北京科技大学2015—2016学年第二学期

概率论与数理统计 试卷（B卷）

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

试卷卷面成绩										占课程考核成绩70%	平时成绩占30%	课程考核成绩
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	小计			
得分												
评阅												
审核												

注意事项：

（1）本试卷共八道大题，共八页，请认真核对。

（2）正确填写学院、班级、姓名、学号等个人信息，空填或错填的试卷为无效试卷。

（3）请使用钢笔、签字笔或者圆珠笔答卷，使用铅笔答卷无效。

得 分

一、填空题（本题共15分，每小题3分）

1. 从$1-9$这九个数字中任取三个，它们的乘积是偶数的概率是 __________。

2. 设事件A和事件B相互独立，发生的概率分别为0.4和0.7，那么A与B的和事件发生的概率为 __________。

3. 设随机变量X与Y相互独立，且都服从区间$[0,1]$上的均匀分布，那么$D(X+Y)=$ __________。

4. 设n_A是n次独立试验中事件A发生的次数，p是事件A在每次试验中发生的概率，则对于任意的$\varepsilon>0$，$\lim\limits_{n\to+\infty}P\left\{\left|\frac{n_A}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=$ __________。

5. 设总体X的一个样本$X_1,X_2,\cdots,X_n,n>1$，在三个统计量$X_1,\frac{X_1+2X_2+3X_3}{6},\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n}$中，可以作为总体期望$EX$的无偏估计量的统计量的个数是 __________.

得 分

二、选择题（本题共 15 分，每小题 3 分）

1. 假设事件 A 和 B 满足 $P\left(B|A\right)=1$，则 ________。

(A) 事件 A 是必然事件 (B) $P\left(\overline{B}|A\right)=0$

(C) $A\supset B$ (D) $A\subset B$

2. 设 X,Y 是两个相互独立的随机变量，且 $X\sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right),Y\sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$，则 $Z=X+2Y$ 服从的分布是 ________。

(A) $N\left(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+2\sigma_2^2\right)$ (B) $N\left(\mu_1+2\mu_2,\sigma_1^2+2\sigma_2^2\right)$

(C) $N\left(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+4\sigma_2^2\right)$ (D) $N\left(\mu_1+2\mu_2,\sigma_1^2+4\sigma_2^2\right)$

3. 设随机变量 X,Y 同分布，分布律为 $\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$，且满足 $P\{XY=0\}=1$，则 $P\{X=Y\}=$ ________。

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{4}$ (D) 1

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N\left(0,2^2\right)$ 的样本，$\overline{X},S$ 分别为样本均值与样本标准差，则 ________。

(A) $n\overline{X}\sim N(0,1)$ (B) $\overline{X}\sim N(0,1)$

(C) $\frac{\sqrt{n}\cdot\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$ (D) $\frac{nS^2}{4}\sim\chi^2(n-1)$

5. 在假设检验中，记 H_1 为备择假设，则称 ________ 为犯第一类错误。

(A) H_1 真时接受 H_1 (B) H_1 不真时接受 H_1

(C) H_1 真时拒绝 H_1 (D) H_1 不真时拒绝 H_1

得 分

三．（本题 12 分）在某次实验中需要测量某物体的长度。一组测量结果如下（单位：毫米）

286　285　289　284　284　287　288　283　288。

物体长度服从正态分布，其均值和方差分别记作 μ 和 σ^2。

问题：（1）求均值 μ 的置信区间，置信度为 0.95；（2）是否可以认为物体的长度是 **282** 毫米？显著性水平 $\alpha=0.05$；（3）是否可以认为物体的长度 $\mu\le 282$ 毫米？显著性水平 $\alpha=0.05$。

已知数据：$z_{0.05}=1.65$；$t_{0.05}(8)=1.860$；$t_{0.05}(9)=1.833$；$t_{0.05}(10)=1.813$；

$z_{0.025}=1.96$；$t_{0.025}(8)=2.306$；$t_{0.025}(9)=2.262$；$t_{0.025}(10)=2.228$；$\sqrt{4.5}=2.12$。

得 分

四.（本题 **10** 分）罐子中有 $m(m>1)$ 只白球，1只黑球。从中随机摸出一只，观察颜色后放回罐中，并同时再放入一只同一颜色的球。问：

（1）第二次摸出白球的概率是多少？

（2）连续摸出三个白球的概率是多少？

（3）随机摸球两次，若第二次摸出白球，判断第一次更有可能摸出哪种颜色的球？

得 分

五．（本题 16 分）设随机向量(X,Y)分布在三角形$D=\{(x,y)|x,y\ge 0,x+y\le 1\}$上，其联合概率密度函数为$f(x,y)=Ax^2y$。

（1）求A的值；

（2）求X,Y的边缘分布密度函数。X与Y是否独立？为什么？

（3）求条件密度函数$f_{Y|X}(y|x)$；

（4）求条件概率$P\left\{Y<\frac{1}{3}\middle|X=\frac{1}{3}\right\}$。

（5）求$E(X+Y)$。

得 分

六. (本题 12 分) 设总体 X 分布在区间 $(0,1)$ 上，其概率密度为 $f(x)=(\theta+1)x^{\theta},0<x<1$，其中 θ 是未知参数，$\theta>-1$。求：θ 的矩估计量和最大似然估计量。

得 分

七.（本题 14 分）设随机变量 X 服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布，记 $Z=-\ln X$ 。求：

（1）随机变量 Z 的分布函数以及概率密度；

（2）概率 $P\{Z>2|Z>1\}$；

（3）若 Y_1,Y_2 独立且与 X 同分布，求 $Y=Y_1+2Y_2$ 的概率密度。

得 分

八.（本题 6 分）设随机变量 X 的分布函数为单调增加的连续函数 $F(x)$，证明：随机变量 $Y=F(X)$ 在区间 $[0,1]$ 上服从均匀分布。