

```

<!DOCTYPE html>
<html lang="en">
<head>
  <meta charset="UTF-8">
  <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
  <link rel="stylesheet" href="style.css">
  <link rel="icon" href="./logo.png" type="image/x-icon">
  <title>METODOS NUMERICOS</title>
  <script src="./js.js" type="text/javascript"
src="https://cdn.jsdelivr.net/npm/mathjax@3/es5/tex-mml-cthtml.js"></script>
  <script id="MathJax-script" async
src="https://cdn.jsdelivr.net/npm/mathjax@3/es5/tex-mml-cthtml.js"></script>
  <script
src="https://cdn.jsdelivr.net/npm/mathjs@11.6.0/math.min.js"></script>

</head>
<body>
  <br>
  <br>
  <section id="portada">
    <div class="portada" align="center">
      <div class="encabezado">
        
        <div class="texto-centro">
          <h1>UNAM</h1>
          <h1>FES ACATLAN</h1>
          <h2>Métodos Numéricos I</h2>
        </div>
        
      </div>
      <br>
      <br>
      <div align="left">
        <h3>Integrantes:</h3>
        <br>
        <br>
        <br>
      </div>
      <div align="right">
        <h3>Fecha: <span id="fecha"></span></h3>
      </div>
      <button id="siguiente" class="boton">SIGUIENTE</button>
    </div>
  </section>
  <section id="introduccion">
    <div class="introduccion">
      <div align="center"><h1>INTRODUCCION</h1></div>
      <br>
      <p>Los <b>métodos numéricos</b> son técnicas matemáticas que permiten encontrar soluciones aproximadas a problemas matemáticos complejos, que no pueden ser resueltos de forma analítica o exacta. Se utilizan en diversos campos como la ingeniería, la física y la economía.</p>
      <h3>Aplicaciones de los Métodos Numéricos</h3>
      <p>Los métodos numéricos se aplican en muchos campos, incluyendo:</p>
      <ul>
        <li><strong>Simulación de sistemas físicos:</strong> En la ingeniería, para modelar fenómenos como el flujo de fluidos, la termodinámica, etc.</li>

```

- Optimización:** En problemas donde se busca la mejor solución, como en la economía o la gestión de recursos.

- Modelado matemático:** En biología, química y otros campos para resolver ecuaciones diferenciales y algebraicas.

Los métodos numéricos son herramientas fundamentales para resolver problemas matemáticos complejos en aplicaciones del mundo real. La elección del método adecuado depende del tipo de problema, la precisión requerida y los recursos computacionales disponibles.

UNIDAD II. Solución Numérica de Ecuaciones de una sola variable

UNIDAD III. Solución de sistemas de ecuaciones lineales

UNIDAD IV. Factorización LU y sus aplicaciones

UNIDAD V. Cálculo de valores y vectores propios

Solución Numérica de Ecuaciones de una Variable

Los métodos numéricos para ecuaciones de una sola variable son técnicas matemáticas que permiten aproximar las raíces de una ecuación de la forma $f(x) = 0$. Estas raíces son los valores de x que satisfacen la ecuación. Dado que muchas ecuaciones no pueden resolverse de manera exacta, estos métodos son esenciales para encontrar soluciones en aplicaciones prácticas.

Características Generales

- Aproximación iterativa:** Los métodos numéricos suelen comenzar con una o más suposiciones iniciales y luego refinan estas aproximaciones a través de iteraciones.
- Requieren evaluación de la función:** En cada iteración, se evalúa $f(x)$ y, en algunos casos, su derivada o diferencias entre puntos.
- Convergencia:** La velocidad con la que un método se aproxima a la raíz depende del método utilizado y de la cercanía de las suposiciones iniciales a la raíz real.

Clasificación de los Métodos

Los métodos numéricos para ecuaciones de una variable se pueden clasificar en dos categorías principales:

- Métodos cerrados:** Trabajan en un intervalo cerrado $[a, b]$ donde $f(a) \cdot f(b) < 0$. Garantizan la existencia de al menos una raíz en el intervalo si la función es continua. Ejemplo: Método de Bisección.
- Métodos abiertos:** No requieren un intervalo inicial, pero dependen de una o más aproximaciones iniciales. Su convergencia depende de la calidad de estas aproximaciones. Ejemplo: Métodos de Newton y de la Secante.

Importancia

Estos métodos son fundamentales en diversos campos de la ciencia y la ingeniería, ya que permiten resolver ecuaciones que surgen en problemas como:

- El análisis de sistemas dinámicos.
- La optimización de recursos en economía.
- El diseño de estructuras en ingeniería.
- El modelado de fenómenos naturales en física y química.

Conclusión

Los métodos numéricos para ecuaciones de una variable son herramientas esenciales para resolver problemas matemáticos complejos. Aunque tienen limitaciones, su implementación computacional permite abordar problemas que serían intratables mediante métodos analíticos tradicionales.

```

<h2>Menú</h2>
<h3>Solución Numérica de Ecuaciones de una sola variable</h3>
<br>
<br>
<div align="center">
  <br>
  <br>
  <table border="0" cellspacing="0" width="600px">
    <tr>
      <td align="center">
        <label for="falsa-posicion"
class="radio">TARTAGLIA</label>
        <input type="radio" id="falsa-posicion"
name="en1" class="radio">
      </td>
      <td align="center">
        <label for="newton" class="radio">NEWTON</label>
        <input type="radio" id="newton" name="en1"
class="radio">
      </td>
      <td align="center">
        <label for="secante"
class="radio">SECANTE</label>
        <input type="radio" id="secante" name="en1"
class="radio">
      </td>
    </tr>
  </table>
  <br>
  <br>
</div>
<br>
<br>
<button id="regresar-u-2-2" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="siguiente-u-2-2" class="boton">SELECCIONAR</button>
</div>
</section>
<section id="falsa-posicion-1">
  <div class="metodos-1" align="center">
    <h1>Método de Falsa Posición</h1>
    <div align="justify">
      <p>El método de falsa posición es un algoritmo para encontrar
raíces de funciones continuas  $f(x)$ , basado en la intersección de una línea
recta con el eje  $x$ . Se utiliza cuando existe un intervalo inicial  $[a, b]$  donde  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , asegurando la existencia de una raíz.</p>
      <h2>Fórmula</h2>
      <p>La aproximación de la raíz  $c$  se calcula como:</p>
      <p>

$$c = b - \frac{f(b)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

      </p>
      <h2>Pasos</h2>
      <ol>
        <li>Seleccionar un intervalo  $[a, b]$  tal que  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .</li>
        <li>Calcular  $c$  y evaluar  $f(c)$ .</li>
      </ol>
    </div>
  </div>
</section>

```

```

        <li>Ajustar el intervalo: si  $f(c) \cdot f(a) < 0$ ,
reemplazar  $b$  con  $c$ ; de lo contrario, reemplazar  $a$  con  $c$ 
</li>
        <li>Repetir hasta alcanzar el error deseado.</li>
</ol>

<h2>Aplicaciones</h2>
<p>Se utiliza en ingeniería, física y matemáticas para
resolver ecuaciones no lineales, siendo más eficiente que el método de bisección
en funciones casi lineales.</p>

<h2>Ventajas</h2>
<p>Es sencillo, garantiza convergencia y mejora la
aproximación con cada iteración. Sin embargo, su convergencia puede ser lenta si
la función tiene derivadas pequeñas cerca de los extremos del intervalo.</p>
</div>
<button id="regresar-u-2-f-p" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="siguiente-u-2-f-p" class="boton">SIGUIENTE</button>
</div>
</section>
<section id="falsa-posicion-2">
    <div class="metodos-2" align="center">
        <h2>FALSA POSICIÓN</h2>
        <p>Instrucciones: Selecciona la ecuación y el intervalo para
resolver con el método de Falsa Posición.</p>
        <div class="intervalo">
            <p>Introduce el intervalo:  $x \in$  [</p>
            <label for="inter-1"></label>
            <input type="text" id="inter-1" class="inter">
            <p>,</p>
            <label for="inter-2"></label>
            <input type="text" id="inter-2" class="inter">
            <p>]</p>
        </div>
        <div align="justify" class="ecuaciones">
            <br>
            <label for="ecuacion-1-f-p">  $x^3 - x^3 = 0$ </label>
            <input type="radio" id="ecuacion-1-f-p" class="radio"
name="ecuaciones">
            <div class="ec-2">
                <label for="ecuacion-2-f-p">  $x^2 - e^x - 3x + 2 = 0$ </label>
                <input type="radio" id="ecuacion-2-f-p" class="radio"
name="ecuaciones">
            </div>
        </div>
        <button id="resolver-f-p" class="boton-r">RESOLVER</button>
        <section id="solucion-fp">
            <p>Por lo tanto  $x \approx$  <b><span id="sol-f-
p"></span></b></p>
        </section>
        <div id="tabla-f-p"></div>
        <br>
        <br>
        <br>
        <button id="regresar-u-2-f-p-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="salir-2" class="boton">SALIR</button>
    </div>
</section>
<section id="newton-1">

```

```

<div class="metodos-1" align="center">
  <h1>Método de Newton</h1>
  <div align="justify">
    <p>El método de Newton, también llamado método de Newton-Raphson,
    es un algoritmo iterativo utilizado para encontrar aproximaciones a las raíces de
    funciones diferenciables \ ( f(x) \). Es rápido y eficiente, especialmente para
    funciones suaves cerca de la raíz.</p>

    <h2>Fórmula</h2>
    <p>Dado un valor inicial \ ( x_0 \), las aproximaciones sucesivas
    se calculan como:</p>
    <p>
      \[
      x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}
      \]
    </p>

    <h2>Pasos</h2>
    <ol>
      <li>Seleccionar un valor inicial \ ( x_0 \).</li>
      <li>Calcular \ ( x_{n+1} \) usando la fórmula anterior.</li>
      <li>Repetir hasta que \ ( |f(x_{n+1})| \) o la diferencia
    entre iteraciones sea menor que un umbral predefinido.</li>
    </ol>

    <h2>Aplicaciones</h2>
    <p>El método de Newton se utiliza ampliamente en ingeniería,
    física y matemáticas para resolver ecuaciones no lineales, optimización y
    problemas de ajuste de curvas.</p>

    <h2>Ventajas</h2>
    <p>Es rápido y, en general, converge cuadráticamente cerca de la
    raíz.</p>

    <h2>Limitaciones</h2>
    <p>Requiere conocer la derivada de \ ( f(x) \) y puede no
    converger si el valor inicial está lejos de la raíz o si \ ( f'(x) = 0 \) en algún
    punto del proceso.</p>
  </div>
  <button id="regresar-u-2-n" class="boton">REGRESAR</button>
  <button id="siguiente-u-2-n" class="boton">SIGUIENTE</button>
</div>
</section>
<section id="newton-2">
  <div class="metodos-2" align="center">
    <h2>NEWTON</h2>
    <div align="center" >
      <p>Instrucciones: Selecciona la ecuación a resolver y el
    valor inicial:</p>

    <div class="intervalo" align="center">
      <p>Valor inicial: </p>
      <label for="valor-inicial"></label>
      <input type="text" id="valor-inicial" class="inter">
    </div>

    <div align="justify" class="ecuaciones">
      <br>
      <label for="ecuacion-1-n"> \ ( x \operatorname{sen} x + 2x^2 - 1 = 0 \)</label>
      <input type="radio" id="ecuacion-1-n" class="radio"
name="ecuaciones">

```

```

3x+2=0\)\</label>
<div class="ec-2">
  <label for="ecuacion-2-n"> \ ( x^2-e^x-
  <input type="radio" id="ecuacion-2-n" class="radio"
name="ecuaciones">
</div>
</div>
<button id="resolver-n" class="boton-r">RESOLVER</button>
<br>
<br>
<section id="solucion-n">
  <p>Por lo tanto \ (x \thickapprox \) <b><span id="sol-
n"></span></b></p>
</section>
<br>
<br>
<div id="tabla-n">
</div>
<br>
<br>
</div>
<button id="regresar-u-2-n-2" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="salir-3" class="boton">SALIR</button>
</div>
</section>
<section id="secante-1">
  <div class="metodos-1" align="center">
    <h1>Método de la Secante</h1>
    <div align="justify">
      <p>El método de la secante es un algoritmo iterativo
utilizado para encontrar aproximaciones de las raíces de una función \ ( f(x) \).
A diferencia del método de Newton, no requiere calcular derivadas, utilizando en
su lugar una aproximación lineal basada en dos puntos.</p>

      <h2>Fórmula</h2>
      <p>Usando dos valores iniciales \ ( x_0 \) y \ ( x_1 \), la
siguiente iteración \ ( x_{n+1} \) se calcula como:</p>
      <p>
        \[
        x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n)
- f(x_{n-1})}
        \]
      </p>

      <h2>Pasos</h2>
      <ol>
        <li>Seleccionar dos puntos iniciales \ ( x_0 \) y \ ( x_1
\).</li>
        <li>Calcular \ ( x_{n+1} \) usando la fórmula.</li>
        <li>Repetir el proceso hasta que \ ( |f(x_{n+1})| \) sea
suficientemente pequeño o la diferencia entre iteraciones sea menor a un valor
tolerable.</li>
      </ol>

      <h2>Ventajas</h2>
      <ul>
        <li>No requiere derivadas, a diferencia del método de
Newton.</li>

```

```

        <li>Puede converger más rápido que otros métodos como el
de bisección.</li>
    </ul>

    <h2>Limitaciones</h2>
    <ul>
        <li>No siempre converge si los puntos iniciales no están
cerca de la raíz.</li>
        <li>Falla si  $f(x_n) - f(x_{n-1}) = 0$  .</li>
    </ul>

    <h2>Aplicaciones</h2>
    <p>El método de la secante se usa ampliamente en ingeniería,
física y matemáticas para resolver ecuaciones no lineales cuando el cálculo de
derivadas no es práctico o posible.</p>
</div>
<button id="regresar-u-2-s" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="siguiente-u-2-s" class="boton">SIGUIENTE</button>
</div>
</section>
<section id="secante-2">
    <div class="metodos-2" align="center">
        <h2>SECANTE</h2>
        <div align="center" >
            <p>Instrucciones: Selecciona la ecuación a resolver y el
valor inicial:</p>
            <div class="intervalo" align="center">
                <p>Valor inicial: </p>
                <label for="valor-inicial-2"></label>
                <input type="text" id="valor-inicial-2" class="inter">
            </div>
            <div align="justify" class="ecuaciones">
                <br>
                <label for="ecuacion-1-s">  $(x \sin x + 2x^2 - 1 = 0)$ </label>
                <input type="radio" id="ecuacion-1-s" class="radio"
name="ecuaciones">
                <div class="ec-2">
                    <label for="ecuacion-2-s">  $(x^2 - e^x -$ 
3x+2=0)</label>
                    <input type="radio" id="ecuacion-2-s" class="radio"
name="ecuaciones">
                </div>
            </div>
            <button id="resolver-s" class="boton-r">RESOLVER</button>
            <br>
            <br>
            <section id="solucion-s">
                <p>Por lo tanto  $(x \approx )$  <b><span id="sol-
s"></span></b></p>
            </section>
            <br>
            <br>
            <div id="tabla-s">
            </div>
            <br>
            <br>
        </div>
        <button id="regresar-u-2-s-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="salir-4" class="boton">SALIR</button>

```



```

        </div>
    </section>
</div>
<div class="unidad-3" align="center">
    <section id="unidad-3-introduccion">
        <div class="introducciones">
            <div align="center"><h1>Solución de sistemas de ecuaciones
lineales</h1></div>
            <br>
            <p>Los sistemas de ecuaciones lineales son conjuntos de
ecuaciones de la forma:</p>
            <p>
                \[
                A \mathbf{x} = \mathbf{b}
                \]
                donde:
                <ul>
                    <li><math>\mathbf{A}</math> es una matriz de coeficientes  $(n \times n)$ .</li>
                    <li><math>\mathbf{x}</math> es el vector de incógnitas  $(n \times 1)$ .</li>
                    <li><math>\mathbf{b}</math> es el vector de términos independientes  $(n \times 1)$ .</li>
                </ul>
            </p>
            <p>Los métodos numéricos para resolver estos sistemas son fundamentales en muchas aplicaciones prácticas donde el número de ecuaciones puede ser muy grande y los métodos analíticos son inviables.</p>

            <h3>Clasificación de los Métodos</h3>
            <p>Los métodos numéricos para sistemas de ecuaciones lineales se clasifican en:</p>
            <ul>
                <li><strong>Métodos directos:</strong> Encuentran la solución exacta (o con error de redondeo) en un número finito de pasos. Ejemplo: Eliminación de Gauss.</li>
                <li><strong>Métodos iterativos:</strong> Encuentran aproximaciones sucesivas a la solución. Son útiles para sistemas grandes y dispersos. Ejemplos: Método de Jacobi, Método de Gauss-Seidel.</li>
            </ul>
            <h3>Aplicaciones</h3>
            <p>Los métodos numéricos para sistemas de ecuaciones lineales se aplican en múltiples áreas, como:</p>
            <ul>
                <li>Análisis estructural en ingeniería.</li>
                <li>Modelado de circuitos eléctricos.</li>
                <li>Simulación de fluidos en dinámica de fluidos computacional (CFD).</li>
                <li>Resolución de problemas de optimización.</li>
            </ul>
            <h3>Conclusión</h3>
            <p>Los métodos numéricos para sistemas de ecuaciones lineales son herramientas esenciales en la resolución de problemas complejos en ciencia e ingeniería. La elección entre métodos directos e iterativos depende del tamaño del sistema, la naturaleza de la matriz  $\mathbf{A}$  y los recursos computacionales disponibles.</p>
            <br>
            <div align="center">
                <button id="regresar-u-3-1" class="boton">REGRESAR</button>
            </div>
        </div>
    </section>
</div>

```

```

        <button id="siguiente-u-3-1" class="boton">SIGUIENTE</button>
    </div>
</div>
</section>
<section id="unidad-3-menu">
    <div class="menu">
        <h2>Menú</h2>
        <h3>Solución de sistemas de ecuaciones lineales</h3>
        <br>
        <br>
        <br>
        <br>
        <div align="left" class="m-u-3">
            <div>
                <label for="gauss-jordan" class="radio">GAUSS
JORDAN</label>
                <input type="radio" id="gauss-jordan" name="en1"
class="radio">
            </div>
            <div>
                <label for="jacobi" class="radio">JACOBI</label>
                <input type="radio" id="jacobi" name="en1" class="radio">
            </div>
            <div>
                <label for="gauss-seidel" class="radio">GAUSS-
SEIDEL</label>
                <input type="radio" id="gauss-seidel" name="en1"
class="radio">
            </div>
            <br>
        </div>
        <br>
        <br>
        <br>
        <br>
        <button id="regresar-u-3-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="siguiente-u-3-2" class="boton">SELECCIONAR</button>
    </div>
</section>
<section id="gauss-jordan-1">
    <div class="metodos-1">
        <h1>Método de Gauss-Jordan</h1>
        <div align="justify">
            <p>El método de Gauss-Jordan es un procedimiento algebraico
utilizado para resolver sistemas de ecuaciones lineales y encontrar la inversa de
una matriz. Es una extensión del método de eliminación de Gauss y convierte la
matriz aumentada del sistema en su forma reducida escalonada.</p>

            <h2>Procedimiento</h2>
            <ol>
                <li>Construir la matriz aumentada del sistema de
ecuaciones.</li>
                <li>Usar operaciones elementales de fila (intercambio,
multiplicación y suma/resta de filas) para convertir la matriz aumentada en una
matriz identidad en el lado izquierdo.</li>
                <li>Los valores resultantes en el lado derecho
corresponden a las soluciones del sistema.</li>
            </ol>

```

```

        <h2>Ventajas</h2>
        <ul>
            <li>Proporciona una solución directa al sistema de
ecuaciones lineales.</li>
            <li>También puede calcular la inversa de una matriz en un
solo proceso.</li>
        </ul>

        <h2>Limitaciones</h2>
        <ul>
            <li>Es computacionalmente costoso para sistemas
grandes.</li>
            <li>La precisión puede verse afectada en caso de números
muy pequeños o muy grandes.</li>
        </ul>

        <h2>Aplicaciones</h2>
        <p>Se utiliza en álgebra lineal aplicada, ingeniería y
ciencias para resolver sistemas de ecuaciones lineales y encontrar matrices
inversas en modelos matemáticos y simulaciones.</p>
    </body>
</div>
</section>
<section id="gauss-jordan-2">
    <div class="metodos-2">
        <h2>GAUSS-JORDAN</h2>
        <div align="justify">
            <p>Instrucciones: Ingresa el orden de la matriz, después
oprime "Crear Matriz" e ingresa el valor de los coeficientes. Por último presiona
"Resolver".</p>
            <p>Nota: El valor del elemento Pivote no puede ser 0.</p>
        </div>
        <label for="orden-1">Orden de la Matiz: </label>
        <input type="text" id="orden-1" class="inter">
        <br>
        <br>
        <button id="crear-matriz" class="boton-r">Crear Matriz</button>
        <br>
        <br>
        <div id="matriz-gj"></div>
        <br>
        <section id="section-resolver-gj">
            <button id="resolver-gj" class="boton-r">Resolver</button>
        </section>
        <br>
        <br>
        <section id="resultado-gj"><p>Los resultados son: </p><div id="r-
gj"></div></section>
        <br>
        <br>
        <button id="regresar-g-j-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="salir-5" class="boton">SALIR</button>
    </div>
</section>
<section id="jacobi-1">
    <div class="metodos-1">

```

```

<h1>Método de Jacobi</h1>
<div align="justify">
    <p>El método de Jacobi es un algoritmo iterativo utilizado
    para resolver sistemas de ecuaciones lineales de la forma  $Ax = b$ . Es
    particularmente útil para matrices dispersas y sistemas grandes, siempre que la
    matriz  $A$  sea diagonalmente dominante o simétrica positiva definida.</p>

    <h2>Fórmula</h2>
    <p>La fórmula general para actualizar cada componente  $x_i^{(k+1)}$  en la  $k$ -ésima iteración es:</p>
    <p>
        \[
        x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j^{(k)} \right)
        \]
    </p>

    <h2>Pasos</h2>
    <ol>
        <li>Inicializar un vector  $x^{(0)}$  con valores
        aproximados.</li>
        <li>Reemplazar cada  $x_i$  usando la fórmula
        iterativa.</li>
        <li>Repetir hasta que la diferencia entre iteraciones
        consecutivas sea menor que un valor de tolerancia predefinido.</li>
    </ol>

    <h2>Ventajas</h2>
    <ul>
        <li>Sencillo de implementar y adecuado para sistemas
        dispersos.</li>
        <li>Permite paralelismo, ya que cada ecuación se resuelve
        de forma independiente.</li>
    </ul>

    <h2>Limitaciones</h2>
    <ul>
        <li>Puede no converger si la matriz no es diagonalmente
        dominante o simétrica positiva definida.</li>
        <li>Convergencia más lenta que otros métodos, como el de
        Gauss-Seidel.</li>
    </ul>

    <h2>Aplicaciones</h2>
    <p>El método de Jacobi se usa en simulaciones numéricas,
    análisis de estructuras y problemas de física computacional que involucran
    sistemas de ecuaciones grandes y dispersos.</p>
</div>
<button id="regresar-j" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="siguiente-j" class="boton">SIGUIENTE</button>
</div>
</section>
<section id="jacobi-2">
    <div class="metodos-2">
        <h2>JACOBI</h2>
        <div align="justify">
            <p>Instrucciones: Ingresa el orden de la matriz a resolver,
            escribe los coeficientes de cada variable y oprime resolver.</p>

```

<p>Nota: El Método garantizará convergencia a la solución cuando la matriz (A) tenga diagonal dominante, osea $(a_{ii}) \geq a_{ij}$, $i \neq j$, $a \in A$ </p>

```

<div align="center">
  <label for="orden-2">Orden de la Matriz: </label>
  <input type="text" id="orden-2" class="inter">
  <br>
  <br>
  <button id="crear-matriz-2" class="boton-r">Crear
Matriz</button>

  <br>
  <br>
  <div id="matriz-j">
  </div>
  <br>
  <br>
  <section id="section-resolver-j">
    <button id="resolver-jacobi" class="boton-
r">Resolver</button>
  </section>
  <br>
  <br>
  <div id="r-j"></div>
  <div id="tabla-jacobi"></div>
  <br>
  <br>
</div>
</div>
<button id="regresar-j-2" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="salir-6" class="boton">SALIR</button>
</div>
</section>
<section id="gauss-seidel-1">
  <div class="metodos-1">
    <h1>Método de Gauss-Seidel</h1>
    <div align="justify">
      <p>El método de Gauss-Seidel es un algoritmo iterativo para
resolver sistemas de ecuaciones lineales de la forma  $(Ax = b)$ . Es una
variante del método de Jacobi que utiliza los valores actualizados de  $(x)$  en
cada iteración para acelerar la convergencia.</p>

      <h2>Fórmula</h2>
      <p>La fórmula general para actualizar  $(x_i^{(k+1)})$  </p>
es:</p>

      <p>
        \[
          x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j < i} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j > i} a_{ij} x_j^{(k)} \right)
        \]
      </p>

      <h2>Pasos</h2>
      <ol>
        <li>Inicializar un vector  $(x^{(0)})$  con valores
aproximados.</li>
        <li>Actualizar  $(x_i)$  en cada iteración usando los
valores ya calculados en la misma iteración para  $(j < i)$ .</li>
        <li>Repetir hasta que la diferencia entre iteraciones
consecutivas sea menor que un valor de tolerancia predefinido.</li>

```

```

</ol>

<h2>Ventajas</h2>
<ul>
  <li>Convergencia más rápida que el método de Jacobi en la
mayoría de los casos.</li>
  <li>Requiere menos memoria, ya que los valores de  $(x)$ 
se actualizan en su lugar.</li>
</ul>

<h2>Limitaciones</h2>
<ul>
  <li>Puede no converger si la matriz no es diagonalmente
dominante o simétrica positiva definida.</li>
  <li>No es tan adecuado para sistemas donde las matrices
son muy grandes y dispersas.</li>
</ul>

<h2>Aplicaciones</h2>
<p>El método de Gauss-Seidel se utiliza en simulaciones
numéricas, ingeniería estructural y análisis de circuitos eléctricos, donde se
necesitan aproximaciones rápidas de soluciones de sistemas lineales.</p>
</div>
<button id="regresar-g-s" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="siguiente-g-s" class="boton">SIGUIENTE</button>
</div>
</section>
<section id="gauss-seidel-2">
  <div class="metodos-2">
    <h2>GAUSS SEIDEL</h2>
    <div align="justify">
      <p>Instrucciones: Ingresa el orden de la matriz, presiona el
boton "Crear Matriz" y luego oprime "Resolver"</p>
      <p>Nota: La diagonal debe ser estrictamente dominante:</p>
      <div align="center">
        
$$|a_{ii}| \geq \sum_{j \neq i}^n |a_{ij}|, a \in A$$

<br>
<br>
<label for="orden-3">Orden de la Matriz: </label>
<input type="text" id="orden-3" class="inter">
<br>
<br>
<button id="crear-matriz-3" class="boton-r">Crear
Matriz</button>

<br>
<br>
<div id="matriz-gs">
</div>
<br>
<br>
<section id="section-resolver-gs">
  <button id="resolver-gauss-seidel" class="boton-
r">Resolver</button>
</section>
<br>
<br>
<div id="r-gs"></div>
<div id="tabla-gauss-seidel"></div>
<br>

```

```

        <br>
    </div>
</div>
<button id="regresar-g-s-2" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="salir-7" class="boton">SALIR</button>
</div>
</section>
</div>
<!--UNIDAD IV-->
<div class="unidad-4">
    <section id="unidad-4-introduccion">
        <div class="introducciones">
            <div align="center"><h1>Factorización LU y sus
Aplicaciones</h1></div>
            <p>La factorización LU (o descomposición LU) es una técnica
matemática que permite descomponer una matriz cuadrada  $(A)$  en el producto de
dos matrices:</p>
            <p>

$$A = L \cdot U$$

donde:
            <ul>
                <li><math>(L)</math> es una matriz triangular inferior (con unos
en la diagonal principal).</li>
                <li><math>(U)</math> es una matriz triangular superior.</li>
            </ul>
            </p>
            <h3>Características</h3>
            <ul>
                <li>Es aplicable a matrices cuadradas no singulares  $(\det(A) \neq 0)$ .</li>
                <li>Puede requerir pivoteo parcial o completo para garantizar
estabilidad numérica.</li>
                <li>Reduce el costo computacional para sistemas lineales con
múltiples vectores independientes  $(\mathbf{b})$ .</li>
            </ul>
            <h3>Proceso de Factorización</h3>
            <p>La factorización LU se obtiene a través de métodos como la
eliminación de Gauss:</p>
            <ol>
                <li>Aplicar operaciones elementales para transformar la
matriz  $(A)$  en una matriz triangular superior  $(U)$ .</li>
                <li>Registrar los factores multiplicativos de estas
operaciones en una matriz triangular inferior  $(L)$ .</li>
            </ol>
            <p>Si se necesita mayor estabilidad numérica, se emplea pivoteo,
lo que introduce una matriz de permutación  $(P)$ :</p>
            <p>

$$P \cdot A = L \cdot U$$

            </p>
            <h3>Aplicaciones</h3>
            <p>La factorización LU tiene múltiples aplicaciones en
matemáticas aplicadas y ciencias de la computación:</p>
            <ul>

```

```

        <li><strong>Resolución de sistemas de ecuaciones
lineales:</strong> Para resolver  $(A \mathbf{x} = \mathbf{b})$ , primero se
calcula  $(L \cdot U = A)$ , luego se resuelve:
        <ol>
            <li><math>(L \mathbf{y} = \mathbf{b})(A) resolviendo  $(A \mathbf{x}_i = \mathbf{e}_i)$ ,
donde  $(\mathbf{e}_i)$  son los vectores de la base
canónica.</li>
        <li><strong>Análisis numérico:</strong> Optimiza el cálculo
para matrices grandes y es un paso clave en algoritmos como los de factorización
QR o SVD.</li>
    </ul>
    <br>
    <div align="center">
        <button id="regresar-u-4-1" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="siguiente-u-4-1" class="boton">SIGUIENTE</button>
    </div>
</div>
</section>
<section id="unidad-4-menu">
    <div class="menu" align="center">
        <h2>Menú</h2>
        <h3>Factorización LU y sus aplicaciones</h3>
        <div align="center">
            <br>
            <br>
            <br>
            <br>
            <table border="0" cellspacing="0" width="600px">
                <tr>
                    <td align="center">
                        <label for="doolittle"
class="radio">DOOLITTLE</label>
                        <input type="radio" id="doolittle" name="en1"
class="radio">
                    </td>
                    <td align="center">
                        <label for="cholesky"
class="radio">CHOLESKY</label>
                        <input type="radio" id="cholesky" name="en1"
class="radio">
                    </td>
                </tr>
            </table>
            <br>
            <br>
            <br>
        </div>
        <br>
        <br>
        <button id="regresar-u-4-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="siguiente-u-4-2" class="boton">SELECCIONAR</button>
    </div>

```



```

</section>
<section id="doolittle-1">
  <div class="metodos-1" align="center">
    <h1>Método de Doolittle</h1>
    <div align="justify">
      <p>El método de Doolittle es un procedimiento utilizado para
resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante la factorización de una matriz
\(\mathbf{A}\) en el producto de dos matrices: una matriz triangular inferior \(\mathbf{L}\) y
una matriz triangular superior \(\mathbf{U}\), es decir, \(\mathbf{A} = \mathbf{LU}\).</p>

      <h2>Procedimiento</h2>
      <ol>
        <li>Reescribir la matriz \(\mathbf{A}\) como el producto \(\mathbf{L}
\cdot \mathbf{U}\), donde \(\mathbf{L}\) tiene unos en la diagonal principal.</li>
        <li>Calcular las entradas de \(\mathbf{L}\) y \(\mathbf{U}\) de forma
iterativa utilizando sustituciones hacia adelante y hacia atrás.</li>
        <li>Resolver el sistema \(\mathbf{Ax} = \mathbf{b}\) en dos pasos:
          <ul>
            <li>Primero, resolver \(\mathbf{Ly} = \mathbf{b}\) usando
sustitución hacia adelante.</li>
            <li>Luego, resolver \(\mathbf{Ux} = \mathbf{y}\) usando
sustitución hacia atrás.</li>
          </ul>
        </li>
      </ol>

      <h2>Ventajas</h2>
      <ul>
        <li>Permite resolver múltiples sistemas con la misma
matriz \(\mathbf{A}\) cambiando solo el vector \(\mathbf{b}\).</li>
        <li>Reduce el costo computacional al dividir el problema
en pasos más simples.</li>
      </ul>

      <h2>Limitaciones</h2>
      <ul>
        <li>No siempre es aplicable si la matriz \(\mathbf{A}\) es
singular o no cuadrada.</li>
        <li>Pierde precisión en matrices con números muy pequeños
o muy grandes debido a errores de redondeo.</li>
      </ul>

      <h2>Aplicaciones</h2>
      <p>Se usa en álgebra lineal numérica para resolver sistemas
de ecuaciones, calcular inversas de matrices y determinar determinantes de
matrices grandes.</p>
    </div>
    <div align="center">
      <button id="regresar-c" class="boton">REGRESAR</button>
      <button id="siguiente-c" class="boton">SIGUIENTE</button>
    </div>
  </div>
</section>
<section id="doolittle-2">
  <div class="metodos-2" align="center">
    <h2>DOOLITTLE</h2>
    <div align="justify">

```

<p>instrucciones: Ingresa el orden de la matriz \(\mathbf{A}\) y presiona "Crear matriz", luego ingresa el valor de los coeficientes, por último presiona "Resolver". </p>

```
<div align="center">
  <br>
  <br>
  <label for="orden-4">Orden de la Matriz: </label>
  <input type="text" id="orden-4" class="inter">
  <br>
  <br>
  <button id="crear-matriz-4" class="boton-r">Crear
Matriz</button>

  <br>
  <br>
  <div id="matriz-d">
  </div>
  <br>
  <br>
  <section id="section-resolver-d">
    <button id="resolver-doolittle" class="boton-
r">Resolver</button>
  </section>
  <br>
  <div class="LU">
    <div id="matriz-l-d"></div>
    <div id="matriz-u-d"></div>
    <div id="vector-z-d"></div>
  </div>
  <br>
  <br>
  <div id="r-d"></div>
  <br>
  <br>
</div>
</div>
<button id="regresar-c-2" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="salir-8" class="boton">SALIR</button>
</div>
</section>
<section id="cholesky-1">
  <div class="metodos-1" align="center">
    <h1>Método de Cholesky</h1>
    <div align="justify">
      <p>El método de Cholesky es una técnica de factorización
utilizada para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Descompone una matriz
simétrica y definida positiva \(\mathbf{A}\) en el producto de una matriz triangular
inferior \(\mathbf{L}\) y su traspuesta \(\mathbf{L}^T\), es decir, \(\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T\).</p>
      <h2>Procedimiento</h2>
      <ol>
        <li>Comprobar que la matriz \(\mathbf{A}\) es simétrica y
definida positiva.</li>
        <li>Calcular los elementos de \(\mathbf{L}\) utilizando la
fórmula:
          <math display="block">l_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2}l_{ij} = \frac{1}{l_{jj}} \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk} \right)l_{ij} = \frac{1}{l_{jj}} \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk} \right)

```

```


$$l_{ij} = \frac{1}{l_{jj}} \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk} \right)$$


```

Resolver el sistema $Ax = b$ mediante:

- Sustitución hacia adelante para $Ly = b$
- Sustitución hacia atrás para $L^T x = y$

Ventajas

- Es más eficiente que otros métodos como Doolittle para matrices simétricas y definidas positivas.
- Reduce el costo computacional al trabajar con la mitad de los elementos de la matriz.

Limitaciones

- Solo es aplicable a matrices simétricas y definidas positivas.
- Puede ser inexacto si la matriz no cumple estas propiedades.

Aplicaciones

El método de Cholesky se utiliza en optimización, álgebra lineal numérica y análisis estadístico, especialmente en problemas que involucran matrices grandes y simétricas, como las covarianzas.

CHOLESKY

Instrucciones: Ingresa el orden de la matriz, presiona "Crear Matriz" e ingresa el valor de los coeficientes. Luego oprime "Resolver".

Nota: Para poder aplicar el método será necesario que la matriz cumpla las condiciones:

- Simétrica: $A^T = A$
- Definida Positiva: $\vec{x}^T A \vec{x} > 0$

Orden de la Matriz:

```

<div id="matriz-c">
</div>
<br>
<br>
<section id="section-resolver-c">
  <button id="resolver-cholesky" class="boton-
r">Resolver</button>
  </section>
  <br>
  <div class="LU">
    <div id="matriz-l-c"></div>
    <div id="matriz-u-c"></div>
  </div>
  <br>
  <br>
  <div class="LU">
    <div id="vector-z-c"></div>
    <div id="r-c"></div>
  </div>
  <br>
  <br>
  <button id="regresar-csky-2" class="boton">REGRESAR</button>
  <button id="salir-9" class="boton">SALIR</button>
</div>
</section>
</div>
<div class="unidad-5">
  <section id="unidad-5-introduccion">
    <div class="introducciones">
      <div align="center"><h1>Cálculo de Valores y Vectores
Propios</h1></div>
      <p>Los valores propios y vectores propios son conceptos
fundamentales en álgebra lineal y tienen aplicaciones extensas en diversas
disciplinas, como física, economía, ingeniería y ciencias de datos. Para una
matriz cuadrada  $(A)$ , un valor propio  $(\lambda)$  y un vector propio  $(\mathbf{v})$ 
satisfacen la ecuación:</p>
      <p>

$$A \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$$

      </p>
      <p>donde:</p>
      <ul>
        <li><math>\lambda</math> es un escalar, llamado valor
propio.</li>
        <li><math>\mathbf{v}</math> es un vector no nulo, llamado vector
propio.</li>
      </ul>
      </p>
      <h3>Cálculo de Valores Propios</h3>
      <p>Para encontrar los valores propios de una matriz  $(A)$ , se
resuelve el problema característico:</p>
      <p>

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

      </p>
      <p>donde  $(I)$  es la matriz identidad. Esta ecuación genera un
polinomio característico, cuyos raíces son los valores propios de  $(A)$ .</p>
    </div>
  </section>
</div>

```

```

        <h3>Cálculo de Vectores Propios</h3>
        <p>Una vez que los valores propios  $\lambda$  han sido
determinados, los vectores propios se calculan resolviendo el sistema lineal:</p>
        <p>
            \[
            (A - \lambda I) \mathbf{v} = 0
            \]
        </p>
        <p>Este sistema puede tener múltiples soluciones no triviales, lo
que implica que los vectores propios asociados a un valor propio forman un
subespacio (espacio propio).</p>

        <h3>Aplicaciones</h3>
        <p>Los valores y vectores propios tienen múltiples aplicaciones
prácticas, incluyendo:</p>
        <ul>
            <li><strong>Dinámica de sistemas:</strong> Análisis de
estabilidad y oscilaciones en sistemas físicos y económicos.</li>
            <li><strong>Reducción de dimensionalidad:</strong> Técnicas
como el Análisis de Componentes Principales (PCA) utilizan valores propios para
identificar las direcciones de máxima varianza en los datos.</li>
            <li><strong>Resolución de ecuaciones diferenciales:</strong>
Los valores propios de operadores diferenciales lineales ayudan a determinar
soluciones generales.</li>
            <li><strong>Similitud matricial:</strong> La diagonalización
de matrices simplifica cálculos exponenciales y otras operaciones
matriciales.</li>
        </ul>
        <div align="center">
            <button id="regresar-u-5-1" class="boton">REGRESAR</button>
            <button id="siguiente-u-5-1" class="boton">SIGUIENTE</button>
        </div>
    </section>
    <section id="unidad-5-menu">
        <div class="menu" align="center">
            <h2>Menú</h2>
            <h3>Cálculo de valores y vectores propios</h3>
            <br>
            <br>
            <br>
            <br>
            <div align="left">
                <table border="0" cellpadding="0" align="center"
width="600px">
                    <tr>
                        <td align="center">
                            <label for="potencia"
class="radio">POTENCIA</label>
                            <input type="radio" id="potencia" name="en1"
class="radio">
                        </td>
                        <td align="center">
                            <label for="potencia-inversa"
class="radio">POTENCIA-INVERSA</label>
                            <input type="radio" id="potencia-inversa"
name="en1" class="radio">
                        </td>
                    </tr>
                </table>
            </div>
        </div>
    </section>

```

```

        </tr>
    </table>
</div>
<br>
<br>
<br>
<br>
<button id="regresar-u-5-2" class="boton">REGRESAR</button>
<button id="seleccionar-u-5-2" class="boton">SELECCIONAR</button>
</div>
</section>
<section id="potencia-1">
    <div class="metodos-1" align="center">
        <h3>Método de la Potencia</h3>
        <div align="justify">
            <p>
                El <strong>método de la potencia</strong> es un algoritmo
                iterativo utilizado para calcular el
                <em>autovalor dominante</em> y su correspondiente
                <em>autovector</em> de una matriz cuadrada  $(A)$ .
            </p>
            <h4>Descripción</h4>
            <p>
                Dado un vector inicial no nulo  $(x^{(0)})$ , el método
                genera una sucesión de vectores mediante la iteración:
            </p>
            <p style="text-align: center;">

$$x^{(k+1)} = \frac{Ax^{(k)}}{\|x^{(k)}\|}$$

            </p>
            <p>
                donde  $\|x\|$  es una norma (usualmente, la norma
                euclidiana). Esta normalización evita el crecimiento ilimitado de  $(x^{(k)})$ .
            </p>
            <h4>Convergencia</h4>
            <p>
                Si  $(A)$  tiene un autovalor dominante  $(\lambda_1)$  (es
                decir,  $|\lambda_1| > |\lambda_i|$  para todos los  $(i \neq 1)$ ), el método
                converge a un vector paralelo al autovector asociado a  $(\lambda_1)$ .
            </p>
            <h4>Ventajas</h4>
            <ul>
                <li>Simplicidad de implementación.</li>
                <li>Computacionalmente eficiente para matrices grandes y
                dispersas.</li>
            </ul>
            <h4>Limitaciones</h4>
            <ul>
                <li>No converge si  $(A)$  no tiene un autovalor
                dominante.</li>
                <li>Puede ser sensible al vector inicial  $(x^{(0)})$ .</li>
            </ul>
        </div>
        <button id="regresar-p" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="siguiente-p" class="boton">SIGUIENTE</button>
    </div>
</section>
<section id="potencia-2">
    <div class="metodos-2" align="center">

```

```

        <h2>POTENCIA</h2>
        <div align="justify">
            <p>Instrucciones: Ingresa el orden de la matriz y presiona
"Crear Matriz". Luego ingresa el valor de los coeficientes y un vector inicial. El
método calculará el valor propio dominante y el vector propio asociado al valor
propio dominante.</p>
        </div>
        <br>
        <br>
        <label for="orden-6">Orden de la Matriz: </label>
        <input type="text" id="orden-6" class="inter">
        <br>
        <br>
        <button id="crear-matriz-6" class="boton-r">Crear Matriz</button>
        <br>
        <br>
        <div id="matriz-p" class="vector"></div>
        <br>
        <br>
        <div id="vector-p" class="vector"></div>
        <br>
        <br>
        <section id="section-resolver-p">
            <button id="resolver-potencia" class="boton-
r">Resolver</button>
        </section>
        <br>
        <br>
        <div id="eigenvalor-p"></div>
        <br>
        <div id="eigenvector-p"></div>
        <br>
        <div id="tabla-p"></div>
        <br>
        <br>
        <button id="regresar-p-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="salir-10" class="boton">SALIR</button>
    </div>
</section>
<section id="potencia-inversa-1">
    <div class="metodos-1" align="center">
        <h1>Método de la Potencia Inversa</h1>
        <div align="justify">
            <p>
                El <strong>método de la potencia inversa</strong> es una
variante del método de la potencia, utilizada para encontrar el
                <em>autovalor más pequeño en magnitud</em> de una matriz
cuadrada  $A$  y su correspondiente <em>autovector</em>.
            </p>

            <h2>Descripción</h2>
            <p>
                Dado un vector inicial no nulo  $x^{(0)}$ , el método
genera una sucesión de vectores resolviendo iterativamente un sistema lineal:
            </p>
            <p style="text-align: center;">

$$A y^{(k)} = x^{(k)}, \quad x^{(k+1)} = \frac{y^{(k)}}{\|y^{(k)}\|}$$

            </p>
        </div>
    </div>
</section>

```

$\|x\|$ es una norma (usualmente, la norma euclidiana). Esto equivale a aplicar el método de la potencia a la matriz A^{-1} , destacando los autovalores más cercanos a cero.

Convergencia

Si μ_1 es el autovalor de A más pequeño en magnitud (es decir, $|\mu_1| < |\mu_i|$ para $i \neq 1$), el método converge a un vector paralelo al autovector asociado a μ_1 .

Ventajas

- Permite calcular el autovalor más pequeño en magnitud, útil para problemas específicos.

- Es efectivo para matrices grandes y dispersas.

Limitaciones

- Requiere resolver un sistema lineal en cada iteración, lo que puede ser costoso computacionalmente.

- Sensible a la elección del vector inicial $x^{(0)}$.

- No converge si A es singular.

Notas Adicionales

El método puede combinarse con desplazamientos espectrales para calcular autovalores cercanos a un valor dado σ al aplicar el método de potencia inversa a $(A - \sigma I)^{-1}$.

REGRESARSIGUIENTE

potencia-inversa-2

POTENCIA-INVERSA

Instrucciones: Ingresa el orden de la matriz y presiona "Crear Matriz". Luego ingresa el valor de los coeficientes y un vector inicial. El método calculará el valor propio menor y el vector propio asociado al valor propio menor.

Orden de la Matriz:

Crear Matriz


```

        <div id="matriz-p-i" class="vector"></div>
        <br>
        <br>
        <div id="vector-p-i" class="vector"></div>
        <br>
        <br>
        <section id="section-resolver-p-i">
            <button id="resolver-potencia-inversa" class="boton-
r">Resolver</button>
        </section>
        <br>
        <br>
        <div id="eigenvalor-p-i"></div>
        <br>
        <div id="eigenvector-p-i"></div>
        <br>
        <div id="tabla-p-i"></div>
        <br>
        <br>
        <button id="regresar-p-i-2" class="boton">REGRESAR</button>
        <button id="salir-11" class="boton">SALIR</button>
    </div>
</section>
</div>
<!--SALIDA!!!!!-->
<section id="salida">
    <div class="salida" align="center">
        <h1>¡¡¡Gracias por utilizar el programa!!!</h1>
        
        <div class="descargas">
            <button id="btnHTML" class="boton">Descargar HTML</button>
            <button id="btnJs" class="boton">Descargar JavaScript</button>
            <button id="btnCSS" class="boton">Descargar CSS</button>
        </div>
        <div align="justify">
            <h2>Referencias: </h2>
            <ol>
                <li>
                    <p><strong>Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011).
</strong><em>Numerical Analysis</em> (9th ed.). Brooks/Cole, Cengage
Learning.</p>
                </li>
                <li>
                    <p><strong>Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2010).
</strong><em>Numerical Methods for Engineers</em> (6th ed.). McGraw-Hill
Education.</p>
                </li>
                <li>
                    <p><strong>Kincaid, D., & Cheney, W. (2002).
</strong><em>Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing</em> (3rd
ed.). Brooks/Cole.</p>
                </li>
            </ol>
        </div>
    </div>
</section>
<audio id="sonido-salida">
    <source type="audio/wav" src="./99636__tomlija__small-crowd-yelling-
yeah.wav">

```

```
</audio>
<audio id="audio-2">
  <source type="audio/wav" src="./340362__deleted_user_5205523__medium-
sized-indoor-crowd-clapping-outro.wav">
</audio>
</body>
</html>
```