Inteligência Artificial para Robótica Móvel

Aprendizado de Máquina

Professor: Marcos Maximo

Roteiro

- Motivação;
- Neurônio Artificial;
- Redes Neurais;
- Dicas para Redes Neurais.

Motivação

Motivação

- Inglês: *Machine Learning* (ML).
- Área de IA mais ativa atualmente.
- Aprendizado Supervisionado: mostrando exemplos (professor).
- Aprendizado Não-supervisionado: encontrar padrões em dados.
- Aprendizado por Reforço: através de experiências (recompensas).
- Desempenho super-humano em tarefas complexas:
 - Visão (em dados de competições específicas).
 - Jogos de Atari.
 - Dota.
 - Starcraft.

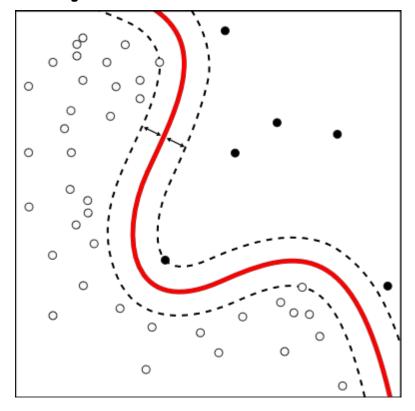
Cats Dogs

Sample of cats & dogs images from Kaggle Dataset

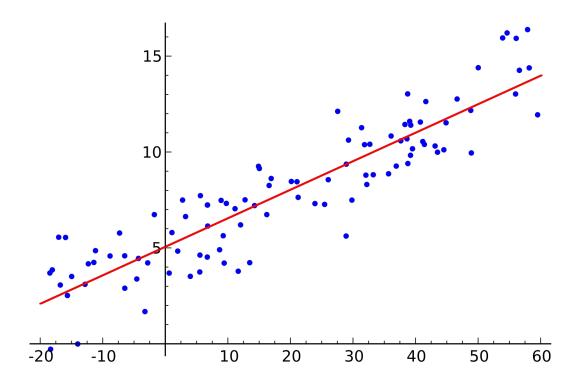
Fonte: http://adilmoujahid.com/posts/2016/06/introduction-deep-learning-python-caffe/

- Ideia matemática: aproximar uma função.
- Função é descrita pelos exemplos de treinamento.
- Algoritmos são estruturas com parâmetros a serem ajustados.
- Usa-se otimização para ajustar os parâmetros (treinamento).
- Espécie de "ajuste de curvas" avançada.
- Funciona muito bem para problemas difíceis de serem descritos formalmente.
- "Algoritmo descrito com dados".

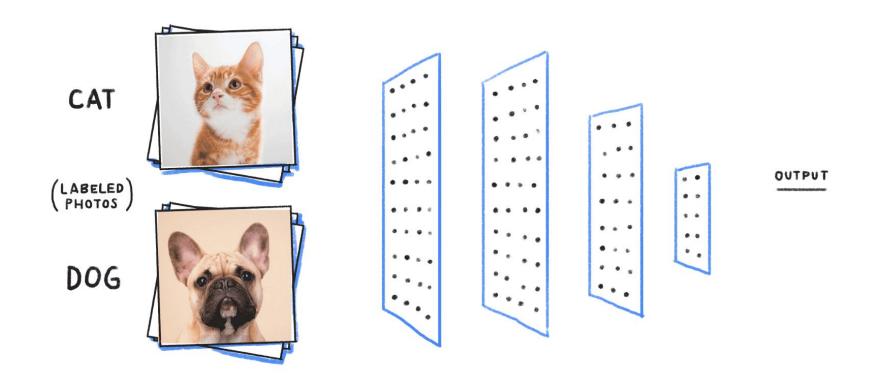
Classificação



Predição



- Há um grande conjunto de técnicas de Aprendizado Supervisionado.
 - Support Vector Machines (SVM).
 - Árvores de decisão.
 - Random Florest.
 - Redes neurais.
- Focaremos em redes neurais.
- Motivo: redes neurais são responsáveis pela revolução de Deep Learning.

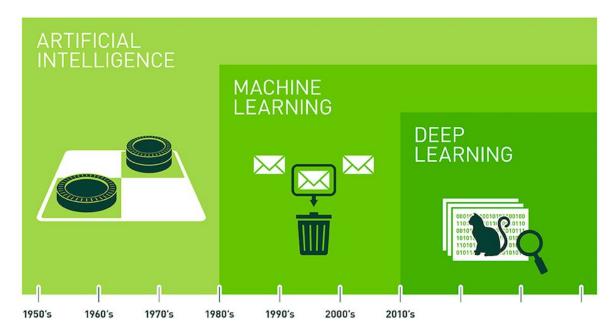


Fonte:

https://becominghuman.ai/building-an-image-classifier-using-deep-learning-in-python-totally-from-a-beginners-perspective-be8dbaf22dd8

Deep Learning

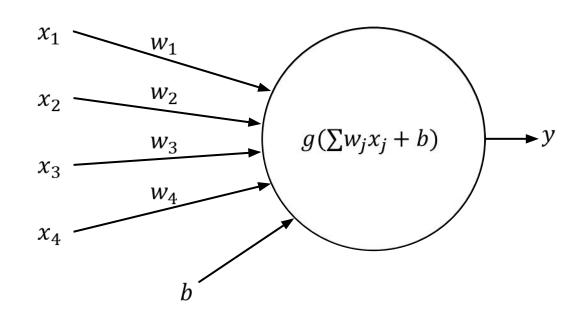
- Conjunto de técnicas que permitiram treinar redes neurais profundas.
- Virou buzzword.



Fonte: https://medium.com/data-science-brigade/a-diferen%C3%A7a-entre-intelig%C3%AAncia-artificial-machine-learning-e-deep-learning-930b5cc2aa42

Neurônio Artificial

Neurônio Artificial



Conta realizada pelo neurônio:

$$y = g(\sum w_j x_j + b)$$

= $g(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b) = g(z)$

w: pesos.

b: bias.

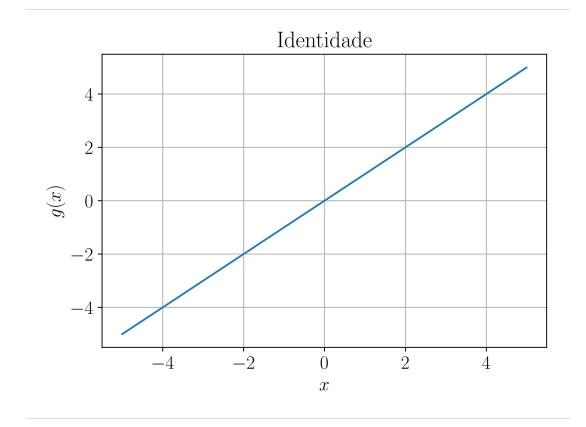
x: entradas (features).

g: função de ativação.

• Objetivo do treinamento é ajustar \mathbf{w} e b para aproximar alguma função $\hat{y}(\mathbf{x})$.

■ Identidade:

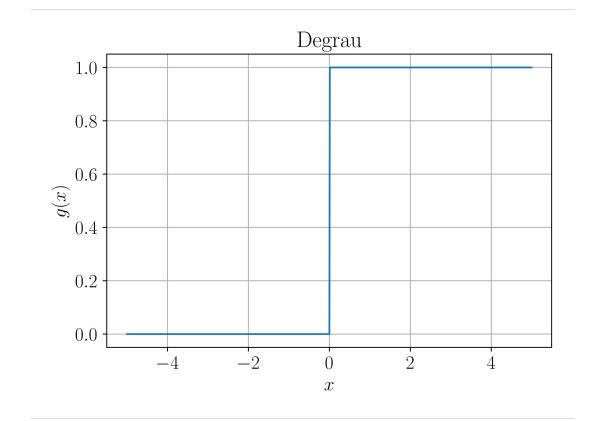
$$g(x) = x$$
 (pré-Deep Learning)



■ Degrau:

$$g(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1, x \ge 0 \end{cases}$$

(pré-Deep Learning)

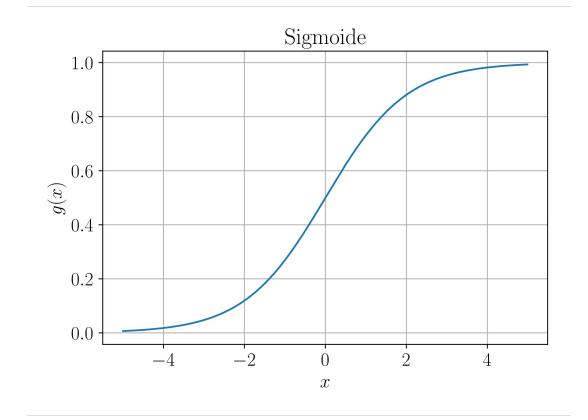


Sigmóide:

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x + 1}$$
(pré-Deep Learning)

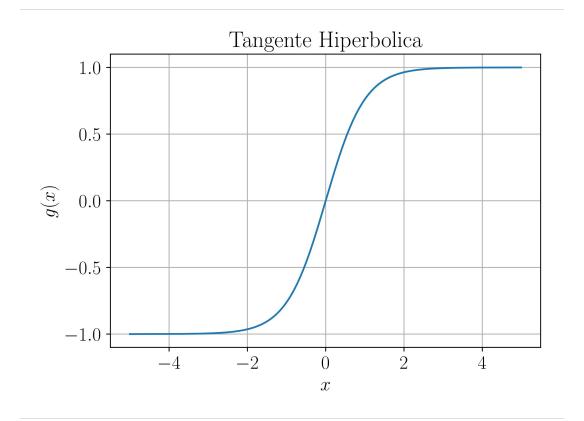
• Derivada da sigmóide:

$$\sigma'(x) = \sigma(x) (1 - \sigma(x))$$



Tangente Hiperbólica:

$$g(x) = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$
(pré-Deep Learning)

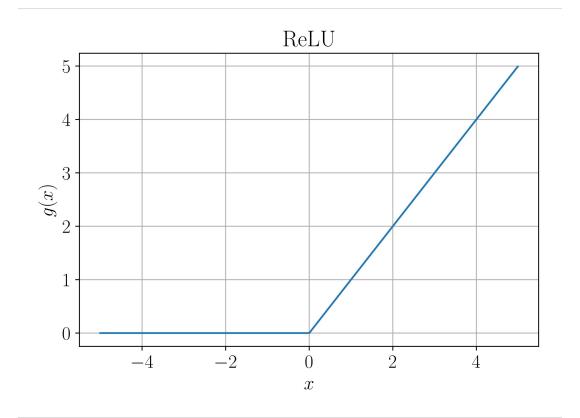


• Rectified Linear Unit (ReLU):

$$g(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ x, x \ge 0 \end{cases}$$

(Deep Learning)

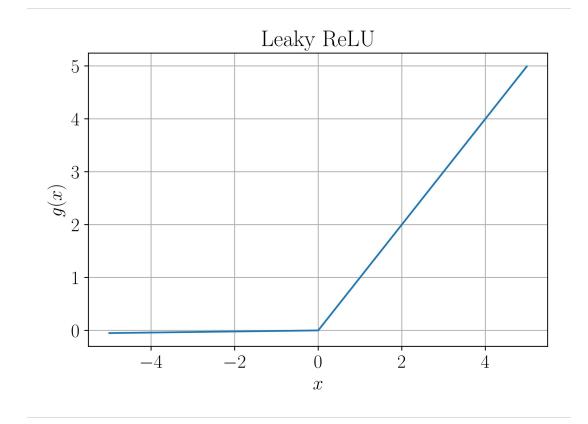
• Funciona muito bem na prática.



► Leaky ReLU:

$$g(x) = \begin{cases} 0,01x; & x < 0 \\ x; & x \ge 0 \end{cases}$$

(Deep Learning)



Regressão Linear

• Se usarmos g(x) = x, a conta que o neurônio faz é:

$$y = \sum_{j} w_{j} x_{j} + b$$

• Isso é exatamente a expressão da regressão linear múltipla!

Como Treinar o Neurônio?

- Para "ajustar" curvas anteriormente, usamos otimização...
- Otimização é a abordagem mais bem-sucedida de treinamento.
- Vimos antes que Descida de Gradiente é bizu quando conseguimos calcular gradientes.
- Conta do neurônio é combinação linear de pesos e entradas, logo é fácil de derivar.
- O truque então é escolher g(x) fácil de derivar.

Descida de Gradiente para Neurônio

 Ideia do algoritmo: seguir na direção contrária à do gradiente (máximo decrescimento).

$$\mathbf{\theta}_{n+1} = \mathbf{\theta}_n - \alpha \frac{\partial J(\mathbf{\theta}_n)}{\partial \mathbf{\theta}}$$

- α : taxa de aprendizagem (hiperparâmetro).
- $\mathbf{\theta} = [\mathbf{w} \ b]^T$ no caso do neurônio são os pesos da rede (incluindo o bias).

Função de Custo para Regressão

Para regressão, usa-se a conhecida função de custo quadrática:

$$J(\mathbf{\theta}) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2$$

- Na comunidade de ML, é comum usar o termo loss function para o custo.
- Pode-se definir também o *loss* de cada exemplo de treinamento:

$$\mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = \frac{1}{2} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2$$

• Com isso, a função de custo (loss) figa:

$$J(\mathbf{\theta}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)})$$

Gradiente da Regressão Linear

Com isso, o cálculo do gradiente é parecido com o que fizemos antes:

$$J(\mathbf{\theta}) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2 = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{m} w_j x_j^{(i)} + b - y^{(i)} \right)^2$$
$$\frac{\partial J}{\partial w_k} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{m} w_j x_j^{(i)} + b - y^{(i)} \right) x_k^{(i)}$$
$$\frac{\partial J}{\partial b} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{m} w_j x_j^{(i)} + b - y^{(i)} \right)$$

Gradiente da Regressão

Se tivermos uma função de ativação não-linear, precisamos usar a regra da cadeia:

$$J(\mathbf{\theta}) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(g\left(\sum_{j} w_{j} x_{j}^{(i)} + b\right) - y^{(i)} \right)^{2}$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_{k}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(g\left(\sum_{j} w_{j} x_{j}^{(i)} + b\right) - y^{(i)} \right) g'(z^{(i)}) x_{k}^{(i)}$$

$$\frac{\partial J}{\partial b} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(g\left(\sum_{j} w_{j} x_{j}^{(i)} + b\right) - y^{(i)} \right) g'(z^{(i)})$$

Regressão Logística

- Costuma-se chamar o problema de classificação binária (0 ou 1) usando um neurônio como modelo de regressão logística.
- Nesse caso, é comum o uso de função de ativação sigmoide ou tangente hiperbólica.
- Como a saída é uma sigmoide, usa-se um threshold t para determinar se a resposta da rede é 0 ou 1: se saída > t, então é 1, caso contrário, é 0.

Regressão Logística

- Possíveis resultados da classificação: verdadeiro positivo (TP), falso positivo (FP), falso negativo (FN) e verdadeiro negativo (TN).
- Precisão (precision):

$$Precision = \frac{TP}{TP + FP}$$

• Sensibilidade (recall):

$$Recall = \frac{TP}{TP + FN}$$

• F1 Score:

$$F1 = \left(\frac{Precision^{-1} + Recall^{-1}}{2}\right)^{-1} = 2\frac{Precision * Recall}{Precision + Recall}$$

Função de Custo para Classificação

Para classificação, usa-se a seguinte loss function:

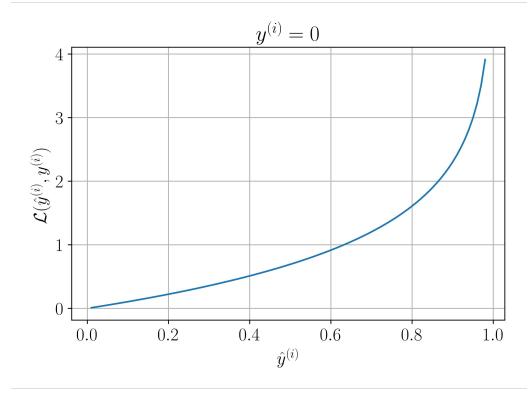
$$\mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -[y^{(i)}\log(\hat{y}^{(i)}) + (1 - y^{(i)})\log(1 - \hat{y}^{(i)})]$$

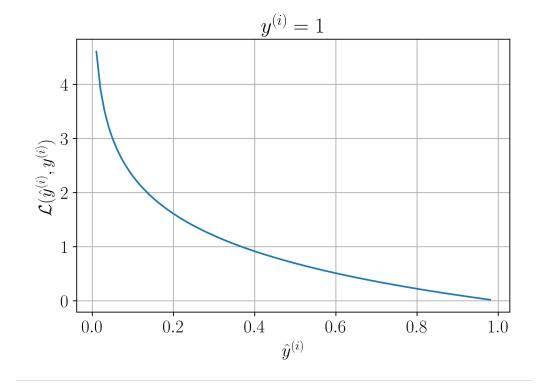
- A base usada no logaritmo é e.
- Se $y^{(i)} = 0$, então $\mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -\log(1 \hat{y}^{(i)})$.
- Se $y^{(i)}=1$, então $\mathcal{L}\big(\hat{y}^{(i)},y^{(i)}\big)=-\log\big(\hat{y}^{(i)}\big)$.

Função de Custo para Classificação (Intuição)

$$y^{(i)} = 0: \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -\log(1 - \hat{y}^{(i)}) \quad y^{(i)} = 1: \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -\log(\hat{y}^{(i)})$$

$$y^{(i)} = 1: \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -\log(\hat{y}^{(i)})$$





Gradiente para Regressão Logística

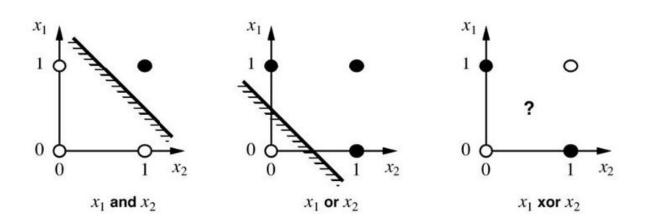
• Considerando $\sigma(x)$ como função de ativação.

$$\mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -\left[y^{(i)}\log(\hat{y}^{(i)}) + (1 - y^{(i)})\log(1 - \hat{y}^{(i)})\right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_k} = -\left(y\frac{1}{\hat{y}}\,\hat{y}(1 - \hat{y}) - (1 - y)\frac{1}{1 - \hat{y}}\,\hat{y}(1 - \hat{y})\right)x_k = (\hat{y} - y)x_k$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b} = \hat{y} - y$$

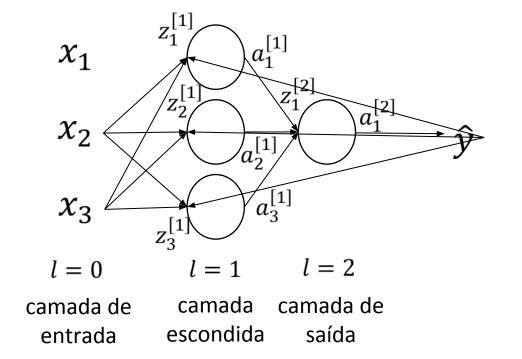
- Pesquisas mostraram que o poder de representação de um único neurônio é muito limitado.
- Pode-se mostrar que um único neurônio é capaz de classificar apenas datasets linear separáveis.



- Redes neurais são construídas ligando neurônios uns nos outros.
- A forma como os neurônios são ligados define a arquitetura da rede.
- O tipo de arquitetura mais simples é das *Forward Neural Networks*, em que não há ciclos.
- Em geral, organiza-se os neurônios em camadas, de modo que saídas dos neurônios de uma camada são entradas dos neurônios da próxima camada.
- Quando todos os neurônios de uma camada são conectados com os da camada posterior, chama-se *Fully-Connected Neural Network*.

- Cada camada pode ter vários neurônios.
- A rede pode ter múltiplas camadas.
- A rede pode ter múltiplas saídas.
- As camadas "intermediárias" são chamadas de escondidas.
- Teorema da aproximação universal: qualquer função contínua que mapeia um intervalo de números reais em outro intervalo de números reais pode ser aproximada arbitrariamente bem com uma rede neural com uma única camada escondida.
- Esse teorema vale para uma grande classe de funções de ativação.

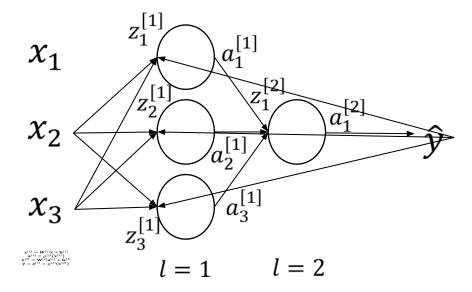
Número de camadas: L = 2 (não conta a de entrada)



$$\begin{split} \hat{z}_{1}^{[1]} &= w_{11}^{[1]} x_{1} + w_{12}^{[1]} x_{2} + w_{13}^{[1]} x_{3} + b_{1}^{[1]} \\ z_{2}^{[1]} &= w_{21}^{[1]} x_{1} + w_{22}^{[1]} x_{2} + w_{23}^{[1]} x_{3} + b_{2}^{[1]} \\ z_{3}^{[1]} &= w_{31}^{[1]} x_{1} + w_{32}^{[1]} x_{2} + w_{33}^{[1]} x_{3} + b_{3}^{[1]} \\ z_{3}^{[1]} &= g^{[1]} \left(z_{1}^{[1]} \right) \\ a_{1}^{[1]} &= g^{[1]} \left(z_{1}^{[1]} \right) \\ a_{2}^{[1]} &= g^{[1]} \left(z_{3}^{[1]} \right) \\ z_{1}^{[2]} \\ &= w_{11}^{[2]} a_{1}^{[1]} + w_{12}^{[2]} a_{2}^{[1]} + w_{13}^{[2]} a_{3}^{[1]} + b_{1}^{[2]} \\ \hat{y} &= a_{1}^{[2]} &= g^{[2]} \left(z_{1}^{[2]} \right) \end{split}$$

Redes Neurais (Vetorização)

Número de camadas: L=2 (não conta a de entrada)



camada de camada de entrada escondida saída

$$\mathbf{z}^{[1]} = \mathbf{W}^{[1]}\mathbf{x} + \mathbf{b}^{[1]}$$
 $\mathbf{a}^{[1]} = g^{[1]}(\mathbf{z}^{[1]})$
 $\mathbf{z}^{[2]} = \mathbf{W}^{[2]}\mathbf{a}^{[1]} + \mathbf{b}^{[2]}$
 $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{a}^{[2]} = g^{[2]}(\mathbf{z}^{[2]})$

Redes Neurais (Vetorização)

• Generalizando para *L* camadas:

$$\mathbf{a}^{[0]} = \mathbf{x}$$
for $l = 1$: L :
$$\mathbf{z}^{[l]} = \mathbf{W}^{[l]} \mathbf{a}^{[l-1]} + \mathbf{b}^{[l]}$$

$$\mathbf{a}^{[l]} = g^{[l]} (\mathbf{z}^{[l]})$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{a}^{[L]}$$

Redes Neurais (Vetorização)

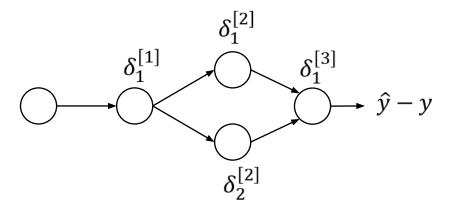
 \bullet Generalizando para m exemplos de treinamento:

$$\begin{split} \mathbf{A}^{[0]} &= \mathbf{X} \\ \text{for } l = 1 \text{: } L \text{:} \\ & \mathbf{Z}^{[l]} = \mathbf{W}^{[l]} \mathbf{A}^{[l-1]} + \mathbf{B}^{[l]} \\ & \mathbf{A}^{[l]} = g^{[l]} (\mathbf{Z}^{[l]}) \\ \widehat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{A}^{[L]} \\ \text{em que:} \\ & \mathbf{X} = \left[\mathbf{x}^{(1)} \ \mathbf{x}^{(2)} \ \cdots \ \mathbf{x}^{(m)} \right], \mathbf{B}^{[l]} = \left[\mathbf{b}^{[l]} \ \mathbf{b}^{[l]} \cdots \mathbf{b}^{[l]} \right] \end{split}$$

Considerar loss function por exemplo quadrática:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2$$

• Vamos assumir rede feedfoward com 1, 1, 2, 1 neurônios:



Cálculo do gradiente.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{11}^{[3]}} = (\hat{y} - y) \frac{\partial}{\partial w_{11}^{[3]}} g^{[3]} \left(w_{11}^{[3]} a_1^{[2]} + w_{12}^{[2]} a_2^{[2]} \right) \\
= (\hat{y} - y) g^{[3]'} \left(z_1^{[3]} \right) a_1^{[2]} \\
= \delta_1^{[3]} \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{12}^{[3]}} = \delta_1^{[3]} a_2^{[2]}$$

$$\begin{split} & \bullet \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{11}^{[2]}} = (\hat{y} - y) \frac{\partial}{\partial w_{11}^{[2]}} g^{[3]} \left(w_{11}^{[3]} g^{[2]} \left(w_{11}^{[2]} a_{1}^{[1]} \right) + w_{12}^{[2]} \left(w_{21}^{[2]} a_{2}^{[1]} \right) \right) \\ & = (\hat{y} - y) g^{[3]'} \left(z_{1}^{[3]} \right) w_{11}^{[3]} g^{[2]'} \left(z_{1}^{[2]} \right) a_{1}^{[1]} = \underbrace{ w_{11}^{[3]} \delta_{1}^{[3]} g^{[2]'} \left(z_{1}^{[2]} \right) a_{1}^{[1]} }_{= \delta_{1}^{[2]}} \\ & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{21}^{[2]}} = \underbrace{ w_{11}^{[3]} \delta_{1}^{[3]} g^{[2]'} \left(z_{2}^{[2]} \right) a_{1}^{[1]} }_{= \delta_{2}^{[2]}} \end{split}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{11}^{[1]}} = (\hat{y} - y) \frac{\partial}{\partial w_{11}^{[1]}} \left\{ g^{[3]} \left(w_{11}^{[3]} g^{[2]} \left(w_{11}^{[2]} g(w_{11}^{[1]} x_1 \right) + w_{12}^{[2]} \left(w_{21}^{[2]} g(w_{11}^{[1]} x_1 \right) \right) \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{11}^{[1]}} = \left(\sum_{j=1}^{2} w_{j1}^{[2]} \delta_{j}^{[2]} \right) g^{[1]'}(z_{1}^{[1]}) x_{1}$$

$$= \delta_{1}^{[]}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{11}^{[3]}} = \delta_{1}^{[3]} a_{1}^{[2]}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{12}^{[3]}} = \delta_{1}^{[3]} a_{1}^{[2]}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{12}^{[2]}} = \delta_{1}^{[2]} a_{1}^{[1]}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{21}^{[2]}} = \delta_{2}^{[2]} a_{2}^{[1]}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{11}^{[1]}} = \delta_{1}^{[1]} x_{1}$$

•
$$\delta_{1}^{[3]} = (\hat{y} - y)g^{[3]'}(z_{1}^{[3]})$$
 $\delta_{1}^{[2]} = w_{11}^{[3]}\delta_{1}^{[3]}g^{[2]'}(z_{1}^{[2]})$
 $\delta_{2}^{[2]} = w_{11}^{[3]}\delta_{1}^{[3]}g^{[2]'}(z_{2}^{[2]})$
 $\delta_{1}^{[1]} = \left(\sum_{j=1}^{2} w_{j1}^{[2]}\delta_{j}^{[2]}\right)x_{1}$
 $\delta_{1}^{[2]}$
 $\delta_{1}^{[2]}$
 $\delta_{1}^{[2]}$
 $\delta_{1}^{[2]}$

Backpropagation (Fórmula Geral)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_{jk}^{[l]}} = \delta_{j}^{[l]} a_{k}^{[l-1]}$$

$$\delta_{j}^{[l]} = \begin{cases} \left(\sum_{p=1}^{n_{l+1}} w_{pj}^{[l+1]} \delta_{p}^{[l+1]}\right) g^{[l]'} \left(z_{j}^{[l]}\right), l \neq L - 1 \\ \left(\hat{y}_{j}^{(i)} - y_{j}^{(i)}\right) g^{[l]'} \left(z_{j}^{[l]}\right), l = L - 1 \end{cases}$$

$$k \qquad j \qquad p$$

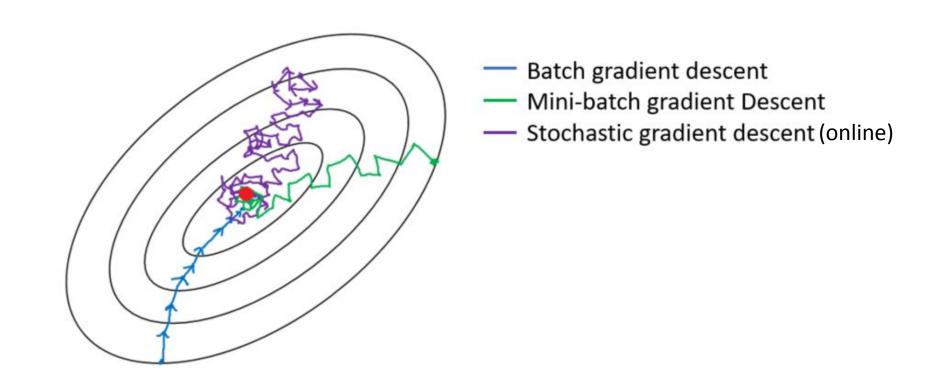
$$a_{k}^{[l-1]} \qquad y_{jk}^{[l]} \qquad \delta_{p}^{[l+1]}$$

$$\delta_{p}^{[l+1]} \qquad \delta_{p}^{[l+1]}$$

Descida de Gradiente Estocástica

- Inglês: Stochastic Gradient Descent.
- Em ML, é comum um conjunto de dados de treinamento (*dataset*) muito grande, o que torna o passo de treinamento muito pesado.
- No caso de visão, é comum o dataset não caber na memória RAM.
- Ideia: usar um conjunto menor de dados (mini-batch) a cada passo, com casos escolhidos aleatoriamente dentre o dataset original.
- Mais um hiperparâmetro: tamanho do mini-batch.
- Apesar de mais ruidoso, o algoritmo converge em esperança.
- Três modos de treinamento: online, mini-batch e batch.

Descida de Gradiente Estocástica



Dicas para Redes Neurais

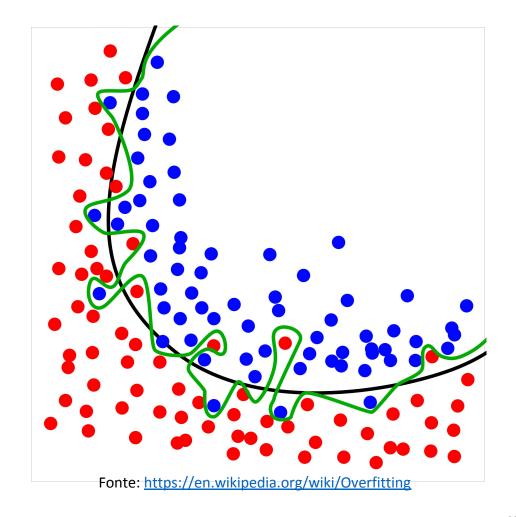
Inicialização dos Pesos

- Bias podem ser inicializados como zero (prática comum).
- Não é bom inicializar pesos como zero.
- Em geral, inicializa-se os pesos com números aleatórios:

$$w_{jk}^{[l]} \sim 0.01 * N(0.1)$$

Overfitting

- Um problema que acontece com redes neurais, especialmente se forem grandes.
- Após muitas iterações de treinamento, a rede vai tentar se ajustar perfeitamente aos dados de treinamento.
- Isso pode prejudicar sua capacidade de **generalização**.



Overfitting

- Uma forma de identificar *overfitting* é dividir os dados de treinamento em conjunto de treinamento e conjunto de teste.
- Regra de bolso: 70% treinamento/30% teste.
- Assim, se a rede for bem no conjunto de treinamento, mas ruim no de teste, então há *overfitting*.
- Uma técnico que pode ser usada é parar o treinamento assim que a rede começar a piorar no conjunto de teste.

Como Determinar a Arquitetura da Rede?

- Não há métodos formais...
- Em geral, escolha se baseia em experiência e tentativa e erro.
- Uma ideia é buscar "inspiração" em arquiteturas usadas para resolver problemas semelhantes.
- Redes maiores costumam precisar de mais dados.
- Outra ideia é testar várias arquiteturas e escolher a melhor.

Escolha de Modelo

- Durante o teste de diferentes arquiteturas, é importante ter uma métrica para avaliar a qualidade de cada arquitetura.
- Devido ao problema de overfitting, não basta ter melhor desempenho no conjunto de treinamento.
- Podemos usar o conjunto de teste então para comparar diferentes modelos, porém no final o próprio conjunto de teste perde um pouco de seu significado porque passa a fazer parte do "treinamento".
- Costuma-se então separar os dados em 3 conjuntos: treinamento, cross-validation e teste. Regra de bolso: 60/20/20 ou 40/30/30.
- Observação: mundo de *Deep Learning*: 90/5/5.

Regularização

- Em geral, para gerar *overfitting*, o algoritmo precisa convergir para pesos muito altos.
- Uma forma de regularização (L_2) envolve adicionar uma parcela que penaliza parâmetros (pesos e biases) muito altos:

$$J(\mathbf{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \mathcal{L}(\hat{y}, y^{(i)}) + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j} \theta_{j}^{2}$$

- Dica (Ng): Tentar $\lambda = \{0; 0,01; 0,02; 0,04; ...; 10,24\}.$
- Se exagerar na regularização, acontece underfitting.
- Pode-se usar *cross-validation* para encontrar o melhor valor de λ .

Classificação Multi-Label

- Imagine o caso em que queremos classificar um paciente como portador de diversas doenças possíveis (classes): pneumonia, hipertensão, diabetes e câncer.
- Pode-se associar cada doença como sendo uma saída da rede neural:

Pneumonia: $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

Hipertensão: $[0\ 1\ 0\ 0]^T$.

Diabetes: $[0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$.

Câncer: $[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$.

Hipertensão e diabetes: $[0\ 1\ 1\ 0]^T$.

Classificação Multi-Classe

- Imagine o caso em que queremos classificar uma imagem entre um conjunto de possíveis animais (classes mutuamente exclusivas): gato, cachorro, papagaio e tartaruga.
- Truque: considerar vetor c-dimensional, em que c é o número de classes (one-hot encoding):

Gato: $[1\ 0\ 0\ 0]^T$.

Cachorro: $[0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$.

Papagaio: $[0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$.

Tartaruga: $[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$.

Classificação Multi-Classe/Multi-Label

Loss function (multi-label):

$$\mathcal{L}(\widehat{\boldsymbol{y}}, \boldsymbol{y}^{(i)}) = \sum_{k=1}^{3} -\left[y_k^{(i)}\log\left(\widehat{y}_k^{(i)}\right) + \left(1 - y_k^{(i)}\right)\log\left(1 - \widehat{y}_k^{(i)}\right)\right]$$

- Vários sigmoides na camada de saída.
- Para classificação multi-classe, costuma-se usar o que der o maior valor de saída.
- Observação: esta não é a melhor forma de fazer classificação multiclasse. Na próxima aula, veremos outra forma de fazer.

Para Saber Mais

- Curso de *Machine Learning* do Andrew Ng no Cousera.
- Especialização de *Deep Learning* do Andrew Ng no Cousera.
- Capítulos 5 e 6 do livro: GOODFELLOW, Ian; BENGIO, Yoshua; COURVILLE, Aaron. *Deep Learning*. The MIT Press, 2016.

Laboratório 6

Laboratório 6

- Implementação de rede neural em Python.
- Usando NumPy.
- Problema: segmentação de cores.

