北京科技大学 2007--2008 学年第一学期

概率论与数理统计 试卷（B 卷）

院（系）__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

试卷卷面成绩											占课程考核成绩 80%	平时成绩占 20%	课程考核成绩
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	小计			
得分													
评阅													
审核													

说明：1、要求正确地写出主要计算或推导过程，过程有错或只写答案者不得分；

2、考场、学院、班、学号、姓名均需写全，不写全的试卷为废卷；

3、涂改学号及姓名的试卷为废卷；

4、请在试卷上答题，在其它纸张上的解答一律无效.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

得 分

一、填空题（本题共 15 分，每小题 3 分）

1．已知 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right), f(x)$ 为 X 的概率密度，则 $\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\left|x-\mu\right|^2 f(x)+x^3e^{-x^2}\right]dx=$________.

2．设 $DX=1, DY=4, \rho_{XY}=0.5$. 则 $D\left(2Y-X\right)=$________.

3．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 的一个子样，且 $C\sum_{i=1}^{n-1}\left(X_i-X_{i+1}\right)^2$ 是 σ^2 的无偏估计，

则 $C=$________。

4．设 $P(B)=\frac{1}{2}, P(B|A)=\frac{1}{2}, P(A|B)=\frac{1}{3}$，则 $P(A\cup B)=$________.

5．随机变量 X,Y 服从同一分布， X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{3x^2}{8} & 0<x<2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$，

设 $A=\{X<a\}$ 与 $B=\{Y<a\}$ 相互独立，且 $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$，则 $a=$________.

得 分

二、选择题（本题共 15 分，每小题 3 分）

6. 对正态总体的数学期望μ进行假设检验，如果在显著性水平$\alpha=0.05$下，接受原假设$H_0:\mu=\mu_0$，那么在显著性水平$\alpha=0.01$下，下列结论正确的是（　　）.

（A） 必接受H_0　　（B） 可能接受也可能拒绝H_0

（C） 必拒绝H_0　　（D） 不接受也不拒绝H_0

7．设总体$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中$\mu,\sigma^2$均为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$样本，则（　　）是统计量.

（A） $\sum_{i=1}^{n}X_i+\sigma$　　（B） $\sum_{i=1}^{n}\left(X_i+\mu\right)$

（C） $\min\left\{X_1,X_2,\cdots,X_n\right\}$　　（D） $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{\sigma^2}$

8．假设$X_1,X_2,\cdots,X_5$独立同分布，且其方差存在，记$M=X_1+X_2+X_3,N=X_3+X_4+X_5$，则$M$与$N$的相关系数$\rho=$（　　）.

（A） $\dfrac{4}{5}$　　（B） $\dfrac{1}{25}$　　（C） $\dfrac{1}{3}$　　（D） $\dfrac{1}{15}$

9．设$X\sim N(0,1)$，分布函数为$\Phi(x),(-\infty<x<+\infty)$，且$P\left(X>x\right)=a\in(0,1)$，

则x为（　　）.

（A） $\Phi^{-1}\left(1-a\right)$　　（B） $\Phi^{-1}\left(1-\dfrac{a}{2}\right)$　　（C） $\Phi^{-1}\left(a\right)$　　（D）$\Phi^{-1}\left(\dfrac{a}{2}\right)$

10. 设A,B为任意两个随机事件，且$A\subset B$，$P\left(B\right)>0$，则下列选项必然成立的是（　　）.

（A） $P\left(A\right)<P\left(A|B\right)$　　（B） $P\left(A\right)\le P\left(A|B\right)$

（C） $P\left(A\right)>P\left(A|B\right)$　　（D） $P\left(A\right)\ge P\left(A|B\right)$

得 分

三、（本题 15 分）

11. 将两封信投入编号为 I, II, III 的三个邮筒中，设 X,Y 分别表示第 I 号，第 II 号邮筒中信的数目，求

（1）(X,Y)的联合分布律；（2）X 与 Y 是否相互独立；

（3）$U=\max(X,Y), V=\min(X,Y)$, 求 $E(U), D(U), E(V), D(V)$

得 分

四、（本题 15 分）

12. 将两颗骰子各掷n次，令X表示两颗骰子出现相同点数的次数，

（1）求X的分布律；（2）求$E\left(X^{2}\right)$；（3）求至少出现一次相同点数的概率；

得 分

五、（本题 10 分）

13. 某射手独立地对同一目标进行射击，每次命中率为 p，假设进行 $n(n\geq 1)$ 轮这样的射击，每轮射击直到命中目标为止，各轮射击的次数分别为 $k_1,k_2,\cdots,k_n$，试求命中率 p 的极大似然估计.

得 分

六、（本题 10 分）

14. 二维随机变量 (X,Y) 在区域 $\Omega=\{(x,y)|1\le x\le 3,1\le y\le 4\}$ 取值是等可能的，$Z=\min(X,Y)$；（1）判断 X 与 Y 是否相互独立；（2）求 Z 的密度函数.

得 分

七、（本题10分）

15. 设某种型号的电池寿命长期以来服从方差$\sigma^2=5000$的正态分布，现有一批这种电池，从生产情况来看，寿命的波动性可能有所改变，现随机地抽取 26 只电池，测出其寿命的样本方差$s^2=9200$，试问：根据这种情况能否推断出电池寿命的波动性有显著的变化.（$\alpha=0.02$）　$\chi^2{}_{0.99}(25)=11.524, \chi^2{}_{0.01}(25)=44.314, \chi^2{}_{0.99}(26)=12.98, \chi^2{}_{0.01}(26)=45.642$

得 分

八、（本题 10 分）

16. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是取自 $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$ 的样本，令 $Y_1 = \frac{1}{6}\left(X_1 + \cdots + X_6\right), Y_2 = \frac{1}{3}\left(X_7 + X_8 + X_9\right)$，

$S^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=7}^{9}(X_i - Y_2)^2, Z = \frac{\sqrt{2}\left(Y_1 - Y_2\right)}{S}$，证明：统计量 Z 服从参数为 2 的 t 分布.

17. 设 X 是随机变量，c 为常数，且 $c \neq EX$，证明：$DX < E\left[\left(X - c\right)^2\right]$.