2015—2016—1

一. 1. $\frac{1}{6}$　　2. $\frac{13}{48}$　　3. 0　　4. $2\overline{X}$　　5. $\frac{2(n-1)}{\sqrt{\pi}}$

二. 1. C　　2. B　　3. B　　4. D　　5. A

三.（1）$P\{X=k\}=\binom{300}{k}\frac{5^{300-k}}{6^{300}},0\le k\le 300.\quad EX=50,DX=\frac{125}{3}$

（2）$k=50$ 时最大　　（3）$P\{|X-50|\le 10\}\ge 1-\frac{125/3}{10^2}=\frac{7}{12}$　　（4）$P\{40\le X\le 60\}=0.878$

四.（1）置信区间为$\left(\overline{X}\pm\frac{S}{3}t_{0.025}(8)\right)=(8.437,8.763)$

（2）$H_0:\mu=8.2,H_1:\mu\ne 8.2$，拒绝域为$|t|>t_{0.025}(8)=2.306$，

计算可得 $|t|=5.66>2.306$，拒绝 H_0，不认为物体的质量是 $\mu_0=8.2$

（3）$H_0:\mu\le 8.2,H_1:\mu>8.2$，拒绝域为$t>t_{0.05}(8)=1.860$，

计算可得$t=5.66>1.860$，拒绝 H_0，认为物体的质量 $\mu>8.2$

五.　（1）$f_X(x)=\frac{2}{\theta^2}x,0\le x\le\theta$　　（2）矩估计量$\theta=\frac{3}{2}\overline{X}$

（3）似然函数为$L=\frac{2^n}{\theta^{2n}}\prod_{i=1}^{n}x_i$，$\theta\ge\max\limits_{1\le i\le n}\{x_i\}$，极大似然估计量$\theta=\max\{X_i\}$

六.（1）$A=\frac{2}{3}$；$P\{X+Y\ge 1\}=\frac{7}{9}$

（2）$f_X(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x(3x+1),0\le x\le 1\\ 0,\text{　其他}\end{cases}$；$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{2}{3}(y+1),0\le y\le 1\\ 0,\text{　其他}\end{cases}$

（3）$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\frac{x(3x+2y)}{1+y},0\le x\le 1,0\le y\le 1\\ 0,\text{　其他}\end{cases}$　　（4）不独立

七.（1）$A=\frac{1}{2},B=\frac{1}{4}$　　（2）$f(x)_X=\begin{cases}1/4,-2<x<2\\ 0,\text{　其他}\end{cases}$　　（4）$DZ=\frac{1}{2}$

八.（1）$p=\frac{C_{12}^4C_8^3C_5^5}{C_{17}^4C_{13}^8C_5^5}=\frac{2}{221}$　　（2）$p=\frac{C_{12}^8C_9^4C_5^5}{C_{17}^4C_{13}^8C_5^5}=\frac{9}{442}$

（3）$p=\frac{6C_{14}^3C_{11}^7C_4^4}{C_{17}^4C_{13}^8C_5^5}=\frac{4}{17}$　　（4）$p=\frac{C_{14}^1C_{13}^8C_5^5}{C_{17}^4C_{13}^8C_5^5}=\frac{1}{170}$

2015—2016—2

一． 1. $\frac{37}{42}$ 2. 0.82 3. $\frac{1}{6}$ 4. 1 5. 3

二．1. B 2. D 3. A 4. C 5. B

三．（1）置信区间$\left(\overline{X}\pm\frac{S}{3}t_{0.025}(8)\right)=(284.37, 287.6)$

（2）$H_0:\mu=282, H_1:\mu\neq 282$，拒绝域为$|t|>t_{0.025}(8)=2.306$，

计算可得$|t|=5.66>2.306$，拒绝H_0，不能认为物体的长度是$\mu_0=282$毫米

（3）$H_0:\mu\le 282, H_1:\mu>282$，拒绝域为$t>t_{0.05}(8)=1.860$，

计算可得$t=5.66>1.860$，拒绝H_0，认为物体的长度$\mu>282$毫米

四.（1）$\frac{m}{m+1}$ （2）$\frac{m}{m+3}$ （3）第一次更有可能摸出的是白球

五.（1）$A=60$。

（2）$f_X(x)=\begin{cases}30x^2(1-x)^2, 0\le x\le 1\\ 0, \text{其他}\end{cases}$；$f_Y(y)=\begin{cases}20y(1-y)^3, 0\le y\le 1\\ 0, \text{其他}\end{cases}$；$X$ 与 Y 不独立

（3）$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\frac{2y}{(1-x)^2}, 0\le x\le 1, 0\le y\le 1-x\\ 0, \text{其他}\end{cases}$

（4）$f_{Y|X}\left(y\middle|x=\frac{1}{3}\right)=\begin{cases}\frac{9}{2}y, 0\le y\le\frac{2}{3}\\ 0, \text{其他}\end{cases}$，$P\left\{Y<\frac{1}{3}\middle|X=\frac{1}{3}\right\}=\frac{1}{4}$

（5）$E(X+Y)=EX+EY=\frac{5}{6}$

六．矩估计量为$\frac{2\overline{X}-1}{1-\overline{X}}$；极大似然估计量为$-\frac{n}{\sum_{k=1}^{n}\ln X_k}-1$

七.（1）$f_Z(z)=\begin{cases}e^{-z}, & z>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$； （2）$e^{-1}$； （3）$f_Y(y)=\begin{cases}y/2, & 0<y\le 1\\ 1/2, & 1<y\le 2\\ \frac{3-y}{2}, & 2<y\le 3\\ 0, & y\le 0, y>3\end{cases}$

2016—2017—1

一．1、A　2、 B　　3、B　　4、 D　　5、A　　6、B　　7、C　　8、D

二．1、$\dfrac{1}{100}$　　2、0　　3、 $k_1+k_2=1$　　4、$\dfrac{2}{3}$

三．（1）置信区间$\left[\bar{x}-\frac{s}{3}t_{0.05}(8),\ \bar{x}+\frac{s}{3}t_{0.05}(8)\right]=[49.3182,\ 50.6818]$

（2）置信区间$\left[\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0.05}(8)},\ \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0.95}(8)}\right]=[0.624,\ 3.542]$

四．（1） $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi},(x,y)\in G\\ 0,\ (x,y)\notin G\end{cases}$　　（2） $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{1-x^2}}{\pi}, & |x|<1\\ 0, & |x|\ge 1\end{cases}$

（3） $f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}, & 0\le y\le\sqrt{1-x^2},|x|<1\\ 0 & ，其他\end{cases}$　　（4） $E(X+Y)=\dfrac{4}{3\pi}$

五．（1） X_1与X_2不相互独立.

（2） X_1，X_2的边缘分布律均为，

X_2	0	1
p	$1-e^{-4}$	e^{-4}

（3） $Z=X_1+X_2$的分布律为，

$P\{Z=0\}=1-e^{-2}$　　$P\{Z=1\}=e^{-2}-e^{-4}$　　$P\{Z=2\}=e^{-4}$

六．$H_0:\mu\ge 180,\ \ H_1:\mu<180$，　H_0为真时，$Z=\dfrac{\overline{X}-180}{3/\sqrt{10}}\sim N(0,1)$

H_0的拒绝域为$Z>-1.65$，计算得$Z=-1.687$，故拒绝H_0，不能认为每袋净重不小于 180 克

七. 极大似然估计值为 $\hat{\beta}=\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)}$

八.只需证 $\mathrm{cov}(Z_1,Z_2)=0$

2016—2017—2

一．**1.A**　　**2.D**　　**3.B**　　**4.B**　　**5.C**　　**6.C**

二．**1.** $\frac{1}{4}$　　**2.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　**3.** $\frac{9}{2}$　　**4.** $\mu(\sigma^2+\mu^2)$

三．(1) 0.5　　(2)该射手为二级射手的概率最大

四．(1) $a=\frac{3}{2}$　　(2) $\frac{11}{16}$

(3) $f_X(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}(1-x^2), & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$；　$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}\sqrt{y}, & 0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$

(4) $f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{y}}, & 0<x<\sqrt{y},0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$；

$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}\frac{1}{1-x^2}, & x^2<y<1,0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$

五. (1) 矩估计量为$\hat{\theta}=\frac{7}{6}-\frac{1}{2}\bar{X}$，矩估计值为$\hat{\theta}=\frac{5}{12}$.

(2) $E\hat{\theta}=\frac{7}{6}-\frac{1}{2}E\bar{X}=\theta$，故$\hat{\theta}$是$\theta$的无偏估计量；

根据辛钦大数定律，样本一阶矩 $\bar{X}\xrightarrow{P}E(X)=\frac{7}{3}-2\theta, n\to+\infty$，

所以$\hat{\theta}=\frac{7}{6}-\frac{1}{2}\bar{X}\xrightarrow{P}\frac{7}{6}-\frac{1}{2}EX=\theta, n\to+\infty$，故$\hat{\theta}$是$\theta$的相合估计量。

六．(1) $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-y}, & 0<x<2且y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$

(2) $F_Z(z)=\begin{cases}0, & z\le 0\\ \frac{1}{2}(z-2+2e^{-\frac{z}{2}}), & 0<z<2\\ 1-e^{1-\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}, & z\ge 2\end{cases}$　$f_Z(z)=\begin{cases}0, & z\le 0\\ \frac{1}{2}(1-e^{-\frac{z}{2}}), & 0<z<2\\ \frac{1}{2}(e^{1-\frac{z}{2}}-e^{-\frac{z}{2}}), & z\ge 2\end{cases}$

(3) $E(X+2Y)=EX+2EY=3$，$D(X+2Y)=DX+4DY=\frac{13}{3}$

七. (1) $H_0:\sigma_1{}^2=0.4=\sigma_0^2, H_1:\sigma_1{}^2\neq 0.4$

拒绝域 $(0,\chi^2_{0.95}(8))\cup(\chi^2_{0.05}(8),+\infty)=(0,2.733)\cup(15.507,+\infty)$

计算得 $\chi^2=12.8$，接受 H_0， 认为这批产品的重量的波动较以往没有显著性变化.

(2) $H_0:\mu_2\geq 4=\mu_0, H_1:\mu_2<4$

拒绝域为 $(-\infty,-t_{0.1}(8))=(-\infty,-1.3968)$

计算得 $t=-2$， 拒绝 H_0， 不能认为这批产品的维生素 C 含量符合生产要求。

(3)置信区间为 $(\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))\approx(2.84,3.96)$

八. (1) $f(y)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}, & y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$

(2) 极大似然估计量为 $\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i^2}$.