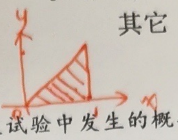
一、填空题

1．设事件A,B相互独立，且$P(A\overline{B})=P(\overline{A}B)=\frac{1}{4}$，则$P(A)=$ ½ 。

2．设z_α为标准正态分布的上α分位数，如果$z_\alpha=0.95$，那么$z_{1-\alpha}=$ −0.95 。

3．10个人随机地围绕圆桌而坐，其中甲和乙两个人坐在一起的概率是 2/9 。

4．设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度是$f(x,y)=\begin{cases}3x & 0<x<1,0<y<x\\ 0 & 其它\end{cases}$，那么$X$的边缘密度



是 $f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$ 。

5．设n_A是n次试验中事件A发生的次数，$p=0.7$是事件A在每次试验中发生的概率，则对于任意的$\varepsilon>0$，

$\lim\limits_{n\to+\infty}P\left\{\left|\frac{n_A}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=$ 1 。

二、选择题

1．若$P(AB)=0$，则 A 。

(A) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$；　(B) $P(A)=0$或者$P(B)=0$；

(C) A,B是互不相容的事件；　(D) A,B是对立的事件。

2．设样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$来自总体X，且$EX=\mu,DX=\sigma^2$，其中μ与σ^2均未知，则下列结论正确的是 C 。

(A) $\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$是$\sigma^2$的无偏估计；　(B) $\frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$是$\mu$的无偏估计；

(C) $\frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$是$\sigma^2$的无偏估计；　(D) $\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)$是$\mu$的无偏估计。

3．将一枚骰子投掷n次，X表示出现三点或四点的次数的总和，Y表示出现一、二、五、六点的次数的总和，那么X和Y的相关系数是 A 。

(A) −1　(B) 0　(C) 0.5　(D) 1

4．设随机变量ξ,η相互独立，又$X=2\xi+5,Y=3\eta-8$，则下列**结论错误**的是 B 。

(A) $D(X+Y)=4D(\xi)+9D(\eta)$；　(B) $D(X-Y)=4D(\xi)+9D(\eta)$；

(C) $r_{XY}=0$；　(D) $E(XY)=E(X)E(Y)$。

5．检验正态总体均值μ时，在$H_0:\mu=\mu_0,H_1:\mu>\mu_0$，下列结论中 D. 是正确的（$\sigma^2$已知，显著性水平$\alpha$，其中$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$）。

(A) 拒绝域$\{Z<-z_\alpha\}$　(B) 拒绝域$\{Z>z_{\alpha/2}\}$

(C) 拒绝域$\{Z<-z_{\alpha/2}\}$　(D) 拒绝域$\{Z>z_\alpha\}$

三、有两个罐子，第一个罐子（B_1）中放有 2 个白球及 5 个黑球，第二个罐子（B_2）中放有 3 个白球及 4 个黑球。任取一个罐子，再从中任取一个球，问：

（1）取出的这个球是白球（A）的概率是多少？ $P(A)=\frac{5}{14}$

（2）如果取出的是白球，问它来自哪只罐子？ $P(B_1|A)=\frac{2}{5}$，$P(B_2|A)=\frac{3}{5}$ ∴来自第二个概率更大

四、设连续型随机变量 X 的分布函数是 $F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ A+Bx & 0\le x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$，问：

$A=0,\ B=\frac{1}{2}$　　$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & 0<x<2\\ 0, & 其他\end{cases}$　　$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}, & -1<y<1\\ 0 & 其他\end{cases}$

（1）A,B 各是多少？（2）X 的分布密度是什么？（3）求出随机变量 $Y=\sin\frac{\pi}{2}(X-1)$ 的分布密度函数。

五、将两枚骰子抛掷 n 次，令 X 表示点对（1,1）、（2,2）、（3,3）、（4,4）、（5,5）、（6,6）出现的总次数。求：

$X\sim B(n,p)$ $p=\frac{1}{6}$　　$E(X^2)=DX+(EX)^2=\frac{n(n+5)}{36}$

（1）X 的分布律；（2）$E(X^2)$；（3）点对（1,1）、（2,2）、（3,3）、（4,4）、（5,5）、（6,6）至少出现一次的概率。

$P(X=k)=C_n^k\left(\frac{1}{6}\right)^k\left(\frac{5}{6}\right)^{n-k}$，$k=0,1,\cdots,n$.　　$P(X\ge 1)=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

六、设随机变量 X_1 和 X_2 都服从标准正态分布，X_3 和 X_4 服从同一个指数分布，其概率密度函数为 $f_3(x)=e^{-x},x>0$。

如果 X_1,X_2,X_3,X_4 是相互独立的，且记随机变量 $Y_1=3X_1-4X_2$，$Y_2=4X_1+3X_2$。问：

$Y_1\sim N(0,25)$　　$f_{Y_1}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot 5}e^{-\frac{x^2}{50}}$　$x\in R$.

（1）随机变量 Y_1 服从什么分布？其概率密度函数是什么？数学期望和方差各是多少？ $EY_1=0$，$DY_1=25$.

（2）随机变量 Y_1 和 Y_2 的协方差是多少？Y_1 和 Y_2 是否相互独立？ (Y_1,Y_2) 二维正态分布.

$Cov(Y_1,Y_2)=0$.　　独立.

（3）随机变量 X_1+X_3 的数学期望与方差分别是多少？

$E(X_1+X_3)=1$.　　$D(X_1+X_3)=2$

（4）X_3+X_4 的概率密度函数是什么？

令 $Y=X_3+X_4$.　　$f_Y(y)=\begin{cases}y\cdot e^{-y}, & y>0.\\ 0 & 其他.\end{cases}$

七、设总体 X 分布在区间 $(0,1)$ 上，其概率密度为 $f(x)=(\theta+1)x^{\theta},0<x<1$，其中 θ 是未知参数，$\theta>-1$。求：θ 的矩估计量和极大似然估计量。 矩估计量：$\hat{\theta}=\frac{2\bar{X}-1}{1-\bar{X}}$　　极大似然估计量：$\hat{\theta}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}-1$

八、某种零件的重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 都是未知的，从中抽取容量为 9 的一个样本，求零件重量的置信度为 95% 的置信区间。样本值为（单位：公斤）

5.0　4.9　5.3　4.8　4.8　5.1　5.2　4.7　5.2

已知数据：

$\left(\bar{X}\pm\frac{S}{3}t_{0.025}(8)\right)=(4.837,\ 5.163)$

$z_{0.05}=1.65$；$t_{0.05}(8)=1.860$；$t_{0.05}(9)=1.833$；$t_{0.05}(10)=1.813$；

$z_{0.025}=1.96$；$t_{0.025}(8)=2.306$；$t_{0.025}(9)=2.262$；$t_{0.025}(10)=2.228$。

九、设随机变量 X 的分布函数为单调增加的连续函数 $F(x)$，证明：随机变量 $Y=F(X)$ 在区间 $[0,1]$ … 布。 课上讲过.