.21(f)所示，其中  $I_{S16} = I_{S14} + I_{S15}$ ， $R_{16} = R_{13} // R_4$ ；

(6) 由图 2.1.21(f)用分流公式求得：

$$I = \frac{R_{16}}{R_5 + R_{16}} I_{S16}$$

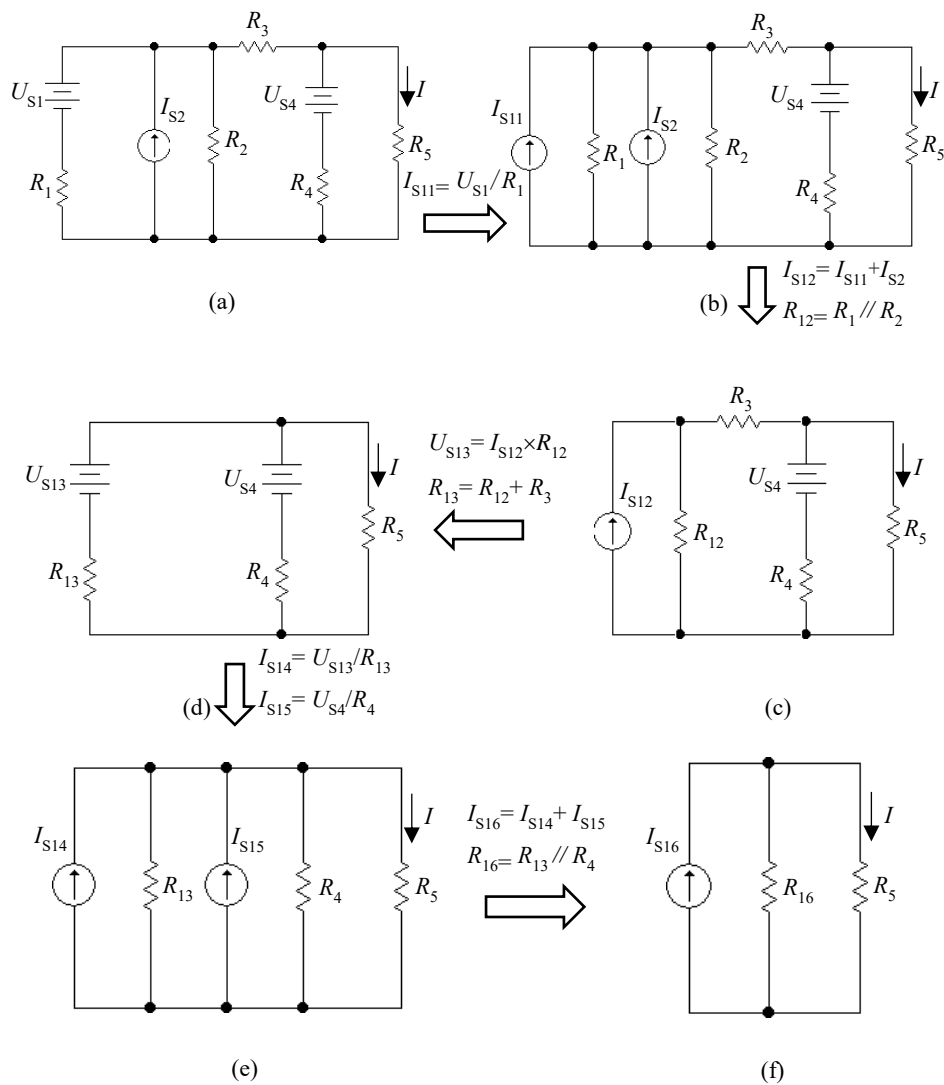


图 2.1.21 例 2.1.3 题解图

## 2.1.6 输入电阻

图 2.1.22 所示是一个一端口的图形表示，内部不含独立电源的一端口称为无源一端口。

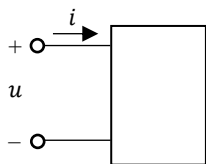


图 2.1.22 一端口

如果一个一端口内部仅含电阻,则应用电阻的串、并联和 Y- $\Delta$  变换等方法,可以求得它的等效电阻,对于这种一端口,其输入电阻 $R_{in}$ 等于该等效电阻。如果一端口内部除电阻以外还含有受控源,但不含任何独立电源,则其输入电阻 $R_{in}$ 等于端口电压 $u$ 与电流 $i$ 之比,即

$$R_{in} = \frac{u}{i} \quad (2.1.30)$$

有源一端口变成无源一端口:把独立电源置零,有源一端口变成无源一端口。两种独立源置零的处理方式不同:电压源置零,相当于短路;电流源置零,相当于开路。

求输入电阻的一般方法称为电压、电流法,即在端口加以电压源,然后求出端口电流;或在端口加以电流源,然后求出端口电压。根据公式(2.1.30)求得输入电阻。

【例 2.1.4】求图 2.1.23(a)所示一端口的输入电阻。

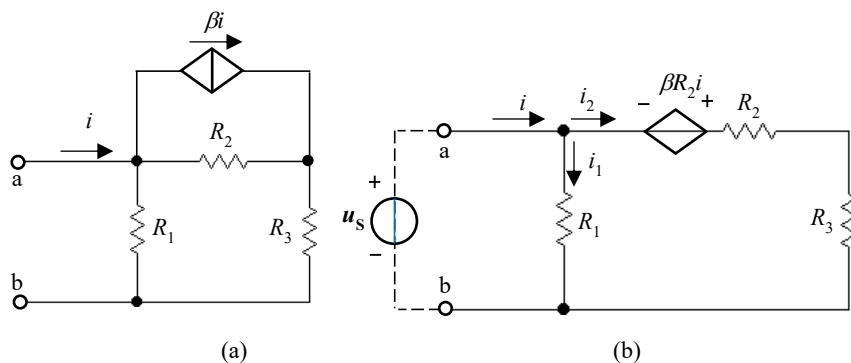


图 2.1.23 例 2.1.4 图

解:在端口 ab 处加电压 $u_s$ ,再由公式(2.1.30)求输入电阻。

根据电源的等效变换原理,将受控电流源与电阻的并联变换为受控电压源与电阻的串联,如图 2.1.23(b)所示。

由 KVL 和 KCL,有

$$u_S = -\beta i R_2 + (R_2 + R_3) i_2 \quad (2.1.31)$$

$$u_S = R_1 i_1 \quad (2.1.32)$$

$$i = i_1 + i_2 \quad (2.1.33)$$

联立式(2.1.31) ~ 式(2.1.33), 有

$$R_{in} = \frac{u_S}{i} = \frac{R_1 R_3 + (1 - \beta) R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

等效变换适用于分析和计算一个元件或一条支路的电压或电流。在进行电路设计时, 可能需要对电路进行整体的分析和计算。如果要求计算各条支路的电流, 等效变换的方法就显得力不从心。基尔霍夫定律是对电路整体结构的描述, 指出了电路中各支路电压和支路电流所满足的约束关系。选择合适的电路变量, 把基尔霍夫定律和元件的 VCR 结合起来, 可以得到不同的分析方法。以下几节介绍的电路分析方法, 可以对整个电路进行整体分析(一般分析), 即根据各种分析方法得出的结果, 可以非常方便地计算出各支路的电压和电流。

## 2.2 支路电流法

支路电压和支路电流的关系, 称为支路方程, 也可以称为支路的 VCR。支路电压是支路两端的两个结点之间的电压, 根据基尔霍夫电压定律, 从正极回到负极, 路径上的各段电压的代数和即为支路电压。支路方程中, 通常用支路电流表示支路电压, 当然也可以用支路电压来表示支路电流。根据基尔霍夫定律和元件的 VCR 能很容易得到支路方程。

例如对图 2.2.1(a)所示电路, 可列出支路方程

$$U_k = U_S + R_k I_k$$

或

$$I_k = \frac{U_k - U_S}{R_k}$$

同理, 对图 2.2.1(b)所示电路, 可列出支路方程

$$U_k = (I_S + I_k) R_k$$

或

$$I_k = \frac{U_k}{R_k} - I_S$$

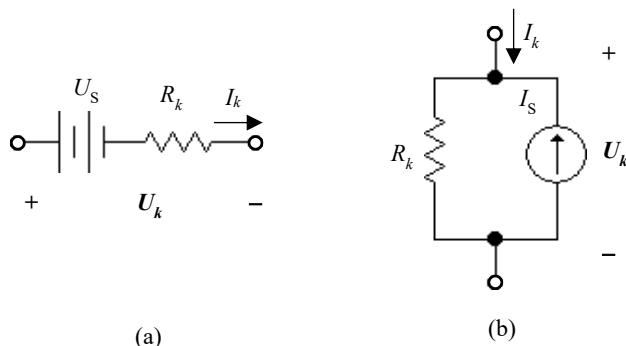


图 2.2.1 列写支路方程举例

对于一个具有 $b$ 条支路和 $n$ 个结点的电路,当以支路电压和支路电流为电路变量列写方程时,总计有 $2b$ 个未知数,根据 KCL 可以列出 $(n-1)$ 个独立方程,根据 KVL 可以列出 $(b-n+1)$ 个独立方程<sup>3</sup>,根据元件的 VCR 又可列出 $b$ 个方程。总计方程数为 $2b$ ,与未知量数相等。因此,可由 $2b$ 个方程解出 $2b$ 个支路电压和支路电流。这种方法称为 $2b$ 法。

为了减少求解的方程数,可以利用元件的 VCR 将各支路电压以支路电流表示,然后代入 KVL 方程,这样,就得到以 $b$ 个支路电流为未知量的 $b$ 个 KCL 和 KVL 方程,方程个数从 $2b$ 个减少到 $b$ 。这种方法称为支路电流法。

现在以图 2.2.2 所示电路为例说明支路电流法。将电压源 $u_{s1}$ 和电阻 $R_1$ 的串联组合作为一条支路,把电流源 $i_{s5}$ 和电阻 $R_5$ 的并联组合作为一条支路。其结点数 $n=4$ ,支路数 $b=6$ ,各支路电压、支路电流和结点编号也示于图中。求解变量为 $i_1, i_2, i_3, \dots, i_6$ 。

先利用元件的 VCR 将支路电压 $u_1, u_2, u_3, \dots, u_6$ 用支路电流 $i_1, i_2, i_3, \dots, i_6$ 表示:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -u_{s1} + R_1 i_1 \\ u_2 &= R_2 i_2 \\ u_3 &= R_3 i_3 \\ u_4 &= R_4 i_4 \\ u_5 &= R_5 i_5 + R_5 i_{s5} \\ u_6 &= R_6 i_6 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.1)$$

<sup>3</sup> 可参阅文献[1]第三章 3-1 节“电路的图”内容。



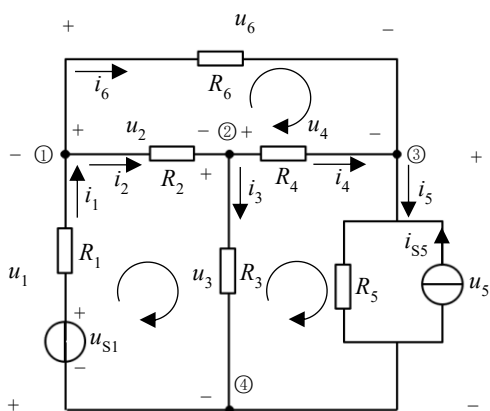


图 2.2.2 支路电流法

对独立结点①、②、③列出 KCL 方程，有

$$\left. \begin{aligned} -i_1 + i_2 + i_6 &= 0 \\ -i_2 + i_3 + i_4 &= 0 \\ -i_4 + i_5 - i_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.2)$$

选择网孔作为独立回路，按图 2.2.2 所示回路绕行方向列出 KVL 方程

$$\left. \begin{aligned} u_1 + u_2 + u_3 &= 0 \\ -u_3 + u_4 + u_5 &= 0 \\ -u_2 - u_4 + u_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.3)$$

将式(2.2.1)代入式(2.2.3)得

$$\begin{aligned} -u_{S1} + R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 &= 0 \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 + R_5 i_{S5} &= 0 \\ -R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 &= 0 \end{aligned}$$

把上面式子中的  $u_{S1}$  和  $R_5 i_{S5}$  项移到方程的右边，有

$$\left. \begin{aligned} +R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 &= u_{S1} \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 &= -R_5 i_{S5} \\ -R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4)$$

式(2.2.2)和式(2.2.4)就是以支路电流  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_6$  为未知量的支路电流方程。

$$\text{式(2.2.4)可归纳为} \quad \sum R_k i_k = \sum u_{Sk} \quad (2.2.5)$$

式中 $R_k i_k$ 为回路中第 $k$ 个支路的电阻上的电压，求和遍及回路中的所有支路，且当 $i_k$ 参考方向与回路方向一致时，前面取“+”号，不一致时，取“-”号；右方 $u_{Sk}$ 为回路中第 $k$ 个支路的电源电压，电源电压包括电压源，也包括电流源引起的电压。例如在支路5中并无电压源，仅为电流源和电阻的并联组合，但可将其等效变换为电压源与电阻的串联组合，其等效电压源为 $R_5 i_{S5}$ ，串联电阻为 $R_5$ 。在取代数和时，当 $u_{Sk}$ 与回路方向一致时，前面取“-”号（因移到等号另一侧）， $u_{Sk}$ 与回路方向不一致时，前面取“+”号。此式实际上是 KVL 的另一种表达式，即任一回路中，电阻电压的代数和等于电源电压的代数和。

【例 2.2.1】电路如图 2.2.3 所示，应用支路电流法计算各支路电流。

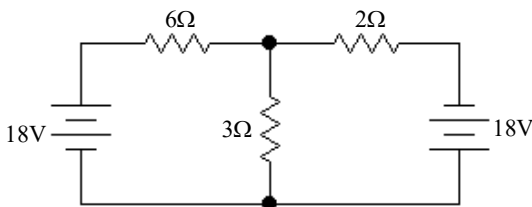


图 2.2.3 例 2.2.1 图

解：（1）分析：这个电路有 3 条支路，2 个结点（标记为 A 和 B，独立结点只有 1 个），2 个网孔（独立回路），如图 2.2.4 所示。

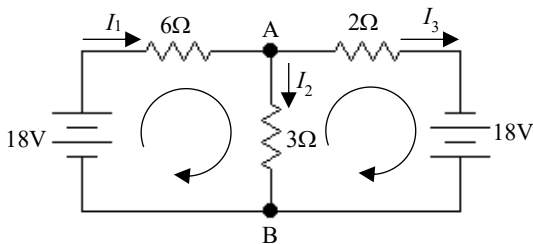


图 2.2.4 例 2.2.1 题解图

（2）列方程：应用支路电流法，首先假设各支路电流的参考方向，然后对其中的一个结点列 KCL 方程（本例选结点 A），再对 2 个网孔列 KVL 方程（选定顺时针绕行方向，如图 2.2.4 中的曲线箭头所示）。

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$6I_1 + 3I_2 - 18 = 0$$

$$-3I_2 + 2I_3 - 18 = 0$$

(3) 求解：得到的 3 个独立方程联立求解。

$$I_1 = 4\text{A}$$

$$I_2 = -2\text{A}$$

$$I_3 = 6\text{A}$$

列出支路电流法的电路方程的步骤如下：

- (1) 选定各支路电流的参考方向；
- (2) 根据 KCL 对  $(n-1)$  个独立结点列出方程；
- (3) 选取  $(b-n+1)$  个独立回路，指定回路的绕行方向，按照式 (2.2.5) 列出 KVL 方程。

支路电流法求  $b$  个支路电压均能以支路电流表示，即存在式 (2.2.1) 形式的关系。当一条支路仅含电流源不存在与之并联的电阻时，就无法将支路电压以支路电流表示，这种无并联电阻的电流源称为无伴电流源。当电路中存在这类支路时，必须加以处理后才能应用支路电流法。

支路电流法以支路电流为变量，列写独立的 KCL 方程和 KVL 方程，总的方程数量和支路的数量相等。支路电流法虽然列写方程容易，但是因为未知量的数量多，即使可以通过计算机辅助求解，也会显得效率低下；手工求解更是困难。作为入门的电路分析方法，支路电流法虽然容易理解和掌握，但是因为求解的效率不高，在实际中应用非常少。

## 2.3 网孔电流法

在网孔电流法中，以网孔电流作为电路的独立变量，它仅适用于平面电路<sup>4</sup>，以下通过图 2.3.1 所示电路说明。该电路共有 3 个结点，5 条支路，3 个网孔。

在结点①应用 KCL 有

$$i_2 = i_3 - i_1$$

可见  $i_2$  不是独立的，它由  $i_1$ 、 $i_3$  决定，可以分为两部分，即  $i_1$  和  $i_3$ 。

<sup>4</sup> 可参阅文献[1]第三章 3-1 节“电路的图”内容。

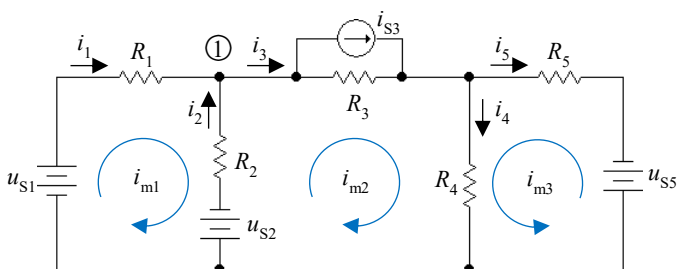


图 2.3.1 网孔电流法

现在想象有两个电流 $i_{m1}$  ( $= i_1$ ) 和 $i_{m2}$  ( $= i_3$ ) 分别沿此平面电路的两个网孔连续流动。而支路电流 $i_2$ 是 $i_{m1}$ 和 $i_{m2}$ 的代数和, 即 $i_2 = i_{m2} - i_{m1} = i_3 - i_1$ 。沿着网孔 1 和网孔 2 流动的假想电流 $i_{m1}$ 和 $i_{m2}$ <sup>5</sup>称为网孔电流, 由于把各支路电流当作有关网孔电流的代数和, 必自动满足 KCL。所以用网孔电流作为电路变量时, 只需按 KVL 列出电路方程。以网孔电流为未知量, 根据 KVL 对全部网孔列出方程, 由于全部网孔是一组独立回路, 这组方程将是独立的, 这种方法称为网孔电流法。

现以图 2.3.1 所示电路为例, 假设网孔电流 1 和 2 的方向为顺时针, 网孔电流 3 的方向为逆时针, 对网孔 1、2 和 3 列出 KVL 方程, 列方程时, 以各自的网孔电流方向为绕行方向, 有

$$\begin{aligned} R_1 i_1 - R_2 i_2 - u_{S2} - u_{S1} &= 0 \\ R_3 (i_3 - i_{S3}) + i_4 R_4 - u_{S2} + R_2 i_2 &= 0 \\ -R_5 i_5 + R_4 i_4 + u_{S5} &= 0 \end{aligned}$$

各支路电流和网孔电流的关系为

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{m1} \\ i_2 &= i_{m2} - i_{m1} \\ i_3 &= i_{m2} \\ i_4 &= i_{m2} + i_{m3} \\ i_5 &= -i_{m3} \end{aligned}$$

把上面的各支路电流代入 3 个网孔的 KVL 方程, 整理后, 有

<sup>5</sup> 网孔(mesh), 以下标 m 表示网孔。

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_2)i_{m1} - R_2i_{m2} + 0i_{m3} &= u_{S1} + u_{S2} \\ -R_2i_{m1} + (R_2 + R_3 + R_4)i_{m2} + R_4i_{m3} &= R_3i_{S3} - u_{S2} \\ 0i_{m1} + R_4i_{m2} + (R_4 + R_5)i_{m3} &= -u_{S5} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.1)$$

式(2.3.1)即是以网孔电流为求解对象的网孔电流方程。

以第 2 个方程 $-R_2i_{m1} + (R_2 + R_3 + R_4)i_{m2} + R_4i_{m3} = R_3i_{S3} - u_{S2}$ 为例,此方程可理解为 $(R_2 + R_3 + R_4)i_{m2}$ 项代表网孔电流 $i_{m2}$ 在网孔 2 各电阻上引起的电压之和, $-R_2i_{m1}$ 项代表网孔电流 $i_{m1}$ 在网孔 2 内各电阻上引起的电压之和, $R_4i_{m3}$ 项代表网孔电流 $i_{m3}$ 在网孔 2 内各电阻上引起的电压之和。由于网孔绕行方向和网孔电流取为一致,故 $+(R_2 + R_3 + R_4)$ 为正值。当两个网孔电流在共有电阻上的参考方向相同时, $i_{m3}$ 引起的电压与网孔 2 的绕行方向一致,应当为正; $i_{m1}$ 引起的电压与网孔 2 的绕行方向相反,则为负。方程右侧 $R_3i_{S3} - u_{S2}$ 为网孔 2 中全部电源的电压代数和,电压源的电压 $u_{S2}$ 和网孔绕向相同,但是由于移到了 $\Sigma u = 0$ 的右侧,所以为负;电流源乘以并联电阻,这个值即为等效的电压源的电压值。

为了使方程形式整齐,把方程中各系数按照所在网孔和变量的位置写成统一的形式,方程左侧的系数用 $R_{ij}$ 表示,方程右侧的系数用 $u_{Sii}$ 来表示。

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + R_{13}i_{m3} &= u_{S11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + R_{23}i_{m3} &= u_{S22} \\ R_{31}i_{m1} + R_{32}i_{m2} + R_{33}i_{m3} &= u_{S33} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.2)$$

$R_{11}$ 、 $R_{22}$ 和 $R_{33}$ 分别代表网孔 1、2 和 3 的自阻,它们分别是网孔 1、2 和 3 中所有电阻之和,即 $R_{11} = R_1 + R_2$ , $R_{22} = R_2 + R_3 + R_4$ , $R_{33} = R_4 + R_5$ ;有不同下标的电阻 $R_{12}$ 、 $R_{13}$ 、 $R_{23}$ 等是网孔间的互阻, $R_{12} = -R_2$ , $R_{13} = 0$ , $R_{23} = R_4$ 。

自阻总是正的,互阻的正负则视两网孔电流在共有支路上的参考方向是否相同而定。方向相同时为正,方向相反时为负。显然,如果两个网孔之间没有共有支路,或者有共有支路但其电阻为零(例如共有支路间仅有电压源),则互阻为零。如果将所有网孔电流都取为顺(或逆)时针方向,则所有互阻总是负的。在不含受控源的电阻电路中, $R_{ij} = R_{ji}$ 。

方程右方 $u_{S11}$ 、 $u_{S22}$ 、 $u_{S33}$ 为网孔 1、2 和 3 中的总电源的电压代数和,各电压源的方向与网孔电流一致时,前面取“-”号,否则取“+”号;电

流源乘以并联电阻，电流源的方向和网孔电流一致时，前面取“+”号，否则取“-”号。

求得各网孔电流后，可以根据 VCR 求出各支路电压或支路电流。

【例 2.3.1】在图 2.3.2 所示直流电路中，电阻和电压源均为已知，试用网孔电流法求各支路电流。

解：电路中共有 3 个网孔。

(1) 选取网孔电流  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  如图所示。

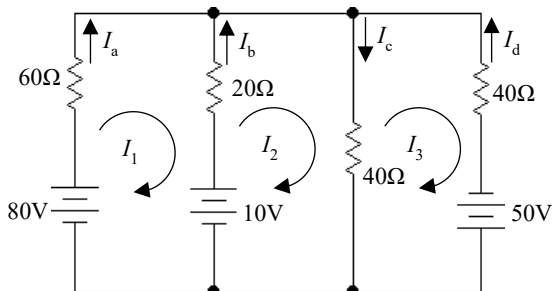


图 2.3.2 例 2.3.1 图

(2) 列网孔电流方程。

网孔电流方程为

$$(60 + 20)I_1 - 20I_2 = 80 - 10$$

$$-20I_1 + (40 + 20)I_2 - 40I_3 = 10$$

$$-40I_2 + (40 + 40)I_3 = 50$$

解得

$$I_1 = 1.25\text{A}$$

$$I_2 = 1.5\text{A}$$

$$I_3 = 1.375\text{A}$$

则各支路电流为

$$I_a = I_1 = 1.25\text{A}$$

$$I_b = -I_1 + I_2 = 0.25\text{A}$$

$$I_c = I_2 - I_3 = 0.125\text{A}$$

$$I_d = -I_3 = -1.375\text{A}$$

网孔电流法的步骤可归纳如下：

(1) 根据给定的电路，通过选择网孔确定一组独立回路，并指定各网孔电流的参考方向；

(2) 按一般公式(2.3.2)列出网孔电流方程, 注意自阻总是正的, 互阻的正负由相关的两个网孔电流通过共有电阻时两者的参考方向是否相同而定。

电流源如果没有电阻与之并联, 称为无伴电流源。当无伴电流源出现在两个网孔的公共支路上, 应把其中的一个网孔对应的回路扩大化, 即选取一个大一些的回路来代替这个网孔, 这个大的回路应包含不属于各个网孔的剩余支路, 如图 2.3.3 所示回路 2。这样做的好处是, 只让一个网孔的电流流过无伴电流源支路, 这个网孔电流就等于电流源的电流, 如图 2.3.3 所示网孔 1。这样选择独立回路, 对于解方程来讲, 大大简化了计算过程。如果对无伴电流源所在的独立回路列写网孔电流方程, 需要先假设无伴电流源两端的电压 (如图 2.3.3 中的  $U_x$ ), 把这个电压放在等号的右侧, 因为等号右侧为该网孔 (或回路) 中所有电源的电压之和。没有这个  $U_x$ , 方程是错误的, 因为对于每个回路都需要满足基尔霍夫电压定律<sup>6</sup>。

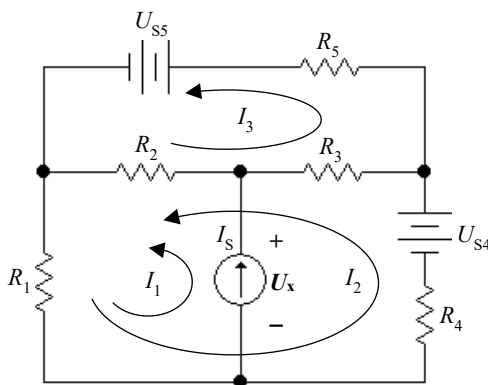


图 2.3.3 含有无伴电流源的处理方法

$$\text{回路 1} \quad (R_1 + R_2)I_1 + (R_1 + R_2)I_2 - R_2 \cdot I_3 = U_x$$

$$\text{回路 2} \quad (R_1 + R_2)I_1 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)I_2 - (R_2 + R_3)I_3 = U_{S4}$$

$$\text{回路 3} \quad -R_2 \cdot I_1 - (R_2 + R_3)I_2 + (R_2 + R_3 + R_5)I_3 = -U_{S5}$$

$$\text{补充方程} \quad I_1 = I_S$$

➤ **注意:** 在这组方程中, 虽然 3 个回路选取的都是逆时针方向, 但是由于选取的回路不都是网孔, 所以互阻未必为负, 互阻的正负需要根据各

<sup>6</sup> 对于存在无伴电流源 (无并联电阻)、受控源以及非平面电路的情况, 可参阅参考文献[1]第三章 3-5 节“回路电流法”内容。

个回路电流流过公共电阻的方向相同或相反来判断。

如果不按上述方法选择独立回路，那么两个网孔电流的和或差等于电流源的电流。如图 2.3.4 所示网孔电流  $I_{m1}$  和  $I_{m2}$  都流过电流源  $I_S$ ，那么电流源电流  $I_S$  就等于网孔电流  $I_{m2}$  和  $I_{m1}$  的差。每个网孔电流都是未知的，需要联立方程求解。

$$\text{网孔 1} \quad (R_1 + R_2)I_{m1} - 0 \cdot I_{m2} - R_2 I_{m3} = -U_x$$

$$\text{网孔 2} \quad 0 \cdot I_{m1} + (R_3 + R_4)I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = -U_{S4} + U_x$$

$$\text{回路 3} \quad -R_2 I_{m1} - R_3 \cdot I_{m2} - (R_2 + R_3 + R_5)I_{m3} = U_{S5}$$

$$\text{补充方程} \quad I_{m2} - I_{m1} = I_S$$

► 注意：

(1) 列写每个网孔的电流方程时，要按照网孔电流的编号由小到大的顺序依次列写，即每个网孔电流方程中，每个变量出现的顺序是一致的。如果学过线性代数，这个顺序就好理解了，方程左侧网孔电流前的系数如果构成一个矩阵，这个系数矩阵是一个方阵，矩阵中每列的元素应该对应同一个变量；

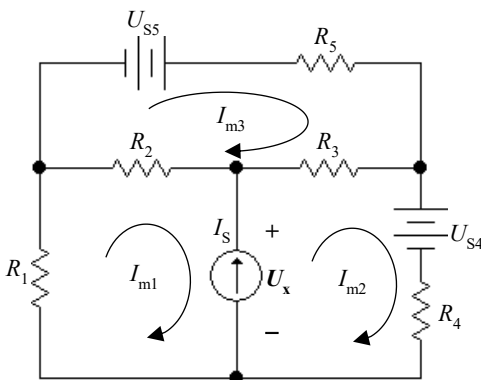


图 2.3.4 电流源电流等于两个网孔电流的代数和

(2) 网孔  $i$  与网孔  $j$  的公共电阻  $R_{ij}$  和网孔  $j$  与网孔  $i$  的公共电阻  $R_{ji}$  是相等的，可以根据这个对称性便捷地填写网孔电流的系数。系数矩阵为对称矩阵；

(3) 如果 2 个网孔没有公共电阻，对应的变量前的系数应该写 0，而不应该省略这一项；

(4) 如果网孔的绕行方向选取一致——同为顺时针或逆时针，互阻将为负。



网孔电流法得到的电路方程，人工求解很不现实，需要借助于计算机的帮助。独立方程的数量和未知量的数量相等，可以得到唯一解。

## 2.4 结点电压法

在电路中任意选择某一点为参考点，其他结点与此参考结点之间的电压称为结点电压。结点电压的参考极性是以参考结点为负，其余独立结点为正。结点电压法以结点电压为求解变量，并对独立结点用 KCL 列出用结点电压表达的有关支路电流方程。由于任一支路都连接在两个结点上，根据 KVL，不难断定支路电压是两个结点电压之差。例如，对于图 2.4.1 所示电路，结点的编号示于图中。电路的结点数为 3、支路数为 5。以结点③为参考点，并将结点①、②的结点电压分别用 $u_{n1}$ 、 $u_{n2}$ <sup>7</sup>表示，即 $u_{n1} = u_{10}$ ， $u_{n2} = u_{20}$ 。

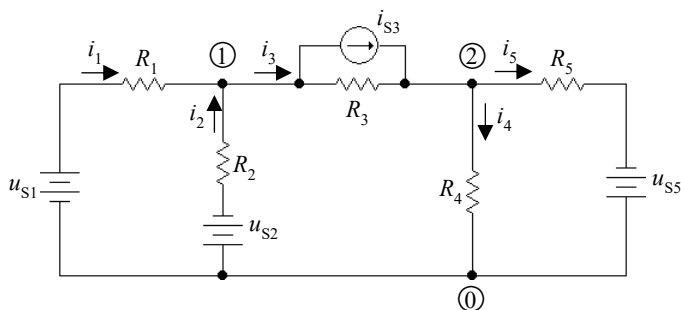


图 2.4.1 结点电压法

在结点①、②的 KCL 方程为

$$\left. \begin{aligned} -i_1 - i_2 + i_3 &= 0 \\ -i_3 + i_4 + i_5 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.1)$$

5 条支路的支路方程为

$$\begin{aligned} u_{n1} &= -i_1 R_1 + u_{S1} \\ u_{n1} &= -i_2 R_2 - u_{S2} \\ u_{n1} - u_{n2} &= (i_3 - i_{S3}) R_3 \\ u_{n2} &= i_4 R_4 \end{aligned}$$

<sup>7</sup> 下标 n 表示结点 “node”。

$$u_{n2} = i_5 R_5 - u_{S5}$$

支路电流 $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 、 $i_4$ 、 $i_5$ 可以分别用有关的结点电压表示, 即

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{u_{S1} - u_{n1}}{R_1} \\ i_2 &= \frac{-u_{S2} - u_{n1}}{R_2} \\ i_3 &= \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_3} + i_{S3} \\ i_4 &= \frac{u_{n2}}{R_4} \\ i_5 &= \frac{u_{n2} + u_{S5}}{R_5} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.2)$$

将支路电流表达式(2.4.2)代入式(2.4.1)并整理得

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_3} u_{n2} &= \frac{u_{S1}}{R_1} - \frac{u_{S2}}{R_2} - i_{S3} \\ -\frac{1}{R_3} u_{n1} + \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) u_{n2} &= i_{S3} - \frac{u_{S5}}{R_5} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.3)$$

式(2.4.3)即为以结点电压为求解对象的结点电压方程。

以第一个方程 $\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_3} u_{n2} = \frac{u_{S1}}{R_1} - \frac{u_{S2}}{R_2} - i_{S3}$ 为例, 这个方程是对结点①列 KCL 方程得到的, 通过观察电路可以看到,  $u_{n1}$ 前面的系数 $\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$ 为连接到结点①的各支路的电导之和,  $u_{n2}$ 前面的系数 $-\frac{1}{R_3}$ 为连接结点①和②的公共电导。等号右侧为连接到结点①的全部电源注入结点①的电流代数和, 其中电压源除以串联电阻, 正极靠近结点①取正号; 电流源流入取正号。

式(2.4.3)也可写为

$$\left. \begin{aligned} (G_1 + G_2 + G_3) u_{n1} - G_3 u_{n2} &= G_1 u_{S1} - G_2 u_{S2} - i_{S3} \\ -G_3 u_{n1} + (G_3 + G_4 + G_5) u_{n2} &= i_{S3} - G_5 u_{S5} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.4)$$

式中,  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $\cdots$ 、 $G_5$ 为各支路电导。

为了使方程形式整齐, 把方程中各系数按照所在结点和变量的位置写成统一的形式, 方程左侧的系数用 $G_{ij}$ 表示, 方程右侧的系数用 $i_{Sii}$ 来表示。

$$\left. \begin{aligned} G_{11} u_{n1} + G_{12} u_{n2} &= i_{S11} \\ G_{21} u_{n1} + G_{22} u_{n2} &= i_{S22} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.5)$$

其中,  $G_{11} = G_1 + G_2 + G_3$ ,  $G_{22} = G_3 + G_4 + G_5$ , 分别为结点①、②的自导,

自导总是正的,它等于连接到各结点的支路电导之和;  $G_{12} = G_{21} = -G_3$ , 为①和②结点间的互导,互导总是负的,等于连接于两结点间支路电导的负值。显然,如果两个结点之间没有**直接的支路**连接,则互导为零。在不含受控源的电阻电路中,  $G_{ij} = G_{ji}$ 。

方程右方的  $i_{S11}$ 、 $i_{S22}$ , 分别表示结点①、②的注入电流。注入电流等于各电源流向结点的电流代数和,电流源流入结点的前面取“+”号,流出结点的取“-”号;电压源除以串联的电阻,电压源的正极靠近该结点,该项取“+”号。

► **注意:** 列结点电压方程时,可以根据观察,对对应结点直接写出式(2.4.3)或式(2.4.4)。

求得各结点电压后,可以根据 VCR 求出各支路电流或支路电压。

【例 2.4.1】用结点电压法求解图 2.4.2 所示电路中各支路电流。

解: 本电路的特点是电路有 2 个结点,结点电压只有一个,结点电压方程也只有一个,方程两侧同时除以自电导,可以直接得到结点电压的表达式。取电路中的 B 点作为参考结点,求出 A 点的结点电压

$$U_A = \frac{\frac{130}{1} + \frac{117}{0.6}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{24} + \frac{1}{0.6}} V = \frac{130 + 195}{\frac{65}{24}} V = 120V$$

各支路电压均为结点电压  $U_A$ , 根据支路方程可得

$$I_1 = \frac{130 - 120}{1} = 10A$$

$$I_2 = \frac{117 - 120}{0.6} = -5A \quad I_3 = \frac{120}{24} = 5A$$

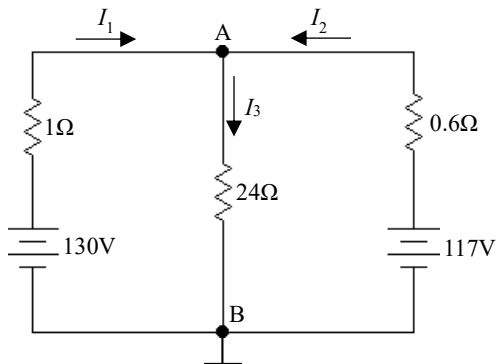


图 2.4.2 例 2.4.1 图

结点电压法的步骤可以归纳如下：

(1) 指定参考结点，其余结点对参考结点之间的电压就是结点电压。通常以参考结点为各结点电压的负极性；

(2) 按式(2.4.3)或式(2.4.4)列出结点电压方程，注意自导总是正的，互导总是负的，并注意各结点注入电流前的正负号；

(3) 电压源如果没有电阻与之串联，称为无伴电压源。对于含有无伴电压源的电路，通常选择无伴电压源的负极为参考结点，如图 2.4.3 所示。这样无伴电压源正极对应的独立结点的电压就得到了，即为无伴电压源的电压。这样选择参考结点，可以提高解题的效率。

如果对无伴电压源正极所在的独立结点列写结点电压方程，需要先假设无伴电压源上的电流（如图 2.4.3 所示电路中的  $I_x$ ），把这个电流放在等号的右侧，因为等号右侧为和结点相连支路上的电源注入结点的电流之和。没有这个  $I_x$ ，方程是错误的，因为对于每个结点都需要满足基尔霍夫电流定律<sup>8</sup>。

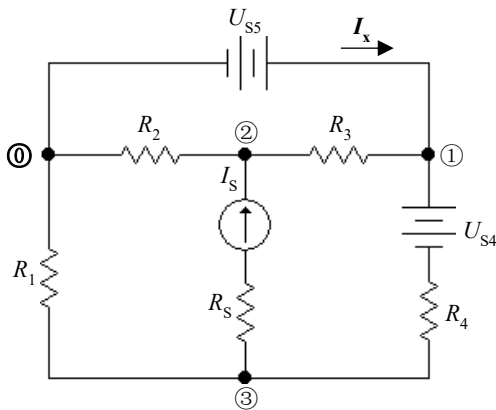


图 2.4.3 含有无伴电压源的处理方法

结点 1

$$\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n1} - \frac{1}{R_3}U_{n2} - \frac{1}{R_4}U_{n3} = I_x + \frac{U_{S4}}{R_4}$$

结点 2

$$-\frac{1}{R_3}U_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{n2} - 0 \cdot U_{n3} = I_S$$

<sup>8</sup> 可参阅参考文献[1]第三章 3-6 节“结点电压法”内容。

结点 3

$$-\frac{1}{R_4}U_{n1} - 0 \cdot U_{n2} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n3} = -\frac{U_{S4}}{R_4} - I_S$$

补充方程

$$U_{n1} = U_{S5}$$

列写这个电路的结点电压方程还有两点要注意：

一是和电流源串联的电阻  $R_S$ ，不应出现在方程中。因为电流源的电流是固定的函数，所在支路电流即为电流源的电流，串联的电阻不会改变所在支路的电流。

二是需要补充结点电压和无伴电压源的关系方程。因为电压源的电压也是一个已知参数，如果不补充这个方程显然是不对的。

为了列写结点①的结点电压方程，增加了一个变量  $I_x$ ，通过列写补充方程，保证了独立方程和未知量的数量相等，对应变量的解才是唯一的。

## 2.5 应用实例

### 2.5.1 用电安全与人体模型

“危险—高压”这种常见的警告容易被误解。在干燥的天气，当摸到一个门把手时就可能遭到静电电击火花，虽然令人不快，但却没有什么伤害，而产生这些火花的电压往往比能够引起伤害的电压大几百或几千倍。

电能能否造成实际伤害取决于电流以及电流如何通过人体，也就是说，通过人体的电流（而不是电压）是产生电击的原因。当然，电阻两边有电压才会产生电流。当人体的某部位接触到一个电压，而另一个部位接触到一个不同的电压或地时，有电流从身体的一个部位流到另一个部位。电流路径与人体加电压的部位有关，而电击的严重性与电压大小、电流流过人体的路径及时间有关。

人体电阻一般在  $10 \sim 50k\Omega$  之间，并与测量部位、皮肤潮湿程度、体重等有关。电流的大小取决于电压和电阻（图 2.5.1）。电流会对人体产生综合性的影响。例如，电流通过人体后，会产生麻木或不自觉的肌肉收缩。

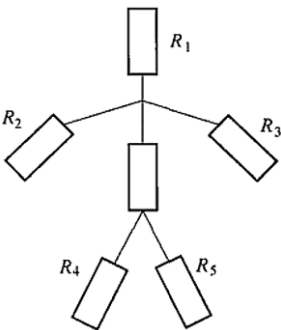


图 2.5.1 人体简化电路模型

电流产生的生物化学效应将引起一系列的病理反应和变化。尤其严重的是当电流流经心脏时，微小的电流即可引起心室颤动，甚至导致死亡。表 2-1 给出人体对不同电流的生理反应，其数据是科学家通过事故原因分析获得的近似结果。目前，大多数国家将交流电有效值 50V 作为安全电压值，10mA 作为安全电流值。

表 2-1 人体对电流的生理反应

电流大小/mA	生 理 反 应
1 ~ 5	能感觉到，但无害
10	有害电击，但没有失去肌肉控制
23	严重有害电击，肌肉收缩，呼吸困难
35 ~ 50	极端痛苦
50 ~ 70	肌肉麻痹
235	心脏纤维性颤动，通常在几秒内死亡
500	心脏停止跳动

### 2.5.2 电压表和电流表量程扩展

实际中用于测量电压、电流的多量程电压表、电流表是由称为微安计的基本电流表头与一些电阻串、并联组成的。微安计所能测量的最大电流为该微安计的量程。例如，一个微安计测量的最大电流为 50μA，就说该微安计的量程为 50μA。在测量时通过该微安计的电流不能超过 50μA，否则微安计将损坏。实际中测量更大的电流、电压时应扩展微安计的量程。下面先通过两个例子说明多量程电压表、电流表的组成原理。

【例 2.5.1】图 2.5.2 所示电路为微安计与电阻串联组成的多量程电压

表, 已知微安计内阻 $R_1 = 1\text{k}\Omega$ , 各挡分压电阻为 $R_2 = 9\text{k}\Omega$ ,  $R_3 = 90\text{k}\Omega$ ,  $R_4 = 900\text{k}\Omega$ ; 这个电压表的最大量程(用端钮“0”、“4”测量, 端钮“1”、“2”、“3”均断开)为 500V, 试计算微安计的量程及其他量程的电压值。

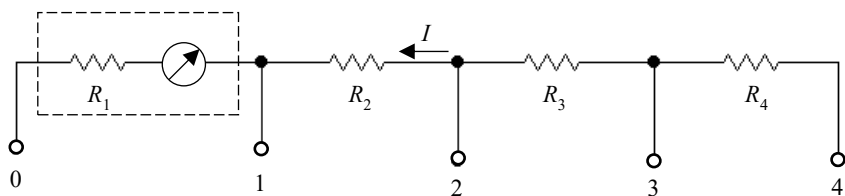


图 2.5.2 多量程电压表

解: 当用“0”、“4”端测量时, 电压表的总电阻为

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = (1 + 9 + 90 + 900)\text{k}\Omega = 1000\text{k}\Omega$$

若这时所测的电压恰为 500V (这时微安计也达到满量程), 则通过微安计的最大电流即微安计的量程

$$I = \frac{U_{40}}{1000 \times 10^3} = \frac{500}{1000 \times 10^3} \text{ A} = 0.5\text{mA}$$

当电压表量程开关置“1”挡时(“2”、“3”、“4”端钮断开),

$$U_{10} = R_1 I = 1 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ V} = 0.5\text{V}$$

当量程开关置“2”挡时(“1”、“3”、“4”端钮断开),

$$U_{20} = (R_1 + R_2)I = (1 + 9) \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ V} = 5\text{V}$$

当量程开关置“3”挡时(“1”、“2”、“4”端钮断开),

$$U_{30} = (R_1 + R_2 + R_3)I = (1 + 9 + 90) \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ V} = 50\text{V}$$

由此例可见, 直接利用该表头测电压, 它只能测 0.5V 以下的电压, 而串联了分压电阻 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$ 之后, 作为电压表, 它就有 0.5V、5V、50V、500V 四个量程, 实现了电压表的量程扩展。

**【例 2.5.2】**多量程电流表如图 2.5.3 所示, 已知表头内阻 $R_A = 2.3\text{k}\Omega$ , 量程为  $50\mu\text{A}$ , 各分流电阻分别为 $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 9\Omega$ ,  $R_3 = 90\Omega$ 。求扩展后各量程。

解: 基本表头偏转满刻度为 $I_A = 50\mu\text{A}$ 。当用“0”、“1”端钮测量时, “2”、“3”端钮开路, 这时 $R_2$ 、 $R_3$ 是串联的, 而 $R_1$ 与它们并联, 根据分流公式, 得

$$I_A = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_A} I_1$$

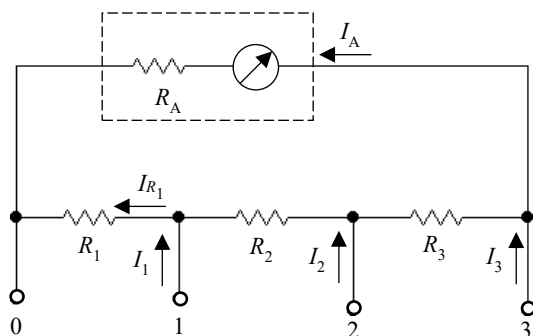


图 2.5.3 多量程电流表

所以

$$I_1 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_A}{R_1} I_A = 120\text{mA}$$

同理，用“0”、“2”端测量时，“1”、“3”端钮开路，这时流经表头的电流仍为  $50\mu\text{A}$ 。此时  $R_1$  与  $R_2$  串联再与  $R_A$  并联，根据分流公式，得

$$I_A = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_A} I_2$$

所以

$$I_2 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_A}{R_1 + R_2} I_A = 12\text{mA}$$

当用“0”、“3”端测量时，“1”、“2”端钮开路，这时流经表头的满刻度电流还是  $50\mu\text{A}$ 。此时  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  串联再与  $R_A$  并联，根据分流公式，得

$$I_A = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_A} I_3$$

则有

$$I_3 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_A}{R_1 + R_2 + R_3} I_A = 1.2\text{mA}$$

由此例可以看出，直接利用该表头测量电流，它只能测量  $0.05\text{mA}$  以下的电流且内阻大（本例表头内阻达到  $2.3\text{k}\Omega$ ），而并联电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  以后，作为电流表，它就有  $120\text{mA}$ 、 $12\text{mA}$ 、 $1.2\text{mA}$  三个量程，实现了电流表的量程扩展，且用扩展量程后的电流表测量电流，电流表的内阻比表头的内阻小得多。如用  $120\text{mA}$  量程测量电流，电流表的内阻小于  $1\Omega$ 。



### 2.5.3 电阻电路的故障诊断与设计

电路的故障诊断是指识别或找出电路中的故障或问题的过程。通过进行电路故障诊断，可以培养综合运用电路知识的能力和逻辑思维能力。

开路和短路是电路中的典型故障。如电阻被烧坏，它通常会造成开路，虚焊、断线和接触不良也是造成开路的原因；焊锡珠等各种异物以及导线绝缘层老化脱落等往往会导致电路短路。开路会产生无穷大的电阻，而短路会产生零电阻。

除了完全开路或短路，电路中还可能出现部分开路或部分短路故障。部分开路时电路的电阻比正常电阻高很多，但不是无穷大；而部分短路时电路的电阻比正常电阻小很多，但不为零。

【例 2.5.3】如图 2.5.4 所示电路，已知理想电压表的读数为 9.6V，试判断该电路有没有故障。如果有故障，请确定是短路故障还是开路故障。

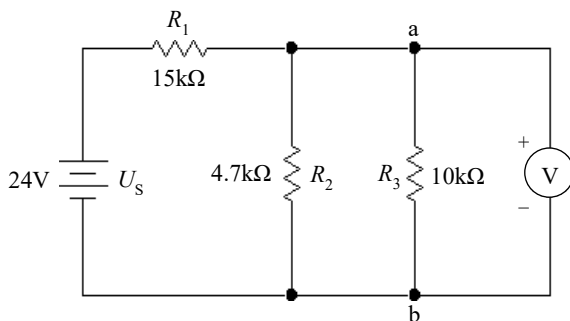


图 2.5.4 例 2.5.3 图

解：（1）判断是否有故障。首先计算 a、b 两端电压的正常值。利用分压公式，有

$$U_{ab} = \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} U_S = \frac{3200}{15000 + 3200} \times 24 \text{ V} = 4.22\text{V}$$

计算表明电压表的正常读数应为 4.22V，而现在电压表的读数为 9.6V，所以电路有故障。

（2）原因分析。由于当前电压表的读数比正常值大，因而  $R_2$  或者  $R_3$  可能开路了。因为这两个电阻中的任何一个开路，电压表两端所接的电阻  $R_2 \parallel R_3$  就会比正常值大，而电阻越大，电压也越大。

如果  $R_2$  开路，则  $R_3$  上的电压为

$$U_{R_3} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \frac{10000}{15000 + 10000} \times 24 \text{ V} = 9.6 \text{ V}$$

而电压表的读数恰好是 9.6V，因而计算表明  $R_2$  开路。

电路设计是指根据电路特性的要求来选定电路的结构并确定元件参数。通常来说，电路分析的答案往往是唯一的，而电路设计则可能有多个解答。因此，电路设计的最后一步是对所设计的电路进行分析来确定是否满足要求。电路设计有助于学生更好地掌握电路理论，提高学生解决电路总是的能力并可以培养其创新意识。

## 本章知识要点

### 1. 电路等效变换的概念

电路等效变换的概念在电路理论中非常重要。电路等效变换的方法是电路分析中经常使用的方法，运用等效变换可以将复杂的电路化简为单回路或双结点的电路。因此，深刻理解等效变换的概念和熟练运用等效变换的方法化简电路是本章的重点。其中正确认识等效变换的条件和等效变换的目的是难点。

### 2. 电阻的串联、并联和串并联

电阻的串联、并联和串并联是电阻之间主要的连接方式，一个由电阻组成的无源一端口网络，总是可以用一个等效电阻来等效替换，从而可简化电路的分析和计算。因此，熟练判别电阻的串联、并联和串并联，并能运用电阻网络等效变换的方法化简电路是本章的重点。其中，判别电路中电阻的串并联关系是进行电阻网络等效变换的难点。

### 3. 实际电源的两种模型及其等效变换

实际电压源的模型是理想电压源与电阻的串联组合，实际电流源的模型是理想电流源与电阻（电导）的并联组合。实际电源两种模型可以等效变换，应用实际电源两种模型的等效变换方法来化简电路也是本章的重点（注意这种等效是对外电性能等效）。

### 4. 无源一端口网络的输入电阻

无源一端口网络的输入电阻定义为此一端口的端电压与端电流之比。理解输入电阻和等效电阻的关系，熟练掌握求解输入电阻的方法是本

章重点。含受控源的一端口电阻网络输入电阻的求解是学习中的难点。

### 5. 支路电流法

以支路电流为电路变量列写电路方程求解电路的方法称为支路电流法。列写支路电流方程的一般步骤为：

- (1) 选定各支路电流的参考方向；
- (2) 根据 KCL 对  $(n-1)$  个独立结点列写电流方程；
- (3) 选取  $b-(n-1)$  个独立回路，指定回路绕行方向，按照式(2.2.5)

所示列写规则对回路列写 KVL 方程。即

$$\sum R_k i_k = \sum u_{Sk}$$

式中， $R_k i_k$  为回路中第  $k$  条支路的电阻上的电压，和式遍及回路中所有的支路，且当  $i_k$  参考方向与回路方向一致时，前面取“+”号；不一致时，取“-”号。 $u_{Sk}$  为第  $k$  条支路的电源电压，包括电压源电压和等效电压源电压。当  $u_{Sk}$  与回路方向一致时，前面取“-”号；反之，前面取“+”号。

### 6. 网孔电流法

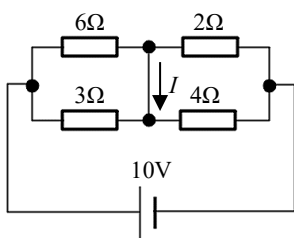
在平面电路中，以网孔电流为电路变量列写电路方程求解电路的方法，称为网孔电流法。根据网孔电流法的步骤简便正确地列写电路的网孔电流方程是本章的重点内容之一。

### 7. 结点电压法

结点电压法是选结点电压为电路变量列写电路方程求解电路的方法，它适合于结点数较少的电路。根据结点电压法的步骤简便、正确地列写电路的结点电压方程是本章的一个重点。

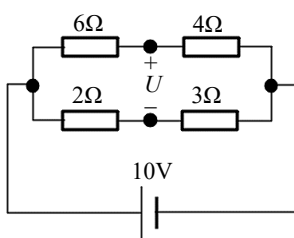
## 习 题

2-1 计算题 2-1 图所示电路中电流  $I$ 。



题 2-1 图

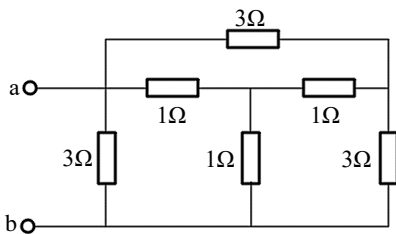
2-2 电路如题 2-2 图所示，计算电压  $U$ 。



题 2-2 图

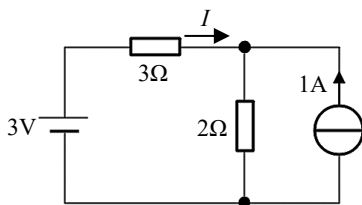
2-3 对题 2-3 图所示电路，利用 Y- $\Delta$  变换计算等效电阻  $R_{ab}$ 。要求使用两种方法：

- (1) 把 3 个  $1\Omega$  构成的 Y 形等效成  $\Delta$  形；
- (2) 把 3 个  $3\Omega$  构成的  $\Delta$  形等效成 Y 形。



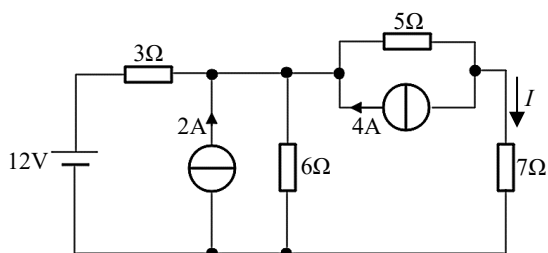
题 2-3 图

2-4 求题 2-4 图所示电路中的电流  $I$ 。



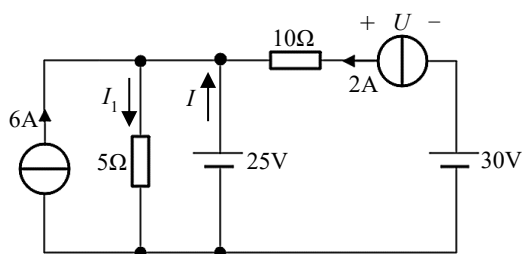
题 2-4 图

2-5 电路如题 2-5 图所示，计算电流  $I$ 。



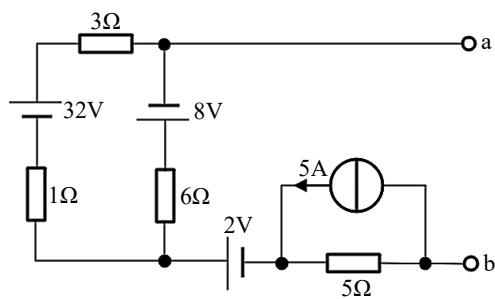
题 2-5 图

2-6 求题 2-6 图所示电路中的电压  $U$  和电流  $I$ 。



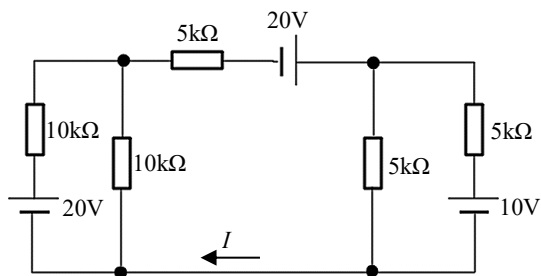
题 2-6 图

2-7 求题 2-7 图所示电路中 a、b 两点间的电压  $U_{ab}$ 。



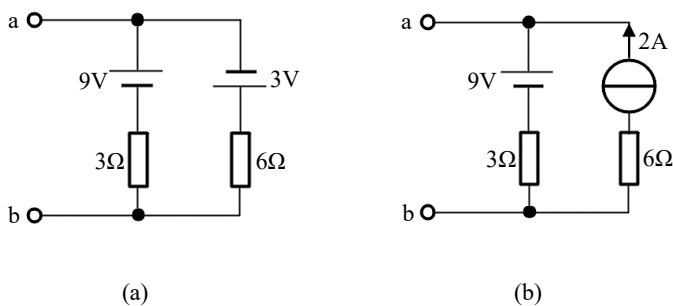
题 2-7 图

2-8 求题 2-8 图所示电路中的电流  $I$ 。



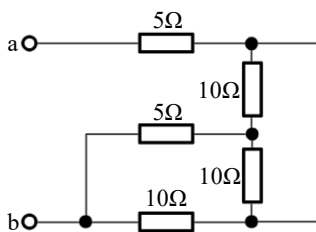
题 2-8 图

2-9 电路如题 2-9 图所示，计算相应无源一端口的等效电阻。



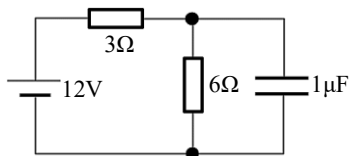
题 2-9 图

2-10 求题 2-10 图所示电路中 a、b 两点间的等效电阻  $R_{ab}$ 。



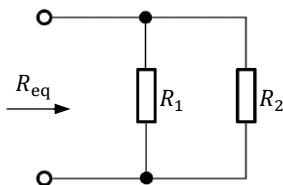
题 2-10 图

2-11 电路如题 2-11 图所示，计算从电容两端看进去的相应无源一端口的等效电阻。



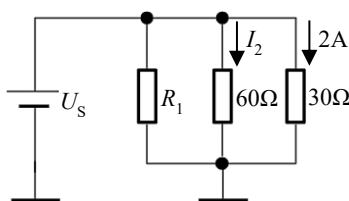
题 2-11 图

2-12 电路如题 2-12 图所示, 并联电路的等效电阻 $R_{\text{eq}} = 6\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 18\text{k}\Omega$ , 计算电阻 $R_1$ 。



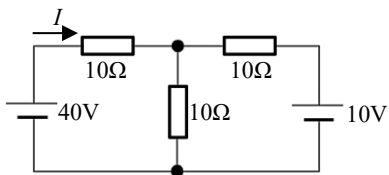
题 2-12 图

2-13 电路如题 2-13 图所示, 并联电路的等效电阻 $R_{\text{eq}} = 4\Omega$ , 计算: 电阻 $R_1$ , 电流 $I_2$ , 电压源的电压 $U_S$ , 电阻 $R_1$ 的功率。



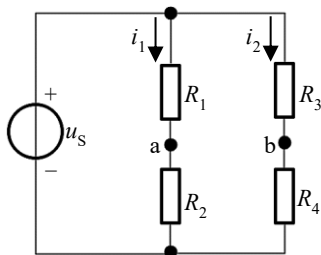
题 2-13 图

2-14 求题 2-14 图所示电路中的电流 $I$ 。



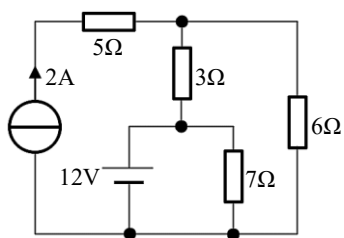
题 2-14 图

2-15 题 2-15 图所示电路中,  $R_1 = R_2 = R_3 = 6\Omega$ ,  $R_4 = 4\Omega$ ,  $u_S = 10e^{-2t}\text{V}$ , 求电压 $u_{ab}$ 。



题 2-15 图

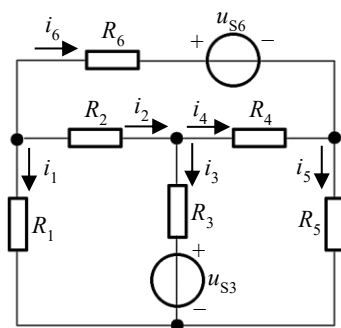
2-16 电路如题 2-16 图所示, 计算  $6\Omega$  电阻的功率。



题 2-16 图

2-17 题 2-17 图所示电路中  $R_1 = R_2 = 10\Omega$ ,  $R_3 = 4\Omega$ ,  $R_4 = R_5 = 8\Omega$ ,  $R_6 = 2\Omega$ ,  $u_{S3} = 20V$ ,

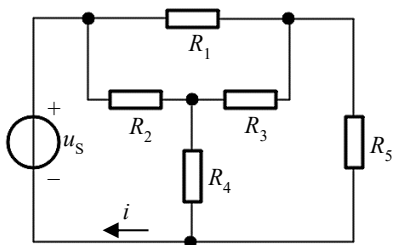
$u_{S6} = 40V$ , 试用支路电流法求解电流  $i_5$ 。



题 2-17 图

2-18 题

2-18 图所示电路,  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = R_3 = R_4 = 1\Omega$ ,  $R_5 = 1.5\Omega$ ,  $u_S = 15\cos(t)V$ , 求电流  $i$ 。

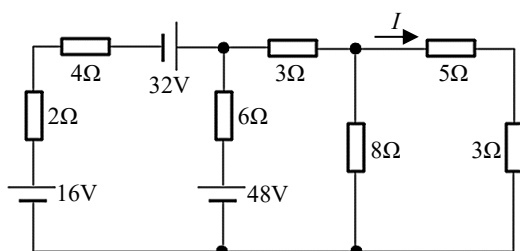


题

2-18 图

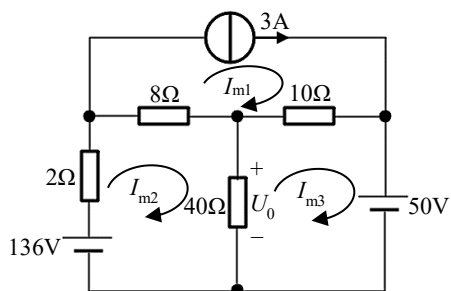
2-19 用网孔电流法求解题 2-19 图中的电流  $I$ 。





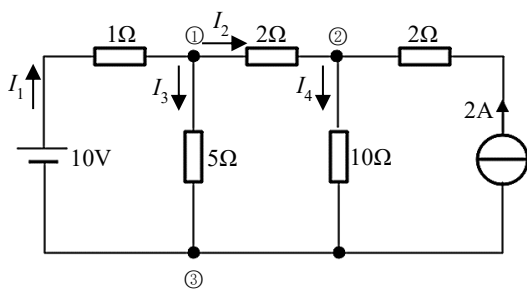
题 2-19 图

2-20 用网孔电流法求解题 2-20 图所示电路中的电压  $U_0$ 。



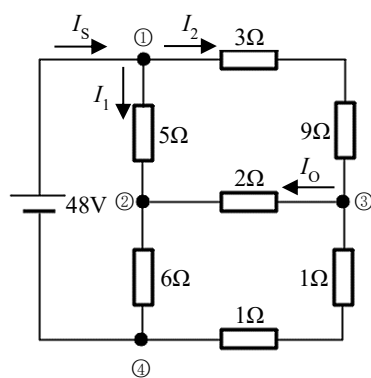
题 2-20 图

2-21 用结点电压法求解题 2-21 图所示电路中的各支路电流。



题 2-21 图

\*2-22 题\*2-22 图所示电路中电源为无伴电压源，用结点电压法求解电流  $I_S$  和  $I_0$ 。



题\*2-22 图