

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS  
APLICADAS Y EN SISTEMAS

ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA

Diseño de Experimentos

Tarea 3

Adriana Haydeé Contreras Peruyero (haydeeperuyero@im.unam.mx)

Alejandro Jiménez Palestino (ajpalestino@gmail.com)

Jesus Alberto Urrutia Camacho (urcajeal@gmail.com)

Ciudad de México

5 de junio de 2021

## Índice

1. Problema 1	3
2. Problema 2: Se estudia el acabado de la superficie de metal de ciertas partes hechas por cuatro máquinas. Se realizó un experimento en el cual cada máquina es operada por tres operadores diferentes y se seleccionan y prueban dos especímenes de cada operador.	3
3. Problema 3	6

## 1. Problema 1

## 2. Problema 2: Se estudia el acabado de la superficie de metal de ciertas partes hechas por cuatro máquinas. Se realizó un experimento en el cual cada máquina es operada por tres operadores diferentes y se seleccionan y prueban dos especímenes de cada operador.

Dada la localización de las máquinas, se utilizaron diferentes operadores en cada máquina los cuales fueron seleccionados al azar. Los datos se presentan a continuación.

**Cuadro 1:** Resultados por operador y máquina

maq	oper	y
Machine1	1	79
		62
	2	94
		74
	3	46
		57
Machine2	1	92
		99
	2	85
		79
	3	76
		68
Machine3	1	88
		75
	2	53
		56
	3	46
		57
Machine4	1	36
		53
	2	40
		56
	3	62
		47

*Escriba el modelo lineal para este experimento, explique los términos e interprete el análisis de varianza para los datos. Concluya.*

A continuación, se describirán las características del diseño total del experimento.

Dado que es un experimentos con diseño de efectos anidados balanceados, la ecuación que describe este modelo es la siguiente:

$$y_{kmo} = \mu + \tau_m + \beta_{m(o)} + \varepsilon_{k(mo)}$$

$$ConK = 1, \dots, 24$$

$$m = 1, 2, 3, 4.$$

$$o = 1, 2, 3.$$

Existen dos factores: 1. Máquina y, 2. Operador Con cuatro niveles del factor Máquina y tres niveles el factor operador. Es decir, 4x3, respectivamente.

La relación entre ambos factores es que están *anidados*. Ya que una característica de este diseño es que hay dos factores, donde el factor *Máquina* es fijo, mientras que los *Operadores* son aleatorios, pues los tres “operadores en cada máquina (...) fueron seleccionados al azar”. Otra característica es que los niveles  $j$  del factor *Operadores* son similares pero no idénticos para las diferentes máquinas, ya que los niveles de *Operadores* están marcados por etiquetas. Esto lleva rechazar que sean niveles cruzados. A continuación, se muestra una tabla que resume la anterior información.

**Cuadro 2:** Resumen de los términos del modelo

Factores	Factor	Anidación	Tamaño	Hipótesis_Nula
Máquina	Fijo	Principal	1,...,4	$H_o : \mu_i = \mu_j$
Operador	Aleatorio	Anidado	1,...3	$\sigma^2 = 0$

Para elaborar el análisis de ANOVA es necesario tener en consideración que el efecto del factor *Operador* es aleatorio, por lo que su hipótesis nula corresponde a una prueba de variación, la cuál es :  $H_o : \sigma^2 = 0$  . Mientras que la prueba del factor *Máquina* a ser fijo, su hipótesis nula corresponde a una prueba de igualdad de medias, la cuál es :  $\mu_i = \mu_j$ .

Entonces, para analizar la ANOVA, se corre el siguiente código. El cuál permite conocer los valores correctos del estadístico F.

```
roper <- as.random(oper)
fmaq <- as.fixed(maq)
modelo <- lm(y ~ fmaq + roper%in%fmaq)
gad(modelo)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
fmaq	3	3617.667	1205.8889	3.423794	0.0727968
fmaq:roper	8	2817.667	352.2083	4.168146	0.0134083
Residual	12	1014.000	84.5000	NA	NA

Con un P valor de 0.0728 no existe efecto significativo del tratamiento de maquinaria sobre las superficies de metal, por lo que no se rechaza la hipótesis de  $\mu_i = \mu_j$  con una confianza del 95 %. Por otra parte, hay variabilidad de las superficies de metal en cada operador de cada máquina, por lo que se rechaza la hipótesis nula de  $H_o : \sigma^2 = 0$  con un P valor de 0.013 con una confianza del 95 %. Por lo anterior, se debería de tratar de reducir esta variabilidad al entrenar mejor a los operadores.

```
compon <- lmer(y ~ maq + (1|maq:oper))
summary(compon)
```

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: y ~ maq + (1 | maq:oper)
##
## REML criterion at convergence: 164.1
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.04636 -0.69740 -0.05224  0.72879  1.48805
##
## Random effects:
##   Groups   Name      Variance Std.Dev.
##   maq:oper (Intercept) 133.9    11.570
##   Residual              84.5     9.192
## Number of obs: 24, groups:  maq:oper, 12
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error t value
## (Intercept)   68.667      7.662   8.962
## maqMachine2   14.500     10.835   1.338
## maqMachine3   -6.167     10.835  -0.569
## maqMachine4  -19.667     10.835  -1.815
##
## Correlation of Fixed Effects:
##              (Intr) mqMch2 mqMch3
## maqMachine2 -0.707
## maqMachine3 -0.707  0.500
## maqMachine4 -0.707  0.500  0.500
# estima los componentes de varianza
1-((133.9)/(133.9+84.5))
## [1] 0.3869048
```

Respecto a los *componentes de varianza*, es posible afirmar que el factor anidado (operador en Maquinaria) produce el 61.30952% de varianza. Lo cuál enfatiza la decisión de rechazar la hipótesis nula de  $H_0 : \sigma^2 = 0$ , ya que este tratamiento aporta variabilidad dentro del resultado de las superficies de metal.

**Cuadro 3:** Resumen de los términos del modelo

Fuente_varianza	Varianza	Proporción
Operador en Máquina	133.9	0.6130950
Error	84.5	0.3869048
Total	128.4	1.0000000

Finalmente, si ignoráramos que hubiese diferentes operadores, y por lo tanto no hubiese efectos aleatorios, se podría simular el siguiente escenario. Si se deseara comprobar el efecto del efecto de *Máquina*, se aplicaría un factorial de una vía balanceado del efecto fijo *Maquinaria*.

```
sin <- aov(y ~ maq)
summary(sin)
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## maq           3   3618  1205.9    6.294 0.0035 **
## Residuals    20   3832   191.6
```

## ---

## Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Se podría concluir que existe un efecto en el tratamiento de las máquinas sobre las superficies de metal, al rechazar la hipótesis de  $\mu_i = \mu_j$  con un P valor de 0.0035.

### 3. Problema 3

---

### Referencias

- [1] Nombre del autor, *Título del libro*, núm. ed., Editorial, año.