



Università degli studi di Roma “Tor Vergata”
Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

PROGETTAZIONE CINEMATICA DI UNA SOSPENSIONE POSTERIORE PER MOTOCICLO



Corso di Meccanica Applicata alle Macchine 2

Titolare del corso:
Prof. Ing. Ettore Pennestrì

Studente:
Leonardo Di Stefano

ANNO ACCADEMICO 2008/2009

Indice

1	Introduzione	2
2	La sospensione posteriore	3
3	Progettazione della sospensione posteriore	6
3.1	Curva caratteristica della sospensione	8
3.2	Scelta delle dimensioni caratteristiche.....	9
3.3	Calcolo dell'angolo del membro cedente	12
3.4	Sintesi cinematica	17
4	Verifica dei risultati ottenuti	26
5	Il codice elaborato nel linguaggio Matlab	32
6	Modello 3D della sospensione	38
7	Conclusioni.....	42
8	Bibliografia.....	43

1 Introduzione

Un motociclo che si trova a percorrere un terreno irregolare incontra difficoltà di guida qualora non disponga delle sospensioni. Le sospensioni posteriori ed anteriori, infatti, consentono di assorbire le asperità del terreno e di garantire una maggiore aderenza al piano stradale.

Facendo riferimento a quanto riportato da [1], le sospensioni devono assolvere le seguenti funzioni:

- consentire alle ruote di seguire il profilo della strada senza trasmettere vibrazioni eccessive al pilota;
- assicurare l'aderenza delle ruote al piano stradale al fine di trasmettere le forze di trazione e di frenata richieste;
- assicurare l'assetto desiderato del veicolo nelle varie condizioni di utilizzo (moto accelerato, frenata, entrata e uscita dalla curva).

L'importanza di queste funzioni varia in base all'utilizzo del veicolo. Ad esempio, la prima funzione presentata riguarda il comfort di guida, aspetto sul quale non ci si concentra se si sta progettando una moto da competizione; nelle moto stradali, invece, il comfort è un aspetto fondamentale di cui il progettista deve tener conto. Se si pensa, invece, alle moto da cross, esse presenteranno sospensioni con escursioni maggiori rispetto a quelle dei veicoli da turismo.

Nell'ambito di questo lavoro, si è voluta affrontare la progettazione cinematica di una sospensione posteriore di un motociclo basata sul brevetto U.S. Patent 4,440,413. Sebbene gli aspetti progettuali della sospensione saranno affrontati nel dettaglio in seguito, si vuole anticipare che la sospensione in questione sfrutta un meccanismo a quadrilatero che abbina alla semplicità costruttiva ottime prestazioni.

2 La sospensione posteriore

Le prime sospensioni furono introdotte negli anni 1930 e da allora sono stati proposti numerosi modelli costruttivi e cinematici. In questo lavoro ci si è concentrati sulla sospensione posteriore, pertanto di seguito si riporteranno brevemente alcuni esempi di sospensione posteriore per motociclo, ripresi da [1].

La sospensione posteriore classica, riportata in Figura 2.1 è composta da un forcellone costituito da due bracci oscillanti con due unità molla-smorzatore, installati su entrambi i lati.

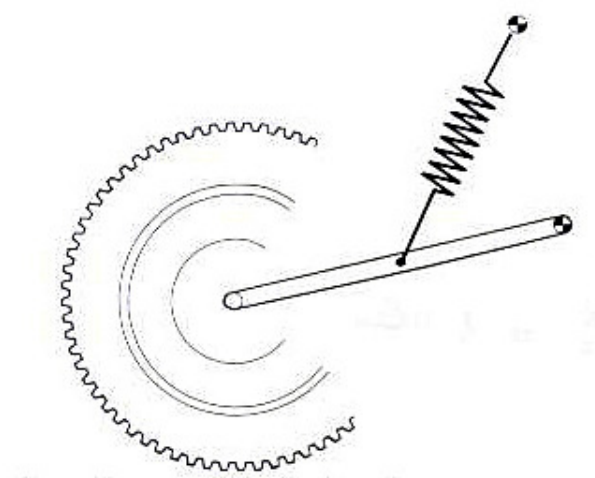


Figura 2.1 Forcellone oscillante classico

I vantaggi della sospensione posteriore tradizionale sono:

- semplicità costruttiva;
- facilità nella dissipazione del calore prodotto dagli ammortizzatori;
- grande ampiezza di movimento delle unità molla-smorzatore;
- forze trasmesse al telaio relativamente basse.

Gli svantaggi, invece, sono:

- limitata escursione verticale della ruota;
- caratteristica forza-spostamento non molto progressiva;
- possibile sbilanciamento tra le forze delle due unità molla-smorzatore a causa di precarichi diversi delle molle che possono causare momenti, i quali inducono tensioni torsionali ai bracci oscillanti.

Una variante della sospensione classica è il sistema “cantilever”, riportato in Figura 2.2, che presenta un monoammortizzatore.

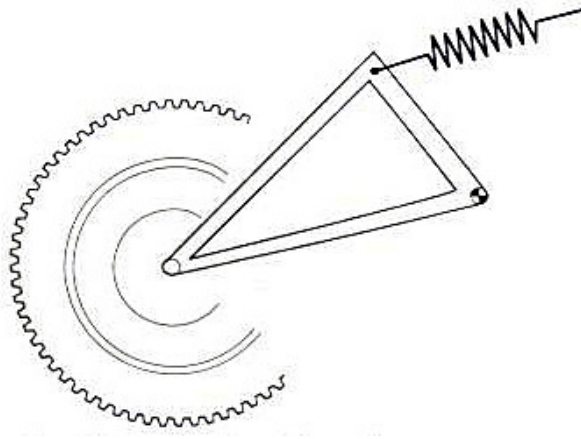


Figura 2.2 Forcellone tipo "cantilever"

I maggiori vantaggi di questo tipo di sospensione sono:

- facilità di aggiustamento, in quanto c'è un solo ammortizzatore;
- alta rigidezza torsionale e flessionale;
- elevata escursione verticale della ruota.

Gli svantaggi principali, invece, sono:

- caratteristica forza-spostamento poco progressiva;
- difficoltà di smaltimento del calore prodotto dallo smorzatore a causa del posizionamento dietro il motore.

L'introduzione di un meccanismo nella sospensione posteriore permette di ottenere le curve di rigidità desiderate. Mediante la sintesi cinematica di un meccanismo si possono studiare, ad esempio, le posizioni angolari dei membri del meccanismo stesso; imponendo determinate lunghezze dei membri, si possono ottenere gli andamenti posizionali desiderati. Se poi si pensa di collegare l'ammortizzatore a due membri diversi del meccanismo, si è in grado di ottenere un accorciamento o un allungamento dell'ammortizzatore in funzione delle specifiche richieste. Su tali principi si basa la sospensione a quadrilatero qui analizzata.

Esistono diversi schemi che si differenziano tra loro per i diversi punti di collegamento dell'unità molla-smorzatore. Alcuni esempi sono riportati in Figura 2.3.

Nello schema Unitrak della Kawasaki, l'ammortizzatore è inserito tra il telaio ed il bilanciante; nello schema Pro-Link della Honda, invece, esso è inserito tra il telaio e la

biella. Infine, nello schema Full Floater della Suzuki, l'ammortizzatore si trova tra il bilanciante e il forcellone.

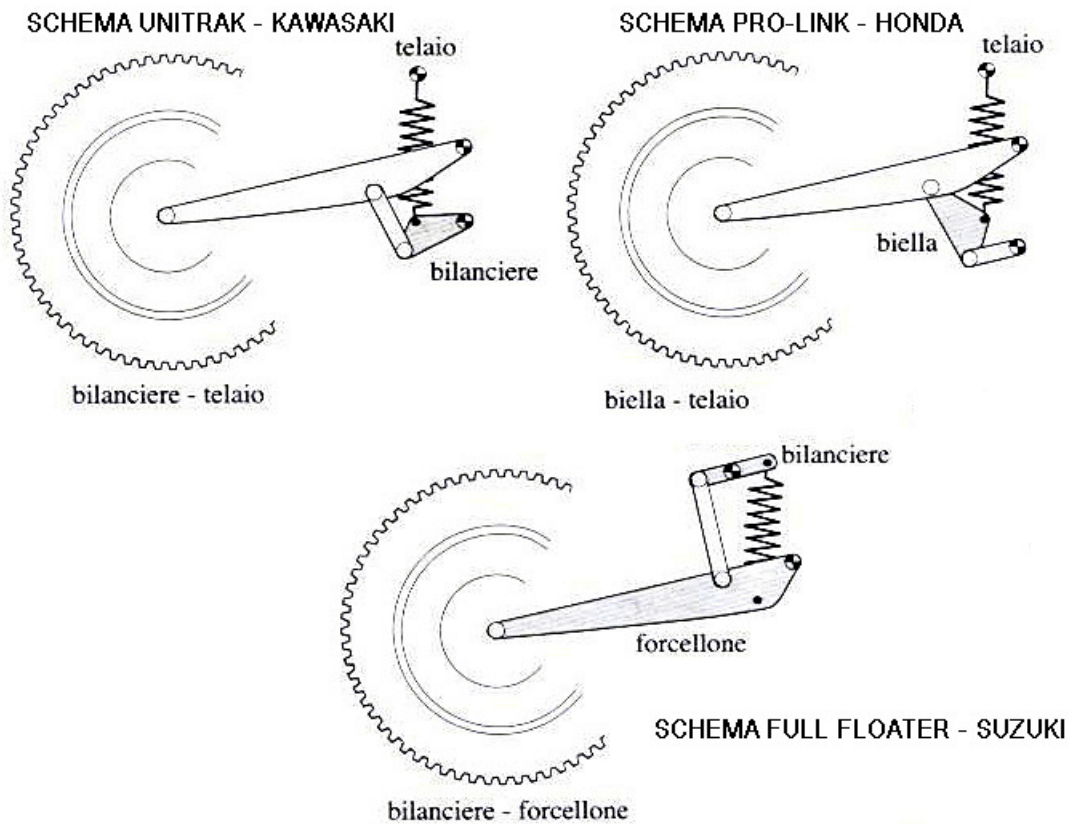


Figura 2.3 Diversi schemi di sospensione posteriore a quadrilatero

Esistono anche sospensioni basate sull'uso di un esalatero piuttosto che di un quadrilatero. In questo caso, il sistema è in grado di generare curve di rigidità della sospensione con progressione più particolare. Tuttavia, questo vantaggio non giustifica l'alta complessità costruttiva; in particolare, in Figura 2.4, si può notare quanto la sospensione ad esalatero sia più complessa di una generica sospensione a quadrilatero.

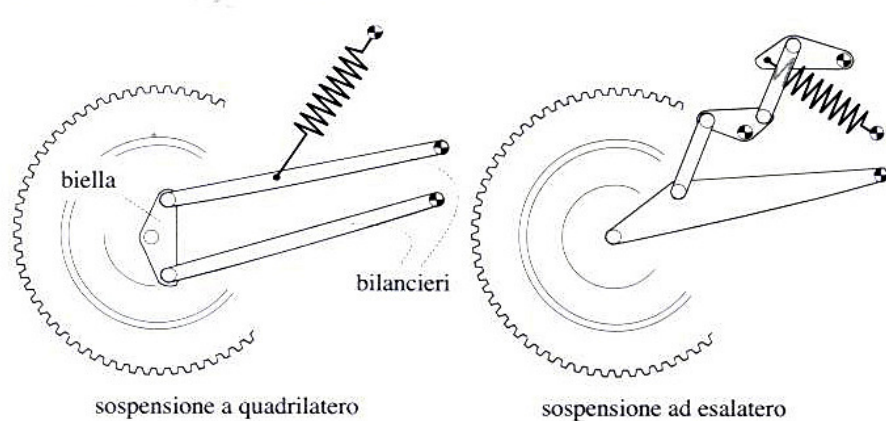


Figura 2.4 Confronto tra la sospensione ad esalatero e quella a quadrilatero

3 Progettazione della sospensione posteriore

Nel brevetto U.S. 4,440,413 viene presentata una sospensione posteriore per motociclo, basata sul funzionamento del quadrilatero articolato (si veda la Figura 3.1). Nel capitolo precedente sono state mostrate le peculiarità della sospensione a quadrilatero. In particolare, essa consente di ottenere una rigidezza crescente all'aumentare dell'escursione della ruota. Infatti, collegando l'elemento elastico alle due aste del quadrilatero, se si impone che un'asta si muova di più dell'altra, la molla si comprimerà di quantità crescenti all'aumentare dell'escursione della ruota. Un funzionamento di questo tipo è in grado di garantire un buon comfort di guida quando il motociclo incontra piccole asperità: in questo caso, infatti, l'escursione della ruota sarà contenuta e, quindi, la sospensione sarà sufficientemente "morbida". Quando, invece, si è in presenza di grandi asperità, si avrà una maggiore escursione della ruota e la sospensione sarà più rigida a causa della compressione maggiore che subisce. Grazie a tali caratteristiche, si può evitare l'uso di soluzioni tecniche particolari (come ad esempio, l'uso di molle inserite una dentro l'altra) che garantiscono una rigidezza variabile della sospensione.

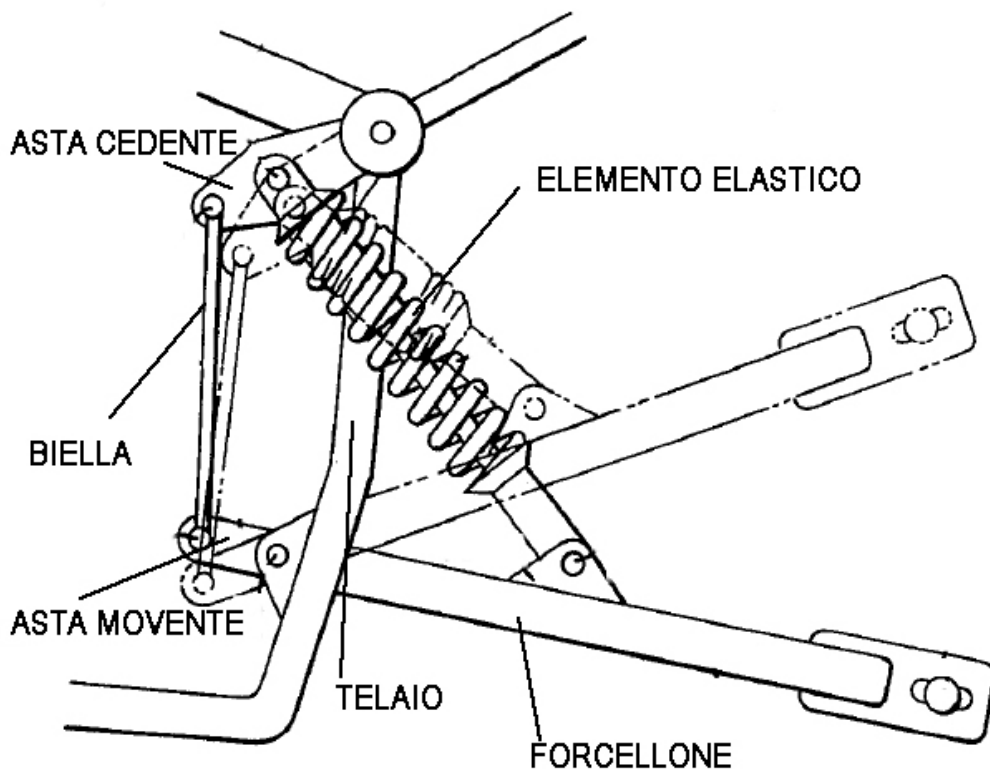


Figura 3.1 Schema della sospensione relativa al brevetto U.S. 4,440,413

L'uso di una sospensione a quadrilatero di questo tipo consente di ottenere un vantaggio meccanico che cresce con l'escursione della ruota. Facendo riferimento alla

Figura 3.2, per vantaggio meccanico si può intendere il rapporto tra la forza esercitata dal mozzo della ruota e quella applicata all'elemento elastico che equilibra la prima forza:

$$VM = \frac{F}{F_1} \quad (1)$$

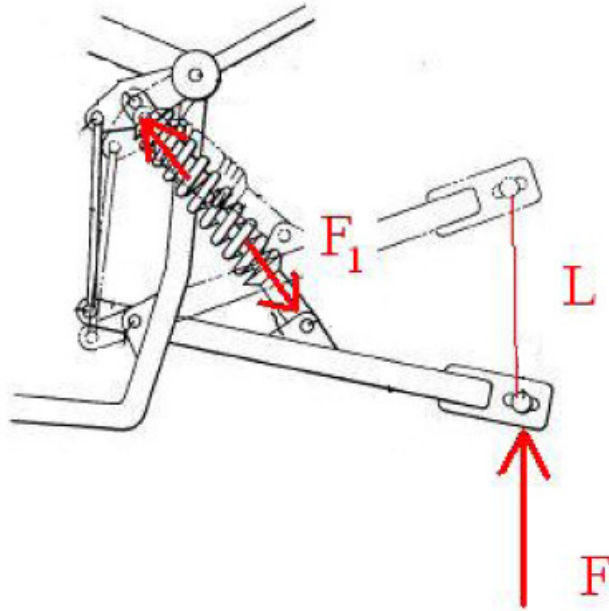


Figura 3.2 Azioni dinamiche agenti sul forcellone

Applicando il principio dei lavori virtuali, trascurando gli effetti di inerzia e ipotizzando la forza F sempre verticale, si può scrivere la seguente relazione:

$$\vec{F} \cdot \delta \vec{L} + \vec{F}_1 \cdot \delta \vec{d} = 0 \rightarrow \frac{F}{F_1} = \frac{\delta d}{\delta L} \quad (2)$$

Pertanto, il vantaggio meccanico, per come è stato definito, è pari alla tangente della curva che mette in relazione la compressione dell'elemento elastico con l'escursione verticale della ruota. Affinché il funzionamento della sospensione sia di tipo progressivo, è necessario che la curva $\Delta \delta = f(L)$ sia monotona crescente (come suggerito anche dal brevetto in studio).

Nei paragrafi successivi si descriverà il procedimento seguito per progettare la sospensione posteriore suddetta. Tutti i grafici e i calcoli sono stati eseguiti col software Matlab; nel capitolo 5 si riporterà il codice scritto per effettuare tutti i calcoli necessari alla progettazione.

3.1 Curva caratteristica della sospensione

La prima fase della progettazione cinematica ha riguardato la scelta della curva che mette in relazione l'escursione della ruota (L) con la compressione dell'elemento elastico ($\Delta\delta$).

Per fare ciò, sono state reperite alcune caratteristiche relative all'escursione massima della ruota e alla compressione massima che l'elemento elastico può subire; a tal fine si sono utilizzati i dati riportati nel manuale di officina di una Ducati 749s qui presentati:

- escursione massima della ruota: 0.128 m;
- compressione massima della molla: 0.060 m.

Pertanto si dispone di due punti caratteristici della curva: l'origine O (0; 0) m e il punto estremo E (0.128; 0.06) m.

Poiché si desidera che la sospensione, a partire da un certo valore dell'escursione, diventi più rigida, si è inserito un punto intermedio che consenta di far variare notevolmente la tangente della curva; il punto scelto è I (0.064; 0.0170) m. Infine, per ottenere una curva interpolata correttamente, si è inserito un ulteriore punto ausiliario A (0.032; 0.0067) m. L'equazione della curva interpolante è:

$$\Delta\delta = 14.7502 \cdot L^3 + 0.3418 \cdot L^2 + 0.1833 \cdot L \quad (3)$$

In Figura 3.3 è presentata la curva caratteristica scelta.

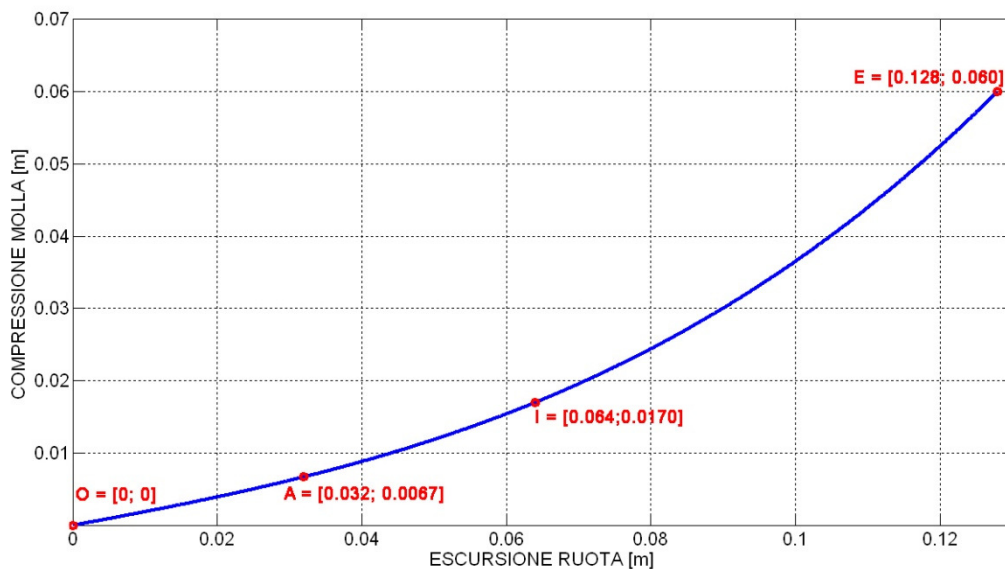


Figura 3.3 Curva caratteristica L - $\Delta\delta$

Si può notare come la curva scelta risulti monotona crescente, come richiesto dal brevetto.

3.2 Scelta delle dimensioni caratteristiche

Successivamente è stato necessario scegliere la dimensione del forcellone; facendo riferimento allo schema semplificato in Figura 3.4, la lunghezza del forcellone risulta determinante al fine di sapere quale è l'escursione angolare del membro movente del quadrilatero.

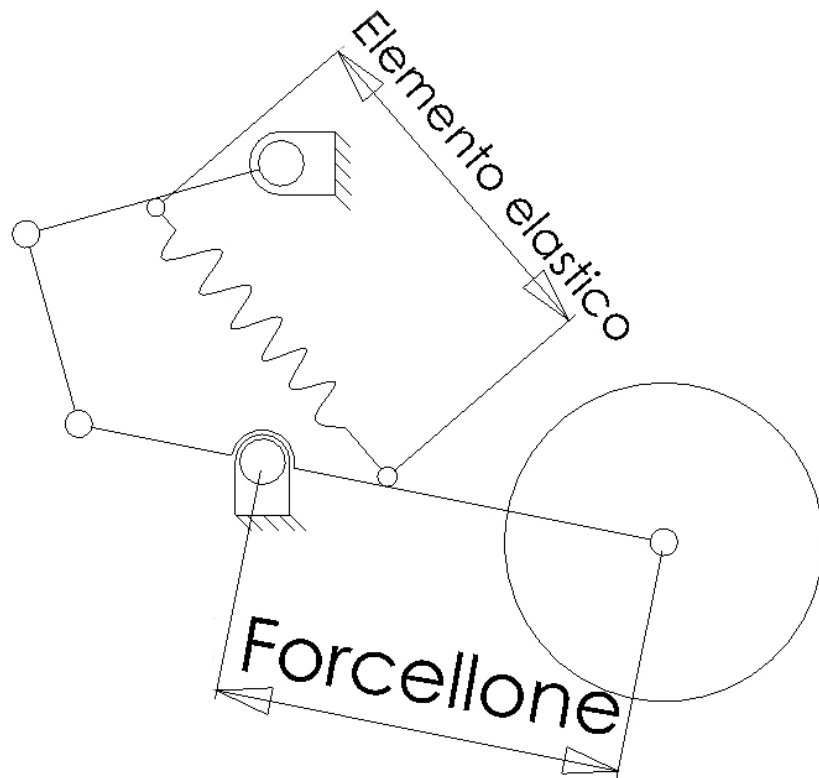


Figura 3.4 Schema semplificato della sospensione studiata

Per il forcellone si è scelta una misura pari a 0.430 m; questo valore è stato rilevato direttamente su un motociclo; in Figura 3.5 si riportano dei dettagli della sospensione posteriore su cui si sono fatte le misurazioni.

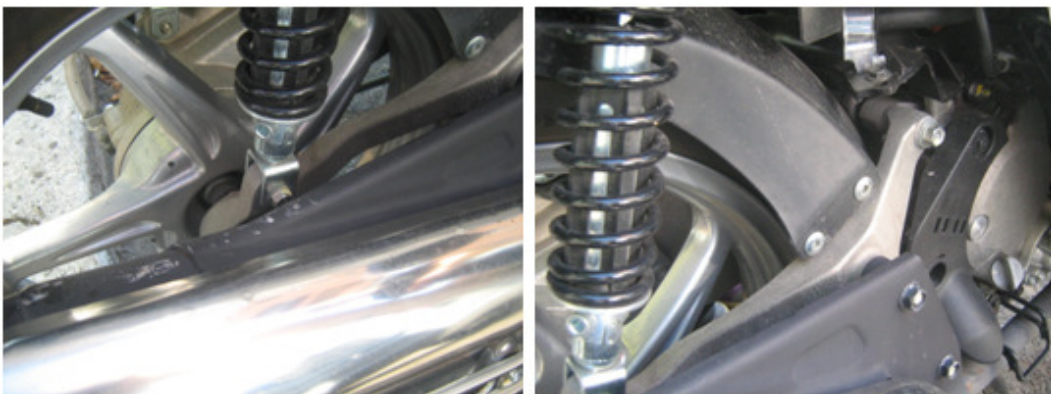


Figura 3.5 Dettagli di una sospensione posteriore per motociclo

Facendo riferimento alla Figura 3.6, l'angolo massimo percorso dal forcellone (θ_{1max}) può essere determinato dalla relazione:

$$\theta_{1max} = 2 \cdot \text{asin} \left(\frac{L}{2 \cdot h_{\text{forcellone}}} \right) \quad (4)$$

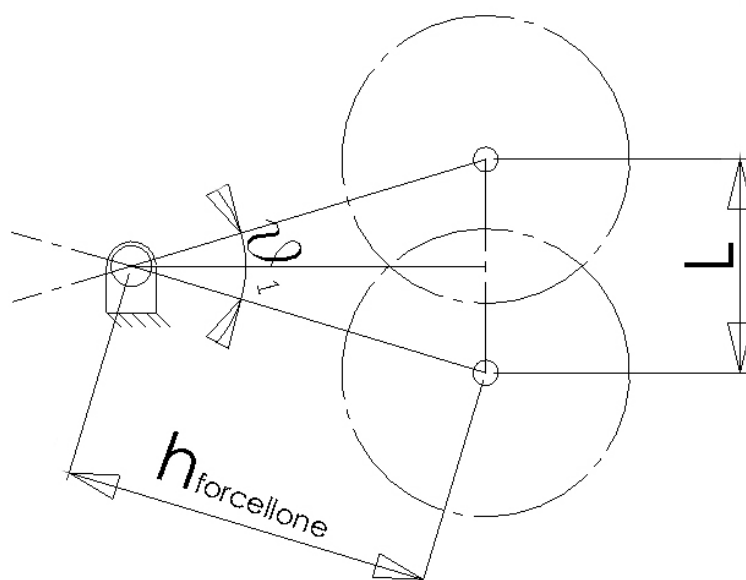


Figura 3.6 Schema relativo alla determinazione dell'angolo percorso dal forcellone

In questo caso, risulta $\theta_{1max}=17.12^\circ$. Questa escursione angolare è suddivisa in una parte al di sotto dell'orizzontale e un'altra, invece, superiore al piano orizzontale. Sempre facendo riferimento al manuale di officina della Ducati 749s (di cui si riporta un disegno in scala in Figura 3.7), si è rilevato che nella posizione di riposo, il forcellone presenta un angolo di 10° con l'orizzontale; pertanto, utilizzando una semplice convenzione che rende meglio l'idea, l'angolo θ_1 del forcellone varia da -10° a $+7.12^\circ$, dove con i valori negativi si sono intesi gli angoli al di sotto dell'orizzontale.

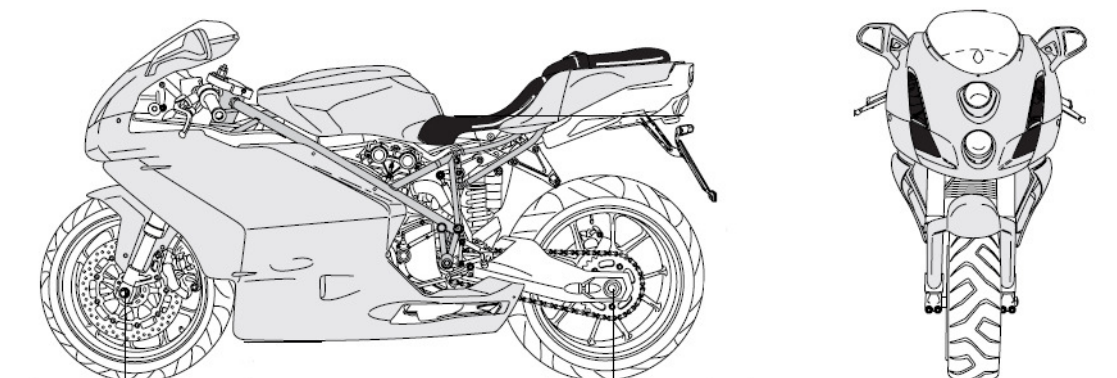


Figura 3.7 Disegno in scala della Ducati 749s

Una volta nota la compressione dell'elemento elastico, si è calcolata la lunghezza della molla al variare dell'escursione verticale della ruota, avendo scelto come lunghezza iniziale totale dell'elemento elastico 0.3 m.

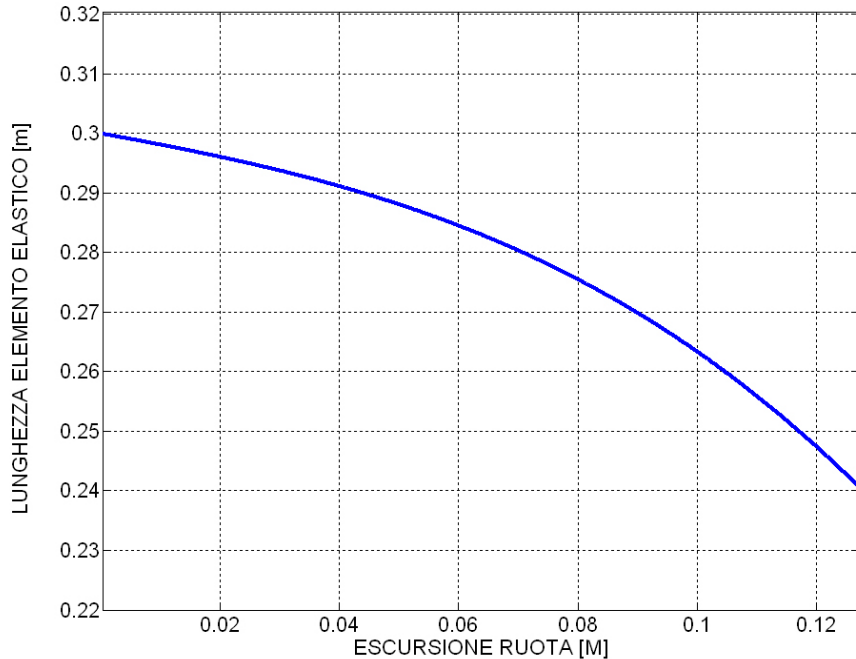


Figura 3.8 Variazione della lunghezza dell'elemento elastico in funzione dell'escursione verticale del forcellone

Successivamente, è stato necessario effettuare una scelta anche relativamente ad altre grandezze caratteristiche della sospensione. Esse sono state valutate facendo riferimento a disegni in scala come quello riportato in Figura 3.7 e facendo sì che le proporzioni del quadrilatero finale fossero adattabili ad un motociclo. Tuttavia, grazie al codice sviluppato in Matlab che sarà presentato nel capitolo 5, è possibile variare queste grandezze, come anche tutte le altre grandezze caratteristiche della sospensione, per arrivare alla progettazione di un quadrilatero differente.

Le dimensioni scelte sono le seguenti (per una maggiore comprensione si veda la Figura 3.9):

- distanza tra l'attacco della molla sul forcellone e la cerniera fissa in basso
 $a=0.120$ m;
- distanza sull'asse x tra le cerniere fisse
 $b=0.010$ m;
- distanza sull'asse y tra le cerniere fisse
 $c=0.240$ m;
- distanza tra l'attacco della molla sul membro cedente e la cerniera fissa in alto
 $d=0.090$ m.

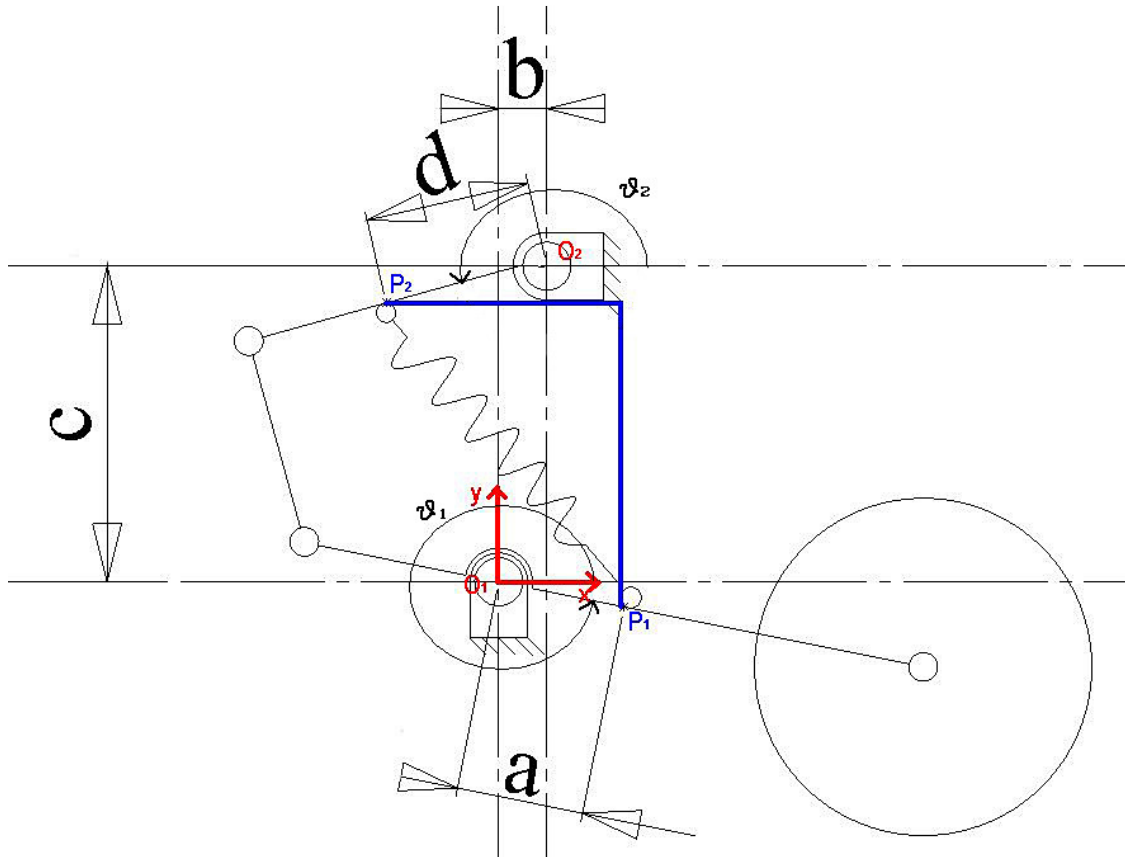


Figura 3.9 Schema che consente di visualizzare le dimensioni caratteristiche scelte

3.3 Calcolo dell'angolo del membro cedente

Dopo aver definito tutte le grandezze caratteristiche della sospensione, si è proceduto col calcolo dell'angolo θ_2 del membro cedente al variare della lunghezza della molla. Basandosi sullo schema riportato in Figura 3.9, si può scrivere la seguente equazione relativa alla lunghezza della molla:

$$\delta = \sqrt{(P_{1x} - P_{2x})^2 + (P_{1y} - P_{2y})^2} \quad (5)$$

dove:

$$\begin{cases} P_{1x} = a \cdot \cos \theta_1 \\ P_{1y} = a \cdot \sin \theta_1 \end{cases} \quad \begin{cases} P_{2x} = b + d \cdot \cos \theta_2 \\ P_{2y} = c + d \cdot \sin \theta_2 \end{cases} \quad (6)$$

Poiché la lunghezza della molla è una quantità nota e l'angolo θ_1 viene fatto variare nell'intervallo prima esposto, l'equazione sopra riportata presenta come unica incognita l'angolo del membro cedente θ_2 .

Per risolvere l'equazione si è utilizzato il codice elaborato in Matlab; poiché, però, l'equazione è di tipo trascendentale e, quindi, non si ha un facile confronto delle soluzioni fornite dal calcolatore, si sono voluti comparare i risultati forniti dal codice con quelli grafici. Questi ultimi sono stati ottenuti disegnando col software Solidworks la geometria della sospensione. Si vuole precisare che, avendo impostato nella maniera corretta la risoluzione dell'equazione, il codice fornisce sempre il risultato esatto, anche variando la curva $\Delta\delta = f(L)$, la lunghezza del forcellone e i parametri a , b , c , d (chiaramente per configurazioni non possibili della sospensione il codice restituisce risultati non significativi).

La verifica dei risultati è stata fatta su un nuovo sistema di riferimento rispetto a quello riportato in Figura 3.9; infatti, esprimendo gli angoli nel nuovo riferimento riportato in Figura 3.10, si è più facilitati nella verifica dei risultati ottenuti alla fine della progettazione (maggiori dettagli saranno esposti più avanti). In questo nuovo sistema di riferimento, l'asse x risulta allineato con la congiungente delle cerniere fisse (in altre parole, il telaio del quadrilatero) e il passaggio da un riferimento all'altro consiste solo nello sfasamento di un angolo α pari a 87.61° .

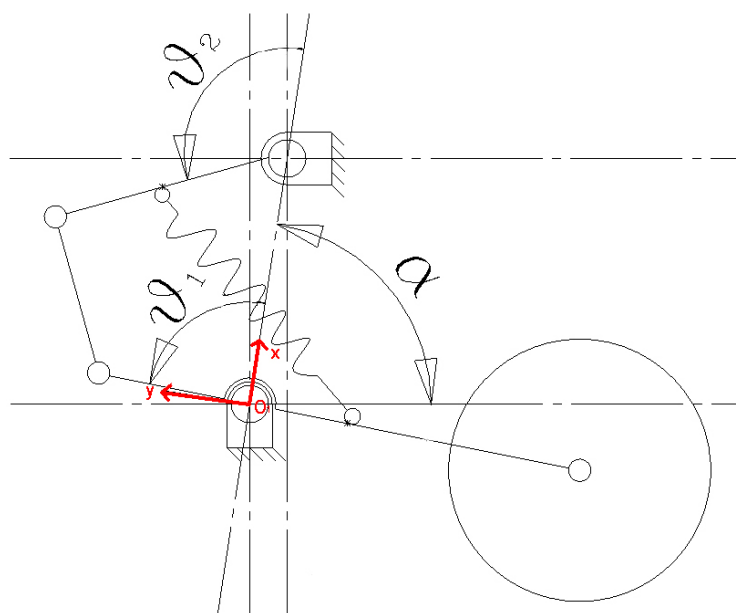


Figura 3.10 Nuovo riferimento utilizzato per la parte finale della progettazione e per la verifica dei risultati ottenuti

La Figura 3.11 mostra le diverse posizioni della sospensione al variare di θ_1 e della lunghezza dell'elemento elastico. In funzione di queste due grandezze, l'angolo θ_2 formato tra l'asta cedente e l'asse x assumerà un certo valore; confrontando i risultati grafici con quelli ottenuti con Matlab si è potuto validare il codice scritto. Fermo restando che per la validazione sono state eseguite numerose prove che hanno avuto esito positivo, a titolo di esempio, nella Tabella 3.1 è riportato un confronto tra i quattro valori di θ_2 relativi alle configurazioni rappresentate nella figura seguente e quelli ottenuti col codice.

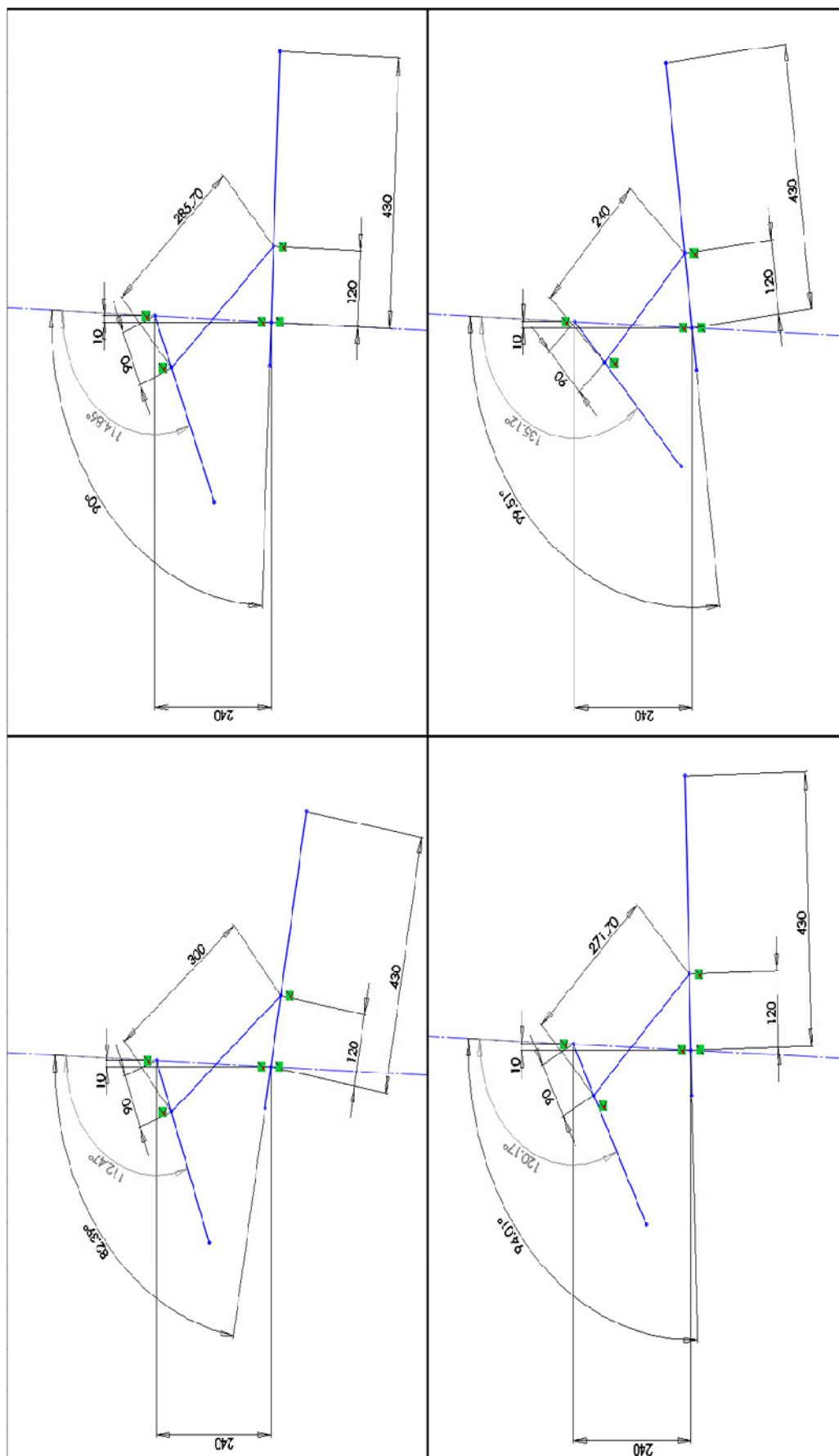


Figura 3.11 Quattro diverse configurazioni della sospensione rappresentate col software Solidworks

	VALORE MATLAB	VALORE GRAFICO
Configurazione 1	Angolo membro movente $\theta_1 = 82.39^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.300 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 112.47^\circ$	Angolo membro movente $\theta_1 = 82.39^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.300 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 112.47^\circ$
Configurazione 2	Angolo membro movente $\theta_1 = 90^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.286 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 114.87^\circ$	Angolo membro movente $\theta_1 = 90^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.286 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 114.86^\circ$
Configurazione 3	Angolo membro movente $\theta_1 = 94.01^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.272 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 120.18^\circ$	Angolo membro movente $\theta_1 = 94.01^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.272 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 120.17^\circ$
Configurazione 4	Angolo membro movente $\theta_1 = 99.51^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.240 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 135.12^\circ$	Angolo membro movente $\theta_1 = 99.51^\circ$ Lunghezza elemento elastico $\delta = 0.240 \text{ m}$ Angolo membro cedente $\theta_2 = 135.12^\circ$

Tabella 3.1 Confronto tra i risultati ottenuti per via grafica e con Matlab

Visto che, per la sospensione in studio, all'aumentare dell'escursione aumenta in maniera monotona crescente la compressione dell'elemento elastico, ci si aspetta un andamento dello stesso tipo dalla curva che esprime θ_2 in funzione di θ_1 .

Mediante Matlab è stato possibile graficare la variazione dell'angolo del membro cedente e confermare quanto atteso riguardo l'andamento della curva. Tuttavia, nel processo di sintesi cinematica che sarà presentato nel prossimo paragrafo, è necessario conoscere l'espressione della curva suddetta. Pertanto, mediante il codice elaborato, è stata effettuata una interpolazione sfruttando alcuni valori di θ_2 e θ_1 calcolati e si è ottenuta la seguente equazione (gli angoli vanno considerati in radianti):

$$\theta_2 = 12.6902 \cdot \theta_1^3 - 54.1937 \cdot \theta_1^2 + 77.1604 \cdot \theta_1 - 34.6647 \quad (7)$$

L'andamento della curva $\theta_2 = f(\theta_1)$ è presentato nella Figura 3.12:

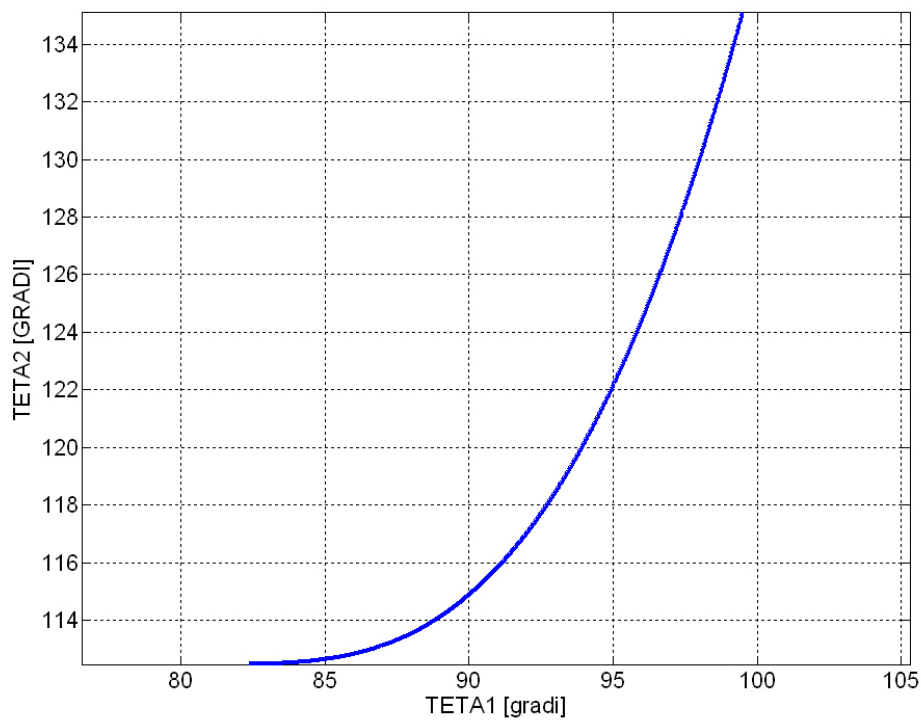


Figura 3.12 Curva $\theta_2 = f(\theta_1)$

Nella Figura 3.13, invece, è rappresentato lo scarto tra i valori effettivi dell'angolo θ_2 e quelli corrispondenti alla funzione interpolante prima riportata. Si può notare come tali scarti risultino estremamente contenuti; da ciò si può concludere che la funzione interpolante approssima molto bene l'andamento dell'angolo θ_2 in funzione dell'angolo θ_1 .

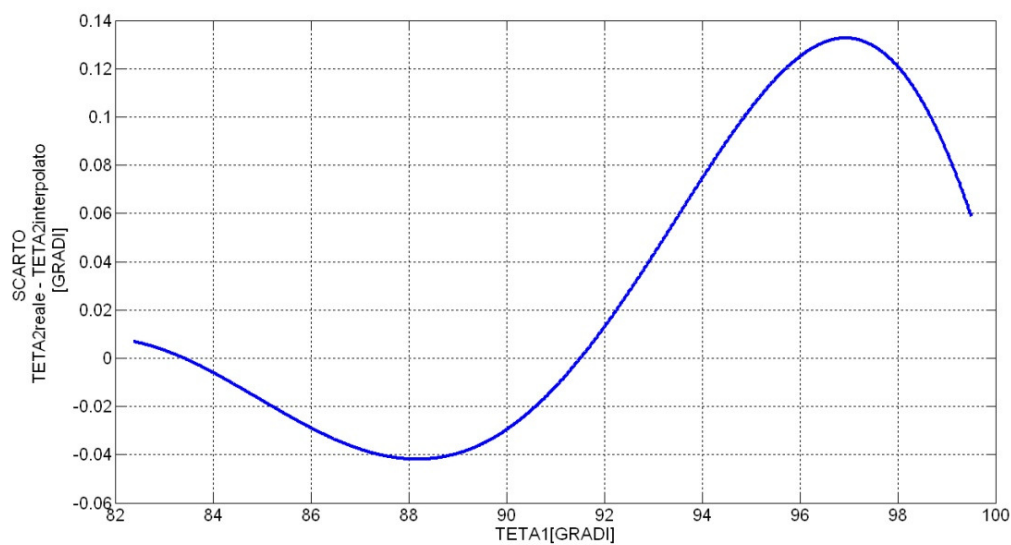


Figura 3.13 Scarto tra i valori di θ_2 interpolati e quelli reali

3.4 Sintesi cinematica

Dopo aver verificato che i risultati ottenuti col codice sono giusti, si è proceduto con la fase di sintesi cinematica che ha permesso di determinare le lunghezze dei membri del quadrilatero. Lo scopo è quello di realizzare un quadrilatero che consenta di far registrare delle compressioni dell'elemento elastico il più vicino possibile a quelle definite dalla funzione $\Delta\delta = f(L)$ riportata in Figura 3.3. Raggiungere tale obiettivo equivale a realizzare un quadrilatero in cui gli angoli dei membri varino secondo la curva $\theta_2 = f(\theta_1)$ riportata in Figura 3.12.

Tutti i concetti utilizzati per la progettazione cinematica della sospensione sono stati ripresi da [2]; di seguito si riportano gli aspetti principali.

Nella fase della sintesi cinematica viene sfruttato, inizialmente, il concetto di polare.

La polare fissa è definita come il luogo dei punti del piano fisso che sono centri di istantanea rotazione.

La polare mobile, invece, è il luogo dei punti del piano mobile che diventeranno centri di istantanea rotazione.

Facendo riferimento alla Figura 3.14, si definiscono le seguenti grandezze:

- $r_1 = \overline{PO_1}$
- $r_2 = \overline{PO_2}$
- $f = \overline{O_1O_2} = r_2 - r_1$
- Ω_1, Ω_2 centri di curvatura delle polari
- $\rho_1 = \Omega_1P, \rho_2 = \Omega_2P$ raggi di curvatura delle polari
- dl arco infinitesimo PP_1 delle polari.

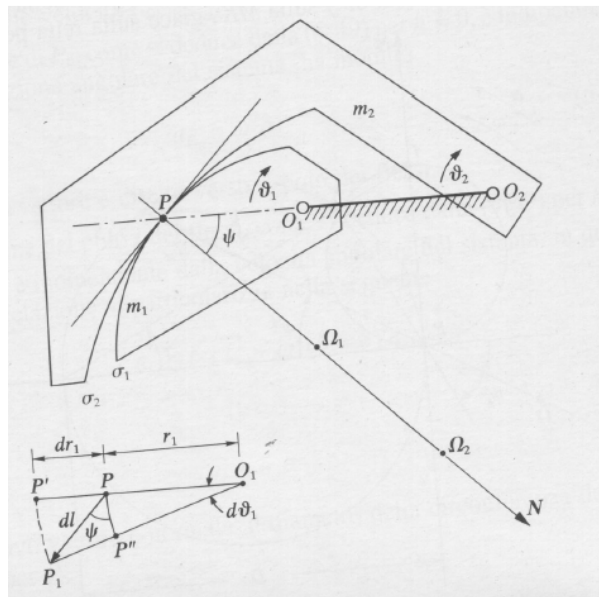


Figura 3.14 Rappresentazione delle grandezze utili ai fini della sintesi cinematica

Al fine di determinare i valori di r_1 ed r_2 , è necessario introdurre altre grandezze:

- $R = \frac{d\theta_2}{d\theta_1}$ (9)

- $R' = \frac{d^2\theta_2}{d\theta_1^2}$ (10)

- $R'' = \frac{d^3\theta_2}{d\theta_1^3}$ (11)

Dal sistema di equazioni seguente è possibile esplicitare le espressioni di r_1 ed r_2 :

$$\begin{cases} \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \\ r_2 - r_1 = f \\ \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\theta_2}{d\theta_1} = R \end{cases} \quad (12)$$

La prima espressione si deduce dall'applicazione del teorema di Aronhold-Kennedy (il quale afferma che “*sono allineati i centri delle rotazioni istantanee dei moti relativi fra tre corpi rigidi*”) al quadrilatero; la seconda equazione si riferisce al fattore di scala f che esprime la distanza tra le cerniere fisse; la terza equazione, infine, esprime il rapporto tra le velocità angolari dei due membri del quadrilatero. Poiché le uniche incognite sono r_1 ed r_2 , è possibile risalire all'espressione esplicita di queste due grandezze:

$$r_1 = f \cdot \frac{R}{1-R}; \quad r_2 = \frac{f}{1-R} \quad (13)$$

In tal modo si può definire la posizione del centro di istantanea rotazione P_{24} del moto relativo tra le due aste del quadrilatero (si veda la Figura 3.15).

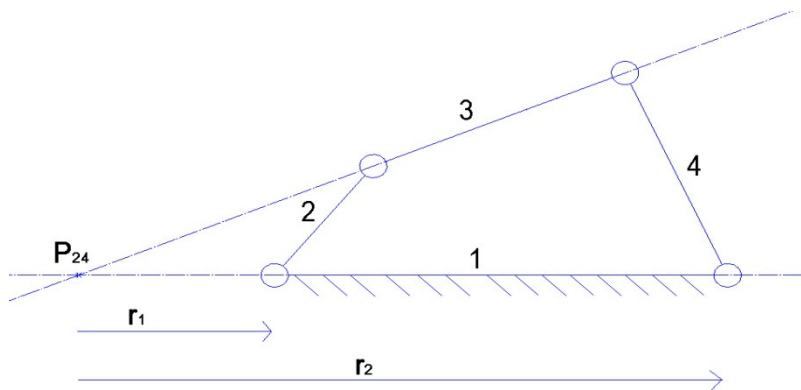


Figura 3.15 Schema relativo alla determinazione del centro di istantanea rotazione

Per determinare la curvatura delle polari si ricorre alla formula che fornisce la curvatura della traiettoria di un punto:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{h^2 + 2 \left(\frac{dh}{d\theta} \right)^2 - h \frac{d^2h}{d\theta^2}}{\left[h^2 + \left(\frac{dh}{d\theta} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (14)$$

e la si specializza per le polari, ponendo per la prima polare $h = r_1$ e $\theta = \theta_1$ e per la seconda $h = r_2$ e $\theta = \theta_2$:

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{(1-R)^3}{f} \frac{R^2(1-R) + 2R'^2 - RR''}{\left[R^2(1-R)^2 + R'^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (15)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{(1-R)^3}{f} \frac{R^3(1-R) + R'^2 - RR''}{\left[R^2(1-R)^2 + R'^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (16)$$

Fatte queste posizioni, si introduce il concetto di circonferenza dei flessi o prima circonferenza di Bresse; essa è una proprietà istantanea del moto ed è definita come il luogo dei punti del piano mobile la cui traiettoria ha centro di curvatura all'infinito.

L'inverso del diametro della circonferenza dei flessi è pari a:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \quad (17)$$

Sostituendo le espressioni di $\frac{1}{\rho_1}$ e $\frac{1}{\rho_2}$, si può ottenere il diametro della circonferenza dei flessi riferita al moto relativo tra i due membri:

$$\delta = f \frac{\sqrt{R^2(1-R)^2 + R'^2}}{(1-R)^3} \quad (18)$$

Come si può notare, il diametro dipende da tutte grandezze note; per disegnare la circonferenza dei flessi, quindi, si dispone del diametro e del centro di istantanea rotazione per il quale passerà la circonferenza stessa. Rimane da determinare la normale sulla quale si trova il centro della circonferenza dei flessi; per fare ciò, ci si

riferisce alla geometria della figura seguente (dl è l'arco infinitesimo percorso dal punto P nel moto relativo tra le leve m_1 ed m_2 rappresentate in Figura 3.14):

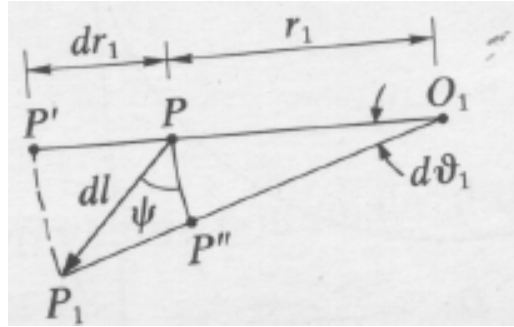


Figura 3.16 Determinazione dell'angolo ψ relativo all'inclinazione della normale N

L'angolo ψ è determinato mediante le seguenti relazioni:

$$\sin \psi = \frac{dr_1}{dl} = \frac{dr_2}{dl} \quad (19)$$

$$\cos \psi = r_1 \frac{d\theta_1}{dl} = r_2 \frac{d\theta_2}{dl} \quad (20)$$

$$\tan \psi = \frac{1}{r_1} \frac{dr_1}{d\theta_1} \quad (21)$$

$$\tan \psi = \frac{R'}{R(1-R)} \quad (22)$$

L'ultima relazione da introdurre è la seconda espressione dell'equazione di Euler-Savary:

$$P_0 M^2 = \Omega M \cdot M' M \quad (23)$$

Le grandezze coinvolte nell'equazione sono:

- $P_0 M$ segmento che va dal centro di istantanea rotazione al punto M generico del corpo in studio;
- ΩM segmento pari alla distanza tra il centro di curvatura del punto M e il punto M;
- $M' M$ segmento pari alla distanza tra il punto M' appartenente alla circonferenza dei flessi e il punto M; questi due punti si troveranno allineati sulla stessa direzione.

Poiché il primo termine dell'equazione è elevato al quadrato e, quindi, è sempre positivo, i termini a destra dell'uguale dovranno essere sempre equiversi.

Applicando tutti questi concetti al quadrilatero in studio, si può eseguire la sintesi cinematica del meccanismo. Si precisa, però, che, poiché si sta studiando il moto delle due aste del quadrilatero, nel determinare la posizione delle cerniere bisognerà effettuare una inversione cinematica, considerando uno dei due membri fisso e l'altro mobile. In questo modo si possono facilmente applicare i concetti fin qui esposti.

Avendo già fissato la posizione delle cerniere fisse, si può determinare la posizione del centro di istantanea rotazione P_0 , mediante r_1 ed r_2 .

Successivamente, si traccia una retta passante per il centro di istantanea rotazione con una inclinazione arbitraria; l'intersezione di questa retta con la direzione del membro movente consente di determinare la posizione di una cerniera mobile (punto M nella Figura 3.17). Considerando l'asta cedente come telaio cinematico, il centro di curvatura del punto M coincide col punto B: infatti, in questa condizione di inversione cinematica, il punto M percorre una traiettoria circolare con centro di curvatura coincidente col punto B.

L'intersezione della retta arbitraria con la circonferenza dei flessi consente di determinare la posizione del punto A'.

A questo punto, sfruttando la seconda espressione dell'equazione di Euler-Savary, si può ricavare la posizione del punto B che corrisponde alla seconda cerniera mobile. In questo modo il quadrilatero risulta definito.

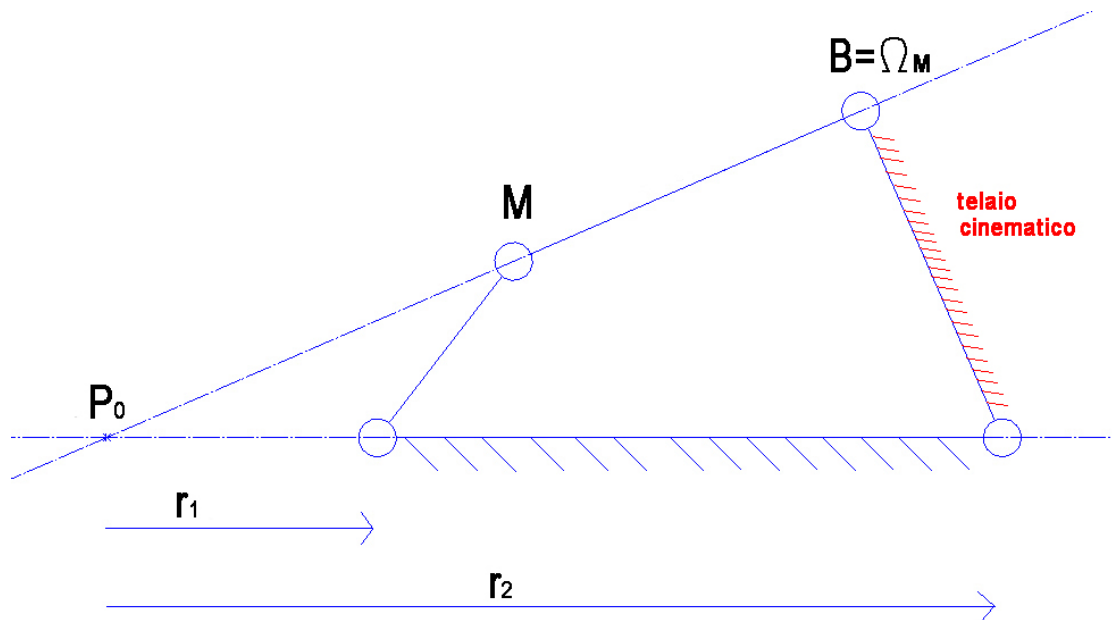


Figura 3.17 Determinazione delle cerniere mobili del quadrilatero

Il procedimento descritto consente di determinare le dimensioni del quadrilatero con una approssimazione del secondo ordine. Infatti, in tale procedimento, imposta la posizione delle cerniere fisse, la posizione di quelle mobili viene definita a partire dall'inclinazione arbitraria della retta che individua i punti M ed M'. Dopo aver definito l'inclinazione della retta, è possibile determinare la posizione della seconda cerniera mobile sfruttando la seconda espressione dell'equazione di Euler-Savary.

Lo sviluppo di questo metodo richiede, quindi, la scelta di un punto di precisione sulla curva $\theta_2 = f(\theta_1)$ col quale calcolare tutti i parametri necessari alla sintesi cinematica. Come si potrà notare dai risultati esposti al capitolo 4, il quadrilatero generato approssimerà estremamente bene la curva $\theta_2 = f(\theta_1)$ quando l'angolo del movente è prossimo al punto di precisione scelto, e se ne discosterà di una certa quantità quando θ_1 è lontano dal punto di precisione.

Mediante il codice Matlab, si sono calcolate le grandezze R, R' e R''. Per la scelta del punto di precisione si è analizzata la curva relativa ad R riportata in Figura 3.18.

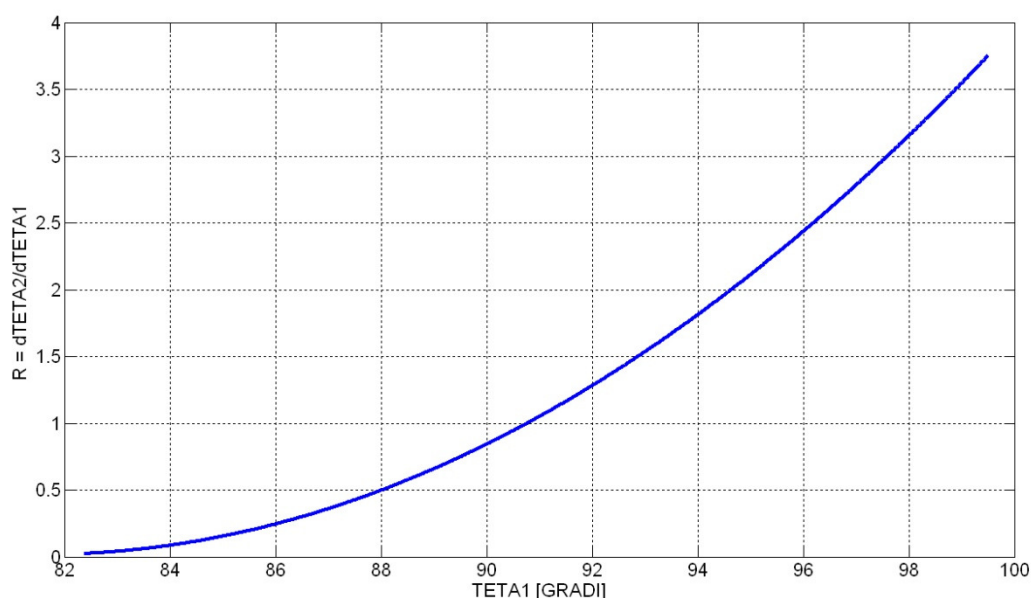


Figura 3.18 Curva rappresentante R in funzione di θ_1

Poiché il diametro della circonferenza dei flessi tende ad infinito quando $R = 1$, si è scelto come punto di precisione un valore di θ_1 a cui corrisponde un R diverso da 1. In particolare, nel punto scelto:

$$R = 3.004; \theta_1 = 97.61^\circ.$$

Nella posizione di scelta, la lunghezza dell'elemento elastico, l'angolo del membro cedente e l'escursione della ruota sono pari a:

$$\delta_{molla} = 0.2529 \text{ m}; \theta_2 = 128.8^\circ; L = 0.1139 \text{ m}.$$

Successivamente, mediante le (13) si sono valutati r_1 ed r_2 . Essi risultano pari a:

$$r_1 = -0.3601 \text{ m} ; r_2 = -0.1199 \text{ m}.$$

In base alla geometria fissata, il fattore di scala risulta pari a:

$$f = 0.2402 \text{ m}.$$

Avendo tutti i dati necessari, è stato possibile calcolare il diametro della circonferenza dei flessi nel punto di precisione scelto; esso è pari a:

$$\delta = 0.6618 \text{ m}.$$

Si è poi calcolato l'angolo ψ , relativo all'inclinazione della normale su cui si trova il centro della circonferenza dei flessi, mediante la relazione (22):

$$\psi = -74.25^\circ.$$

Mediante la (23) è stato possibile completare la costruzione del quadrilatero. In particolare, il punto M in questo caso corrisponde alla cerniera mobile A del membro movente solidale col forcellone, mentre con B si è indicata la cerniera mobile del membro cedente. Si è poi tracciata una retta di inclinazione arbitraria e si sono trovati i punti A' ed A; dalla costruzione grafica si sono ottenute le seguenti misure:

$$PA = 0.42626 \text{ m}; A'A = 0.86291 \text{ m}.$$

Pertanto, le dimensioni del quadrilatero risultano essere:

- membro movente $A_0A = 0.18535 \text{ m}$;
- membro cedente $B_0B = 0.11926 \text{ m}$;
- biella $BA = 0.21059 \text{ m}$.

Si può notare come tali misure soddisfino la seconda espressione dell'equazione di Euler-Savary; infatti:

$$BA = \frac{PA^2}{A'A} = \frac{0.42626^2}{0.86291} = 0.2105 \text{ m}$$

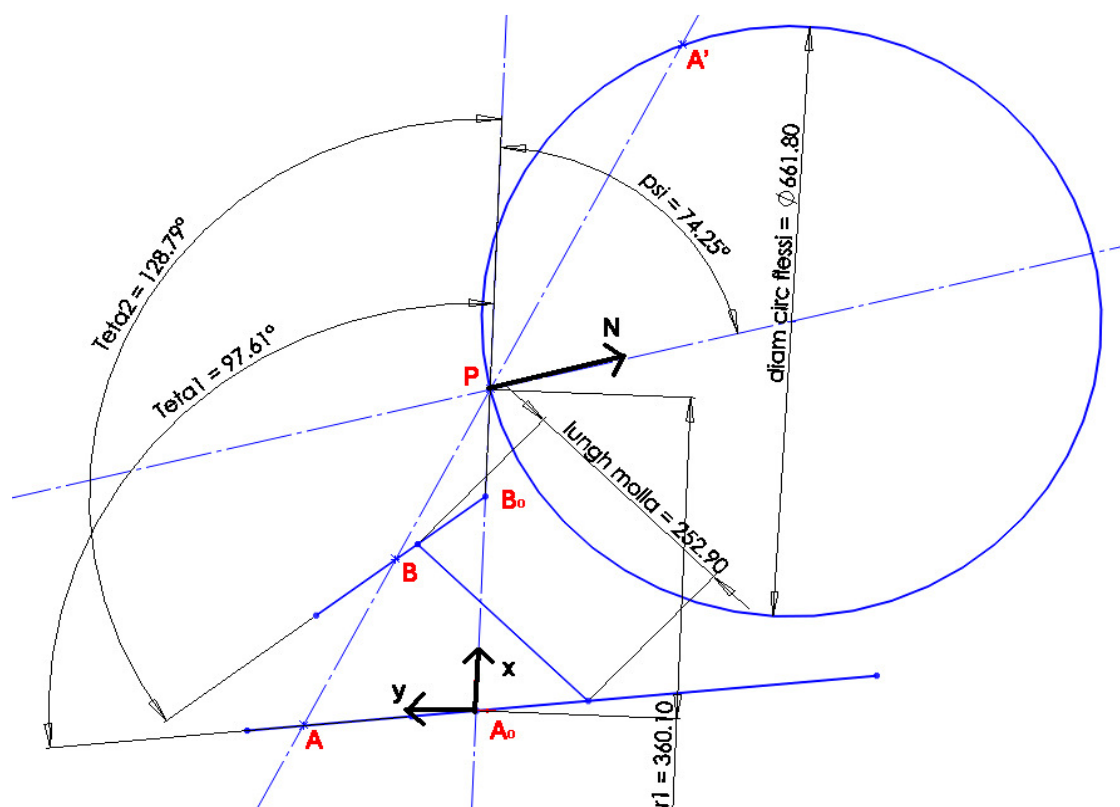


Figura 3.19 Costruzione grafica per la determinazione delle dimensioni del quadrilatero

Il posizionamento della circonferenza dei flessi è stato effettuato in base alle grandezze ottenute. In particolare, facendo riferimento alla Figura 3.19, r_1 ed r_2 risultano negativi e fissano il centro di istantanea rotazione verso l'alto (si ricorda che $r_1 = \overrightarrow{PA_0}$ e $r_2 = \overrightarrow{PB_0}$; poiché risultano negativi sono in verso contrario all'asse x); in base al valore di ψ , la normale N è stata posizionata in modo tale che la proiezione di r_1 ed r_2 sulla normale stessa sia negativa. In base a queste considerazioni è stato possibile dimensionare il quadrilatero.

Si vuole far notare come sia rispettata la condizione sull'uguaglianza del verso di BA ed A'A; entrambi i segmenti risultano negativi e, quindi, il loro prodotto darà una quantità positiva, come richiesto dalla (23).

Nella Figura 3.20 è presentato il quadrilatero ottenuto. Prima di arrivare alla scelta di questo quadrilatero, sono state effettuate altre prove con altri punti di precisione che hanno condotto alla determinazione di quadrilateri differenti. Tuttavia si è scelto questo quadrilatero poiché esso presenta una lunghezza del forcellone più quella del membro movente proporzionata a quella che può essere la lunghezza totale di un generico motociclo.

Inoltre un aspetto molto importante riguarda gli angoli di funzionamento del quadrilatero. Il quadrilatero scelto, infatti, al variare di θ_1 nell'intervallo di funzionamento (82.39° ; 99.50°), non passa mai per la configurazione critica (determinata dall'allineamento della biella con il membro cedente), ma si ferma prima; ciò, chiaramente, va a vantaggio della sicurezza.

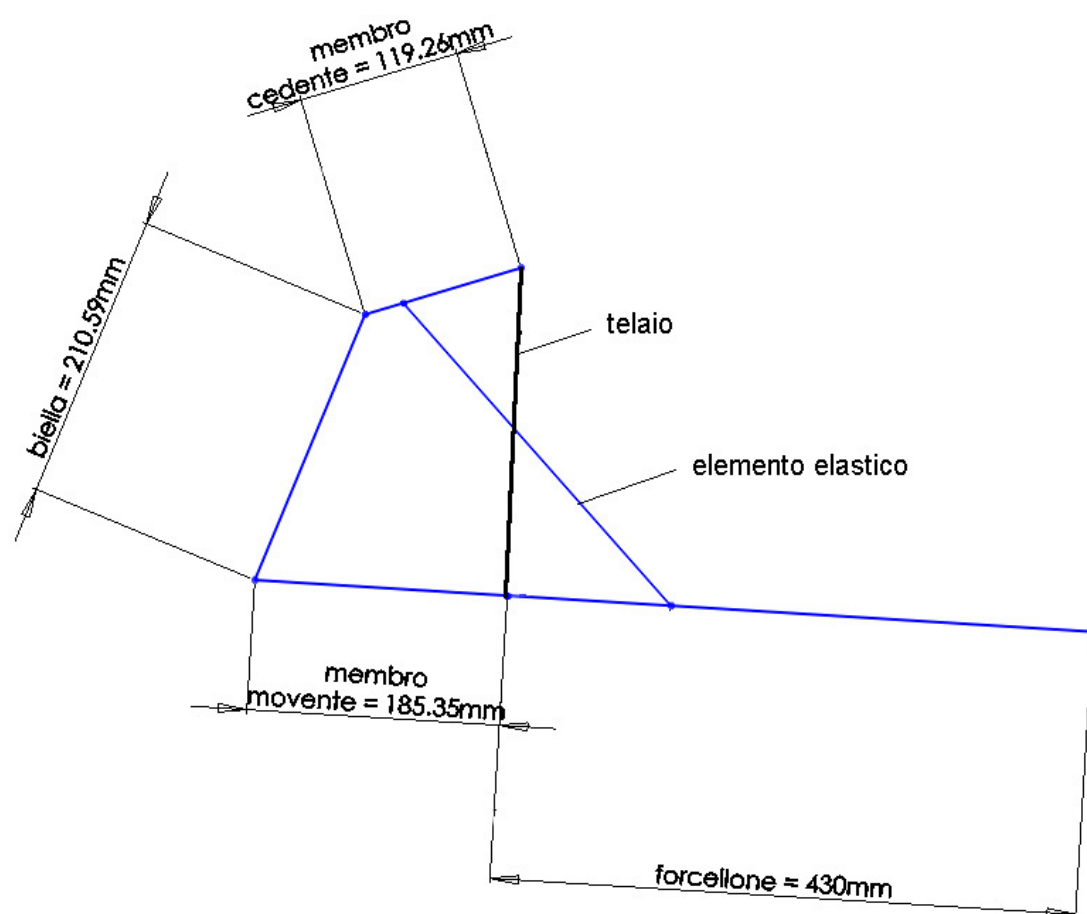


Figura 3.20 Quadrilatero ottenuto mediante la sintesi cinematica

4 Verifica dei risultati ottenuti

Dopo aver dimensionato il quadrilatero, si è ritenuto opportuno verificare i risultati ottenuti. Come già esposto in precedenza, l'approssimazione al secondo ordine consente di ottenere risultati ottimi in corrispondenza del punto di precisione scelto.

Per ricavare i valori di θ_2 al variare di θ_1 , si sono implementate nel codice elaborato le relazioni relative all'analisi delle configurazioni del quadrilatero con il metodo delle equazioni di chiusura, riprese da [2].

La prima verifica ha riguardato la curva $\theta_2 = f(\theta_1)$. Nella Figura 4.1 è presentato il confronto tra la curva desiderata e quella ottenuta:

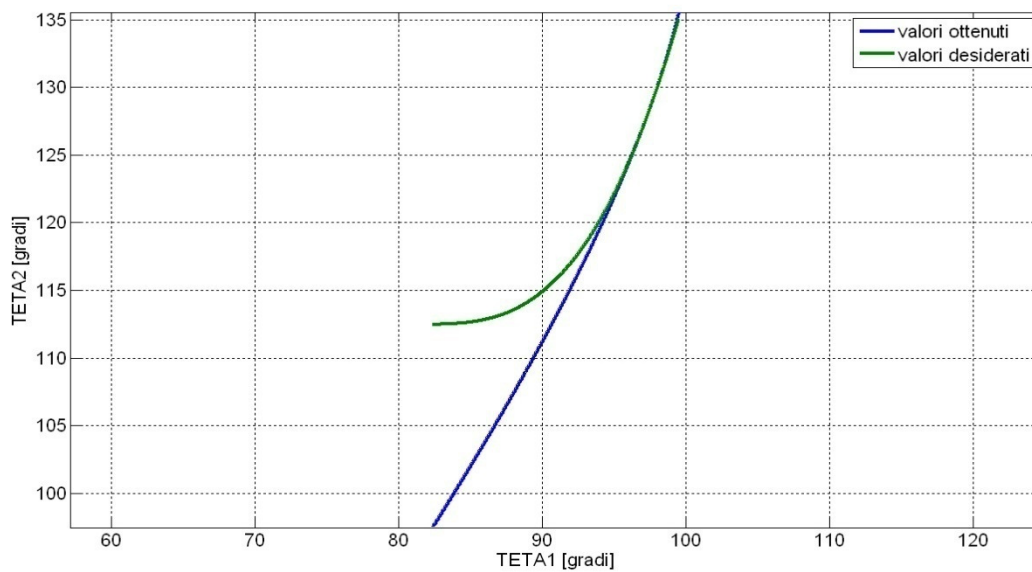


Figura 4.1 Confronto relativo all'angolo del membro cedente

Come si può notare, per i movimenti iniziali vi è una differenza tra i valori di θ_2 ottenuti e quelli desiderati. Ciò è giustificato dal fatto che il punto di precisione si trova verso le posizioni finali della curva che sono le più significative per quanto riguarda il vantaggio meccanico che la sospensione deve fornire. Il grafico consente di evidenziare come la differenza tra le due curve si annulli nel punto di precisione scelto e resti estremamente contenuta per la maggior parte del movimento del quadrilatero.

	VALORI OTTENUTI DI θ_2 [gradi]	VALORI DESIDERATI DI θ_2 [gradi]
PUNTO DI PRECISIONE $\theta_1 = 97.61^\circ$	128.80°	128.80°

Tabella 4.1 Confronto tra i valori di θ_2 ottenuti e quelli desiderati nel punto di precisione

Si è voluta effettuare anche una verifica sulla derivata prima (R) e seconda (R') della curva $\theta_2 = f(\theta_1)$.

Per quanto riguarda la derivata prima, anche in questo caso si ha uno scarto nullo tra i valori ottenuti e quelli desiderati in corrispondenza del punto di precisione.

In Figura 4.2 si riporta l'andamento delle derivate prime in prossimità del punto di precisione poiché in tale intorno ha particolare significato verificare la corrispondenza tra i valori ottenuti e quelli desiderati.

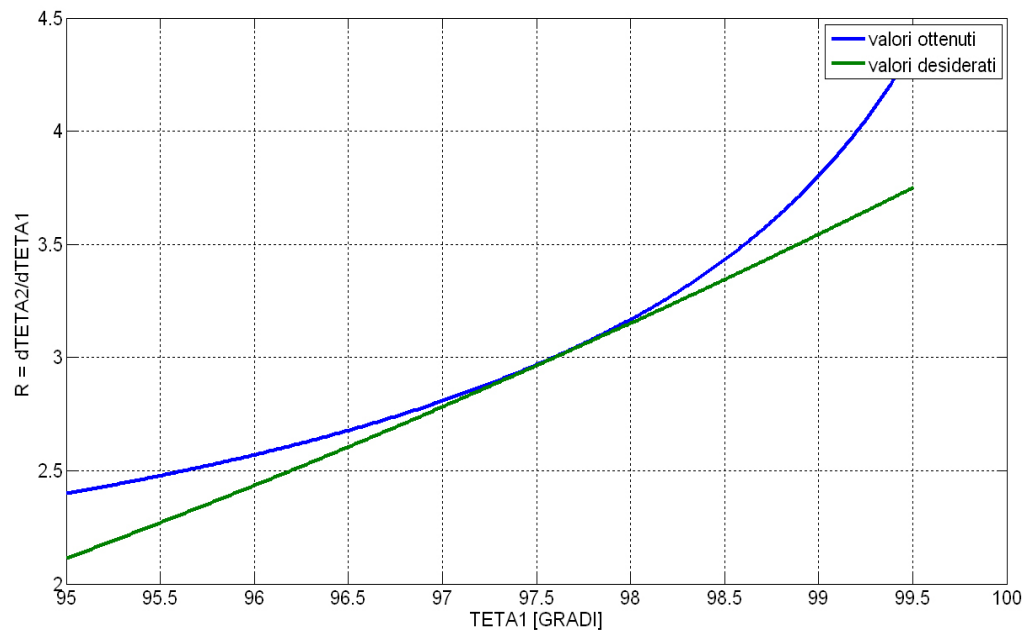


Figura 4.2 Confronto tra le derivate prime

	VALORI OTTENUTI DI R	VALORI DESIDERATI DI R	SCARTO
$\theta_1 = 95^\circ$	2.40	2.11	6.6%
$\theta_1 = 96^\circ$	2.57	2.44	2.9%
$\theta_1 = 97^\circ$	2.81	2.78	0.7%
$\theta_1 = 97.61^\circ$ (punto di precisione)	3.00	3.00	0%
$\theta_1 = 98^\circ$	3.17	3.16	0.2%
$\theta_1 = 99^\circ$	3.81	3.55	5.9%

Tabella 4.2 Scarto tra la derivata prima ottenuta e desiderata nell'intorno del punto di precisione

Anche per quanto riguarda la derivata seconda si registra uno scarto nullo in corrispondenza del punto di precisione tra i valori ottenuti e quelli desiderati, come si può notare dalla Figura 4.3 e dalla Tabella 4.3.

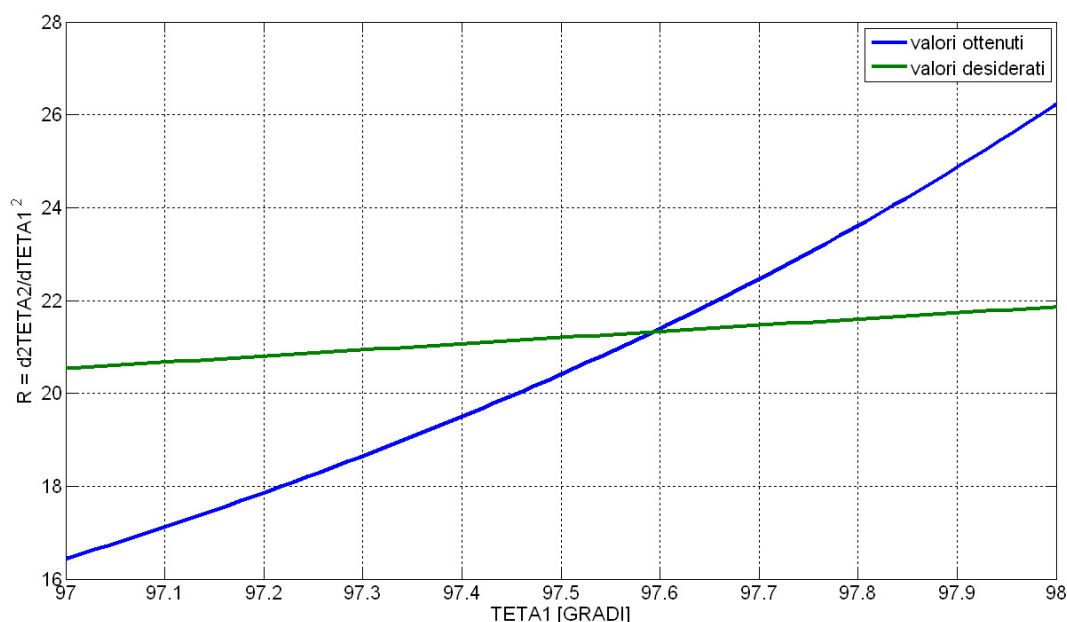


Figura 4.3 Confronto tra le derivate seconde

	VALORI OTTENUTI DI R'	VALORI DESIDERATI DI R'
PUNTO DI PRECISIONE $\theta_1 = 97.61^\circ$	21.4	21.4

Tabella 4.3 Confronto tra i valori di R' ottenuti e quelli desiderati nel punto di precisione

Queste considerazioni permettono di concludere che l'approssimazione al secondo ordine consente di ottenere un'ottima approssimazione nel punto di precisione scelto e nel suo intorno.

Successivamente sono state svolte delle verifiche anche sulla lunghezza totale dell'elemento elastico al variare dell'escursione della ruota e sulla curva $\Delta\delta = f(L)$.

Sfruttando la (5) si è potuta calcolare la lunghezza dell'elemento elastico al variare di θ_1 e θ_2 .

Nella Figura 4.4 è riportato il grafico relativo al confronto tra la lunghezza desiderata e quella ottenuta col quadrilatero dimensionato secondo le modalità esposte al capitolo 3.

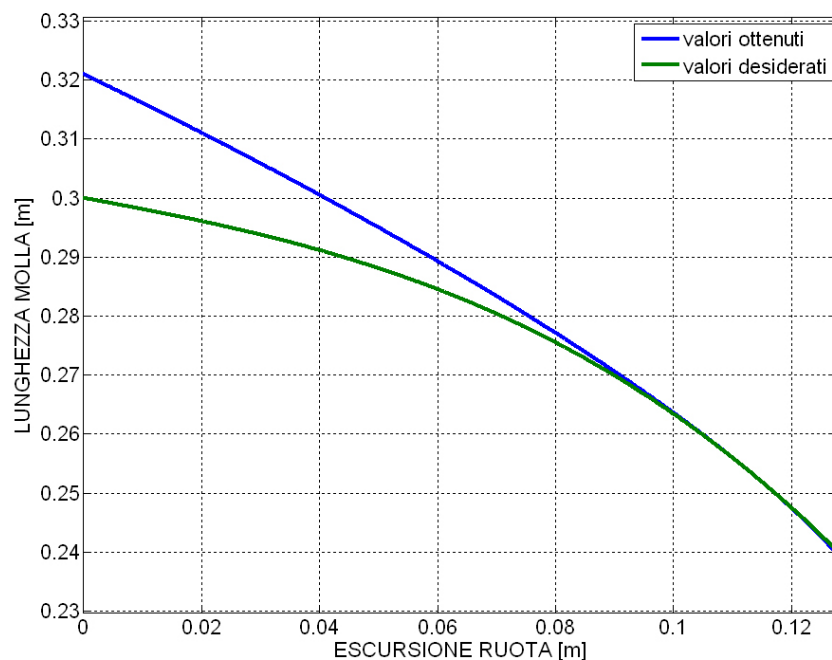


Figura 4.4 Confronto tra la lunghezza della molla desiderata e quella ottenuta al variare dell'escursione della ruota

A causa dell'iniziale differenza che si registra tra i valori desiderati ed ottenuti dell'angolo θ_2 , la molla inizialmente presenta una lunghezza diversa. In particolare, all'inizio questo scarto è pari al 7% della lunghezza totale dell'elemento elastico. Successivamente le due curve tendono a sovrapporsi, confermando ulteriormente che la procedura di sintesi eseguita consente di ottenere risultati ottimi nelle vicinanze del punto di precisione e, tutto sommato, consente di ottenere uno scarto contenuto tra la lunghezza desiderata e quella ottenuta dell'elemento elastico; in Figura 4.5 è presentato lo scarto percentuale tra queste due lunghezze.

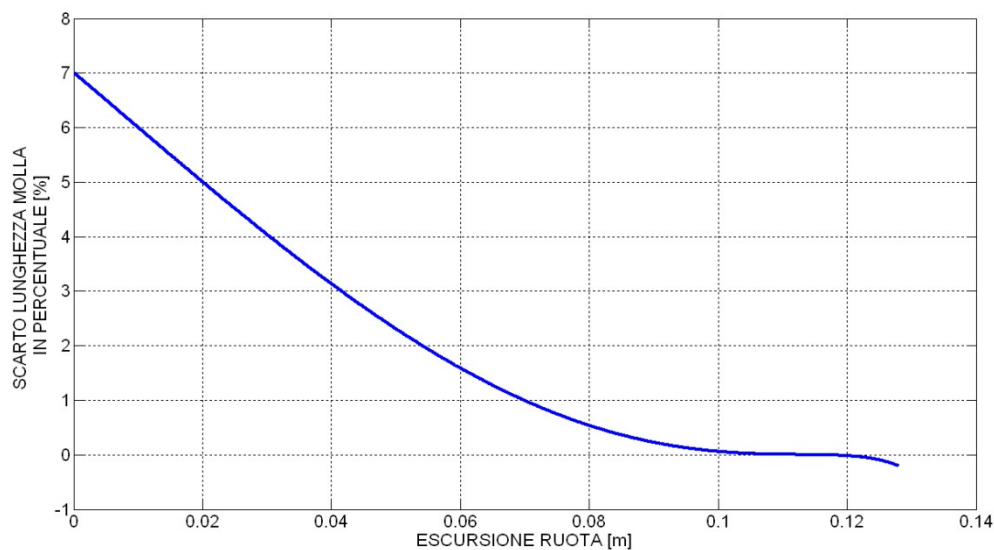


Figura 4.5 Scarto percentuale tra la lunghezza della molla desiderata ed ottenuta

Per quanto riguarda il confronto sull'andamento della compressione della molla al variare dell'escursione della ruota, anche in questo caso valgono le considerazioni precedenti.

Dalla Figura 4.6 si può notare come, in prossimità del punto di precisione, la curva ottenuta e quella desiderata tendano a sovrapporsi.

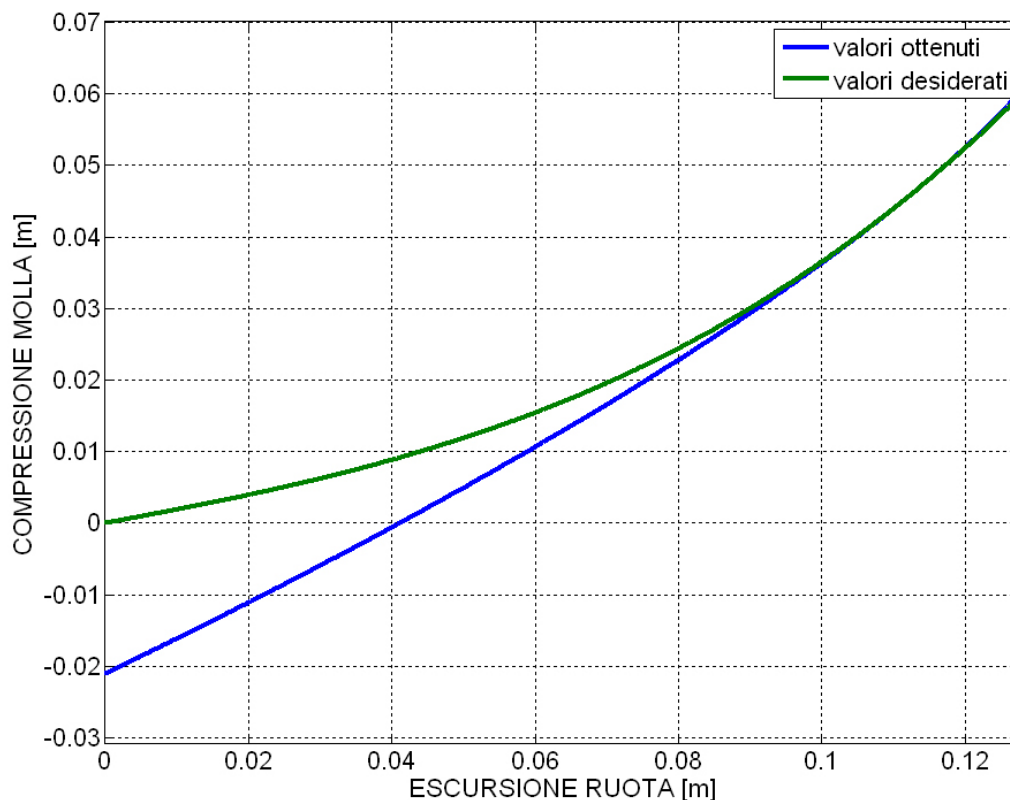


Figura 4.6 Confronto tra la funzione $\Delta\delta = f(L)$ ottenuta e desiderata

Si può notare come, anche nel caso della curva ottenuta, sia rispettata la condizione fondamentale sul funzionamento della sospensione, ovvero un vantaggio meccanico crescente. La curva ottenuta, infatti, risulta monotona crescente proprio come richiesto dal brevetto studiato.

Riferendosi alla relazione (1) riportata al capitolo 3, in Figura 4.7 è presentato l'andamento del vantaggio meccanico ottenuto e desiderato in funzione dell'escursione della ruota.

Si vuole far notare come, ancora una volta, le curve assumano lo stesso valore in corrispondenza del punto di precisione e, in vicinanza di esso, tendano ad avere lo stesso andamento.

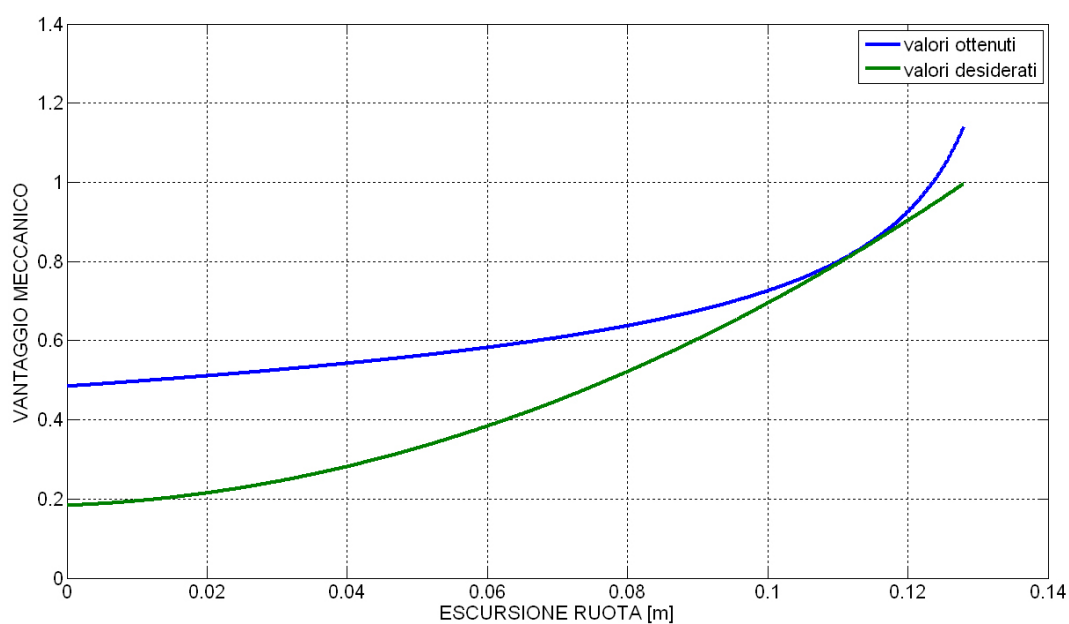


Figura 4.7 Vantaggio meccanico in funzione dell'escursione della ruota

	VANTAGGIO MECCANICO OTTENUTO	VANTAGGIO MECCANICO DESIDERATO	SCARTO
L = 0.0881 m	0.6671	0.5874	8%
L = 0.0950 m	0.6983	0.6481	5%
L = 0.1139 m (punto di precisione)	0.8393	0.8358	0.3%
L = 0.1240 m	0.9491	1.0098	6%

Tabella 4.4 Confronto tra alcuni valori del vantaggio meccanico

5 Il codice elaborato nel linguaggio Matlab

Di seguito viene presentato il codice scritto nel linguaggio Matlab, utilizzato per la progettazione della sospensione:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%SUSPENSIONv1.0%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%created by Leonardo Di Stefano%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%Programma per il calcolo dei parametri geometrici di una
%%sospensione basata sul brevetto US Patent 4,440,413.

%Introduzione dei parametri geometrici:
%%hb = distanza tra la ruota e la cerniera fissa del forcellone
%%lmax = escursione massima verticale della ruota
%%tetalmax = angolo massimo di rotazione del forcellone
%%delta = lunghezza totale dell'elemento elastico
%il valore iniziale è pari a 0.300m
%%l = variazione dell'escursione della ruota che va da 0 a lmax
%%ddelta = funzione imposta dal progettista relativa a come deve
%cambiare la compressione della molla in funzione dell'escursione
%della ruota; tale funzione è calcolata fissando dei punti che si
%vogliono approssimare.
%L'interpolazione con un polinomio di terzo grado (n = 3 è proprio il
%grado del polinomio) è stata fatta sfruttando i punti interp_l e
%interp_ddelta.
%Se le richieste del committente cambiano, è sufficiente introdurre
%diversi punti e il programma calcola la nuova funzione interpolante.
%%tetal = angolo formato tra il forcellone e
%l'orizzontale;all'angolo
%tetal vengono sottratti 0.17 rad (10 gradi), in quanto la sua
%posizione iniziale è a -10 gradi.
hb=0.43;
lmax=0.128;
tetalmax=2*asin(lmax/(2*hb));
delta(1)=0.300;
l=0:0.0001:lmax;
interp_l=[l(1,1),l(1,ceil(length(l)/4)),l(1,ceil(length(l)/2)),l(1,length(l))];
interp_ddelta=[0,0.0067,0.0170,0.06];
n=3;
coeff=polyfit(interp_l,interp_ddelta,n);
coeff(n+1)=0;
ddelta=coeff(1)*l.^n+coeff(2)*l.^(n-1)+coeff(3)*l.^(n-2)+coeff(4)*l.^(n-3);
tetal=2*asin(l/(2*hb))-10*pi/180;

%Calcolo della lunghezza della molla al variare di l.
for i=1:length(l)-1
    delta(i+1)=delta(1)-ddelta(i+1);
end
tetalmax_deg=tetalmax*180/pi;
tetal_deg=tetal*180/pi;

%Conversione dell'intervallo di tetal da -10 a + 7.1191 gradi a un
%intervallo che va da 350 a 7.1191 gradi
for j=1:length(tetal_deg)
```

```

        if teta1_deg(j)<0
            teta1(j)=teta1_deg(j)+360;
        end
    end
    teta1=teta1_deg*pi/180;

    %%%Calcolo dell'angolo teta2, ovvero l'angolo formato tra la il
    %membro cedente e l'orizzontale.
    %In questa sede si introducono i parametri geometrici della
    %sospensione che sono scelti dal progettista. Tuttavia, questo
    %programma consente di cambiarli a piacimento (nei limiti delle
    %configurazioni possibili per un
    %quadrilatero) al fine di ottenere l'andamento di teta2 in funzione
    %di teta1 desiderato.

    %DEFINIZIONE DEI PARAMETRI GEOMETRICI
    %a = distanza tra il punto di attacco della molla e la cerniera fissa
    %del forcellone.
    %b = distanza misurata sull'asse x tra le due cerniere fisse.
    %c = distanza misurata sull'asse y tra le due cerniere fisse.
    %d = distanza tra il punto di attacco della molla e la cerniera fissa
    %del membro cedente.
    x=zeros(1,length(delta));
    a=0.120;
    b=0.010;
    c=0.240;
    d=0.090;

    %Introduzione dell'equazione che consente di calcolare teta2. Essendo
    %una funzione trascendentale, il calcolo viene effettuato secondo
    %criteri iterativi implementati in Matlab.
    for k=1:length(delta)
        f=@(x)((a*cos(teta1(k)))-(b+d*cos(x)))^2+((a*sin(teta1(k)))-
        (c+d*sin(x)))^2-delta(k)^2);
        teta2(k)=fzero(f,3,optimset('Display','iter'));
    end

    %Gli angoli teta1 e teta2 vengono trasformati in angoli formati con
    %il telaio, la cui inclinazione rispetto all'orizzontale è pi/2-
    %atan(b/c) (il sistema di riferimento nuovo viene semplicemente
    %sfasato).
    sfasamento=pi/2-atan(b/c);
    sfasamento_deg=sfasamento*180/pi;
    teta2_deg=teta2*180/pi-sfasamento_deg;
    teta2=teta2_deg*pi/180;
    for j=1:length(teta1_deg)
        if teta1_deg(j)>8
            teta1_deg(j)=teta1_deg(j)-360;
        end
    end
    teta1_deg=teta1_deg+180-sfasamento_deg;
    teta1=teta1_deg*pi/180;

    %Si grafica l'andamento di teta2 in funzione di teta1 e quello di
    %ddelta in funzione di l.
    figure(1);
    plot(1,delta),grid on, xlabel('ESCURSIONE RUOTA
    [m]'),ylabel('COMPRESSIONE MOLLA [m]'),axis equal;

```

```

figure(2);
plot(tetal_deg,teta2_deg),grid on, xlabel('TETA1
[gradi]'),ylabel('TETA2 [GRADI]'),axis equal;

%Il software ha calcolato i diversi valori di teta2 al variare di
%tetal.
%Adesso occorre una funzione che descriva tale andamento. A tal fine
%sono stati estratti alcuni valori dall'array di tetal e teta2
%e il programma calcola la funzione interpolante (un polinomio di
%grado n, in questo caso n = 3). Anche in questo caso è sufficiente
%variare i punti per i quale si vuole che la funzione passi
%per adattare i risultati alle richieste del committente.
interp_tetal=[tetal(1,1),tetal(1,ceil(length(tetal)/2.747)),tetal(1,ce
eil(length(tetal)/1.72)),tetal(1,ceil(length(tetal)/1.45)),tetal(1,ce
il(length(tetal)/1.15)),tetal(1,ceil(length(tetal)/1.14)),tetal(1,cei
l(length(tetal)))];
interp_teta2=[teta2(1,1),teta2(1,ceil(length(teta2)/2.747)),teta2(1,c
eil(length(teta2)/1.72)),teta2(1,ceil(length(teta2)/1.45)),teta2(1,ce
il(length(teta2)/1.15)),teta2(1,ceil(length(teta2)/1.15)),teta2(1,cei
l(length(teta2)))];
n2=3;
coeff2=polyfit(interp_tetal,interp_teta2,n);
teta2f=coeff2(1)*tetal.^n+coeff2(2)*tetal.^(n-1)+coeff2(3)*tetal.^(n-
2)+coeff2(4)*tetal.^(n-3);

%Si grafica quindi l'andamento di tale funzione e lo scarto tra i
%valori effettivi di teta2 e quelli dati dalla funzione interpolante.
%A conferma della qualità dei risultati forniti, tale
%scarto è estremamente contenuto.
teta2f_deg=teta2f*180/pi;
figure(3);
plot(tetal_deg,teta2f_deg),grid on,
xlabel('TETA1[GRADI]'),ylabel('TETA2 funz interpolata [GRADI]'),axis
equal;
scarto=teta2_deg-teta2f_deg;
figure(4);
plot(tetal_deg,scarto), grid on,
xlabel('TETA1[GRADI]'),ylabel('SCARTO TETA2reale-TETA2interp
[GRADI]');

%Si crea un vettore_confronto per verificare l'esattezza dei
%risultati ottenuti; tale vettore è così strutturato:
%RIGA 1 angolo tetal
%RIGA 2 angolo teta2
%RIGA 3 lunghezza elemento elastico.
%Questi risultati vengono confrontati con i risultati grafici
%ottenuti con Solidworks. In tal modo si verifica l'esattezza del
%valore dell'angolo teta2 calcolato dal codice.
vettore_confronto=zeros(3,length(tetal_deg));
vettore_confronto(1,:)=tetal_deg;
vettore_confronto(2,:)=teta2_deg;
vettore_confronto(3,:)=delta;

%%%CALCOLO DEI PARAMETRI NECESSARI PER LA SINTESI CINEMATICA%%%
%f = fattore di scala
%R = d(teta2f)/d(tetal)
%Rp = d2(teta2f)/d(tetal)^2
%Rs = d3(teta2f)/d(tetal)^3

```

```

%r1 = f*R/(1-R)
%r2 = f/(1-R)

f=c/cos(pi/2-sfasamento);

%Calcolo di R
q=diff(teta2f);
w=diff(tetal);
R=q./w;
R(length(tetal))=R(length(tetal)-1)+R(length(tetal)-1)-
R(length(tetal)-2);
figure(5)
plot(tetal_deg,R), grid on,xlabel('TETA1 [GRADI]'),ylabel('R =
dTETA2/dTETA1');

%Calcolo di Rp
e=diff(R);
Rp=e./w;
Rp(length(tetal)-1)=Rp(length(tetal)-2)+Rp(length(tetal)-2)-
Rp(length(tetal)-3);
Rp(length(tetal))=Rp(length(tetal)-1)+Rp(length(tetal)-1)-
Rp(length(tetal)-2);
figure(6)
plot(tetal_deg,Rp), grid on,xlabel('TETA1 [GRADI]'),ylabel('R =
d2TETA2/dTETA1^2');

%Calcolo di Rs
g=diff(Rp);
Rs=g./w;
Rs(length(tetal))=Rs(length(tetal)-1)+Rs(length(tetal)-1)-
Rs(length(tetal)-2);

%Calcolo di r1, r2 e le loro derivate
r1=f*R./(1-R);
r2=f./(1-R);
dr1=f*Rp./(1-R).^2;
dr2=f*Rp./(R.*(1-R).^2);

%Calcolo del diametro della circonferenza dei flessi
dcf=abs((f.*(R.^2.*(1-R).^2+Rp.^2).^0.5))./((1-R).^3));

%Calcolo dell'angolo di cui è inclinata la normale N
psi=atan(Rp./(R.*(1-R)));
psi_deg=psi*180/pi;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%VERIFICA DEI RISULTATI%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Le formule per l'analisi cinematica del quadrilatero mediante le
%equazioni di chiusura sono state riprese da:
%Di Benedetto, Pennestrì "Introduzione alla cinematica dei meccanismi
%vol.3"
%Si inseriscono le dimensioni valutate sul disegno effettuato col
%software Soliworks.
%teta4 è l'angolo tra la x e il telaio (180°)
%teta3 è l'angolo tra la parallela al telaio e la biella
%tetal è l'angolo tra il telaio e il membro movente
%teta2 è l'angolo formato tra il telaio e il membro cedente
membro_movente=0.18535;

```

```

biella=0.21059;
membro_cedente=0.11926;
telaio=0.24021;
teta4=pi;

for p=1:length(delta)
    A(p)=2*biella*(membro_movente*sin(tetal(p))+telaio*sin(teta4));
    B(p)=2*biella*(membro_movente*cos(tetal(p))+telaio*cos(teta4));
    C(p)=membro_movente^2+biella^2-
membro_cedente^2+telaio^2+2*membro_movente*telaio*cos(tetal(p)-
teta4);
    teta3(p)=2*atan((-A(p)+sqrt(A(p).^2+B(p).^2-C(p).^2))/(C(p)-
B(p)));
end
teta3_deg=360+teta3*180/pi;
for p=1:length(delta)
    teta2verifica(p)=atan2(-
(membro_movente*sin(tetal(p))+biella*sin(teta3(p))+telaio*sin(teta
4)), -
(membro_movente*cos(tetal(p))+biella*cos(teta3(p))+telaio*cos(teta
4)));
end
teta2verifica_deg=180+teta2verifica*180/pi;

%Si grafica l'andamento di teta2=f(tetal) ottenuto e desiderato
figure(7)
plot(tetal_deg,teta2verifica_deg,tetal_deg,teta2_deg),grid on,axis
equal,xlabel('TETA1 [gradi]'),ylabel('TETA2 [gradi]'),legend('valori
ottenuti','valori desiderati');
differenza=teta2_deg-teta2verifica_deg;

%Per effettuare ulteriori verifiche sulle derivate di teta2=f(tetal)
%si ricalcolano tali derivate con i nuovi valori ottenuti
%Calcolo di R_n
q_n=diff(teta2verifica);
w_n=diff(tetal);
R_n=q_n./w_n;
R_n(length(tetal))=R_n(length(tetal)-1)+R_n(length(tetal)-1)-
R_n(length(tetal)-2);
figure(8)
plot(tetal_deg,R_n,tetal_deg,R), grid on,xlabel('TETA1
[GRADI]'),ylabel('R = dTETA2/dTETA1'),legend('valori
ottenuti','valori desiderati');

%Calcolo di Rp
e_n=diff(R_n);
Rp_n=e_n./w_n;
Rp_n(length(tetal)-1)=Rp_n(length(tetal)-2)+Rp_n(length(tetal)-2)-
Rp_n(length(tetal)-3);
Rp_n(length(tetal))=Rp_n(length(tetal)-1)+Rp_n(length(tetal)-1)-
Rp_n(length(tetal)-2);
figure(9)
plot(tetal_deg,Rp_n,tetal_deg,Rp), grid on,xlabel('TETA1
[GRADI]'),ylabel('R = d2TETA2/dTETA1^2'),legend('valori
ottenuti','valori desiderati');

```

```

%Si riportano gli angoli nel primo riferimento utilizzato per
%effettuare una verifica sulla lunghezza della molla al variare
%dell'escursione della ruota
for p=1:length(delta)
    teta1verifica_deg(p)=teta1_deg(p)+sfasamento_deg+180;
    if teta1verifica_deg(p)>360
        teta1verifica_deg(p)=teta1verifica_deg(p)-360;
    end
end
teta1verifica=teta1verifica_deg*pi/180;
teta2prova_deg=teta2verifica_deg+sfasamento_deg;
teta2prova=teta2prova_deg*pi/180;

for k=1:length(delta)
    lunghezza_molla(k)=sqrt(((a*cos(teta1verifica(k)))-
(b+d*cos(teta2prova(k))))^2+((a*sin(teta1verifica(k)))-
(c+d*sin(teta2prova(k))))^2);
    compressione(k)=delta(1)-lunghezza_molla(k);
    differenza_molla_perc(k)=(lunghezza_molla(k)-
delta(k))*100/delta(1);
end

figure(10)
plot(1,compressione,1,ddelta),grid on,axis equal,xlabel('ESCURSIONE
RUOTA [m]'),ylabel('COMPRESSIONE MOLLA [m]'),legend('valori
ottenuti','valori desiderati');
figure(11)
plot(1,lunghezza_molla,1,delta),grid on, axis
equal,xlabel('ESCURSIONE RUOTA [m]'),ylabel('LUNGHEZZA MOLLA
[m]'),legend('valori ottenuti','valori desiderati');
figure(12)
plot(1,differenza_molla_perc),grid on, xlabel('ESCURSIONE RUOTA
[m]'),ylabel('SCARTO LUNGHEZZA MOLLA IN PERCENTUALE [%]');

%Calcolo del vantaggio meccanico
u=diff(ddelta);
v=diff(1);
u_n=diff(compressione);
VM=u./v;
VM_n=u_n./v;
VM(length(1))=VM(length(1)-1)+VM(length(1)-1)-VM(length(1)-2);
VM_n(length(1))=VM_n(length(1)-1)+VM_n(length(1)-1)-VM_n(length(1)-
2);
figure(13)
plot(1,VM_n,1,VM),grid on, xlabel('ESCURSIONE RUOTA
[m]'),ylabel('VANTAGGIO MECCANICO'),legend('valori ottenuti','valori
desiderati');
percentualeVM=(VM_n-VM)*100;

```

La realizzazione di questo codice risulta giustificata in quanto il problema della progettazione di una sospensione mediante una approssimazione al secondo ordine presenta numerosi gradi di libertà e, mediante il codice, è possibile determinare tutte le grandezze caratteristiche che permettono di dimensionare il quadrilatero.

6 Modello 3D della sospensione

Per completare il lavoro svolto, è stato realizzato un modello tridimensionale della sospensione progettata, mediante il software Solidworks.

Le dimensioni del quadrilatero sono quelle calcolate al capitolo 3, pertanto il simulatore cinematico del software fornisce gli stessi risultati in termini di spostamenti precedentemente mostrati. Per quanto riguarda il telaio della moto disegnato, esso è stato realizzato in maniera semplice in quanto si è voluto rendere l'idea di come si integra la sospensione in un motociclo.

Nel cd allegato si può trovare anche un filmato in cui è riprodotto il funzionamento della sospensione, mentre di seguito si riportano alcune immagini renderizzate che raffigurano la sospensione e la moto.

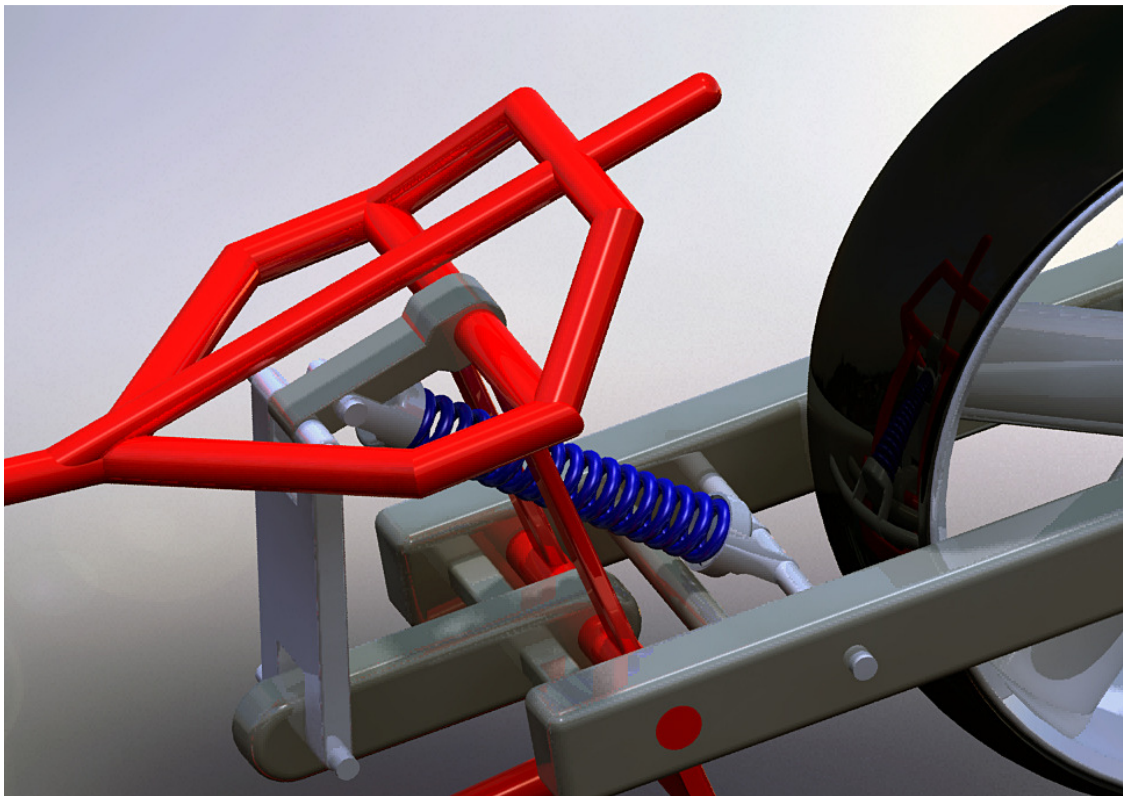


Figura 6.1 Dettaglio della sospensione

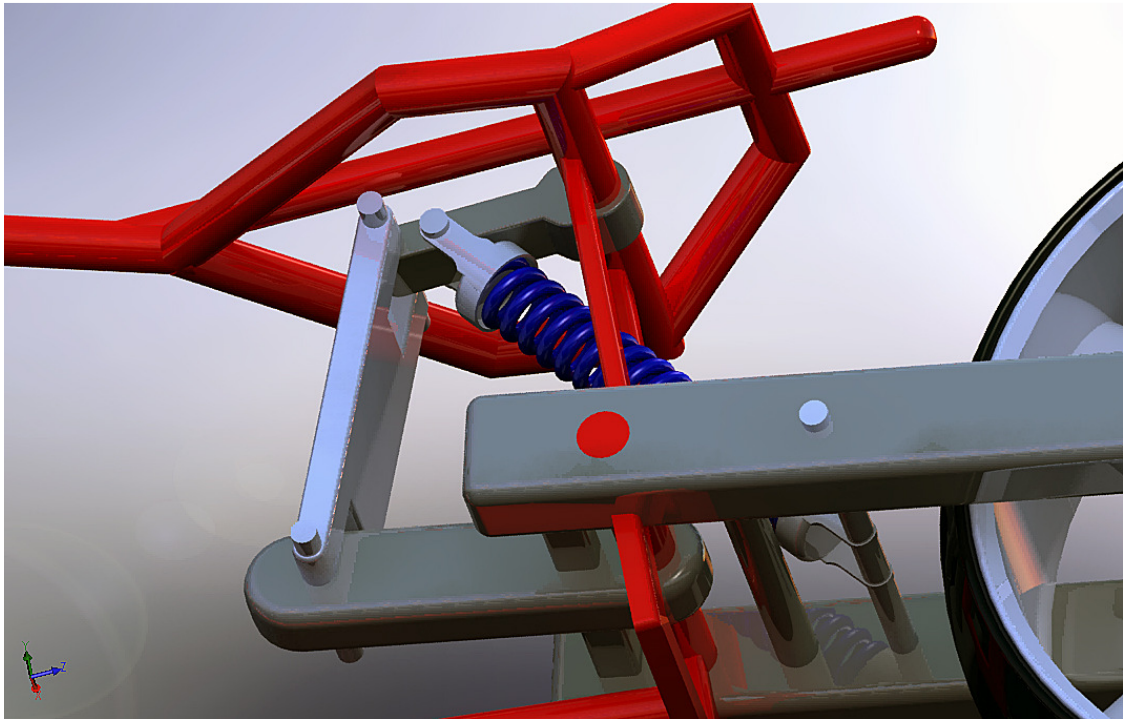


Figura 6.2 Ulteriore dettaglio della sospensione



Figura 6.3 Vista complessiva della moto

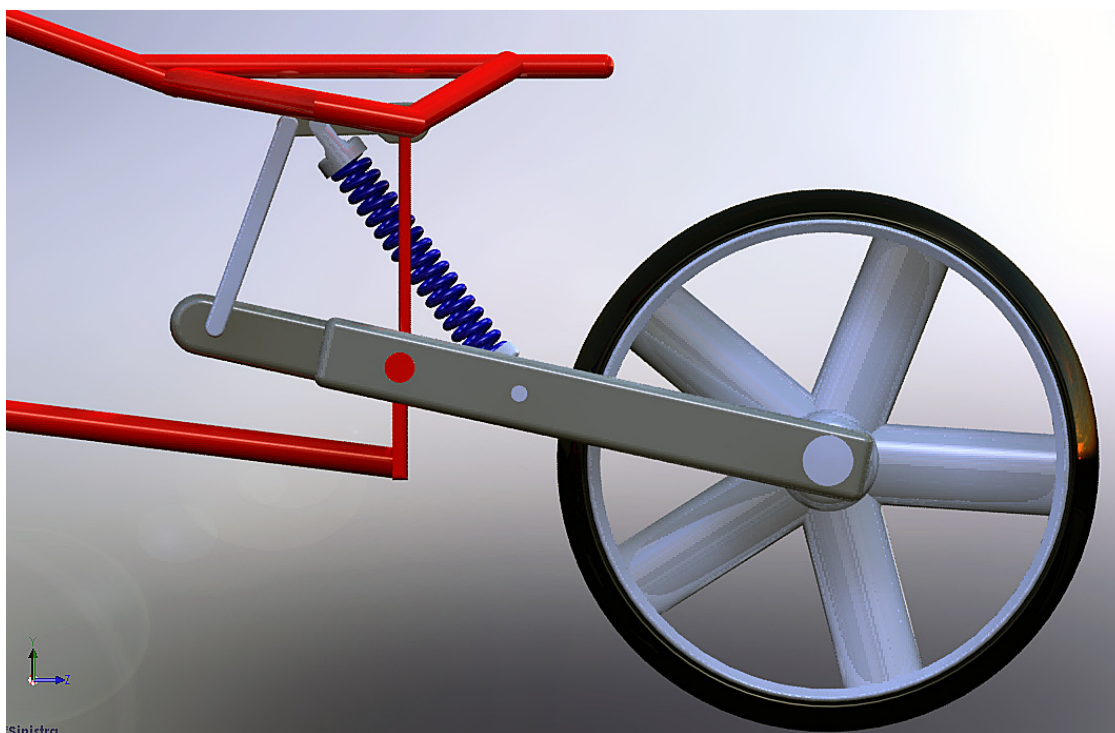


Figura 6.4 Sospensione con l'elemento elastico completamente disteso

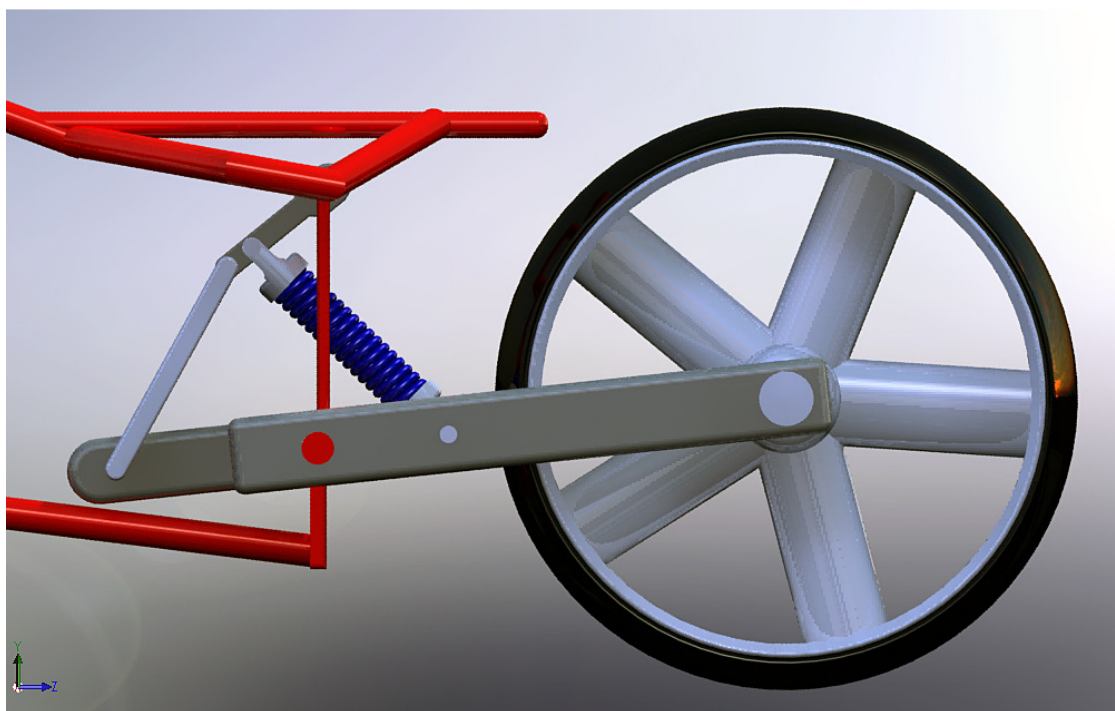


Figura 6.5 Sospensione con l'elemento elastico completamente compresso



Figura 6.6 Vista d'insieme della moto

7 Conclusioni

Nell'ambito di questo lavoro è stata eseguita la progettazione cinematica di una sospensione per motociclo, basandosi su alcuni concetti relativi ai moti rigidi infinitesimali. La determinazione delle grandezze caratteristiche di una sospensione ha consentito di evidenziare quanto siano ampi i campi di applicazione di questi concetti.

Il calcolo delle dimensioni del quadrilatero su cui si basa la sospensione progettata è stato effettuato con una approssimazione al secondo ordine. In questo caso, quindi, la presenza di una soluzione non univoca del problema ha reso necessario effettuare numerosi tentativi per determinare il risultato migliore ottenuto.

Si vuole precisare, però, che vi sono numerosi parametri che influenzano i risultati finali.

Ad esempio, la curva $\Delta\delta = f(L)$ dipende da quanto si vuole che la sospensione sia progressiva; in questo caso è stata scelta una curva basata su alcuni dati reali relativi ad una Ducati 749s.

Anche la scelta delle dimensioni iniziali della sospensione può essere soggetta a variazioni, in quanto dipende dal tipo di moto su cui sarà montata la sospensione; nel caso particolare, le diverse dimensioni sono state scelte facendo riferimento ad un motociclo reale.

Infine, anche la scelta del punto di precisione influenza notevolmente i risultati finali, poiché ad ogni punto corrisponde una circonferenza dei flessi diversa e, quindi, tutte le altre dimensioni risulteranno differenti; in questo caso è stato scelto un punto di precisione che consentisse di avere un andamento delle curve ottenute simile a quelle desiderate nel tratto in cui il vantaggio meccanico risulta più significativo.

Poiché, quindi, questo problema presenta numerosi gradi di libertà, è stato implementato un codice che consenta, al variare dei parametri, di determinare tutte le grandezze caratteristiche che permettono di dimensionare il quadrilatero.

A conclusione del lavoro svolto, è stato realizzato un modello tridimensionale della sospensione al fine di rendere più chiaro il funzionamento della sospensione e di mostrare come tale sospensione può essere integrata nel telaio di un motociclo.

8 Bibliografia

- [1] V. Cossalter, *Motorcycle Dynamics*. Libreria Progetto Padova, 2008.
- [2] A. Di Benedetto, E. Pennestrì, *Introduzione alla Cinematica dei Meccanismi*, vol. 2 e vol. 3. Casa Editrice Ambrosiana.