Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Apellidos:	
Nombre:	
DNI:	

Grupo de teoría:

☐	Grupo 01	- Lunes de 09:00 a 11: 00	(Prof. Martínez Martín, Ester)
☐	Grupo 02	- ARA - Miércoles de 9:00 a 11:00	(Prof. Escolano Ruiz, Francisco)
☐	Grupo 03	- Valenciano - Viernes de 9:00 a 11:00	(Prof. Vicent Francés, José F.)
☐	Grupo 04	- Martes de 15:00 a 17:00	(Prof. Salinas Serrano, José María)
☐	Grupo 05	- Martes de 09:00 a 11:00	(Prof. Vicent Francés, José F.)
☐	Grupo 40	- Lunes de 11:00 a 13:00	(Prof. Martínez Martín, Ester)

Convocatoria de JUNIO. Matemáticas II. 17 junio 2019

Instrucciones generales:

- ✓ Debes seleccionar tu grupo de teoría y dispones de 2h y 15 minutos para la realización de la prueba.
- ✓ Debes usar únicamente las hojas grapadas que se te facilitan, no pudiendo haber sobre la mesa ningún otro papel durante el examen. Dispones de un par de páginas en blanco al final por si las necesitas.
- ✓ Todas las preguntas deben estar bien explicadas, indicando operaciones, haciendo referencias, aclaraciones, etc.
- ✓ El incumplimiento de estas normas se reflejará en la evaluación.

	Nota	
Ejercicio 1	2	
Ejercicio 2	2	
Ejercicio 3	1	
Ejercicio 4	2	
Ejercicio 5	2	
Ejercicio 6	1	
Total		

1. *(2 puntos)* Dada la siguiente tabla de datos obtenidos a temperatura constante de 25ºC:

X: Presión (en atm)	1.090	1.341	1.606
Y: Volumen (en litros)	22.2	18	15

Usar el polinomio interpolador obtenido mediante el método de Lagrange para calcular el volumen si la presión es 1.2 atmósferas.

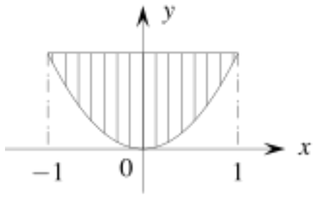
$$L_{2,0} = \frac{(x-1.341)(x-1.606)}{(1{,}090-1{,}341)(1{,}090-1{,}606)}; L_{2,1} = \frac{(x-1.090)(x-1.606)}{(1{,}341-1{,}090)(1{,}341-1{,}606)};$$

$$L_{2,0} = \frac{(x-1.090)(x-1.341)}{(1{,}606-1{,}090)(1{,}606-1{,}341)}$$

$$P_2(x) = 22{,}2\frac{(x-1.341)(x-1.606)}{0.1295} + 18\frac{(x-1.090)(x-1.606)}{-0.06652} + 15\frac{(x-1.090)(x-1.341)}{0.13674}$$

$$P_1(1.2) = 9.8136 + 12.0848 - 1.7014 = 20.197$$

2. *(2 puntos)* Encontrar la integral doble de $f(x,y) = x + y$ sobre la región D de la figura delimitada por $\{-1 \le x \le 1\ ;\ \ x^2 \le y \le 1\}$



$$\iint_D f(x,y)dxdy = \int_{-1}^{1} dx \int_{x^2}^{1} (x+y)dy = \int_{-1}^{1} \left(\int_{x^2}^{1} (x+y)dy \right) dx =$$

$$= \int_{-1}^{1} \left(xy + \frac{y^2}{2} \right)\Bigg|_{x^2}^{1} dx = \int_{-1}^{1} \left(x + \frac{1}{2} - x^3 - \frac{x^4}{2} \right) dx =$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{10} \right)\Bigg|_{-1}^{1} = \frac{4}{5}.$$

3. (1 punto) Dados los puntos de control $p_0=(-1,0)$, $p_1=(1,1)$, $p_2=(2,3)$, obtener razonadamente la curva de Bezier.

(-1,0)		
	(1-t)(-1,0)+t(1,1)	
(1,1)		(1-t)((1-t)(-1,0)+t(1,1))+t((1-t)(1,1)+t(2,3))
	(1-t)(1,1)+t(2,3)	
(2,3)		

$(X(t),Y(t))=(1-t)((1-t)(-1,0)+t(1,1))+t((1-t)(1,1)+t(2,3))=$

$=(1-2t+t^2)(-1,0)+(t-t^2)(1,1)+(t-t^2)(1,1)+t^2(2,3)$

$X(t)=-(1-2t+t^2)+2(t-t^2)+2t^2=-1+2t-t^2+2t-2t^2+2t^2=-t^2+4t-1$

$Y(t)=2(t-t^2)+3t^2=2t-2t^2+3t^2=t^2+2t$

4. *(2 puntos)* Una empresa que fabrica pelotas de golf ha desarrollado un modelo de ganancias que depende del número *x* de pelotas de golf fabricadas al mes (medida en miles), y del número de horas por mes en anuncios *y*. El modelo viene dado por la función

   $f(x,y) = 48x + 96y - x^2 - 2xy - 9y^2$ donde $f(x,y)$ viene dado en miles de euros.

   Calcular razonadamente el número de pelotas que tienen que fabricar al mes y el número de horas de anuncios (al mes) para que el beneficio sea máximo. Tener en cuenta que solo pueden fabricar 50000 pelotas mensuales y el máximo número de horas de anuncios mensuales que pueden pagar es de 25.

$f_x = 48 - 2x - 2y;\ f_y = 96 - 2x - 18y$

$f_x = 0$ y $f_y = 0$ se obtiene $x = 21; y = 3$

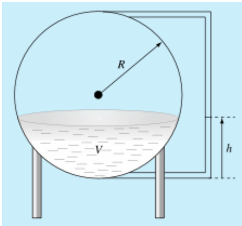
Para comprobar si es máximo

$f_{xx} = -2; f_{yy} = -18; f_{xy} = -2 = f_{yx}$ luego $G = 32.$

Como $G > 0$ y $f_{xx} < 0$ es un máximo.

El valor (21, 3) está dentro del dominio de la función, luego se maximiza el beneficio si fabrican 21000 pelotas y hacen 3 horas de anuncios mensuales.

5. (*2 puntos*) Se utiliza un tanque esférico (véase la figura) para almacenar agua. El volumen de líquido que puede contener es $V = \pi h^2 \frac{(3R-h)}{3}$,



donde V es el volumen en metros cúbicos, h es la profundidad del agua en el tanque (en metros) y R es el radio del tanque (también en m). Si R=3, calcula:

a) (1.5 puntos) La profundidad h a que debe llenarse el tanque para que contenga 30m³ de agua. Utiliza cuatro iteraciones con el método de Newton comenzando con *a=1*.

b) (0.5 puntos) Calcula cuántos dígitos exactos tiene la aproximación por el método de Newton que has calculado.

Nota: Redondea a 4 decimales en tus cálculos

n	a_i	c_i	$f(a_i)$	$f'(a_i)$	$h = f(a_i)/f'(a_i)$
1	1	2,3765	21,6224	-15,7080	-1,3765
2	2,3765	2,0374	-9,1742	-27,0531	0,3391
3	2,0374	2,0269	-0,2661	-25,3634	0,0105
4	2,0269	2,0269	-0,0003	-25,2996	0,0000

Hay que encontrar las raíces de $30 - \pi h^2 (\frac{3R-h}{2})$

Como h=0, todas las cifras son exactas.

6. *(1 punto)* Se tienen tres valores aproximados con sus correspondientes cotas de error absoluto:

$$A = 8 \pm 0{,}07 \quad B = 3 \pm 0{,}05 \quad C = 0{,}25 \pm 0{,}01$$

Calcula el valor aproximado de $\sqrt{B - AC}$ y su cota de error relativo.

$$\sqrt{B - (8 \pm 0.875\%)(0.25 \pm 4\,\%} = \sqrt{B - (4 \pm 4.875\%)} = \sqrt{B - (4 \pm 0.0975)} =$$

$$= \sqrt{(3 \pm 0.05) - (4 \pm 0.0975)} = \sqrt{(1 \pm 0.1475)}$$

$$f(x) = \sqrt{x};\, f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f(1 \pm 0.1475) = \sqrt{1} \pm 0.1475\frac{1}{2\sqrt{1}} = 1 \pm 0.07375$$