Estructuras Discretas: Tarea #2

Entregar el Noviembre 11, 2020 a las 11:59pm

Profesora Alma Arévalo Loyola

Sofía Guadalupe Alatorre Méndez **Diego Navarro Macías**
Edson Jair Morales Hernández

Problema 1

¿Qué es la lógica?

Solución

La lógica es la disciplina la cual se encarga del estudio del razonamiento, por medio de reglas y técnicas determina si un argumento es válido o no.

Problema 2

Menciona un ejemplo del uso de la lógica en Ciencias de la Computación.

Solución

El nivel menos abstracto dentro de una computadora está constituido por circuitos electrónicos que responden a diferentes señales eléctricas, siguiendo los patrones de la **lógica booleana**, estas compuertas lógicas devuelven un valor dependiendo de las entradas que le dan al sistema. Existen 8 compuertas lógicas, las cueles son: AND, OR, Inverter, Buffer, NAND, NOR, XOR y XNOR.

Problema 3

¿Qué es una proposición?

Solución

Es un enunciado del cual se puede conocer su valor de verdad, es decir; podemos determinar si es verdadero o falso. Con el contexto se puede determinar si un enunciado es una proposición, si no hay contexto entonces no es una proposición y las oraciones imperativas no son proposiciones.

Problema 4

¿Qué es un predicado?

Solución

Un predicado es una expresión lingüística que puede conectarse con una o varias otras expresiones para formar una oración. Por ejemplo, en la oración "Marte es un planeta", la expresión .es un planeta.es un predicado que se conecta con la expresión "Marte"para formar una oración; entonces, un predicado expresara la(s) propiedad(es) que cumple el sujeto. Los predicados en lógica matemática también son tratados como funciones

Problema 5

¿Qué es un argumento lógico?

Solución

Un argumento lógico es una secuencia de proposiciones seguidos de una conclusión. Y un argumento es considerado correcto o válido si es una tautología.

Problema 6

¿Qué es una tautología?

Solución

Es una fórmula que siempre se evalúa como verdadera, para todas las posibles asignaciones de sus variables (la columna resultado de su tabla de verdad tiene sólo unos).

Problema 7

¿Qué es una contradicción?

Solución

Es cuando una fórmula se evalúa como falsa en todos sus estados posibles (la columna resultado de su tabla de verdad tiene sólo ceros).

Problema 8

¿Qué es una contingencia? (En Lógica)

Solución

Es cuando una fórmula no es tautología ni contradicción.

Problema 9

¿Qué es la equivalencia? (En lógica)

Solución

Dos proposiciones o fórmulas lógicas son lógicamente equivalentes cuando toman el mismo valor de verdad en todas las posibles asignaciones de valores de sus variables, es decir; las tablas de verdad de las dos proposiciones dan el mismo resultado.

Problema 10

¿Qué es un modelo? (En lógica)

Solución

Un modelo de un lenguaje formal es una estructura donde las oraciones formales de la teoría (es decir, una cadena de signos matemáticos) son interpretables y por tanto las oraciones pueden considerarse como afirmaciones sobre el modelo. Si un modelo para un lenguaje formal satisface además una oración o una teoría (conjunto de oraciones), se llama modelo de una oración o teoría.
La idea es que un lenguaje formal es simplemente un inventario de los signos que vamos a usar, y un modelo de un lenguaje formal es una asignación de significado a cada uno de esos signos.

Problema 11

¿Qué es una premisa?

Solución

Una premisa es cada una de las proposiciones anteriores a la conclusión de argumento.En un argumento válido, las premisas implican la conclusión, pero esto no es necesario para que una proposición sea una premisa: lo único relevante es su lugar en el argumento, no su rol. Al ser proposiciones, las premisas siempre afirman o niegan algo que puede ser verdadero o falso.

Problema 12

¿Qué es una conclusión?

Solución

Una conclusión es una proposición al final de un argumento, después de las premisas. Con los criterios adecuados e pude afirmar que si las premisas son verdaderas entonces la conclusión también tiene que serlo necesariamente.

Problema 13

Da ejemplo de 5 expresiones (en lenguaje natural) que sean proposiciones y 3 que no lo sean.

Solución

Expresiones que son proposiciones:

1. Cuatro es un número par.
2. El rombo es un equilátero.
3. Los leones no son voluminosos.
4. Hoy es miércoles.
5. La Tierra es plana.

Expresiones que **no** son proposiciones:

1. ¡Hola!
2. Limpia la escalera.
3. ¿Qué cayo del cielo?

Problema 14

Identifica en los siguientes enunciados cuáles son las proposiciones atómicas y tradúcelas asignando utilizando variables proposicionales y los operadores que sean necesarios:

1. El libro es rojo.
2. Juan y Mariana tienen sed.
3. Como está muy nublado, va a llover. Por lo tanto no saldremos.
4. El lápiz es rojo o es amarillo.

Problema 15

Menciona los operadores lógicos que cumplen con la propiedad conmutativa justificando tu respuesta.

Solución

Los operadores logicos que cumplen con esta propiedad son la conjunción: $\wedge$, la disyunción: $\vee$ y la doble implicación: $\longleftrightarrow$; por ejemplo supongamos que expresar $p \wedge q$, es lo mismo que expresar $q \wedge p$, lo mismo para la disyunción y la doble implicación, tenemos $p \vee q$ es igual a $q \vee p$, y por ultimo $p \longleftrightarrow q$ es igual a $q \longleftrightarrow p$

Problema 16

Menciona los operadores lógicos que cumplen con la propiedad asociativa justificando tu respuesta.

Solución

Los operadores logicos que vendrían cumpliendo esta propiedad son los mismos que del problema anterior y sabemos que la asociatividad es de la forma: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
En justificación de nuestra respuesta, si tenemos a $(p \wedge q) \wedge r$ es lo mismo que expresar $p \wedge (q \wedge r)$, y si tenemos $(p \vee q) \vee r$ es igual que $p \vee (q \vee r)$, y aplicamos lo mismo para la doble implicación $(p \iff q) \iff r$ $= p \iff (q \iff r)$

Problema 34

Demuestra que con los operadores $\vee$ y $\neg$ es posible construir las tablas de verdad de los operadores $\wedge$, $\longrightarrow$, $\longleftrightarrow$

Problema 35

Traduce los siguientes argumentos a lógica proposicional y analiza si existe un modelo para cada uno de los argumentos:

1. Si se admite la teoría del eterno retorno, se debe admitir la existencia de entidades corpusculares identficables a través del tiempo y que se pueda hablar de un estado del universo definido en cada instante individual. Ahora bien, no es cierto que haya entidades corpusculares permanentes y estados del universo definifo en cada instante. Por tanto, la teoría del eterno retorno es inadmisible.
   p: Si se admite la teoría del eterno retorno...
   q: Si se admite la existencia de entidades...
   r: Se habla de un estado del universo...

2. Si los habitantes de Venus invaden la Tierra, entonces los hombres se pondrán nerviosos o las mujeres se entusiasmarán. si los hombres se ponen nerviosos, las mujeres se entusiasmarán. Por tanto, si los habitantes de Venus invaden la Tierra, las mujeres se entusiasmarán.
   p: Los habitantes de Venus invaden la Tierra.
   q: Los hombres se pondrán nerviosos.
   r: Las mujeres se entusiasmarán.

3. Si las autoridades prohiben fumar en pipa a los feos, entonces los grupos se alzarán indignados porque no venden pipas. Si los guapos no venden pipas o las autoridades no crean nuevos puestos de trabajo, entonces la nación no saldrá de la crisis económica. La nación no sale de la crisis económica y los guapos no venden pipas. Por lo tanto, las autoridades no prohibirán fumar en pipa a los feos.
   p: Las autoridades prohiben fumar en pipa a los feos
   q: Los guapos se alzarán
   r: Los guapos venden pipas
   s: Las autoridades crean nuevos empleos
   t: La nación saldrá de crisis

Problema 36

Niega de manera correcta las siguientes expresiones:

- $\forall x\ (x \leq y \longrightarrow \exists z\ (x + z = y))$
- $\forall \epsilon > 0\ \exists \delta > 0\ (|x - y| < \delta \longrightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon)$
- $|x - y + z| = 4 \longrightarrow \exists y\ \forall z\ R(y, z)$
- $\forall x \in \mathbf{N}\ \exists y \in \mathbf{N}\ suc(x) = y$

Problema 37

En las siguientes proposiciones identifica las variables libres, las variables ligadas y los alcances de los cuantificadores. No omitas el introducir paréntesis donde sea necesario.

- $\forall x\ x \leq y \longrightarrow \exists z\ x + z = y$
- $\forall \epsilon > 0\ \exists \delta > 0(|x - y| < \delta \longrightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon)$
- $\forall x \in \mathbf{N}\ \exists y \in \mathbf{N}\ suc(x) = y$
- $\exists x \forall y \exists a(z + 2w = 4y \vee 2s = y^3 + 7)$
- $\forall \epsilon(\epsilon > 0 \longrightarrow \exists \delta > 0 \vee \epsilon + y = x)$
- $\forall x \forall y \exists z R(x, n) \longrightarrow P(z)$
- $P(0) \wedge \forall k\ (P(k) \longrightarrow P(suc(k))) \longrightarrow \forall n P(n)$

Problema 38

Determina si las siguientes fórmulas son satisfacibles. Da un modelo para cada fórmula que sí lo sea.

1. $p \wedge q \longleftrightarrow \neg p \wedge q$
2. $(\neg p \vee q) \wedge p$
3. $p \wedge q \wedge \neg p$
4. $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow p)$

Problema 39

Determina si los siguientes conjuntos son satisfacibles.

1. $\Gamma = \{(\neg q \wedge r) \vee p \vee q, p \wedge r\}$
2. $\Gamma = \{p \wedge \neg q, \neg(q \vee \neg p)\}$
3. $\Gamma = \{q \vee r \vee s, \neg(q \vee r), \neg(r \vee s), \neg(s \vee q)\}$
4. $\Gamma = \{\neg(p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge r), q \vee r, \neg(p \vee \to \neg r)\}$

Problema 40

Entras a trabajar a una empresa que se dedica a fabricar proposiciones lógicas y esa empresa se jacta de que todas sus proposiciones son tautologías. Un día estás en una junta con tu jefe y descubren que el computólogo anterior que se encargaba de diseñar las proposiciones no se aseguró de que todas las proposiciones que hizo fuesen tautologías [1], lo cual va en contra del eslogan de la empresa y temen que la auditoría de la LOGI-Profeco les levante una sanción. Tu jefe te encarga "arreglar"las proposiciones, con dos condiciones:

- No puedes introducir nuevas variables lógicas en las proposiciones
- Si vas a introducir operadores nuevos, la proposición resultante puede exceder en a lo más el doble de operadores de la proposición original
- (Opcional) Si garantizas que toda proposición lógica la arreglas en menos de 5 pasos te vuelves el Jefe de la División de Lógica de la empresa

El test que realiza el auditor de LOGI-Profeco consiste en tomar una asignación de valores de verdad aleatoria para el conjunto de variables de la proposición en cuestión (de ahí la razón de que no puedas agregar nuevas variables, ya que el test lo detectaría y automáticamente fallaría) y evaluaría la formula. Describe el proceso que realizarías para solucionar este problema.

Problema 41

¿Cuántos renglones tiene la tabla de verdad de una proposición de n variables? Justifica tu respuesta. (Si das una demostración formal se te da un punto extra).

Problema 42

Pasa las siguientes expresiones a forma normal disyuntiva.

1. $(p \longrightarrow q) \vee (q \longrightarrow p)$
2. $(p \longrightarrow r) \wedge (q \longrightarrow r)$
3. $(\neg r) \longrightarrow (p \longrightarrow q)$
4. $(\neg p) \longleftrightarrow q$

[1] No llevó el curso de Estructuras discretas con Alma.

[MIQ; Ano10]

Referencias

[Ano10] Anonimo Anonimo. *LOGICA DE PREDICADOS - SOLUCIONES MATEMATICAS DISCRETAS*. 2010. URL: `https://sites.google.com/site/mathematicasdiscretesolutions/logica-de-po`.

[MIQ] ALEXANDRE MIQUEL. «TEORÍAS Y MODELOS: UNA INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN». En: (). URL: `https://www.fing.edu.uy/~amiquel/fundamentos/teoriasymodelos.pdf`.