

Estructuras Discretas: Tarea #2

Entregar el Noviembre 11, 2020 a las 11:59pm

Profesora Alma Arévalo Loyola

Sofía Guadalupe Alatorre Méndez Diego Navarro Macías
Edson Jair Morales Hernández

Problema 1

¿Qué es la lógica?

Solución

La lógica es la disciplina la cual se encarga del estudio del razonamiento, por medio de reglas y técnicas determina si un argumento es válido o no.

Problema 2

Menciona un ejemplo del uso de la lógica en Ciencias de la Computación.

Solución

El nivel menos abstracto dentro de una computadora está constituido por circuitos electrónicos que responden a diferentes señales eléctricas, siguiendo los patrones de la **lógica booleana**, estas compuertas lógicas devuelven un valor dependiendo de las entradas que le dan al sistema. Existen 8 compuertas lógicas, las cuales son: AND, OR, Inverter, Buffer, NAND, NOR, XOR y XNOR.

Problema 3

¿Qué es una proposición?

Solución

Es un enunciado del cual se puede conocer su valor de verdad, es decir; podemos determinar si es verdadero o falso. Con el contexto se puede determinar si un enunciado es una proposición, si no hay contexto entonces no es una proposición y las oraciones imperativas no son proposiciones.

Problema 4

¿Qué es un predicado?

Solución

Un predicado es una expresión lingüística que puede conectarse con una o varias otras expresiones para formar una oración. Por ejemplo, en la oración «Marte es un planeta», la expresión «es un planeta» es un predicado que se conecta con la expresión «Marte» para formar una oración; entonces, un predicado expresará la(s) propiedad(es) que cumple el sujeto. Los predicados en lógica matemática también son tratados como funciones.

Problema 5

¿Qué es un argumento lógico?

Solución

Un argumento lógico es una secuencia de proposiciones seguidos de una conclusión. Y un argumento es considerado correcto o válido si es una tautología.

Problema 6

¿Qué es una tautología?

Solución

Es una fórmula que siempre se evalúa como verdadera, para todas las posibles asignaciones de sus variables (la columna resultado de su tabla de verdad tiene sólo unos).

Problema 7

¿Qué es una contradicción?

Solución

Es cuando una fórmula se evalúa como falsa en todos sus estados posibles (la columna resultado de su tabla de verdad tiene sólo ceros).

Problema 8

¿Qué es una contingencia? (En Lógica)

Solución

Es cuando una fórmula no es tautología ni contradicción.

Problema 9

¿Qué es la equivalencia? (En lógica)

Solución

Dos proposiciones o fórmulas lógicas son lógicamente equivalentes cuando toman el mismo valor de verdad en todas las posibles asignaciones de valores de sus variables, es decir; las tablas de verdad de las dos proposiciones dan el mismo resultado.

Problema 10

¿Qué es un modelo? (En lógica)

Solución

Un modelo de un lenguaje formal es una estructura donde las oraciones formales de la teoría (es decir, una cadena de signos matemáticos) son interpretables y por tanto las oraciones pueden considerarse como afirmaciones sobre el modelo. Si un modelo para un lenguaje formal satisface además una oración o una teoría (conjunto de oraciones), se llama modelo de una oración o teoría.

La idea es que un lenguaje formal es simplemente un inventario de los signos que vamos a usar, y un modelo de un lenguaje formal es una asignación de significado a cada uno de esos signos.

Problema 11

¿Qué es una premisa?

Solución

Una premisa es cada una de las proposiciones anteriores a la conclusión de argumento. En un argumento válido, las premisas implican la conclusión, pero esto no es necesario para que una proposición sea una premisa: lo único relevante es su lugar en el argumento, no su rol. Al ser proposiciones, las premisas siempre afirman o niegan algo que puede ser verdadero o falso.

Problema 12

¿Qué es una conclusión?

Solución

Una conclusión es una proposición al final de un argumento, después de las premisas. Con los criterios adecuados se puede afirmar que si las premisas son verdaderas entonces la conclusión también tiene que serlo necesariamente.

Problema 13

Da ejemplo de 5 expresiones (en lenguaje natural) que sean proposiciones y 3 que no lo sean.

Solución

Expresiones que son proposiciones:

1. Cuatro es un número par.
2. El rombo es un equilátero.
3. Los leones no son voluminosos.
4. Hoy es miércoles.
5. La Tierra es plana.

Expresiones que **no** son proposiciones:

1. ¡Hola!
2. Limpia la escalera.
3. ¿Qué cayó del cielo?

Problema 14

Identifica en los siguientes enunciados cuáles son las proposiciones atómicas y tradúcelas asignando utilizando variables proposicionales y los operadores que sean necesarios:

Solución

1. El libro es rojo.

La proposición atómica es «El libro es rojo», no es posible separarla más. A esta proposición le asignaría la letra r y se quedaría como tal, ya que no hay operadores que agregar.

2. Juan y Mariana tienen sed.

Las proposiciones atómicas son «Juan tiene sed» representada con la variable p y «Mariana tiene sed» representada con q .

Se traduciría como:

$$p \wedge q$$

3. Como está muy nublado, va a llover. Por lo tanto no saldremos.

Las proposiciones atómicas son «Como está muy nublado» representada con a , «Va a llover» representada con b y «Por lo tanto **no** saldremos» representada como $\neg c$.

Se traduciría como:

$$(a \rightarrow b) \rightarrow \neg c$$

4. El lápiz es rojo o es amarillo.

Las proposiciones atómicas son «El lápiz es rojo» representada como k y «El lápiz es amarillo» como l .

Se traduciría como:

$$k \vee l$$

Problema 15

Menciona los operadores lógicos que cumplen con la propiedad conmutativa justificando tu respuesta.

Solución

Los operadores lógicos que cumplen con esta propiedad son la conjunción: \wedge , la disyunción: \vee y la doble implicación: \longleftrightarrow ; por ejemplo supongamos que expresar $p \wedge q$, es lo mismo que expresar $q \wedge p$, lo mismo para la disyunción y la doble implicación, tenemos $p \vee q$ es igual a $q \vee p$, y por último $p \longleftrightarrow q$ es igual a $q \longleftrightarrow p$

Problema 16

Menciona los operadores lógicos que cumplen con la propiedad asociativa justificando tu respuesta.

Solución

Los operadores lógicos que vendrían cumpliendo esta propiedad son los mismos que del problema anterior y sabemos que la asociatividad es de la forma: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

En justificación de nuestra respuesta, si tenemos a $(p \wedge q) \wedge r$ es lo mismo que expresar $p \wedge (q \wedge r)$, y si tenemos $(p \vee q) \vee r$ es igual que $p \vee (q \vee r)$, y aplicamos lo mismo para la doble implicación $(p \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow r = p \longleftrightarrow (q \longleftrightarrow r)$

Problema 17

Coloca los paréntesis en las siguientes expresiones de tal manera que respeten la precedencia de los operadores lógicos

- $s \wedge r \wedge q \vee t$

Solución

$$(s \wedge r) \wedge (q \vee t)$$

- $a \vee b \vee c \vee d \vee e$

Solución

$$((a \vee b) \vee (c \vee d)) \vee e$$

- $p \longrightarrow q \wedge s \longrightarrow r \vee a$

Solución

$$(p \longrightarrow (q \wedge s)) \longrightarrow (r \vee a)$$

- $\neg s \longleftrightarrow t \longrightarrow q \longrightarrow p$

Solución

$$(\neg s \longleftrightarrow t) \longrightarrow (q \longrightarrow p)$$

- $P(x) \longrightarrow R(n, k) \wedge 1 = 1 \longrightarrow P(1) \vee P(0) \longleftrightarrow R(0, 1)$

Solución

$$P(x) \longrightarrow ((R(n, k) \wedge 1 = 1) \longrightarrow (P(1) \vee P(0)) \longleftrightarrow R(0, 1))$$

- $P(n) \longrightarrow P(n+1) \longrightarrow P(n+2) \longrightarrow P(n+3) \longrightarrow P(n+4) \longrightarrow P(n+5)$

Solución

$$((((P(n) \longrightarrow P(n+1)) \longrightarrow P(n+2)) \longrightarrow P(n+3)) \longrightarrow P(n+4)) \longrightarrow P(n+5))$$

- $\neg p \vee P(n) \wedge P(n+1) \longrightarrow \neg(p \vee s) \wedge w \longrightarrow R(n, n+1)$

Solución

$$(((\neg p \vee P(n)) \wedge P(n+1)) \longrightarrow \neg((p \vee s) \wedge w)) \longrightarrow R(n, n+1)$$

Problema 29

Justifica por qué no son equivalentes las siguientes expresiones

$$\forall x \exists y (y + x = 0) \quad \text{y} \quad \exists y \forall x (y + x = 0)$$

Solución

Cambiar los cuantificadores, no es normalmente aceptado, los dos enunciados son validos, pero no quiere eso decir que son equivalentes, o congruentes, dado esto, podemos ver que al cambiar \forall y \exists no llega a un resultado congruente:

$$\forall x \exists y (y + x = 0) \not\equiv \exists y \forall x (y + x = 0)$$

Por ejemplo:

Sea $Q(x, y)$ como "x quiere a y". Siendo of $x, y : personas$

- El lado izquierdo seria $\forall x \exists y Q(x, y)$: "Todos quieren a alguien". Toda persona quiere a alguna persona.
- El lado derecho, siendo: $\exists y \forall x Q(x, y)$: ".Existe alguna persona que queire a todos". Alguien quiere a todas las personas.

Por esto diria que no son lo mismo.

Problema 41

Cuántos renglones tiene la tabla de verdad de una proposición de n variables? Justifica tu respuesta. (Si das una demostración formal se te da un punto extra).

Solución

Toda tabla de verdad tiene 2^n renglones, donde la n corresponde al número de variables proposicionales que aparecen en la fórmula.

Esta fórmula sirve para conocer el número de combinaciones que existen de asignaciones de valores de verdad a cada una de las variables, siempre y cuando se cumpla con que los valores de verdad sean sólo dos -verdadero o falso- y que existan asignaciones de valores de verdad a cada una de las variables.

Problema 42

Pasa las siguientes expresiones a forma normal disyuntiva.

1. $(p \longrightarrow q) \vee (q \longrightarrow p)$
2. $(p \longrightarrow r) \wedge (q \longrightarrow r)$
3. $(\neg r) \longrightarrow (p \longrightarrow q)$
4. $(\neg p) \longleftrightarrow q$

Problema 43

Existe un algoritmo¹ que dada una expresión lógica φ de como resultado una expresión φ' equivalente pero con la mínima cantidad de variables y operadores posibles?²

Problema 44

Cieto o falso: Sea Γ un conjunto de formulas. Si para cualquier subconjunto de $\Gamma' \subseteq \Gamma$ se tiene que Γ' es satisfacible, entonces Γ es satisfacible. Si no así, muestra un ejemplo. Si la respuesta es si, justifica.

¹De tiempo polinomial

²Esto quiere decir que φ' es mínima.

[miquelteorias; lodepe]