

Pré-roteiro de Características Estáticas Motores CC de Imã Permanente

Bibliografia

T. Kenjo and S. Nagamori, **Permanent-Magnet and Brushless DC Motors**, Oxford University Press, New York, USA, 1985.

Introdução

Os motores CC de imã permanente são largamente utilizados em automação e controle por causa de duas características únicas: são simples, e o torque e a velocidade variam linearmente com a corrente de controle, característica ausente nos demais tipos de motores elétricos. Isto significa que, para uma certa carga, a velocidade em regime é função direta da tensão de controle.

As potências típicas variam desde fração de watt até 2 kW.

O símbolo elétrico de motor CC de imã permanente é mostrado abaixo:

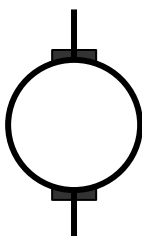


Figura 1: Símbolo do motor elétrico de imã permanente.

Pode-se controlar o motor pela corrente ou pela tensão elétrica nos terminais, isto é, alimentando-o com uma fonte de corrente ou uma fonte de tensão. Normalmente são usados servo-amplificadores como fontes controladas de tensão ou corrente. Os casos elementares são mostrados na Figura 01.

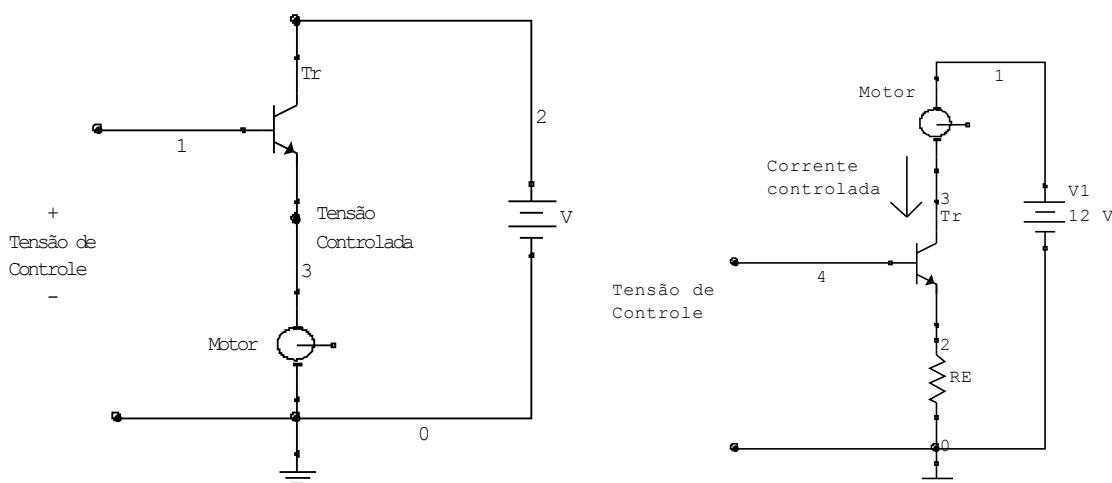


Figura 2: (esquerda) Amplificador de tensão. Funciona como uma fonte de tensão controlada por tensão. (direita) Amplificador de corrente. Funciona como uma fonte de corrente controlada por tensão.

Em ambos os casos tem-se amplificação do sinal de controle, que então atua no motor. A resposta do conjunto motor-amplificador depende das características tanto do motor quanto do amplificador.

Estudaremos o modelo das características estáticas (em regime-permanente) dos motores CC de ímã permanente. Serão apresentados os circuitos elétricos equivalentes ao motor tais que, quando incluídos como carga do amplificador, tem-se a representação do comportamento do sistema completo: motor+amplificador.

NOTA: o amplificador que aciona o motor é chamado, na literatura inglesa, de “drive”.

O modelo estático indica os valores de torque, corrente, potência de entrada e de saída, eficiência, etc., no estado estacionário.

Modelo Estático de Motores CC de Ímã Permanente

A representação eletromecânica do motor é mostrada na figura abaixo, onde V é a fonte de tensão do motor, R_a é a resistência de armadura, I_a é a corrente de armadura, e E é a força contraeletromotriz, isto é, a tensão gerada pela movimentação da armadura no campo magnético, que é proporcional à velocidade angular Ω do motor, e K é a constante de máquina.

IMPORTANTE

Há duas constantes de máquina: 1) Constante mecânica K_M , cujas unidades são $[Nm / A]$, relativa à transformação de energia elétrica em mecânica; e 2) Constante elétrica K_E , cujas unidades são $[V / (rad/seg)]$ relativa à transformação de energia mecânica em elétrica. Quando expressas em unidades do sistemas SI essas constantes são numericamente iguais, embora dimensionalmente diferentes.

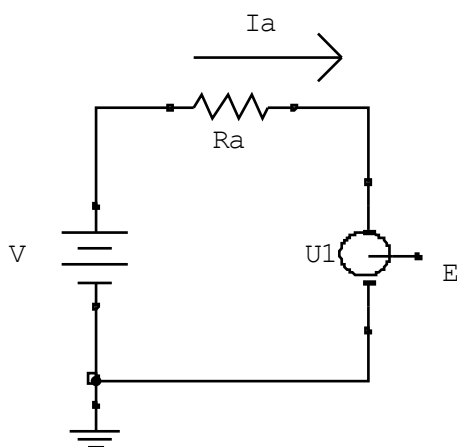


Figura 3: Representação eletromecânica do motor CC de ímã permanente. Não há representação do estator porque ele não demanda corrente elétrica da fonte. A tensão E é a força contraeletromotriz, que é igual à constante de máquina K_E vezes a velocidade angular Ω (em rad/seg).

O circuito elétrico que representa as características estáticas contém apenas os elementos dissipadores de energia, que determinam o comportamento em regime estacionário. A energia fornecida pela fonte é dissipada pelas perdas internas do motor e da carga.

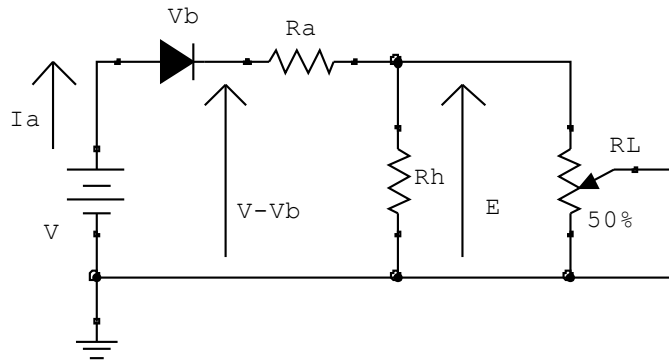


Figura 4: As resistências R_h e R_L representam as perdas de energia do motor e da carga. O diodo representa a queda de tensão V_B nas escovas, que fazem o contato entre o estator e o rotor. A tensão que chega efetivamente à armadura é igual a $V - V_B$. A resistência R_h representa as perdas devidas a: 1) atrito do rotor com o ar, 2) atrito das escovas e dos mancais, 3) correntes parasitas e histerese do núcleo de ferro do rotor. A tensão E é a força contraeletromotriz, proporcional à velocidade do rotor.

Uma vez medidos os seguintes parâmetros:

- 1) Tensão aplicada ao motor (V_0).
- 2) Corrente de armadura com o motor sem carga (I_0).
- 3) Velocidade angular do motor sem carga (Ω_0).
- 4) Resistência de armadura (R_a).
- 5) Queda de tensão nas escovas (V_B).

Pode-se determinar as curvas características estáticas do motor em função da velocidade do rotor ou em função do torque fornecido à carga.

IMPORTANTE: as equações dadas só valem com parâmetros no Sistema Internacional de Unidades (SI). Não servem velocidades em r.p.m., tensões em mV e correntes em mA, dentre outras. Converta todos os parâmetros dos motores para o SI antes de utilizá-los.

Curvas Características em Função da Velocidade

Traça-se as curvas com o seguinte algoritmo:

1. Dados os valores de V_0 , V_B , R_a , I_0 e Ω_0 .

Calcular:

2.
$$R_h = \frac{V_0 - V_B}{I_0} - R_a$$

3.
$$K_E = \frac{R_h I_0}{\Omega_0}$$

IMPORTANTE: $|K_E| = |K_M|$, embora dimensionalmente diferentes.

4. $\Omega = 0$
5. $E = K_E \Omega$
6. $I_a = \frac{V_0 - V_B - E}{R_a}$
7. $P_{out} = E I_a - \frac{E^2}{R_h}$
8. $P_{in} = V_0 I_a$
9. $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$
10. $T = \left(I_a - \frac{E}{R_h} \right) K_M$
11. $\Omega = \Omega + \Delta \Omega$
12. Se $\Omega < \Omega_0$ então volta ao passo 5, senão termina.

Curvas Características em Função do Torque

Traça-se as curvas com o seguinte algoritmo:

1. Dados os valores de V_0 , V_B , R_a , I_0 e Ω_0 .

Calcular:

2. $R_h = \frac{V_0 - V_B}{I_0} - R_a$

3. $K_E = \frac{R_h I_0}{\Omega_0}$

IMPORTANTE: $|K_E| = |K_M|$, embora dimensionalmente diferentes.

4. $T_{max} = K_M \frac{V_0 - V_B}{R_a}$

5. $T = 0$

6. $\Omega = \frac{\left((V_0 - V_B) R_h - \frac{R_a R_h T}{K_M} \right)}{K_E (R_a + R_h)}$

$$7. \quad E = K_E \Omega$$

$$8. \quad I_a = \frac{V_0 - V_B - E}{R_a}$$

$$9. \quad P_{out} = T \Omega$$

$$10. \quad P_{in} = V_0 I_a$$

$$11. \quad \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

$$12. \quad T = T + \Delta T$$

13. Se $T < T_{max}$ então volta ao passo 6, senão termina.

Onde:

V_0 = Tensão da fonte do motor [volts]

V_B = Queda de tensão nas escovas [volts]

R_a = Resistência da armadura [ohms]

I_0 = Corrente do motor sem carga [amperes]

Ω_0 = Velocidade do motor sem carga [rad/seg]

$\Delta\Omega$ = Incremento de velocidade [rad/seg]

R_h = Resistência que representa as perdas no cobre e outras perdas [ohms]

K_M = Constante de torque do motor [newton.metro/ampere]

K_E = Constante de força contraeletromotriz do motor [volts.seg/rad]

Ω = Velocidade angular [rad/seg]

E = Força contraeletromotriz [volts]

I_a = Corrente de armadura [amperes]

P_{out} = Potência de saída do motor [watts]

P_{in} = Potência de entrada do motor [watts]

η = Eficiência do motor [%]

T = Torque do motor [newton.metro]

Ponto de Máxima Eficiência

O ponto de máxima eficiência do motor é particularmente importante. Por isso calcula-se esse ponto e diversos parâmetros associados a ele. O primeiro parâmetro é a constante M , definida abaixo:

$$M = \sqrt{\frac{R_a + R_h}{R_a}}$$

Há um método simples para a obtenção experimental de M : mede-se a velocidade Ω_0 e a corrente I_0 do motor sem carga, aplica-se uma ligeira carga ao motor, e mede-se as variações de velocidade $\Delta\Omega$ e corrente ΔI . Então aplica-se a equação abaixo para calcular-se M :

$$M = \sqrt{\frac{\Omega_0}{I_0} \frac{\Delta I}{\Delta \Omega}} + 1$$

Uma vez obtido o valor de M , pode-se calcular a eficiência máxima:

$$\eta_{max} = \frac{M-1}{M+1}$$

A partir do que definem-se os seguintes valores à eficiência máxima:

Corrente de armadura: $I^* = M I_0$

Velocidade angular: $\Omega^* = \frac{M}{M+1} \Omega_0$

Potência de entrada: $P_{in}^* = M V_0 I_0$

Potência de saída: $P_{out}^* = \frac{M(M-1)}{(M+1)} V_0 I_0$

Torque: $T^* = \frac{(M-1) V_0 I_0}{\Omega_0}$

IMPORTANTE: Ω_0 TEM QUE SER em [rad/seg].

Exemplo: Dados os parâmetros do motor marca *Minimotor* modelo *0816* com *escovas de grafite*:

V [volts]	R _a [Ω]	Ω ₀ [rpm]	I ₀ [A]	K _M [mNM/A]	K _E [mV/rpm]	L _a [μH]	τ _m [ms]	J [g.cm ²]	R _{th} [K/W]	τ _θ [s]
3	11,5	15.700	0,02	1,7	0,178	47	12	0,03	30	2,9

Supondo-se que $V_B = 0$, tem-se que suas curvas características estáticas em função da velocidade são as mostradas na figura abaixo:

Curvas Estáticas Minimotor 0816

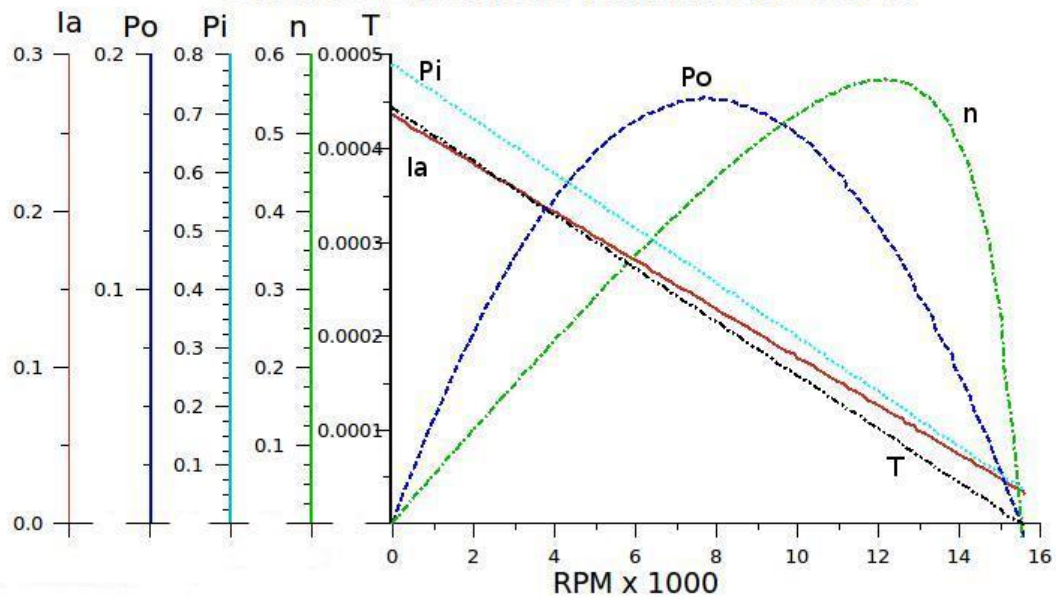


Figura 5: Curvas estáticas da corrente de armadura I_a [A], potência de entrada P_i [W], potência de saída P_o , [W] eficiência η e Torque T [Nm] de um motor CC de imã permanente em função da velocidade [rpm].

E suas curvas características estáticas em função do torque podem ser plotadas de forma semelhante, seguindo-se o algoritmo apresentado.

Exercícios

- 1) Plote as curvas características estáticas em função do torque do motor Minimotor 0816.
- 2) Desenhe o circuito do modelo estático dos motores CC de imã permanente.
- 3) O que representa, na realidade física, a resistência R_h do modelo estático?
- 4) O que são Ω_0 , I_0 , $\Delta\Omega$, ΔI , η , η_{\max} , I^* , Ω^* , e M ?
- 5) O que são P_{in}^* , P_{at}^* , T^* ? Como são calculados?
- 6) Um motor sem carga é alimentado com 24 V, e gira a 5000rpm com uma corrente de 50mA. Quando uma pequena carga é aplicada sua velocidade cai para 4750rpm e a corrente sobe para 150mA. Qual é a eficiência máxima desse motor? Calcule sua corrente de entrada I^* , velocidade angular Ω^* , potência de entrada P_{in}^* , potência de saída P_{out}^* e torque T^* nesse ponto de operação.
- 7) Dada a tabela abaixo, e sabendo-se que para $V_0=12V$ tem-se que $I_0=33mA$ e $\Omega_0= 2000rpm$, calcule R_a , R_h e V_b .

V_0	$I_a(mA)$
4	271
5	433
6	509
7	600
8	681

- 8) Calcule e trace as curvas características estáticas desse motor em função de Ω .
- 9) Escolha motores para as seguintes cargas:

- Carga com coeficiente de atrito $D_L=10^{-3}$ Nm/rad/s à velocidade de 600rpm e momento de inércia $J_M=15 \times 10^{-4}$ kg.m².
- Carga com coeficiente de atrito $D_L=5 \times 10^{-5}$ Nm/rad/s à velocidade de 5000rpm e momento de inércia $J_M=1 \times 10^{-4}$ kg.m².
- Para cada item, selecione um motor ranhurado (Tabela M1), um sem ranhuras (Tabela M2), e um sem núcleo (Tabela M3).
- Calcule a caixa de redução ótima para cada caso.
- Calcule a função de transferência dos motores, dos motores mais as cargas, e dos motores mais as caixas de redução e as cargas.
- Calcule a resposta ao degrau para o motor sem carga, com a carga acoplada diretamente, e com a carga acoplada através da caixa de redução.
- Calcule a curva de aquecimento de cada motor, supondo que a temperatura ambiente é de 32°C, e calcule a temperatura final para velocidade constante para as condições descritas nos itens a e b.

TABELA M1 – Motores CC ranhurados

Table 2.1. Catalogue data for slotted motors

Item	Manufacturers	Yasukawa Electric Mfg. Co., Ltd.						Tamagawa Seiki Co., Ltd.					
		UGJMED -10M	UGJMED -40M	UGJMED -40L	UGTMEM -01SB4	UGTMEM -03MB2	UGTMEM -06SB2	TS908N7 -E4	TS908N8 -E3	TS688N6 -E3	TS902N2 -E6	TS668N4 -E6	TS906N2 -E13
Inertia J	10^{-6} kg m ²	600	1600	2000	1.57	23.5	95	0.918	1.57	2.50	28.4	39.2	234
Electrical time constant τ_E	ms	6	12.2	10.1	0.3	0.8	1.9	0.45	0.3	0.8	1.6	1.3	1.4
Mechanical time constant τ_M	ms	13.7	24.8	28.5	4.1	6.5	11.7	9	7	8	12	12	18
Torque constant K_T	10^{-2} N m A ⁻¹	47	37	50.6	3.4	7.5	9.3	3.82	3.92	3.72	6.43	6.47	12.5
Back-e.m.f. constant K_E	10^{-2} V s rad ⁻¹	47	37	50.6	3.4	7.5	9.3	3.82	3.92	3.72	6.43	6.47	12.5
Armature resistance R_a	Ω	5.0	1.05	1.3	3.2	1.59	1.02	14.3	6.9	4	1.7	1.3	1.05
Power rate	kW s ⁻¹	1.5	1.5	2.9	1.5	2.4	1.6	0.20	0.71	0.35	0.87	1.92	1.73
Rated continuous torque T	10^{-1} N m	0.95	1.53	2.40	0.05	0.24	0.39	0.137	0.333	0.294	1.57	1.96	6.38
Rated rotational speed Ω	r.p.m.	1000	1000	1000	3000	2000	1300	3750	3000	3300	4000	4000	3000
Rated output P_0	W	100	160	250	15	50	53	5	10	10	60	80	200
Rated voltage	V	64	44	60	20.3	24.4	19.8	21	21	18.3	30.8	31.3	43
Weight	kg	6	10.5	12	0.22	1.1	1.6	0.09	0.15	0.4	1.3	1.5	3.0

This table is re-edited from manufacturers' catalogues

TABELA M2 – Motores CC sem ranhuras

Table 2.2. Catalogue data for slotless motors

Item	Manufacturers	Yasukawa Electric Mfg. Co., Ltd.			Olympus Opto Electronics Co., Ltd.			
		UGMMEM -06AA1	UGMMEM -13AA-	UGMMEM -25AA1	OMS-312	OMS-512	OMS-1024	OMS-2024
Inertia J	10^{-6} kg m ²	56.7	141	283	0.13	0.22	0.58	1.73
Electrical time constant τ_E	ms	1.1	1.5	1.3	0.09	0.11	0.2	0.28
Mechanical time constant τ_M	ms	4.7	4.6	3.6	10	10	9.5	9.5
Torque constant K_T	10^{-2} N m A ⁻¹	10	17.8	19.3	0.85	0.89	2.3	2.1
Back-e.m.f. constant K_E	10^{-2} V s rad ⁻¹	10	17.8	19.3	0.85	0.89	2.3	2.3
Armature resistance R_a	Ω	0.84	1.03	0.47	5.3	3.6	6.3	2.6
Power rate	kW s ⁻¹	6.1	11.5	21.5	0.069	0.11	0.29	0.36
Rated continuous torque T	10^{-1} N m	5.9	13	25	0.03	0.05	0.13	0.25
Rated rotational speed Ω	r.p.m.	3000	3000	3000	10500	10500	9200	9200
Rated output P_0	W	185	401	771	3	5	10	20
Rated voltage	V	40.5	68.5	70.9	12	12	24	24

Notes. Original data is converted to SI units.

Rotor. The coil is evenly fixed using epoxy resin and glass tape (see Fig. 2.14). Alnico magnets are used for field system.

$$\text{Power rate} = \frac{\text{Rated torque}}{J^2}$$

See Section 7.6.1 for power rate.

TABELA M3 – Motores CC sem núcleo

Table 3.3. Catalogue data for moving-coil motors

Items	Manufacturers	Sanyo Denki Co., Ltd.			Yasukawa Electric Mfg. Co., Ltd.			
		H1008 -10 ¹	H1009 -101	H1420 -102	UGSMEM -02A	UGSMEM -02B	UGSMEM -03A	UGSMEM -12B
Inertia J	10^{-6} kg m^2	4.9	3.5	76.5	4	4	3.3	4.65
Electrical time constant τ_E	ms	0.17	0.14	0.3	0.16	0.14	0.15	0.16
Mechanical time constant τ_M	ms	2.3	1.5	2.5	2.0	2.0	1.1	0.75
Torque constant K_T	$10^{-2} \text{ N m A}^{-1}$	4.11	4.50	13.3	4.10	8.19	4.49	6.39
Back-e.m.f. constant K_E	$10^{-2} \text{ V s rad}^{-1}$	4.11	4.50	13.3	4.10	8.19	4.49	6.39
Armature resistance R_a	Ω	0.7	0.55	0.7	0.80	3.40	0.68	0.67
Power rate	kW s^{-1}	6.5	20	22	11.1	11.1	34.5	28.8
Rated continuous torque T	N m	0.177	0.265	1.32	0.211	0.211	0.28	0.36
Rated speed Ω	r.p.m.	4500	3200	1120	3000	3000	4000	3000
Rated output power P_o	W	85	90	150	43	44	120	114