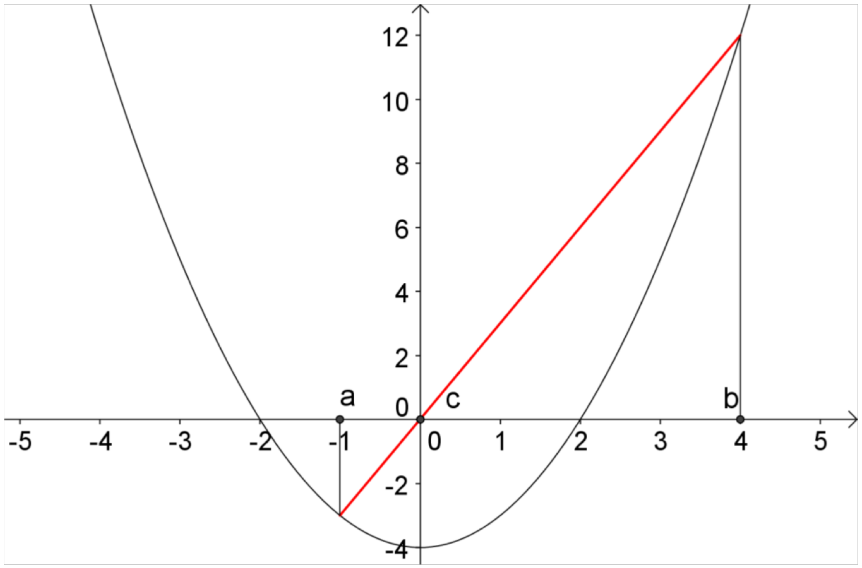
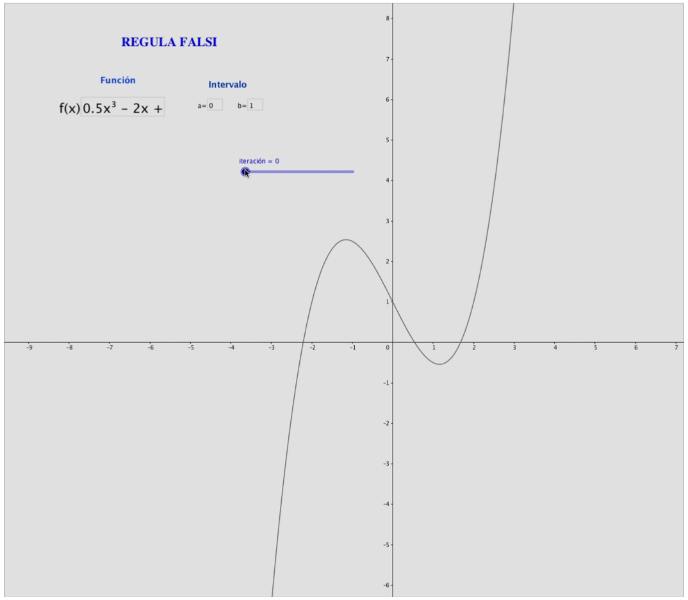
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES-II

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO REGULA FALSI

Si exigimos la premisa de Bolzano al método de la secante, tal que $f(a_i)\cdot f(b_i) < 0$, entonces el nuevo $c_i \in (a_i,b_i)$. Esto convierte al método en acotado con convergencia





RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO REGULA FALSI

Esta variante del método de la secante se llama Regula Falsi (Regla Falsa) o de falsa posición

Este método resulta en convergencia más rápido que el de la bisección, pero más lento que el de la secante

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO REGULA FALSI

Pseudocódigo

```
BúsquedaReguIaFalsi (f(x),a,b,ε,Δ,n)
    i:=0
    repetir
        i:=i+1
        si abs(f(a))>abs(f(b)) entonces
            a⇔b
        h:=f(a)*(b-a)/(f(b)-f(a))
        c:=a-h
        si signo(f(a))*signo(f(c))<0
            entonces b:=c
            si no      a:=c
    hasta (abs(f(c))≤ε) ó (abs(h)≤Δ) ó (i=n)
devolver c
```

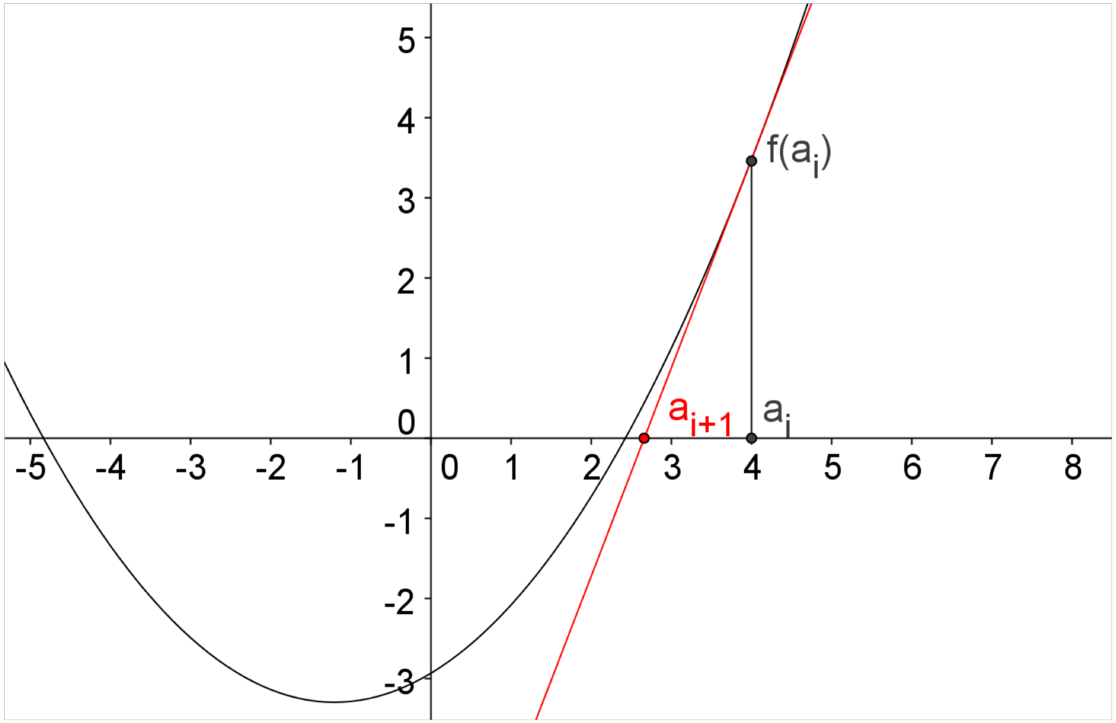
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON

Resulta similar al método de la secante pero usando la recta tangente f'(x), en vez de la secante

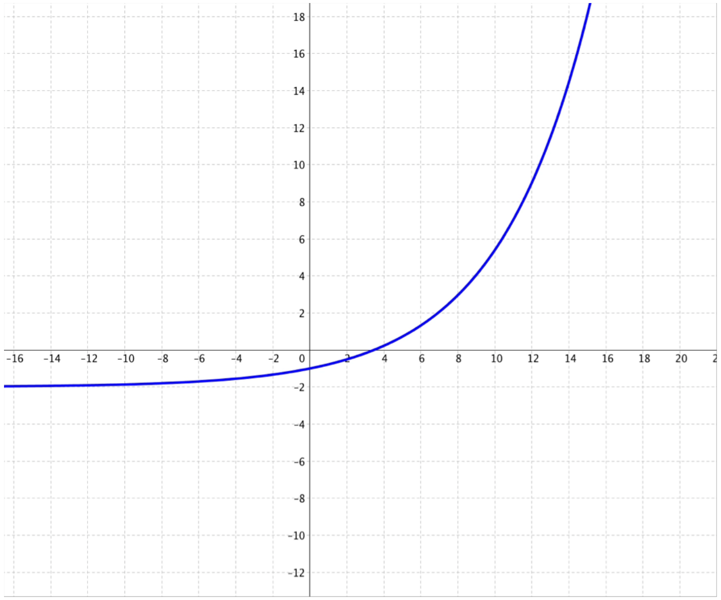
$$\frac{y-f(a_i)}{x-a_i}=f'(a_i)$$

$$\frac{0-f(a_i)}{a_{i+1}-a_i}=f'(a_i)$$

$$a_{i+1}=a_i-\frac{f(a_i)}{f'(a_i)}$$



Resulta similar al método de la secante pero usando la recta tangente f'(x), en vez de la secante



Pseudocódigo

```
BúsquedaPorNewton (f(x),a,ε,Δ,n)
      f'(x)::=df(x)/dx
      i:=0
     repetir
            i:=i+1
            h:=f(a)/f'(a)
            c:=a-h
            a:=c
     hasta (abs(f(c))≤ε) ó (abs(h)≤Δ) ó (i=n)
devolver c
```

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz desde *a=-1* en $f(x) = x^2 + 4x - 5$ con *n=6*, *ε=0,05* y *Δ=0,01*

	=n		Δ=			ε=	
i	a	b	c	h	f(a)	f(b)	f(c)

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz desde *a=-1* en $f(x) = x^2 + 4x - 5$ con *n=6*, *ε=0,05* y *Δ=0,01*

	=n	Δ=			ε=	
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz desde *a=-1* en con *n=6*, *ε=0,05* y *Δ=0,01*

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

6	**=n**	**Δ=**	0,01		**ε=**	0,05
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	-1	3	-4	-8	2	16

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz desde *a=-1* en con *n=6*, *ε=0,05* y *Δ=0,01*

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

6	=n	Δ=	0,01		ε=	0,05
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	-1	3	-4	-8	2	16
2	3	1,4	1,6	16	10	2,56

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz desde *a=-1* en con *n=6*, *ε=0,05* y *Δ=0,01*

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

6	=n	Δ=	0,01		ε=	0,05
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	-1	3	-4	-8	2	16
2	3	1,4	1,6	16	10	2,56
3	1,4	1,02	0,38	2,56	6,8	0,14

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz desde *a=-1* en con *n=6*, *ε=0,05* y *Δ=0,01*

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

6	=n	Δ=	0,01		ε=	0,05
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	-1	3	-4	-8	2	16
2	3	1,4	1,6	16	10	2,56
3	1,4	1,02	0,38	2,56	6,8	0,14
4	1,02	**1**	0,02	0,14	6,05	0

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$ para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$

		Δ=				
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $\quad f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de *a=0*

		Δ=	0,001			
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $\quad f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de *a=0* **FALLO**

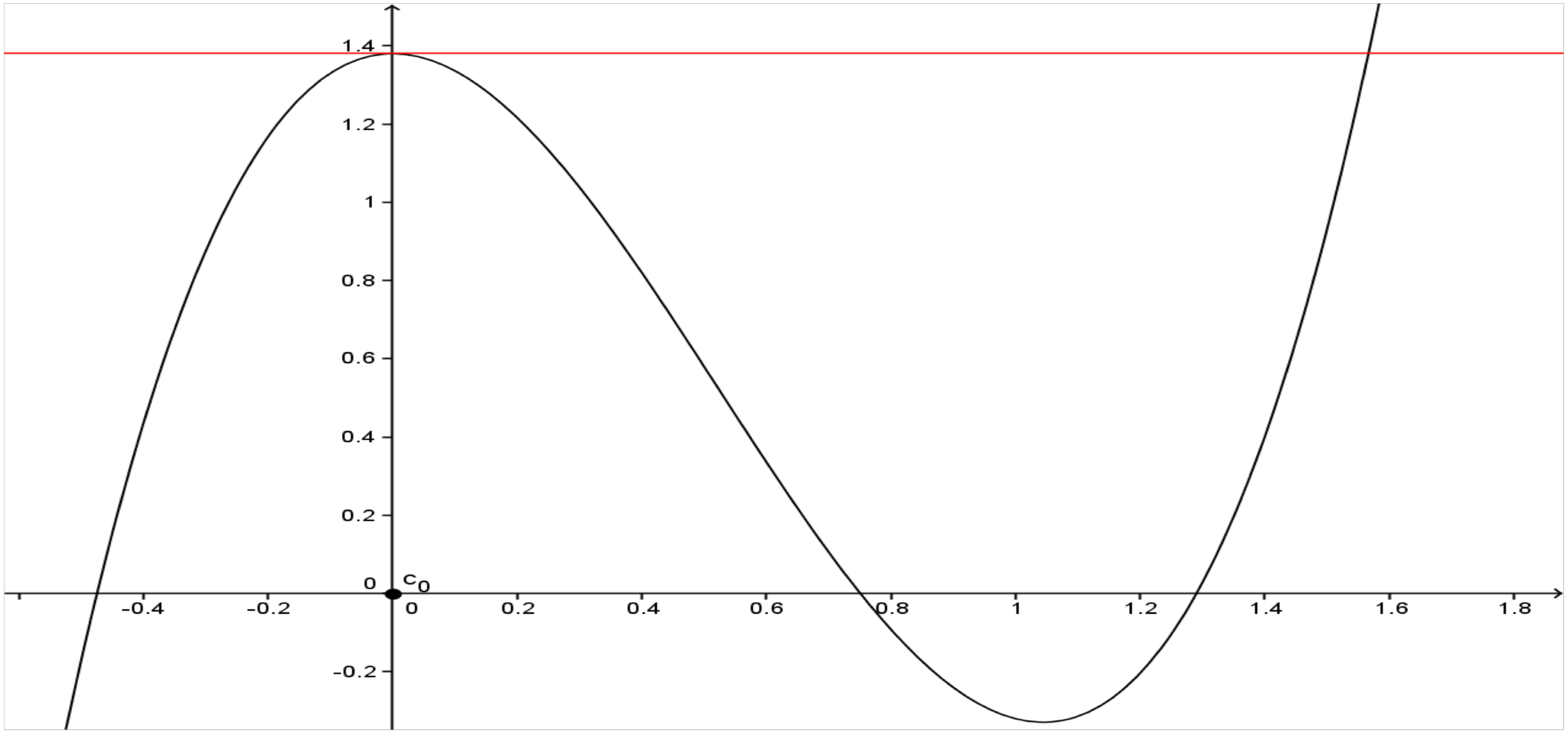
		Δ=	0,001			
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	0		**error**	1,38	0	

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto *Δ ≤ 1·10*$^{-3}$

para $f(x)=3x^3-4.7x^2+1.38$ $\quad f'(x)=9x^2-9.4x$

Partimos de *a=0* **FALLO**



RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $\quad f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de *a=1*

		Δ=	0,001			
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de *a=1*

		Δ=	0,001			
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	1	0,2	0,8	-0,32	-0,4	1,216

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $\quad f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de $a=1$

		Δ=	0,001			
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	1	0,2	0,8	-0,32	-0,4	1,216
2	0,2	1	-0,8	1,216	-1,52	-0,32

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $\quad f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de *a=1*

FALLO 2

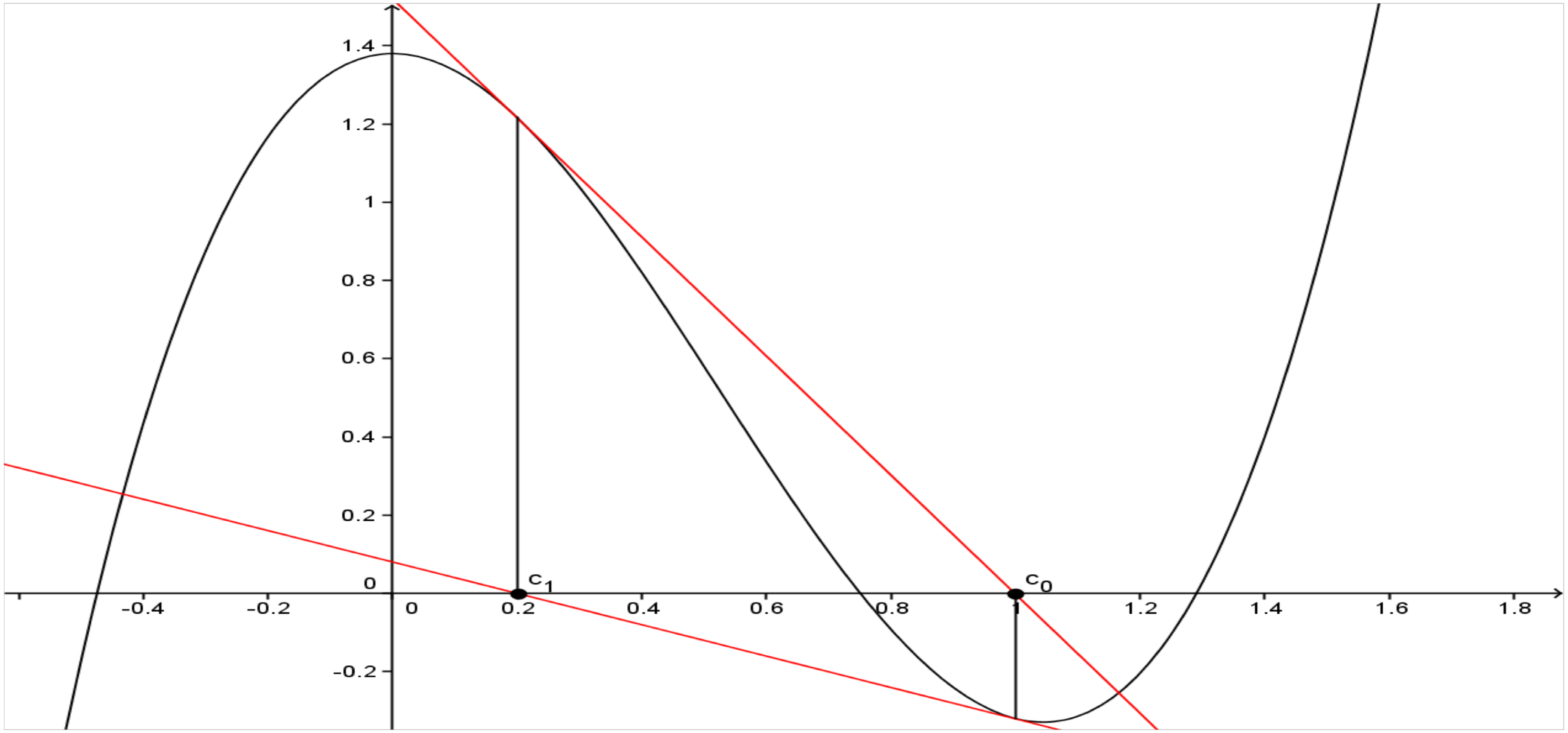
		Δ=	0,001			
i	**a**	**c**	**h**	**f(a)**	**f'(a)**	**f(c)**
1	1	0,2	0,8	-0,32	-0,4	1,216
2	0,2	1	-0,8	1,216	-1,52	-0,32
3	1		**ciclo**			

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO DE NEWTON. EJEMPLO

Buscar una raíz con error absoluto $\Delta \leq 1 \cdot 10^{-3}$

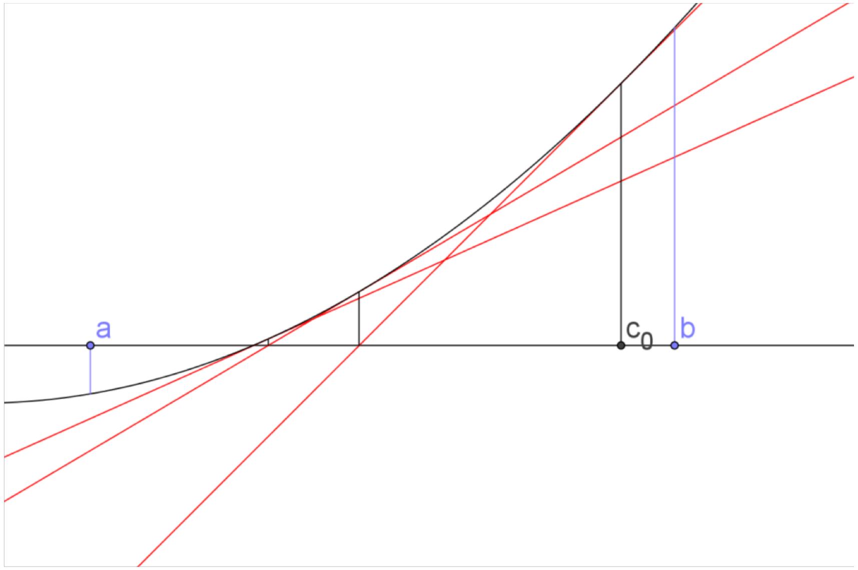
para $f(x) = 3x^3 - 4.7x^2 + 1.38$ $f'(x) = 9x^2 - 9.4x$

Partimos de *a=1* **FALLO 2**



RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. TEOREMA DE CONVERGENCIA DEL MÉTODO DE NEWTON.

Si $f(x)$ es continua en $[a,b]$ con $f(a)\cdot f(b)<0$ y $f'(x)$ y $f''(x)$ mantienen su signo sin anularse en ningún punto en $[a,b]$, entonces si el punto inicial $c_0 \in [a,b]$ escogido cumple que $f(c_0)\cdot f''(c_0)>0$, el método de converge



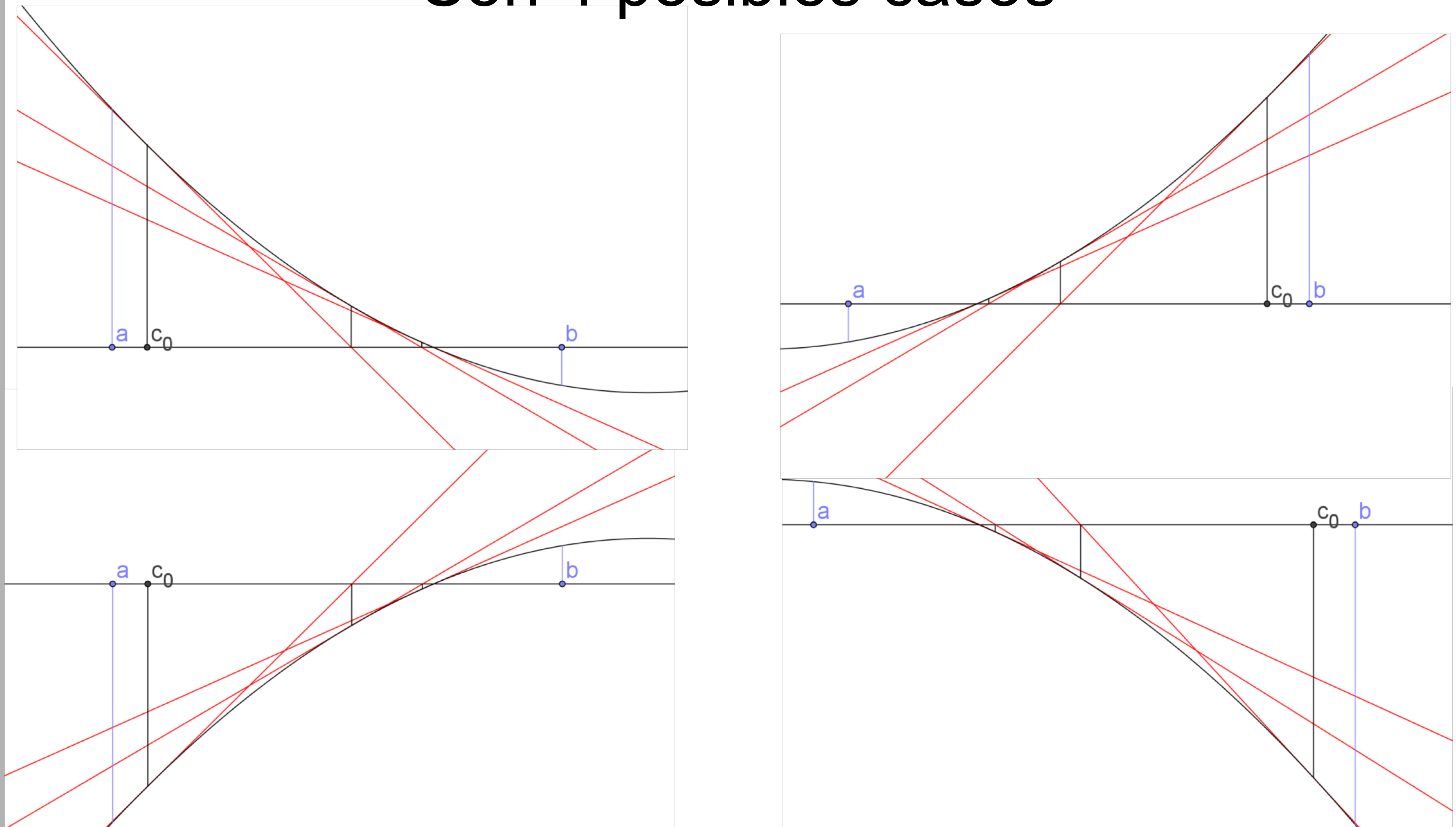
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. TEOREMA DE CONVERGENCIA DEL MÉTODO DE NEWTON.

Interpretación:

1. Con $f(a)\cdot f(b)<0$ se asegura que hay una raíz
2. Que $f'(x)$ y $f''(x)$ no sean nulos asegura que no hay inflexiones, máximos o mínimos
3. Si además $f'(x)$ y $f''(x)$ tienen siempre el mismo signo hacen que la gráfica sea toda creciente o toda decreciente y toda con el mismo tipo de concavidad (hacia arriba o hacia abajo)
4. Escoger c_0 para que $f(c_0)\cdot f''(c_0)>0$ asegura que los siguientes $f(c_i)$ tendrán el mismo signo que $f(c_0)$ y serán cada vez más pequeños hasta hacerse $f(c_i)=0$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. TEOREMA DE CONVERGENCIA DEL MÉTODO DE NEWTON.

Son 4 posibles casos



RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. RESUMEN

MÉTODOS	**Pros**	**Contras**
Bisección	- Fácil, Confiable, Convergente - Se evalua una función por iteración - No se necesitan derivadas	- Lento - Necesita un intervalo [a,b] que contenga la raíz, $f(a)f(b)<0$
Newton	- Fast (cerca de la raíz) - Se evaluan dos funciones por iteración	- Puede diverger - Necesita derivar y un valor inicial x_0 tal que $f'(x_0)$ no sea cero
Secante	- Rápido (+ lento que Newton) - Se evalua una función por iteración - No se necesitan derivadas	- Puede diverger - Necesita dos valores iniciales x_0, x_1 tales que $f(x_0)$- $f(x_1)$ no sea cero

MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

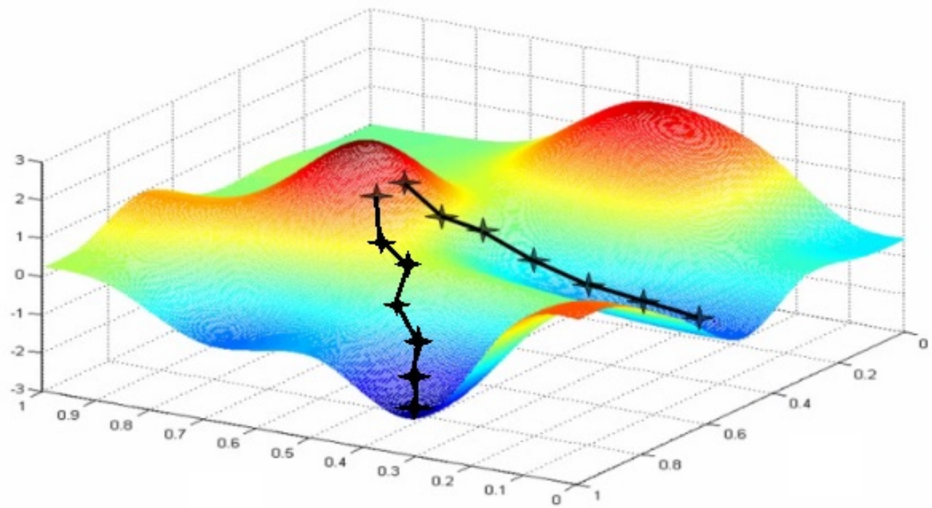
Supongamos que una persona está en la cima de una montaña y tiene que llegar a un lago que se encuentra en el punto más bajo de la montaña. Tiene los ojos vendados y no tiene visibilidad para ver a dónde va. Entonces,

¿qué enfoque tomarás para llegar al lago?

MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

La mejor manera es verificar el terreno cercano y observar dónde tiende a descender. Esto dará una idea de en qué dirección se debe dar el primer paso.

Si se sigue el camino descendente, es muy probable que se alcance el lago.



MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

Encontrar el **valor óptimo (max/min)** de una función de dos variables $f(x,y)$ o sea, el punto (x^*,y^*) tal que el **vector gradiente se anula:**

$$\nabla f(x^*,y^*) = \left(f_x(x^*,y^*), f_y(x^*,y^*)\right) = (0,0)$$

Inicializar: a_o

Iterar:

$$a_{i+1} = a_i - \gamma \nabla(a_i)$$

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} f_x(x_i,y_i) \\ f_y(x_i,y_i) \end{bmatrix}$$

Hasta que $\|a_{i+1} - a_i\| < \varepsilon$

PUNTO FIJO DEL GRADIENTE

MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

El concepto es muy simple, hay que seguir la dirección de descenso del gradiente

- Proceso:
  1. Seleccionar una posición de partida: $\mathbf{a_0} = (x, y)$
  2. Determinar la dirección de descenso: $-\nabla f(\mathbf{a_i})$
  3. Elegir un parámetro: γ
  4. Actualizar la posición: $\mathbf{a_{i+1}} = \mathbf{a_i} - \gamma \cdot \nabla f(\mathbf{a_i})$
  5. Repetir desde el apartado 2) hasta que el criterio de parade se satisfaga

- Criterio de parada típico: $\nabla f(\mathbf{a_{i+1}}) \sim 0$ o $\|a_{i+1} - a_i\| < \varepsilon$

MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

Ejemplo:

$$f(x,y) = x^2 + xy + \ 3y^2$$
$$\nabla f(x,y) = (2x + y, x + 6y)$$

a_o= (3,3) $\gamma = 0.1$

$a_1 = (3{,}3) - 0.1 \cdot (2 \cdot 3 + 3, 3 + 6 \cdot 3) = (2.1, 0.9)$

$a_2 = (2.1{,}0.9) - 0.1 \cdot (2 \cdot 2.1 + 0.9, 2.1 + 6 \cdot 0.9)$

....

$a_5 = (0.8289{,}-0.1677)$

$a_6 = (0.6799{,}-0.15)$

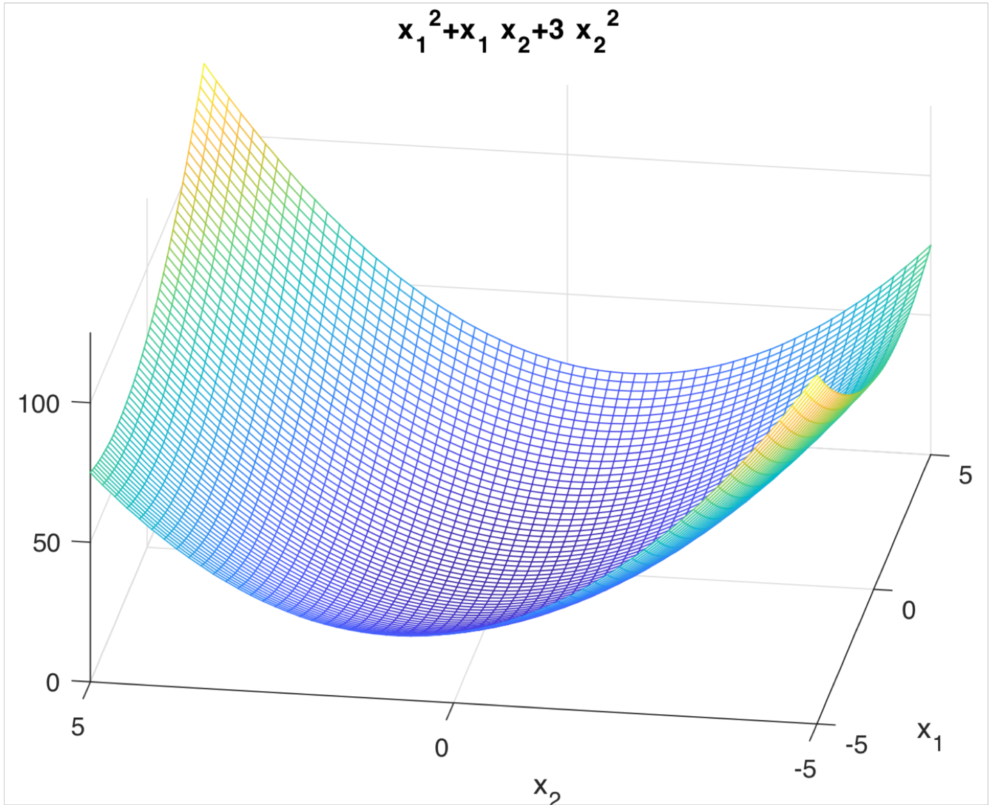
$\|a_6 - a_5\| = \|(0.8289, -0.1677) - (0.6799, -0.15)\| = 0.1501$

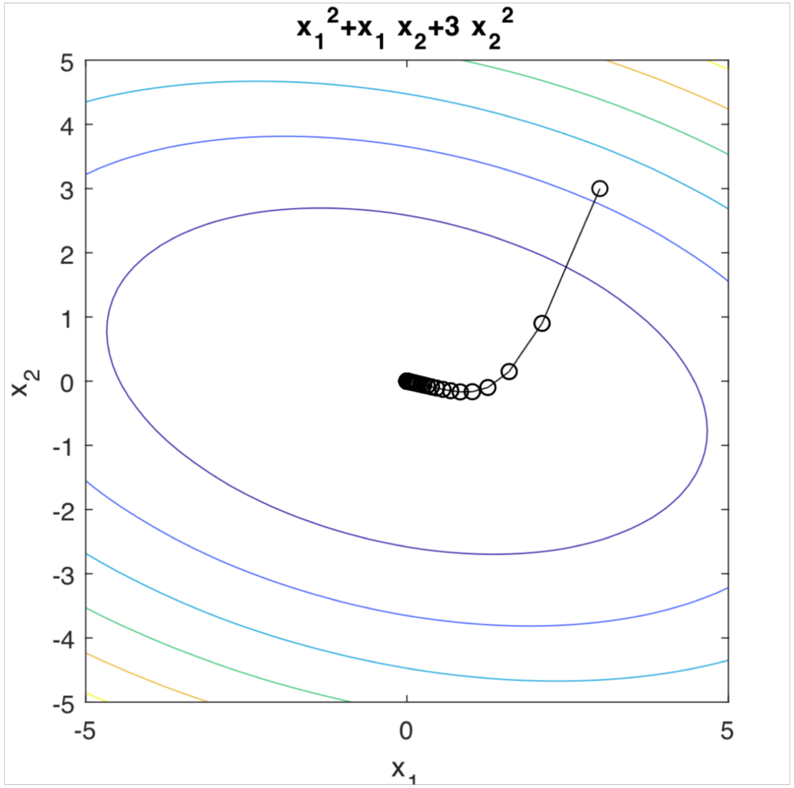
APROX. PUNTO FIJO DEL GRADIENTE

Ejemplo:

$$f(x,y) = x^2 + xy + 3y^2$$

$$\nabla f(x,y) = (2x + y, x + 6y)$$





PROBLEMAS DE CONVERGENCIA:

En el ejemplo anterior DG **siempre coverge** (a (0,0) en este caso) si γ es pequeño) **independientemente** del punto de inicio $\mathbf{a_0}$, al tratarse de una función convexa det(Hessiana)>=0

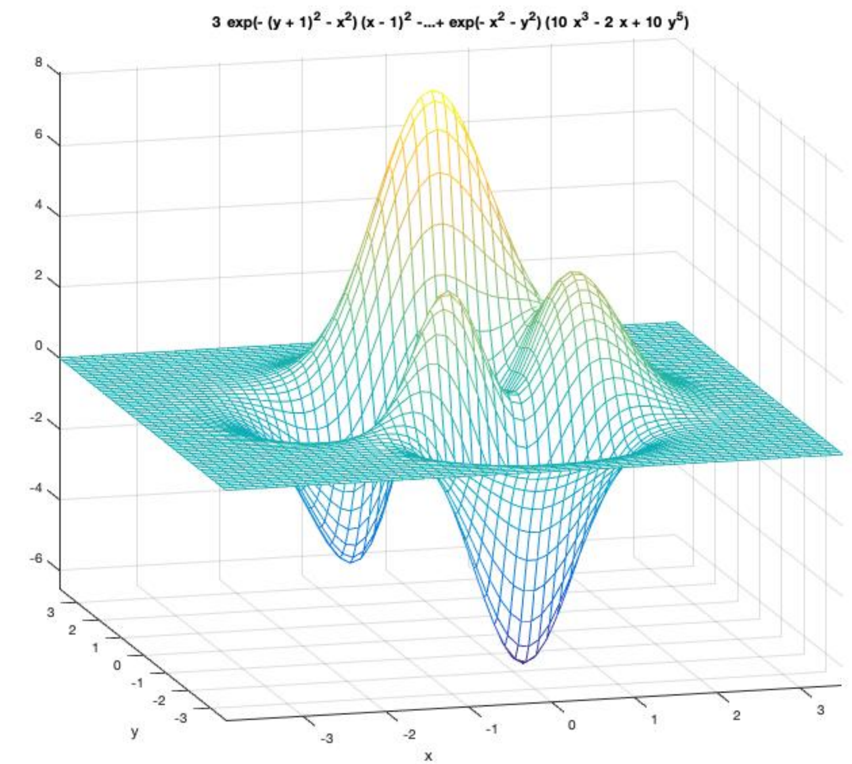
En general DG convergerá al mínimo más cercano al punto de inicio $\mathbf{a_0}$ **siempre y cuando el parámetro** γ sea "adecuado" (p.e. si es muy alto perderemos el óptimo y si es muy pequeño necesitaremos muchas iteraciones).

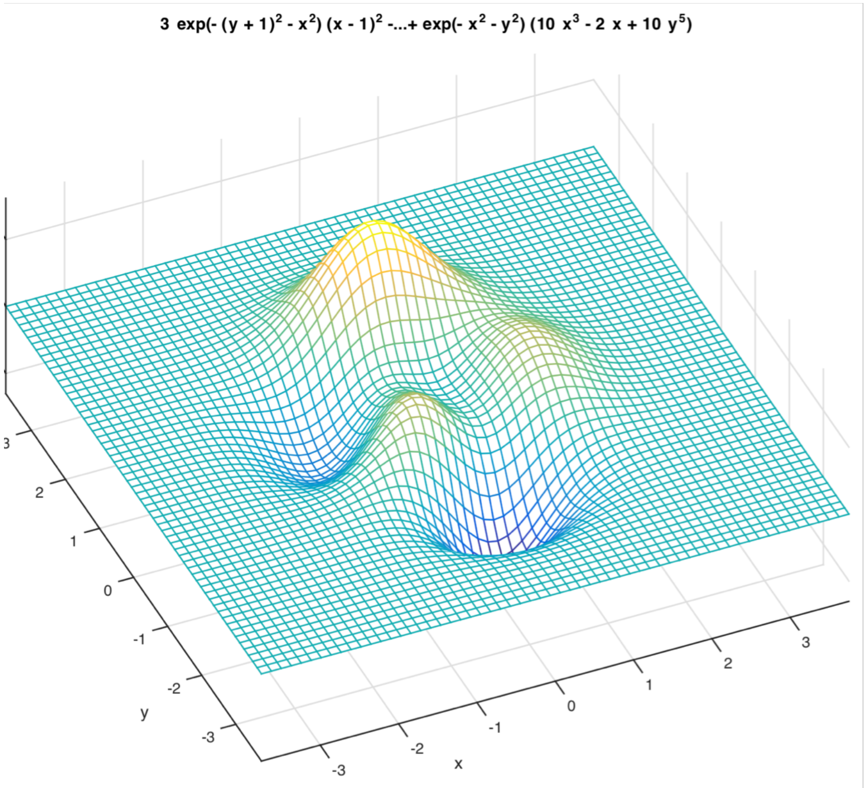
PROBLEMAS DE CONVERGENCIA:

Por ejemplo, unas funciones típicas en informática (clustering) con varios mínimos son las funciones formadas por la suma de exponenciales moduladas por polinomios (peaks en MATLAB)

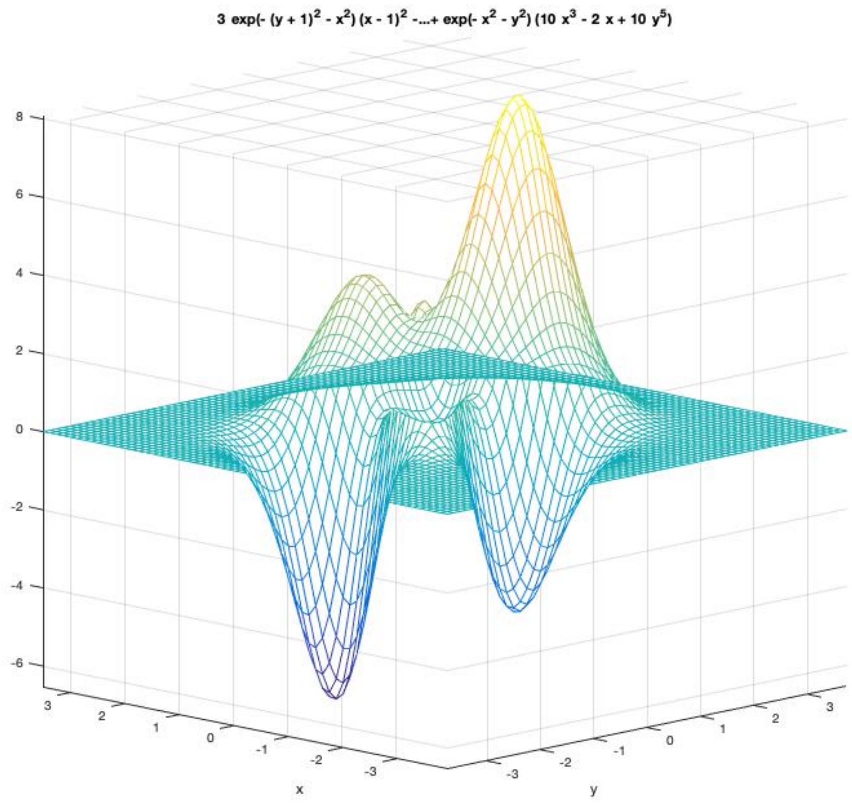
$$f(x,y) = 3e^{-[(y+1)^2-x^2]}(x-1)^2 - \frac{1}{3}e^{-[(x+1)^2-y^2]} + e^{-[x^2+y^2]}(10x^3-2x+10y^5)$$

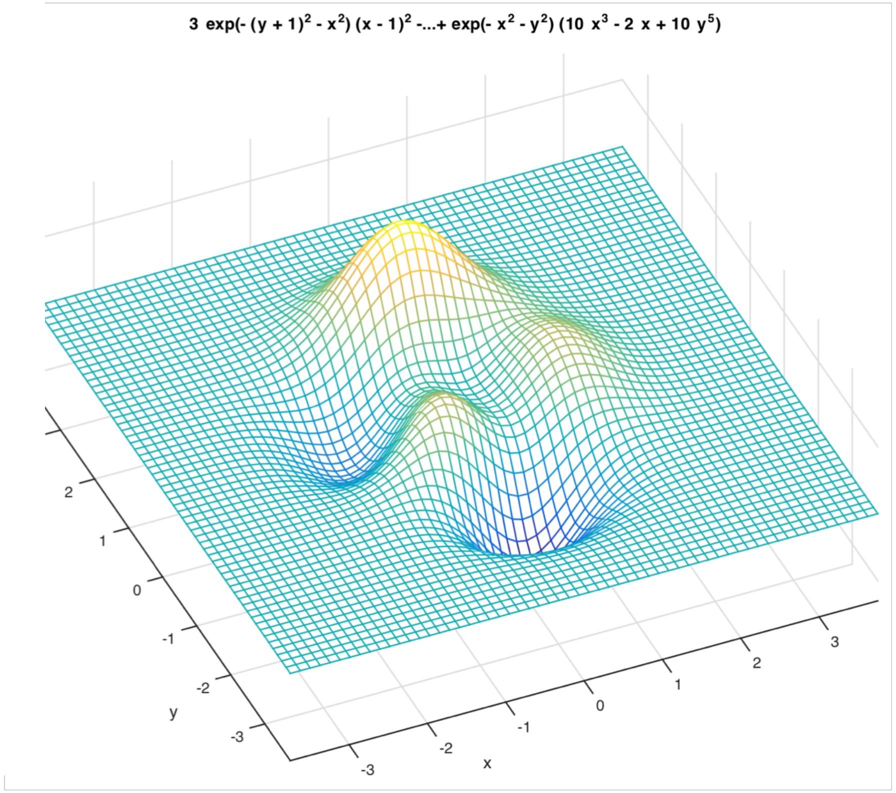
Ejemplo: peaks





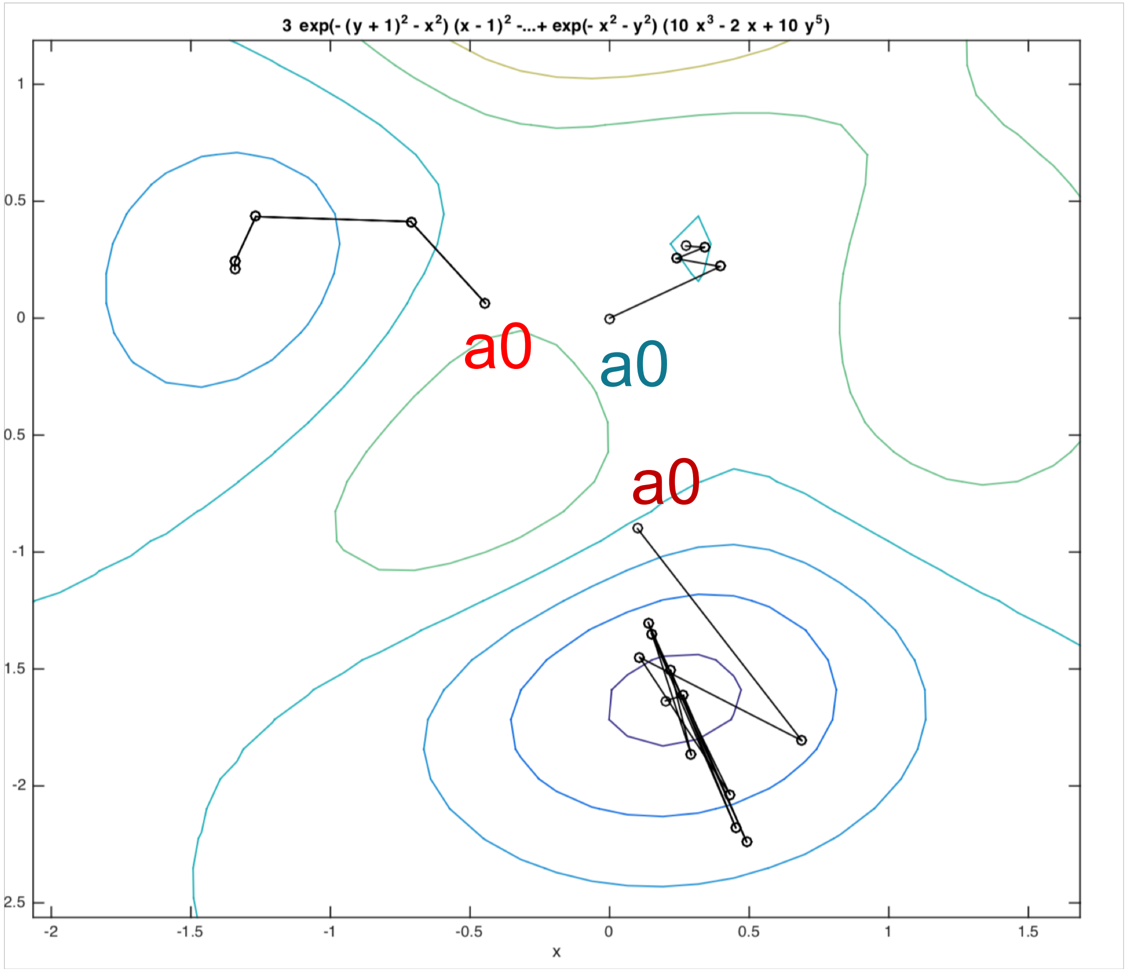
Ejemplo: peaks





MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

Ejemplo: peaks



Dependiendo del punto inicial, nos lleva a un mínimo u otro

a_0=(-0.4449,0.0637)
Lleva al segundo mínimo más importante

a_0=(0,0)
Lleva al tercer mínimo más importante

a_0=(0.1,-0.9)
Lleva al óptimo global!

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES

Vamos aplicar el descenso por gradiente para resolver un sistema de M ecuaciones de N variables cada una. Se trataría de resolver,

$$
\begin{gathered}
g_1(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0 \\
g_2(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0 \\
\ldots \\
g_M(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0
\end{gathered}
$$

Donde las ecuaciones g_1 pueden ser combinaciones de polinomios, exponeciales, funciones trigonométricas y constantes.

1) Para abordar esto el primer paso es construir la matriz G Mx1:

$$
G = \begin{bmatrix} g_1(x_1,\ x_2, \ldots, x_N) \\ g_2(x_1,\ x_2, \ldots, x_N) \\ \ldots \\ g_M(x_1,\ x_2, \ldots, x_N) \end{bmatrix}
$$

MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES:

2) A continuación construimios la función objetivo $F(x_1,\ x_2, \ldots., x_N)$:

$$F(x_1,\ x_2, \ldots., x_N) = \frac{1}{2} G^T G = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{M} g_i(x_1,\ x_2, \ldots., x_N)^2$$

Así expresamos la resolución del sistema como la minimización de la suma de los errores cuadráticos de cada una de sus ecuaciones

3) Por tanto ya podemos aplicar el DG en donde el gradiente tiene la forma:

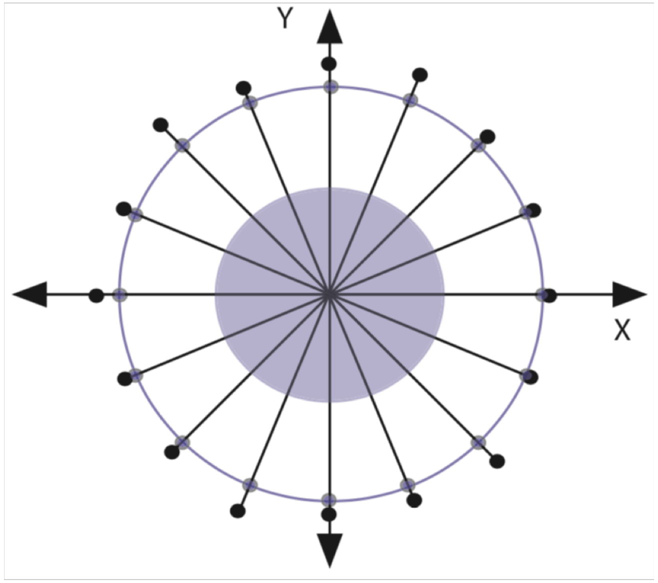
$$\nabla F = J_G^T G$$

Donde J_G es el Jacobiano:

$$J_G = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_M}{\partial x_1} & \frac{\partial g_M}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_M}{\partial x_N} \end{bmatrix}$$

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

Dado un conjunto de M puntos 2D $S = \{(x_i,\ y_i), i = 1,2, \dots, M\}$ se trata de encontrar la ecuación de una forma que mejor se aproxime a esos puntos. Por ejemplo, para simplificar podemos intentar encontrar la ecuación del círculo que mejor se adapte a los puntos dados.



RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

Hay que determinar el centro $(x_c,\ y_c)$, y el radio r cuya ecuación se ajuste globalmente mejor al conjunto de puntos $(x_i,\ y_i)$, es decir, todos estos puntos deberían satisfacer lo mejor posible la ecuación paramétrica:

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 = r^2$$

Por lo tanto tenemos M ecuaciones, una por punto, en donde las variables son los tres parámetros que buscamos:

$$g_i(x_c, y_c, r) \equiv (x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2 = 0$$

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

$$g_i(x_c, y_c, r) \equiv (x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2 = 0$$

Estas ecuaciones cuantifican las desviaciones (positivas o negativas) de cada punto con respecto a un mismo círculo propuesto por el algoritmo.

Es decir, estas ecuaciones nos dan un error respecto al circulo que mejor se adapte a los puntos.

Si sumamos todos los errores podemos obtener una función objetivo que es la que se debe minimizar.

Así pues, la función objetivo es la suma de los errores cuadráticos (cuadrados de cada desviación)

$$F(x_c, x_c, r) = \frac{1}{2} G^T G = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{M} g_i(x_c, y_c, r)^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{M} \left((x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2 \right)^2$$

MÚLTIPLES VARIABLES. DESCENSO POR GRADIENTE

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

Si G es una matrix Mx1 y tenemos un jacobiano J_G de dimensión Mx3 donde cada fila tiene la forma:

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_c} \quad \frac{\partial g_i}{\partial y_c} \quad \frac{\partial g_i}{\partial r}$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_c} = 2(x_i - x_c)(-1) \quad \frac{\partial g_i}{\partial y_c} = 2(y_i - y_c)(-1) \quad \frac{\partial g_i}{\partial x_c} = -2r$$

Así, se puede ver claramente que el gradiente $\nabla F(x_c, x_c, r)$ es la suma de los gradientes de cada punto. Cada gradiente es el producto de cada fila de J_G por G

$$\nabla F(x_c, x_c, r) = \frac{1}{2}\nabla(G^T G) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M} \nabla g_i(x_c, y_c, r)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M} 2g(x_c, y_c, r) J_G(i,:) =$$

$$\sum_{i=1}^{M} [2(x_i - x_c)(-1) \;\; 2(y_i - y_c)(-1) \;\; -2r]^T ((x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2)$$

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

Así, el descenso por gradiente queda como sigue:

$$\begin{bmatrix} x_{c,i+1} \\ y_{c,i+1} \\ r_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{c,i} \\ y_{c,i} \\ r_i \end{bmatrix} - \gamma \sum_{k=1}^{M} \begin{bmatrix} 2(x_k - x_{c.i})(-1) \\ 2(y_k - y_{c,i})(-1) \\ -2r_i \end{bmatrix} g_k(x_{c,i}, y_{c,i}, r_i)$$

$$g_k(x_{c,i}, y_{c,i}, r_i) \equiv (x_k - x_{c,i})^2 + (y_k - y_{c,i})^2 - r_i^2$$

Es decir, se actualiza el centro y el radio a partir de la suma de gradientes con respecto a cada punto.

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

Así, el descenso por gradiente queda como sigue:

Ahora bien, existen algunos aspectos abiertos que se deben tratar, por ejemplo:

*Inicialización del centro: media de los puntos.
*Inicialización del radio > 0. Sacar el radio aproximado de los puntos.
*¿Un único parámetro de actualización γ (paso) o uno por cada variable?

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS NO-LINEALES: AJUSTE

Ejemplo:

x'_i	y'_i
5.9575	0.0000
4.2178	4.2178
0.0000	5.1576
−4.2218	4.2218
−5.9572	0.0000
−3.8787	−3.8787
−0.0000	−5.8003
3.6359	−3.6359

Inicializar centro:

media de puntos

$$(x_c^0, y_c^0) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i, y_i)$$

$$(x_c^0, y_c^0) = (-0.0308, 0.0353).$$

Inicializar radio: entre 5 y 6 por las fórmulas:

$$x_i = x_c + r\cos\theta,\ y_i = y_c + r\sin\theta$$

Solución: para γ=0.001 y 3 iteraciones (épsilon=0.5)

$$(-0.0514, 0.0890, 5.3112).$$

EJERCICIOS

1. Usar 3 iteraciones, del método de Newton-Raphson, para encontrar una solución de $\sqrt{10}$. Utilizar el número 3 como punto de partida.
2. Usando el método de la bisección, obtener la mayor raíz positiva de $f(x) = x^2 - 6x + 7$ con cuatro tres cifras decimales exactas.
3. Sea $f(x) = -x^3 - \cos x$ y $p_0 = -1$. Usar el método de Newton's para encontrar p_2. ¿Se podría usar $p_0 = 0$?
4. Sea $f(x) = -x^3 - \cos x$. Utilizando el método de la secante en [-1, 0], encontrar una raíz de la ecuación con 2 cifras decimales significativas.

EJERCICIOS

5. Una compañía gasta *C(g)=1000 + 2q + 3q*$^{2/3}$ euros en producir *g* gramos al día de un producto químico. Si la empresa vende el producto a 4€ el gramo. Calcula cuanto debe producir al día para no tener ni pérdidas ni ganancias. Usar el método de Newton y dar una respuesta con una precisión de 10^{-3}.

6. Encontrar con 4 cifras decimales exactas, la coordenada x del punto de la curva y = ln x más cercano al origen. Usar el método de Newton.

7. Comprobar que el método de ajuste de círculos para el ejemplo dado diverge rápidamente para un radio inicial r0=1 y $\gamma = 0.01$. Explicar porqué.