

НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЙ

ЗАДАЧА 4. Дослідження функцій на неперервність.

а) Дослідити на неперервність функцію $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$.

Задана інформація

для побудови функції $f(x)$ $f1(x) := \sin(x)$ $f2(x) := |x|$

Задана функція $f(x) := \frac{f1(x)}{f2(x)} \rightarrow \frac{\sin(x)}{|x|}$

Знаходження точок, в яких функція $f(x)$ має розрив

$a := f2(x) = 0 \text{ solve } , x \rightarrow 0 \quad a \rightarrow 0$ точка розриву функції $f(x)$

Границі функції $f(x)$ в точці $x = a$ зліва та справа

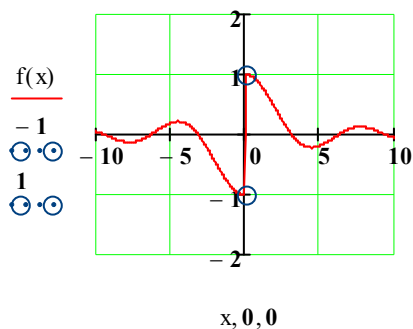
$F1 := \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \rightarrow -1$

$F2 := \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \rightarrow 1$

$\Delta f := F2 - F1 \rightarrow 2$

функція $f(x)$ у точці $x = a$ має розрив першого роду типу "стрибок". Величина "стрибка" Δf

Графічна ілюстрація.



$$f(x) \rightarrow \frac{\sin(x)}{|x|}$$

$a = 0$ точка розриву першого роду типу "стрибок".
Величина "стрибка" $\Delta f = 2$

б) Дослідити на неперервність функцію $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

Задана інформація
для побудови функції $f(x)$

$$f1(x) := x^2 - 9 \quad f2(x) := x - 3$$

Задана функція $f(x) := \frac{f1(x)}{f2(x)} \rightarrow \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

Знаходження точок, в яких функція $f(x)$ має розрив

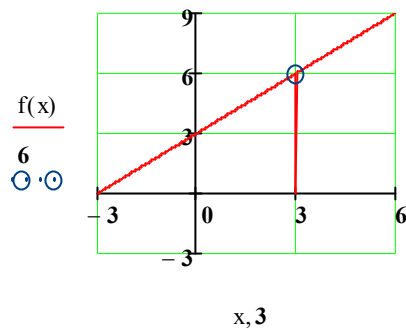
$$a := f2(x) = 0 \text{ solve, } x \rightarrow 3 \quad a \rightarrow 3 \quad \text{точка розриву функції } f(x)$$

Границі функції $f(x)$ в точці $x = a$ зліва та справа

$$F1 := \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \rightarrow 6 \quad F2 := \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \rightarrow 6$$

$\Delta f := F2 - F1 \rightarrow 0$ функція $f(x)$ у точці $x = a$ має розрив першого роду, усувний

Графічна ілюстрація.



$$f(x) \rightarrow \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$a = 3$ точка розриву першого роду, усувного

в) Дослідити на неперервність функцію $f(x) = 3^{\frac{1}{x-2}}$

Задана інформація

для побудови функції $f(x)$

$$f1(x) := 1$$

$$f2(x) := x - 2$$

$$\text{osn} := 3$$

Задана функція

$$f(x) := \text{osn}^{\frac{f1(x)}{f2(x)}} \rightarrow 3^{\frac{1}{x-2}}$$

Знаходження точок, в яких функція $f(x)$ має розрив

$$a := f2(x) = 0 \text{ solve, } x \rightarrow 2$$

$$a \rightarrow 2$$

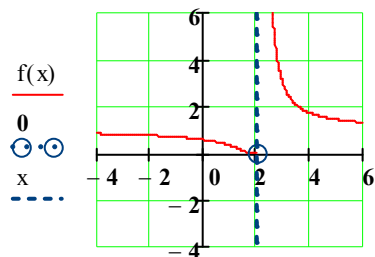
точка розриву функції $f(x)$

Границі функції $f(x)$ в точці $x = a$ зліва та справа

$$F1 := \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \rightarrow 0$$

$$F2 := \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \rightarrow \infty$$

Функція $f(x)$ у точці $x = a$ має розрив другого роду



$x, 2$

Графічна ілюстрація.

$$f(x) \rightarrow 3^{\frac{1}{x-2}}$$

$$a = 2$$

точка розриву другого роду