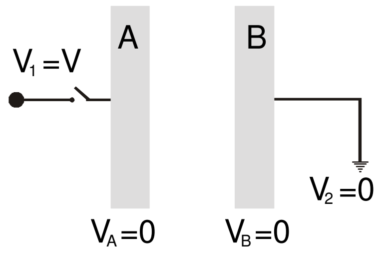
manolo@auladoce.com
FFI / Informática

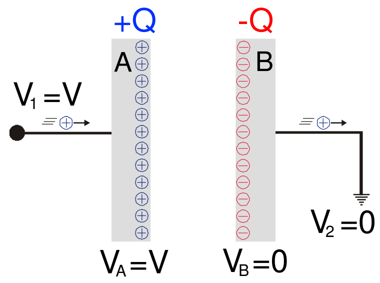
CONDENSADOR PLANO

Vamos a conocer el comportamiento de un sistema formado por dos placas planas (A y B) y paralelas construidas con un material conductor, de área S y separadas una distancia d. Este sistema se conoce como condensador plano.

Disponemos de dos placas como hemos descrito anteriormente, descargadas, es decir, cada una dispone del mismo número de cargas positivas y negativas. Esto significa que cada placa es eléctricamente neutra.

En primer lugar vamos a cargar eléctricamente el sistema. Para ello conectamos una de las placas (por ejemplo A) a una fuente de potencial $V_1=V$ y la otra (B) a tierra ($V_2=0$).





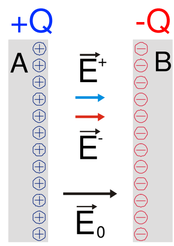
Inicialmente ambas placas están descargadas (tienen potencial cero), por esto, desde la fuente de potencial V "*caerán*" cargas hacia la placa conectada hasta que el potencial de ésta sea V. Cada carga que ocupa la placa A genera un potencial a su alrededor repeliendo a otra carga del mismo signo de la placa B hacia tierra, quedando, en esa placa, un defecto de carga positiva, es decir, un exceso de negativa. Una vez alcanzado el equilibrio electrostático, la placa A tendrá una carga $+Q$ y la placa B resultará cargada con $-Q$.

El campo eléctrico que genera la placa positiva (repulsivo) en la región interior está dirigido hacia la placa negativa y su módulo es:

$$E^+ = \frac{Q/S}{2\varepsilon_0}$$

El campo eléctrico debido a la placa B (negativa) en la misma región está dirigido, también, hacia la placa negativa (atractivo)

$$E^- = \frac{Q/S}{2\varepsilon_0}$$



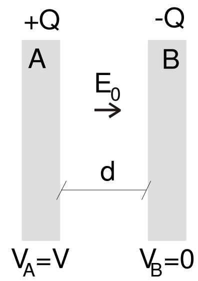
El campo resultante entre las dos placas es la suma de ambos. Le llamamos E_0 porque estamos suponiendo que el espacio entre las placas está vacío. $E_0 = E^+ + E^- = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$

1.- CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR

La característica más importante de un condensador es su capacidad. Nos indica la cantidad de carga y energía que puede almacenar cuando se aplica una diferencia de potencial entre sus placas.

Se define como la razón entre carga almacenada y diferencia de potencial entre las placas.

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{V_{AB}}$$

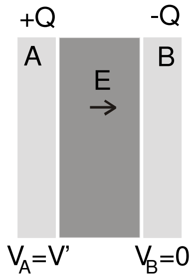


La capacidad de un condensador puede obtenerse a partir de sus características geométricas. Podemos expresar la diferencia de potencial en función de la carga:

$$V_{AB} = E_0 \cdot d = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \cdot d \rightarrow Q = V_{AB}\frac{\varepsilon_0 S}{d} \rightarrow C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

En este caso, hemos llamado C_0 a la capacidad para indicar que corresponde a la capacidad del condensador en vacío.

2.- CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR LLENO CON DIELÉCTRICO



Cuando se rellena el espacio entre las placas del condensador con material dieléctrico, el campo eléctrico se reduce en el interior de este material.

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

donde ε_r es la permitividad relativa del dieléctrico, respecto de la del vacío: $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$

Para deducir la capacidad del condensador en las nuevas condiciones, buscamos la nueva diferencia de potencial:

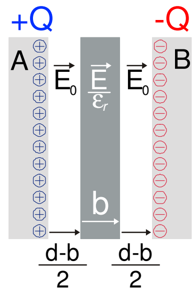
$$V'_{AB} = E \cdot d = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \cdot d = \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S} \cdot d = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \cdot d = \frac{1}{\varepsilon_r} V_{AB} \rightarrow V'_{AB} = \frac{V_{AB}}{\varepsilon_r}$$

Obtenida la nueva diferencia de potencial entre las placas, podemos aplicar la definición de capacidad:

$$C = \frac{Q}{V'_{AB}} = \frac{Q}{V_{AB}/\varepsilon_r} = \varepsilon_r \frac{Q}{V_{AB}} = \varepsilon_r \cdot C_0 \rightarrow C = \varepsilon_r \cdot C_0$$

La capacidad del condensador con dieléctrico crece respecto de su valor en vacío.

3.- CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR RELLENADO PARCIALMENTE CON DIELÉCTRICO



Cuando el dieléctrico no llena completamente el hueco entre las placas del condensador, la diferencia de potencial entre las placas será:

$$V_{AB} = E_0 \cdot \frac{d-b}{2} + \frac{E_0}{\varepsilon_r} \cdot b + E_0 \cdot \frac{d-b}{2}$$

$$V_{AB} = E_0 \cdot \left(d - b + \frac{b}{\varepsilon_r} \right) \rightarrow V_{AB} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot S} \cdot \left(d - b + \frac{b}{\varepsilon_r} \right) = Q \cdot \frac{1}{\varepsilon_0 \cdot S} \left[d - b\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right) \right]$$

Despejando la carga acumulada en función de la diferencia de potencial entre placas, obtenemos la capacidad:

$$Q = V_{AB} \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\left[d - b(1 - 1/\varepsilon_r) \right]} \quad \rightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\left[d - b(1 - 1/\varepsilon_r) \right]}$$

4.- CONEXIÓN DE CONDENSADORES

4.1.- Conexión en *serie*:

Cuando se conectan dos condensadores en serie, como muestra la figura 1, se une una placa de cada uno (formando el bloque II), uniendo los polos libres a un potencial V_A (el bloque I) y el otro a tierra $V_B = 0$ (el bloque III).

Una vez realizada la conexión, las cargas disponibles en la fuente de potencial V_A, *"caen"* hacia la placa I del condensador.

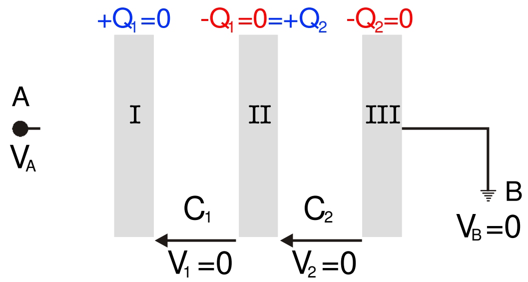


Fig. 1 Condensadores descargados, antes de la conexión.

Sin embargo, cada carga provoca el aumento del potencial de la placa I. Este proceso termina cuando el potencial de la placa se iguala con V_A. Llamamos $+Q_1$ a la carga total que ha acumulado esta placa.

manolo@auladoce.com

Durante el proceso de carga de la placa I, la llegada de cada carga en esta placa genera un campo repulsivo en su entrono, que empuja a una carga del bloque II de igual valor hacia la superficie derecha de dicho bloque. Por esto, queda la superficie izquierda con un defecto de carga positiva igual al exceso que la placa I tiene ($-Q_1$) y la superficie derecha con carga $+Q_2 = +Q_1$. Análogamente, la llegada de cada carga a la superficie derecha del bloque intermedio "empuja" a otra carga igual hacia la derecha, pero en esta ocasión la carga puede abandonar el bloque III porque está conectado a tierra $V_B = 0$.

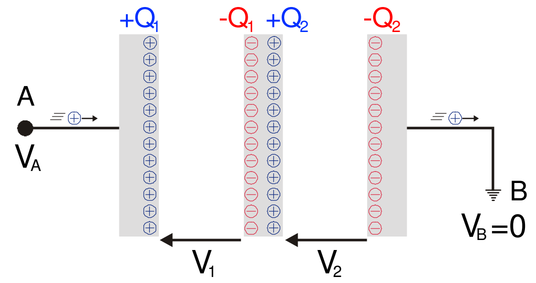


Fig. 2 Condensadores cargados, en equilibrio tras la conexión.

Puesto que este último bloque ha perdido una cantidad de carga positiva $+Q_2$ habrá quedado cargado negativamente con $-Q_2$.

Buscamos la capacidad del conjunto, para ello evaluamos la diferencia de potencial entre los bloques I y III en función de las capacidades de los dos condensadores:

$$V_A - V_B = V_1 + V_2 \rightarrow V_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow V_{AB} = Q_1 \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \rightarrow \frac{V_{AB}}{Q_1} = \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

4.2.- Conexión en *paralelo*:

Cuando se conectan dos condensadores en paralelo, como muestra la figura 3, se unen una placa de cada uno a un potencial V_A y las otras dos a tierra $V_B = 0$.

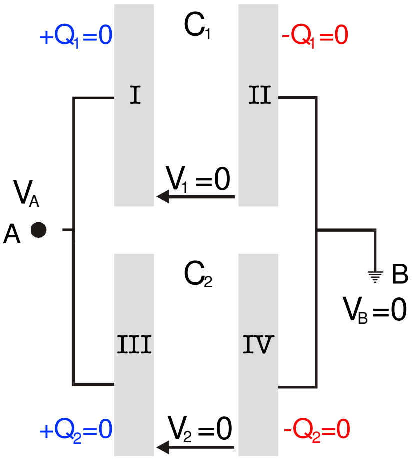


Fig. 3 Condensadores descargados, antes de la conexión.

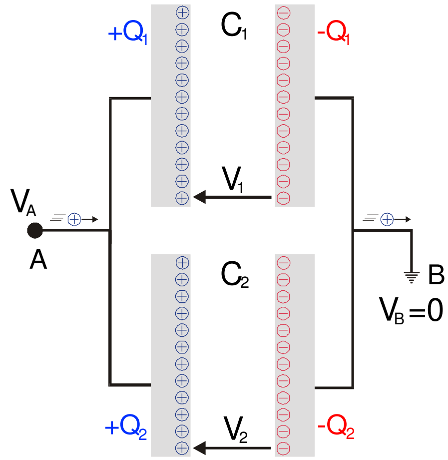


Fig. 3 Condensadores cargados, en equilibrio tras la conexión.

Ahora, las cargas irán *"cayendo"* desde la fuente de potencial A hacia las placas I y III que inicialmente tienen potencial cero. El potencial de estas placas irá creciendo hasta alcanzar el valor V_A. En ese momento cesa el flujo de carga. La llegada de carga a estas placas genera un campo que repele cargas positivas de igual valor en las placas de enfrente (II y VI) que, por estar conectadas a tierra salen de estas placas quedando cargadas con idéntica carga de signo contrario. La carga total acumulada en el equilibrio será la suma de las cagas de cada condensador: $Q = Q_1 + Q_2$

Cuando los condensadores están cargados, la diferencia de potencial entre las placas de ambos condensadores es:

$$V_A - V_B = V_1 = V_2 \rightarrow V_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = C_1 \cdot V_{AB} \\ Q_2 = C_2 \cdot V_{AB} \end{cases}$$

La capacidad del conjunto se puede expresar de la forma:

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q_1 + Q_2}{V_{AB}} = \frac{Q_1}{V_{AB}} + \frac{Q_2}{V_{AB}} = C_1 + C_2$$