

Filtrado de ruido en imagenes con transformada de Wavelet

G.Isaias¹ M.Santiago² S.Lautaro Andres³
V.Xavier⁴

1-2-3-4 Universidad Nacional del Comahue
Buenos Aires , Neuquen

1 Resumen

2 Marco Teorico

- Analisis Multiresolucion
- Banco de filtros
- Umbralización

3 Implementacion

4 Resultados

- Imagenes de prueba
- Parametros optimos
- Comparacion de filtros
- Imagenes reales

Resumen

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

Resumen del trabajo (alguna imagen que represente nuestro trabajo) Sugerencia usar a lenna

Análisis Multiresolución

Un análisis multiresolución para $L^2(\mathbb{R})$ consiste en una secuencia de subespacios cerrados de $L^2(\mathbb{R})$, $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, una función una función $\phi \in V_0$ tal que se cumplan las siguientes condiciones:

- i. Los espacios V_j están anidados, es decir:

$$\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \dots$$

- ii. $\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R})$ y $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$

- iii. Para todo $j \in \mathbb{Z}$, $V_{j-1} = D(V_j)$

- iv. $f \in V_0 \rightarrow T_k f \in V_0, \forall k \in \mathbb{Z}$

- v. $\{T_k \phi\}_{k \in \mathbb{Z}}$ es una base ortonormal de V_0

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion

Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

Análisis Multiresolución

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

Se define a W_j como el complemento ortogonal de V_j en V_{j-1}

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \quad (1)$$

$$A_{j-1}(t) = A_j(t) + D_j(t) \quad (2)$$

Por otro lado:

$$V_J = V_K \oplus W_K \oplus \dots \oplus W_{J+1}, \quad J < K \quad (3)$$

Finalmente:

$$x(t) = A_J(t) + \sum_{j=-\infty}^J D_j(t) \quad (4)$$

Análisis Multiresolución

→ Vemos ejemplo en el toolbox de Matlab
Para continuar:



$$A_j(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \beta_{j,k} \phi_{j,k}(t) \quad (5)$$

Donde:

$$\beta_{j,k} = \langle x(t), \phi_{j,k}(t) \rangle \quad (6)$$



$$D_j(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (7)$$

Donde:

$$\alpha_{j,k} = \langle x(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \quad (8)$$

La función $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ y $\{T_k \psi\}_{k \in \mathbb{Z}}$ son una base ortonormal de W_0

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

¿Cómo solucionamos el inconveniente del producto interno?

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis

Multiresolucion

Banco de filtros

Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba

Parametros optimos

Comparacion de
filtros

Imagenes reales

Estrategia: Algoritmo que relacione las bases ortonormales y la idea de banco de filtros.

Si partimos de la ecuación 1 y recordamos como se descomponían estas funciones, tenemos el inconveniente de los productos internos.

Reescribiendo la ecuación 1

$$A_j(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k^j \phi_{j,k}(t) \quad (9)$$

$$D_j(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_k^j \psi_{j,k}(t) \quad (10)$$

con

$$a_k^j = \langle A_j(t), \phi_{j,k}(t) \rangle \quad (11)$$

$$d_k^j = \langle A_j(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \quad (12)$$

Podemos obtener a^j y d^j a partir de A_{j-1} , partiendo de del producto interno de A_{j-1} y las funciones de escala y wavelet

$$\langle A_{j-1}(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \langle A_j(t) + D_j, \psi_{j,k}(t) \rangle \quad (13)$$

$$\langle A_{j-1}(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \langle A_j(t) + D_j, \phi_{j,k}(t) \rangle \quad (14)$$

A su vez sabemos que

$$A_{j-1}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k^{j-1} \phi_k^{j-1}(t) \quad (15)$$

con lo que obtenemos que

$$a_k^j = \sum_{p \in \mathbb{Z}} a_p^{j-1} \langle \phi_{j-1,p}, \phi_{j,k} \rangle \quad (16)$$

$$d_k^j = \sum_{p \in \mathbb{Z}} a_p^{j-1} \langle \phi_{j-1,p}, \psi_{j,k} \rangle \quad (17)$$

Pero tanto los productos internos de $\langle \phi_{j-1,p}, \phi_{j,k} \rangle$
 $\langle \phi_{j-1,p}, \psi_{j,k} \rangle$, son productos internos de funciones conocidas
que ya fueron calculadas por lo cual podríamos tomarlo como
coeficientes conocidos mas aun como coeficientes de filtros.

$$\sqrt{2}a_{p-2k} = \langle \phi_{j-1,p}(t), \phi_{j,k}(t) \rangle \quad (18)$$

$$\sqrt{2}b_{p-2k} = \langle \phi_{j-1,p}(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \quad (19)$$

Por lo que se definen los coeficientes de los filtros

$$[LD]_n = \sqrt{2}a_{-n} \quad (20)$$

$$[HD]_n = \sqrt{2}b_{-n} \quad (21)$$

Donde LD es un filtro pasa bajos y HD es un filtro pasa altos.

Por lo que reescribimos a a_k^j y d_k^j

$$a_k^j = \sum_{p \in \mathbb{Z}} a_p^{j-1} [LD]_{2k-p} \quad (22)$$

$$d_k^j = \sum_{p \in \mathbb{Z}} a_p^{j-1} [HD]_{2k-p} \quad (23)$$

Graficamente lo visualizamos

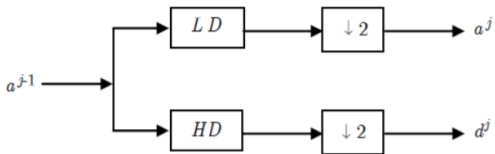


Figura: Descomposición con banco de filtros para 1D.

Para el caso que nosotros estudiamos, de imágenes, la descomposición en 2D, ve como un doble filtrado

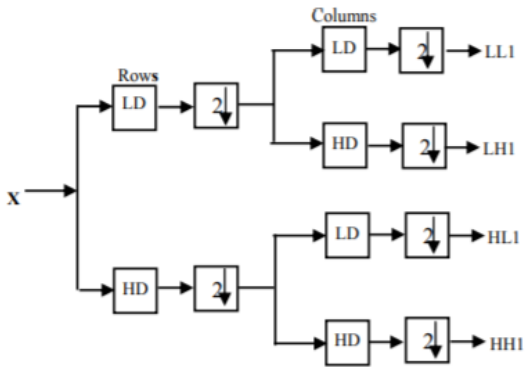


Figura: Descomposición con banco de filtros para 2D.

Es posible realizar el proceso inverso y recuperar la señal original

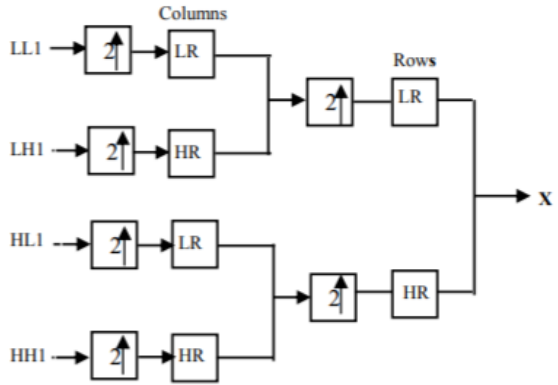


Figura: Reconposición con banco de filtros para 2D.

Umbralización

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

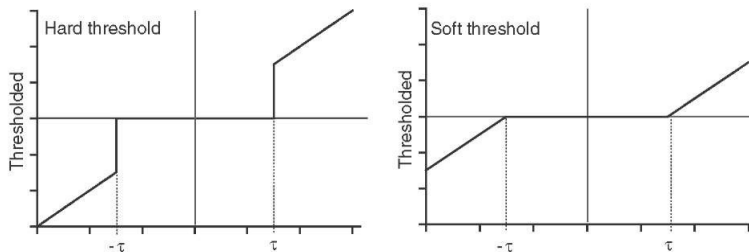


Figura: Modos de umbralización más utilizados

Umbralización

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros

Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

Algoritmos para el cálculo del umbral τ :

- VisuShrink
- LevelShrink
- BayesShrink
- NormalShrink
- AWT(Adaptative Wavelet Treshholding)

Pseudocodigo parametros optimos

- Leer todas las imagenes de una carpeta.
- Agregar ruido gaussiano con $\mu = 0$ y varianza σ .
- Seleccionar el parametro a variar, y dejar constante el resto de parametros.
- Transfromar la imagen utilizando la trasnformada de Wavelet.
- Calcular los umbrales para cada nivel segun el umbral seleccionado.
- Aplicar el modo (soft - hard) y eliminar las componentes menores al umbral.
- Aplicar la antitransformada.
- Calcular el PSNR y el SSIM.

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

Imagenes con ruido gaussiano con $\sigma = 0,3$

Comparacion de Niveles

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

| PSNR | noise | 1 | 2 | 4 | 6 |
|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|
| Lenna | 17.65 | 23.92 | 27.03 | 22.29 | 22.29 |
| House | 19.87 | 22.90 | 25.58 | 24.57 | 23.51 |
| Wave | 18.63 | 23.34 | 26.70 | 24.71 | 24.65 |

| SSIM | noise | 1 | 2 | 4 | 6 |
|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|
| Lenna | 0.518 | 0.742 | 0.856 | 0.847 | 0.808 |
| House | 0.620 | 0.806 | 0.882 | 0.839 | 0.814 |
| Wave | 0.586 | 0.761 | 0.839 | 0.820 | 0.803 |

Comparacion de Niveles

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

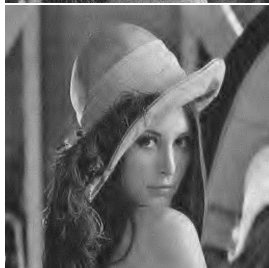
Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Comparación de niveles 2 - 6

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Comparacion de modos

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

| PSNR | noise | soft | hard |
|-------|-------|--------------|-------|
| Lenna | 17.65 | 27.03 | 21.41 |
| House | 19.87 | 25.58 | 20.20 |
| Wave | 18.63 | 26.70 | 20.85 |
| SSIM | noise | soft | hard |
| Lenna | 0.518 | 0.856 | 0.757 |
| House | 0.620 | 0.882 | 0.789 |
| Wave | 0.586 | 0.839 | 0.755 |

Comparacion de modos

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

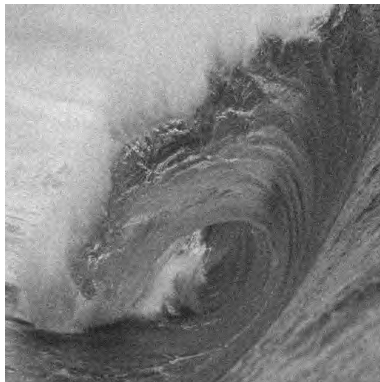
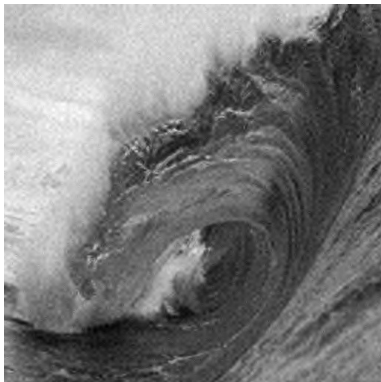
Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Comparacion de umbrales

| PSNR | noise | universal | bayes | level | normal | awt |
|-------|-------|-----------|-------|--------------|--------------|-------|
| Lenna | 17.65 | 25.86 | 25.71 | 25.40 | 27.03 | 25.24 |
| House | 19.87 | 22.91 | 23.32 | 23.19 | 25.58 | 23.41 |
| Wave | 18.63 | 26.74 | 26.70 | 26.86 | 26.70 | 25.56 |
| SSIM | noise | universal | bayes | level | normal | awt |
| Lenna | 0.518 | 0.848 | 0.847 | 0.849 | 0.856 | 0.838 |
| House | 0.620 | 0.851 | 0.850 | 0.857 | 0.882 | 0.849 |
| Wave | 0.586 | 0.830 | 0.829 | 0.833 | 0.839 | 0.823 |

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis

Multiresolucion

Banco de filtros

Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba

Parametros optimos

Comparacion de
filtros

Imagenes reales

Comparacion de umbrales

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Comparacion de la Wavelet madre

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

| PSNR | noise | haar | db4 | sym8 |
|-------|-------|--------------|--------------|--------------|
| Lenna | 17.65 | 23.44 | 25.19 | 27.03 |
| House | 19.87 | 26.38 | 24.78 | 25.58 |
| Wave | 18.63 | 24.67 | 26.87 | 26.70 |
| SSIM | noise | haar | db4 | sym8 |
| Lenna | 0.518 | 0.819 | 0.853 | 0.856 |
| House | 0.620 | 0.848 | 0.875 | 0.882 |
| Wave | 0.586 | 0.805 | 0.836 | 0.839 |

Comparacion de la Wavelet madre - db4

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Comparacion de la Wavelet madre - haar

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Comparacion de la Wavelet madre - sym8

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Parametros optimos

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

| level | wavelet | mode | umbral |
|-------|---------|------|--------|
| 6 | sym8 | soft | normal |

Resultado del filtrado

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis

Multiresolucion

Banco de filtros

Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba

Parametros optimos

Comparacion de
filtros

Imagenes reales

| | noise | wavelet | wiener | gaussian |
|-------|-------|--------------|--------------|----------|
| Lenna | 23.10 | 23.83 | 26.30 | 26.14 |
| House | 24.80 | 25.07 | 28.28 | 27.99 |
| Wave | 24.21 | 24.33 | 27.00 | 26.86 |
| SSIM | noise | wavelet | wiener | gaussian |
| Lenna | 0.647 | 0.870 | 0.843 | 0.835 |
| House | 0.740 | 0.906 | 0.895 | 0.886 |
| Wave | 0.693 | 0.887 | 0.862 | 0.853 |

Wavelet

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Análisis
Multiresolución
Banco de filtros
Umbralización

Implementación

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Wiener

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Análisis
Multiresolución
Banco de filtros
Umbralización

Implementación

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Gaussiano

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Principe de gales - 1925

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales



Resonancia magnetica

Filtrado de
ruido en
imagenes con
transformada
de Wavelet

G.Isaias¹,²,
M.Santiago²,
S.Lautaro
Andres³,
V.Xavier⁴

Resumen

Marco Teorico

Analisis
Multiresolucion
Banco de filtros
Umbralización

Implementacion

Resultados

Imagenes de prueba
Parametros optimos
Comparacion de
filtros
Imagenes reales

