1. Ejercicio 3

$$x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3] \tag{1}$$

Inciso a)

Utilizando la defninción de la DTFT:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \tag{2}$$

Donde:

$$\omega = 2\pi f \tag{3}$$

Llegamos a:

$$X(e^{j\omega}) = 1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} + e^{-3j\omega} \tag{4}$$

Para el cálculo de la DFT utilizamos la ecuación:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\omega_k n} \tag{5}$$

Donde:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N} \tag{6}$$

Obteniendo:

$$X[k] = 1 + e^{\frac{-j2\pi k}{4}} + e^{\frac{-j4\pi k}{4}} + e^{\frac{-j6\pi k}{4}} \tag{7}$$

Al comparar los resultados, ecuación 4 con ecuación 7, se observa que la diferencia recae en la frecuencia. Debido a esto, en la ecuación 4 la frecuencia asociada es la ecuación 3 que toma valores para todo f dando como resultado un espectro continuo en frecuencia. Esto es un incoveniente a la hora de realizar el cálculo numérico (por los infinitos valores).Por esto para la DFT se discretiza la frecuencia angular dando como resultado la ecuación 6. Se concluye que es imposible encontrar de forma exacta la $DTFT$ a partir de la DFT. En otras palabras, se puede decir que la DFT muestrea el espectro continuo de la $DTFT$.