北京科技大学 2009—2010 学年度第二学期

一．填空题（本题每小题 3 分，共 15 分）

1. 甲乙射击一个目标，甲命中的概率是 0.6，乙命中的概率是 0.7，两人同时各射击一次，目标被命中的概率是__________。

2. 若ξ服从$(0,5)$上的均匀分布，那么方程$4x^2+4\xi x+\xi+2=0$有实根的概率是__________。

3. 若二维随机变量(X,Y)在以原点为圆心的单位圆内的概率密度为$\frac{1}{\pi}$，其它区域都是 0，那么$P\left\{X<\frac{1}{2}\right\}=$__________。

4. 设η_n是n次独立试验中事件A出现的次数，p为A在每次试验中出现的概率，则对任意的$\varepsilon>0$，有$\lim\limits_{n\to+\infty}P\left\{\left|\frac{\eta_n}{n}-p\right|>\varepsilon\right\}=$__________。

5. 若$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$都是参数$\theta$的无偏估计量，且$D\left(\hat{\theta}_1\right)<D\left(\hat{\theta}_2\right)$，这时我们通常称统计量$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$__________。

二．选择题（本题每小题 3 分，共 15 分）

1. 设事件A,B，则$P(A-B)=$__________。

（A）$P(A)-P(B)$　　（B）$P(A)-P(AB)$

（C）$P(A)-P(B)+P(AB)$　　（D）$P(A)+P(B)-P(AB)$

2. 已知X,Y是相互独立的随机变量，同分布于标准正态分布。有人作出如下四个论断：

（1）$X+Y$服从正态分布，但是$X-Y$不服从正态分布；

（2）$X+Y$服从标准正态分布；

（3）$X+Y$与$X-Y$是不相关的；

（4）$X+Y$与$X-Y$是相互独立的。

在这四个断言中，正确断言的个数是__________。

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

3. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立，且同分布于标准正态分布，下列随机变量中服从χ^2-分布的是__________。

（A）$X_1+X_2+\cdots+X_n$　　（B）$(X_1+X_2+\cdots+X_n)^2$

（C）$\sqrt{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2}$　　（D）$X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2$

4. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自某总体的一个样本，下面统计量中可以作为总体均值μ的无偏估计量的是__________。

（A）$X_1+X_2+\cdots+X_n$　（B）$\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n}$　（C）$\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n-1}$　（D）$\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n}-\mu$

5. 设 X,Y 是相互独立的随机变量，它们的分布函数分别为 $F_X(x),F_Y(y)$，则 $Z=\max(X,Y)$ 的分布函数是________。

（A） $F_Z(z)=F_X(z)F_Y(z)$ （B） $F_Z(z)=\max(|F_X(z)|,|F_Y(z)|)$

（C） $F_Z(z)=\max(F_X(z),F_Y(z))$ （D） $F_Z(z)=1-\max(F_X(z),F_Y(z))$

三.（本题 14 分）设随机变量 X 服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布，记 $Z=-\ln X$ 。

求：（1）随机变量 Z 的分布函数以及分布密度；

（2）概率 $P\{Z>2|Z>1\}$；

（3）若 Y_1,Y_2 独立且与 X 同分布，求 $Y=Y_1+2Y_2$ 的分布密度。

四.（本题 18 分）独立抛掷骰子 420 次，以 X_k（$1\le k\le 420$）记第 k 次抛掷得到的点数，$X=\sum_{k=1}^{420}X_k$ 表示抛掷的总点数。

（1）请写出 X_k（$1\le k\le 420$）的分布律；

（2）计算 $X_1+X_2+X_3=6$ 的概率；

（3）计算 X_k（$1\le k\le 420$）的数学期望及方差；

（4）计算 X 的数学期望及方差；

（5）请你给出一个点数的范围，使得抛掷 420 次骰子的总点数落入该范围的概率不低于 0.95。

五.（本题 16 分）以函数 $f(x)=\frac{1}{2a}e^{-\frac{|x|}{a}}$，$a>0$，为其概率密度函数的分布称为拉普拉斯分布。

（1）求拉普拉斯分布的数学期望和方差；

（2）若有一总体服从拉普拉斯分布，其中 $a>0$ 是未知参数。现有来自该总体的容量为 n 的样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，试求参数 a 的矩估计量与极大似然估计量；

（3）若有一组样本观察值为 $5,-2,3,-3,2$，用上述两种方法给出参数 a 的估计值。

六.（本题 15 分）某批零件，其重量应服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 都是未知的。从中抽取容量为 9 的一个样本，样本值为（单位：公斤）

5.5　5.4　5.8　5.3　5.3　5.6　5.7　5.2　5.7。

（1）求零件重量 μ 的置信区间，置信度为 0.95；

（2）是否可以认为这批零件的重量 $\mu_0=5.1$？显著性水平 $\alpha=0.05$；

（3）是否可以认为这批零件的重量 $\mu\le 5.1$？显著性水平 $\alpha=0.05$。

已知数据： $z_{0.05}=1.65$； $t_{0.05}(8)=1.860$； $t_{0.05}(9)=1.833$； $t_{0.05}(10)=1.813$；

$z_{0.025}=1.96$； $t_{0.025}(8)=2.306$； $t_{0.025}(9)=2.262$； $t_{0.025}(10)=2.228$。

七.（本题 7 分）有甲乙两只口袋，甲袋中有两只白球，三只红球；乙袋中有两只白球，两只红球。从甲袋中随机抽取一只球放入乙袋，然后再从乙袋中随机抽取一只球放回甲袋。

（1）请你分析此时甲袋中最有可能的情况是什么？

（2）若此时甲袋中球的情况没有发生变化，请分析第一次的取球情况。