北京科技大学2015—2016学年第一学期

概率论与数理统计 试卷（A卷）

院（系）________ 班级________ 学号________ 姓名________

试卷卷面成绩										占课程考核成绩70%	平时成绩占30%	课程考核成绩
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	小计			
得分												
评阅												
审核												

注意事项：

（1）本试卷共八道大题，共八页，请认真核对。

（2）正确填写学院、班级、姓名、学号等个人信息，空填或错填的试卷为无效试卷。

（3）请使用钢笔、签字笔或者圆珠笔答卷，使用铅笔答卷无效。

得 分

一、填空题（本题共 15 分，每小题 3 分）

1. 设事件 A 和 B 中至少发生一个的概率为 $\frac{5}{6}$，A 和 B 中有且仅有一个发生的概率为 $\frac{2}{3}$，那么 A 和 B 同时发生的概率为 ________。

2. 从 $1,2,3,4$ 中任取一个数记为 X，再从 $1,\cdots,X$ 中任取一个数记为 Y，则 $P\{Y=2\}=$ ________。

3. 设 n_A 是 n 次独立试验中事件 A 发生的次数，p 是事件 A 在每次试验中发生的概率，则对于任意的 $\varepsilon>0$，$\lim\limits_{n\to+\infty} P\left\{\left|\frac{n_A}{n}-p\right|\geq\varepsilon\right\}=$ ________。

4. 设 X 服从区间 $[0,\theta]$（$\theta>0$）上的均匀分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自该总体的样本，则 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}=$ ________。

5.设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,n>1$，是来自正态总体 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 的样本，$\hat{\sigma}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{n-1}\left|X_{i+1}-X_i\right|$ 为总体参数 σ 的无偏估计量，则 $k=$ ________.

得 分

二、选择题（本题共 15 分，每小题 3 分）

1. 设 $P(A)=0.6, P(B)=0.8, P(B|A)=0.8$，则下列结论中正确的是 ________。

(A) 事件 A,B 互不相容　　(B) 事件 A,B 互逆

(C) 事件 A,B 互相独立　　(D) $A \supset B$

2. 设 X,Y 是两个随机变量，则下列命题正确的是 ________。

(A) X,Y 不相关 $\Rightarrow$ X,Y 不相互独立　　(B) X,Y 相互独立 $\Rightarrow$ X,Y 不相关

(C) X,Y 不相关 $\Rightarrow$ X,Y 相互独立　　(D) X,Y 相关 $\Rightarrow$ X,Y 相互独立

3. 设 X,Y 是相互独立的随机变量，其分布函数分别为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$，则 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数是 ________。

(A) $F_z(z)=\max\{F_X(z),F_Y(z)\}$　　(B) $F_z(z)=F_X(z)F_Y(z)$

(C) $F_z(z)=\max\{|F_X(z)|,|F_Y(z)|\}$　　(D) $F_z(z)=F_X(z)$

4. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 与 σ^2 均未知，X_1,X_2,X_3 是一个样本，则非统计量的是 ________。

(A) $\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$　　(B) $\max\{X_1,X_2,X_3\}$

(C) $\min\{X_1,X_2,X_3\}$　　(D) $\frac{1}{\sigma^2}(X_1+X_2+X_3+\mu)$

5. 设对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著性水平 0.05 之下接受零假设 $H_0:\mu=\mu_0$，那么在显著性水平 0.01 下，下列结论成立的是 ________。

(A) 必须接受 H_0　　(B) 可能接受也可能拒绝 H_0

(C) 必须拒绝 H_0　　(D) 不接受也不拒绝 H_0

得 分

三、（本题 **12** 分）在次品率为$\frac{1}{6}$的一批产品中，任意抽取 **300** 件产品，其中次品的数量记作 X。

（**1**）写出 X 的分布律，数学期望 EX 及方差 DX；

（2）k 取何值时，概率 $P\left\{X=k\right\}$ 最大？

（3）利用切比雪夫不等式估计次品数在 40 到 60 之间的概率；

（4）利用中心极限定理计算次品数在 40 到 60 之间的概率。已知 $\Phi\left(1.55\right)=0.939$，$\sqrt{\frac{5}{3}}=1.29$。

得 分

四、（本题 12 分）在某次实验中需要测量某物体的质量。一组测量结果如下（单位：g）

8.6　8.5　8.9　8.4　8.4　8.7　8.8　8.3　8.8。

均值和方差分别记作μ和σ^2。

问题：（1）求均值μ的置信区间，置信度为0.95；（2）是否可以认为物体的质量是$8.2g$？显著性水平$\alpha=0.05$；（3）是否可以认为物体的质量$\mu\le 8.2$？显著性水平$\alpha=0.05$。

已知数据：$z_{0.05}=1.65$；$t_{0.05}(8)=1.860$；$t_{0.05}(9)=1.833$；$t_{0.05}(10)=1.813$；

$z_{0.025}=1.96$；$t_{0.025}(8)=2.306$；$t_{0.025}(9)=2.262$；$t_{0.025}(10)=2.228$；$\sqrt{0.045}=0.212$。

得 分

五、（本题 12 分）设总体 X 分布在闭区间 $\left[0,\theta\right]$（θ 未知）之上，总体的概率密度函数正比于随机变量的值。

（1）求总体的概率密度函数；

（2）求未知参数 θ 的矩估计量；

（3）求未知参数 θ 的极大似然估计量。

得 分

六、（本题 12 分）设随机向量(X,Y)分布在正方形$[0,1]\times[0,1]$上，其概率密度函数为

$$f(x,y)=Ax(3x+2y)，\ 0\le x,y\le 1。$$

（1）求 A 及概率 $P\{X+Y\ge 1\}$；

（2）求 X,Y 的边缘分布密度函数；

（3）求条件密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$；

（4）X 与 Y 是否独立？为什么？

得 分

七、（本题 14 分）设连续型随机变量 X 的分布函数是 $F(x)=\begin{cases} 0 & x<-2 \\ A+Bx & -2\le x\le 2 \\ 1 & x>2 \end{cases}$，

问：

（1） A,B 各是多少？

（2） X 的概率密度是什么？

（3）证明：随机变量 $Y=|X|$ 服从 $[0,2]$ 上的均匀分布。

（4）设随机变量 $Z=\sin\pi X$ ，计算 DZ 。

得分

八、(本题 8 分) 将 4 个红球，8 个蓝球，5 个绿球随机地排成一行。

(1) 前五个球为蓝色的概率有多大?

(2) 前 5 个球中没有蓝色球的概率有多大?

(3) 最后三个球为三种不同颜色的概率有多大?

(4) 所有红球连在一起的概率有多大?