

CONEXIÓN DE CONDUCTORES

Esta es una de las situaciones que has de saber resolver. Te encontrarás con dos o más conductores conectados en serie y/o paralelo. Conocerás la carga o potencial de cada uno antes de la conexión y tendrás que encontrar la carga final de cada uno, el potencial final de cada uno de ellos.

Este tipo de problemas se resuelve sistemáticamente aplicando dos condiciones:

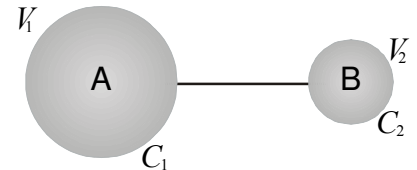
- **Equilibrio:** "el flujo de carga cesa cuando los potenciales de los conductores se igualan"
- **Conservación de la carga eléctrica:** "la sumas de cargas iniciales y finales son iguales"

Vamos a resolver esta situación de forma general. Así podrás aprender la estructura de la resolución.

Planteamiento de la situación:

Sean dos conductores A y B de capacidad C_1 y C_2 que se encuentran cargados a potenciales V_1 y V_2 . Se conectan por medio de un hilo de capacidad despreciable y se pide la carga final y potencial final de cada uno.

Quando se conectan dos conductores, si los potenciales de ambos son distintos, la carga fluye de uno al otro: "La carga positiva irá desde el de mayor potencial hacia el de menor (así perderá energía). La carga negativa se desplazará desde el de menor potencial hacia el de mayor (así perderá energía)".



Una característica importante de un conductor es su capacidad: La relación entre la carga que tiene y el potencial al que dicha carga lo lleva:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Si conocemos los potenciales a los que están los dos conductores, podemos conocer la carga inicial de ambos:

$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 \quad Q_2 = C_2 \cdot V_2$$

En primer lugar, establecemos la condición de **equilibrio**:

La carga fluye entre los conductores siguiendo el sentido que le hace perder energía hasta que los potenciales de todos los conductores conectados se igualan: Así, el sistema alcanza la mínima energía posible.

Cada conductor tendrá una carga diferente de la inicial:

$$V'_1 = V'_2 \rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} \rightarrow Q'_1 = \frac{C_1}{C_2} Q'_2$$

Ya conocemos la relación entre las cargas cuando se alcanza el equilibrio. Ahora, necesitamos otra relación que nos permita hallar los valores finales de las cargas: la **conservación de la carga eléctrica**.

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

Sustituimos el valor de Q'_1 obtenida antes

$$\frac{C_1}{C_2} Q'_2 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

$$\left(\frac{C_1}{C_2} + 1 \right) Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

$$Q'_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{\left(\frac{C_1}{C_2} + 1 \right)}$$

La expresión de Q'_2 queda más cómoda si multiplicamos la anterior por C_2

$$Q'_2 = C_2 \cdot \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$$

Conocida la carga final del conductor 2, restando podemos hallar la del conductor 1:

$$Q'_1 = Q_1 + Q_2 - Q'_2$$

El potencial final que es común a los dos conductores en el equilibrio se calcula con la expresión:

$$V'_1 = \frac{Q'_1}{C_1} \quad \text{ó} \quad V'_2 = \frac{Q'_2}{C_2}$$

Podemos usar cualquiera de los dos valores de la carga con su correspondiente capacidad.

Ejemplo de conexión:

Se dispone de dos esferas de capacidades $C_1=3\mu F$ y $C_2=6\mu F$ que se encuentran a $3.000V$ y $1.500V$, respectivamente. Si se conectan por medio de un hilo conductor de capacidad despreciable, ¿qué carga final habrá en cada uno? ¿Cuál es el potencial de equilibrio?

Resolución:

Hallamos la carga de cada esfera:

$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 3 \cdot 10^{-6} F \cdot 3.000V = 9mC$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_2 = 6 \cdot 10^{-6} F \cdot 1.500V = 9mC$$

Aplicamos la condición de **equilibrio**:

$$V'_1 = V'_2 \rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2}$$

$$Q'_1 = \frac{C_1}{C_2} Q'_2 = \frac{1}{2} Q'_2 = 0'5 Q'_2$$

Aplicamos la **conservación de la carga eléctrica**:

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \rightarrow 0'5 Q'_2 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

$$1'5 Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

$$Q'_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{1'5} = \frac{18mC}{1'5} = 12mC$$

La carga que queda en la esfera de capacidad C_1 será:

$$Q'_1 = Q_1 + Q_2 - Q'_2 = 18mC - 12mC = 6mC$$

El potencial en el equilibrio será:

$$V'_1 = \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{6mC}{3\mu F} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-6}} = 2.000V$$

$$V'_2 = \frac{Q'_2}{C_2} = \frac{12mC}{6\mu F} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}} = 2.000V$$

Nota: Obsérvese que una vez alcanzado el equilibrio, cada conductor almacena una parte de la carga total proporcional a su capacidad. El conductor que tiene $3\mu F$ almacena la mitad de la carga que el que tiene $6\mu F$.

Comprobación de los resultados con las expresiones obtenidas en el desarrollo teórico de la primera página:

$$Q'_2 = C_2 \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = 6 \cdot 10^{-6} \frac{18 \cdot 10^{-3}}{(3 + 6) \cdot 10^{-6}} = 12mC$$

La carga en el conductor de capacidad C_1 será

$$Q'_1 = Q_1 + Q_2 - Q'_2 = 18mC - 12mC = 6mC$$

El potencial común se obtiene aplicando la definición de capacidad a cualquiera de los conductores.

Nota importante:

Consideramos que el estudiante debe saber realizar el desarrollo teórico para ser capaz de aplicarlo en cualquier situación. Sólo debe imponer las dos condiciones:

- Equilibrio electrostático
- Conservación de la carga

De esta manera podrá resolver cualquier ejercicio sobre conexión de conductores.