Matemáticas Discretas: Tarea #1

Entregar el Octubre 13, 2020 a las 11:59pm

Profesora Alma Arévalo Loyola

Sofía Alatorre **Jair Morales** **Diego Navarro**

Problema 14

¿Es posible que una misma cadena pertenezca a más de un lenguaje? Argumenta tu respuesta. Si la respuesta es afirmativa, proporciona un ejemplo.

Solución

Si.

Ejemplo:

Sea la gramática de un lenguaje A, dada por $G = \{\Sigma, T, S, P\}$ donde $\Sigma = a, b, c, \ldots, z$, $T = \Sigma$ y las producciones cualquier combinación de elementos del alfabeto, y la gramática del lenguaje B,todo lo mismo que la A, menos las producciones que son dadas por todas las palabras que sean del español. Podemos decir que nuestro diccionario es el siguiente conjunto $D = \{"perro"\}$. Vemos que $perro$, pertenece a estos dos lenguajes. Se pueden agregar muchas más palabras al diccionario, y se puede ver que siempre se cumple que el segundo lenguaje esta contenido en el primero.

Problema 25

Utilizando la gramática para el lenguaje de las cadenas de paréntesis balanceados decide cuales de las siguientes cadenas están bien construidas utilizando sus arboles de derivación:

A (()()))

B (()())(())

C (()()())(())

D ((((()))))()

Solución

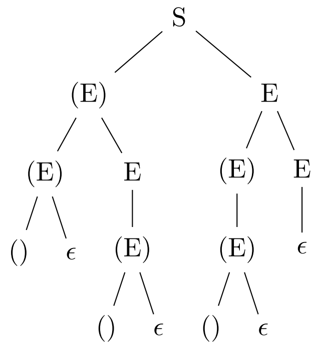
Parte A

Vemos a $(()()))$, ahora según la gramática de los paréntesis balanceados, tenemos que tener siempre la misma cantidad de paréntesis derechos, que de izquierdos.

Contamos que hay 3 paréntesis derechos, mientras que hay 4 paréntesis derechos. Por esto podemos decir que no pertenece a esta gramática.

Parte B

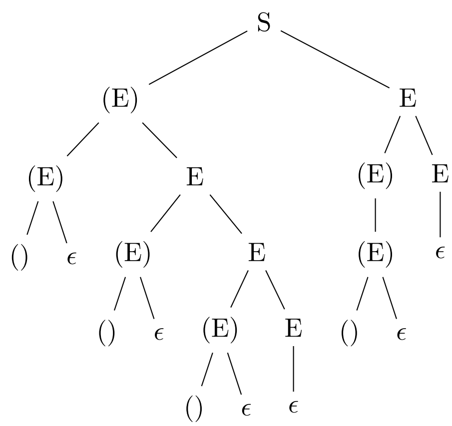
Veamos que pasa con $(()())(())$, podemos ver por su árbol de generación que si es parte de la gramática:



Esto siendo el árbol de generación de nuestra cadena a probar. Podemos ver que si es parte de esta gramática.

Parte C

Vemos ahora que pasa con (()()())(()), podemos ver el árbol de generación, con esto podemos estar seguro que pertenece. Y se ve de la siguiente manera:



Como podemos ver, podemos llegar a la cadena deseada, usando las reglas gramaticales. Gracias a esto podemos concluir que por tanto, la cadena pertenece a la gramática.

Parte D

Podemos ver que para este problema el numero de paréntesis que abren y que cierran no es el mismo, por eso podemos ver que no podría existir árbol de generación. En este caso vemos que el (((()))))() cuenta con 5 paréntesis izquierdos, pero en el caso de los paréntesis derechos cuenta con 6, así haciéndolo un caso imposible de generar por la gramática dada.

Problema 30

¿Puede existir más de una gramática para un mismo lenguaje? Justifica tu respuesta plenamente. En dado caso de que la respuesta sea **SI** selecciona alguna de las gramáticas con las que hemos trabajado a lo largo de la tarea y brinda un ejemplo de esto.

Solución

Puede existir más de una gramática para un mismo lenguaje. Así propongo las siguientes gramáticas que nos dan el mismo lenguaje. Tomamos por ejemplo el caso del ejercicio 17 de esta tarea donde se propone una gramática:

Considerando la siguiente $G = \Sigma, T, S, P$ donde $\Sigma = a, b, c, S$ es el alfabeto, $T = a, b, c$ es el conjunto de símbolos terminales, S es el símbolo inicial y P son las siguientes producciones: $S \to abS, S \to bcS, S \to bbS, S \to a, S \to cb$.

Esta siendo nuestra gramática A, vemos que si proponemos una gramática diferente que nos de el mismo lenguaje, estaríamos teniendo un contraejemplo de que para todo lenguaje $L\exists!G$.

La gramática que se propone es la siguiente:

Considerando la siguiente $G_1 = \Sigma_1, T_1, S_1, P_1$ donde $\Sigma_1 = a, b, c, S$ es el alfabeto, $T_1 = a, b, c$ es el conjunto de símbolos terminales, S_1 es el símbolo inicial y P_1 son las siguientes producciones: $S \to abS, S \to bES, S \to bcS, S \to a, S \to cb, E \to b$.

Podemos ver que esta gramática genera lo mismo, ya que E, solo regresa como un resultado a "b", y solo se usa en el lugar donde podríamos poner a "b", entonces, bien se puede hacer la simplificación de esta a la anterior sin pedir muchas cosas de nuestras reglas. Solamente se hace una sustitución en un lugar.

Por esto entonces podemos concluir que si es posible para algún lenguaje que existan 2 o más gramáticas que lo generen.

Problema 36

Cierto o falso (justifica brevemente): Existe un algoritmo tal que para cualquier lenguaje determine el conjunto de expresiones mínimas que genere dicho lenguaje.

Solución

Falso. Podemos ver que no siempre que queramos tener un lenguaje podemos saber que la gramática mínima que lo genere, ya que supongamos que existe un lenguaje A, que es el lenguaje de las expresiones gramáticas, y supongamos que es el mínimo, con el cual podemos generar a todas las reglas gramaticales que generan a todos los lenguajes posibles. Ya que podríamos generar una infinidad de lenguajes nuevos, lo único que podríamos decir es que si existe un lenguaje que pueda generarse con una cantidad finita de reglas, si las reglas son recursivas, y si las referencias no son cíclicas, podemos decir que estamos en un camino aceptable con menor cantidad de reglas.

Ahora tratando de ser más formal, podemos decir que El lenguaje de los lenguajes formales es un lenguaje formal. Como la definición de que es lo que es valido dentro de este lenguaje esta dada en ese lenguaje. Esto entonces dando como resultado una teoría que se define con la definición, entonces encontrar una demostración, de que es valido o no un mínimo de reglas, ya que al momento de definir estas, posiblemente no estamos contando todo lo que se tenga.