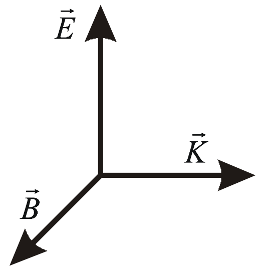
Ondas Electromagnéticas Planas



Una onda electromagnética está constituida por dos funciones de onda: un campo eléctrico y un campo magnético soluciones de las ecuaciones de Maxwell en medios dieléctricos.

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0 sen\left(\omega t-\vec{K}\cdot\vec{r}\right) \text{ y } \vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0 sen\left(\omega t-\vec{K}\cdot\vec{r}\right)$$

De las ecuaciones de Maxwell se deducen varias relaciones entre los dos campos:

Las direcciones de $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{K}$ (vector propagación) son perpendiculares dos a dos. La orientación relativa de las tres direcciones viene mostrada en la figura.

Las amplitudes están relacionadas con la ecuación: $\left|\vec{E}_0\right|=v\cdot\left|\vec{B}_0\right|$ (v es la velocidad de propagación de la onda).

Características de una onda electromagnética plana:

Fase: es el argumento de la función armónica (sen o $\cos$). En la onda que estamos trabajando: $\varphi=\omega t-\vec{K}\cdot\vec{r}$

La frecuencia angular ω: es el factor que multiplica al tiempo en la fase de la onda

El vector propagación $\vec{K}$: es el vector que se multiplica escalarmente por el vector posición $\vec{r}$ en la fase.

En general, el término espacial de la fase se desarrolla: $\vec{K}\cdot\vec{r}=K_x\cdot x+K_y\cdot y+K_z\cdot z$. Sin embargo, en nuestro caso trabajaremos con ondas que se propagan en la dirección de uno de los ejes del sistema de coordenadas. Es decir, el vector tendrá dos componentes nulas y sólo una distinta de cero.

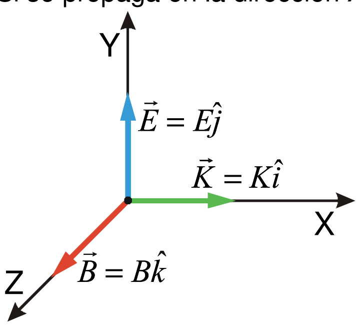
Si una onda se propaga en la dirección del eje X, la fase espacial será $\vec{K}\cdot\vec{r}=K_x\cdot x+0\cdot y+0\cdot z=K\cdot x$

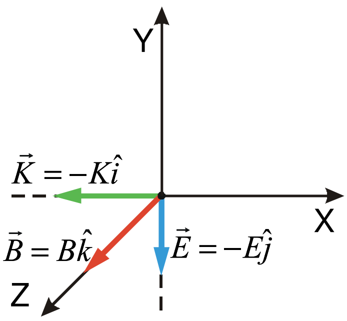
Los campos tendrán la forma:

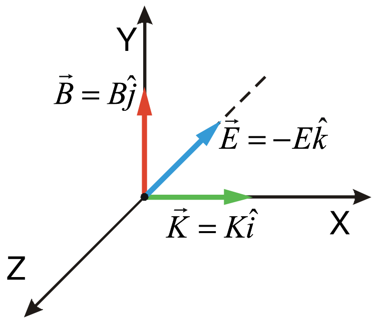
$$\vec{E}(x,t)=\vec{E}_0 sen\left(\omega t-Kx\right) \text{ y } \vec{B}(x,t)=\vec{B}_0 sen\left(\omega t-Kx\right)$$

Es importante conocer las orientaciones de los tres vectores de la onda. Por esta razón, representamos varios ejemplos de ondas electromagnéticas que se propagan en las direcciones de los tres ejes:

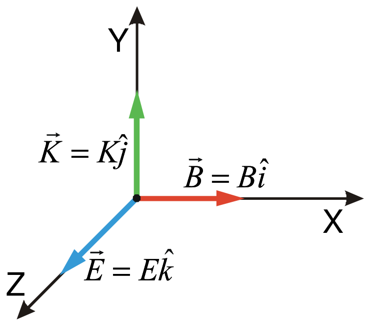
Si se propaga en la dirección X:

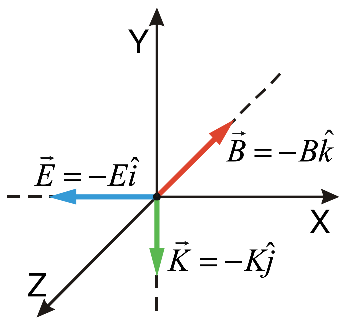


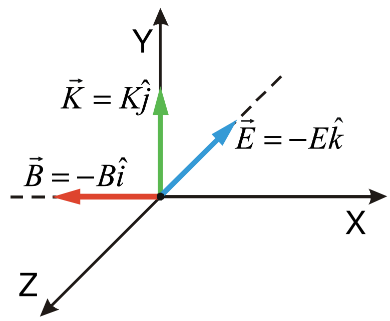




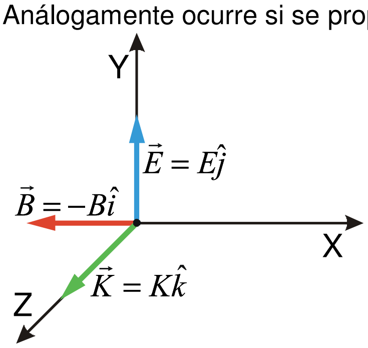
Si se propagan en el eje Y, las direcciones de los campos *"rotan"* manteniendo el orden relativo anterior:

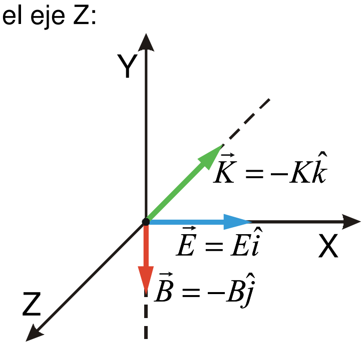


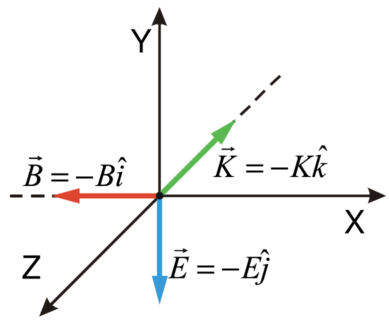




Análogamente ocurre si se propaga en el eje Z:







Relación entre las diferentes características de la onda:

Si la onda se propaga en el sentido positivo del eje X, la fase es: $\varphi(x,t) = \omega t - Kx$,

* ω es la frecuencia angular y se expresa en *radianes/segundo (rad/s)*
* K se llama número de ondas, es el módulo del vector propagación $\vec{K}$
* v es la velocidad de propagación, se obtiene de la relación: $\omega = K \cdot v$
* El número de ondas está vinculado con el periodo espacial (llamado longitud de onda "λ") por la expresión:

$$K \cdot \lambda = 2\pi$$

* La frecuencia angular está relacionada con el periodo temporal (llamado, simplemente periodo) por la expresión:

$$\omega \cdot T = 2\pi$$

* Además de la frecuencia angular se usa, también, la frecuencia lineal "$f = 1/T$" que se expresa en *ciclos/segundo* o *Hercios "Hz"*.

Nota importante:

Generalmente, las ondas que trabajamos se propagan en el aire o el vacío, sin embargo, *las ondas en **examen** a menudo se propagan en medios diferentes*. ¿Cómo pueden distinguirse?

La velocidad de propagación de las ondas en aire o vacío es de $3 \cdot 10^8 m/s$, en cualquier otro medio es inferior.

Cuando conocemos la fase de una onda, podemos averiguar la velocidad de propagación haciendo la división:

$$v = \omega / K$$

Una característica de los medios en que se propagan las ondas es el índice de refracción:

$$n = c / v$$

Si conocemos la frecuencia angular de la onda y sabemos que se propaga en un medio de índice n, el número de ondas tendrá un valor: $K = n \cdot \omega / c$

Vector de Poynting

Este vector expresa la cantidad de energía que transporta la onda por unidad de área y tiempo:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \; (W/m^2)$$

Si tomamos los campos del ejemplo anterior, el vector de Poynting tendrá la expresión:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E}_0 sen(\omega t - Kx) \times \vec{B}_0 sen(\omega t - Kx) = \frac{1}{\mu_0} \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \cdot sen^2(\omega t - Kx)$$

Si se observa cualquiera de las representaciones de la página anterior, puede comprobarse que el producto vectorial de la expresión coincide en dirección y sentido con el vector propagación. Es decir, $\vec{S}$ expresa la cantidad de energía transportada por la onda por unidad de área y tiempo incluyendo la dirección y sentido de este transporte.

Este vector varía con el tiempo con una frecuencia muy alta (las frecuencias de las ondas electromagnéticas son del orden de $10^{15} Hz$. Por esta razón, el valor instantáneo del vector de Poynting, carece de utilidad. Se toma el promedio de su módulo que nos indica la energía media que transporta la onda por unidad de área y tiempo. Este valor medio recibe el nombre de intensidad:

$$I = \left\langle \left| \vec{S} \right| \right\rangle = \left\langle \frac{1}{\mu_0} E_0 \times B_0 \cdot sen^2(\omega t - Kx) \right\rangle = \frac{1}{\mu_0} E_0 \times B_0 \cdot \left\langle sen^2(\omega t - Kx) \right\rangle = \frac{1}{\mu_0} E_0 \times B_0 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2\mu_0} E_0 \cdot B_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 v E_0^2}$$