Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Експериментальний тур, 9-й клас

Умови та розв’язки

1. «Дзеркалізація в просторі»

Обладнання. Невеличке дзеркало, тіло у формі паралелепіпеду, лінійка, маленький шматочок пластиліну (тільки для можливої фіксації).

Завдання. Запропонуйте метод визначення висоти кімнати та визначте цю висоту.

У звіті навести:

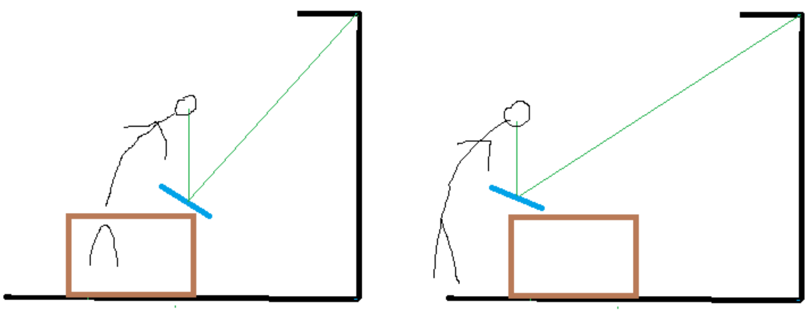
- методику проведення експерименту та її обґрунтування, необхідні рисунки;
- результати безпосередніх вимірювань;
- розрахунок остаточного результату та похибки;
- опишіть, що Ви зробили для покращення точності результату.

Примітка. Роботу з дзеркальцем виконувати ***ВИКЛЮЧНО*** в межах робочого місця (парти).

Розв’язання

Перший варіант рішення.

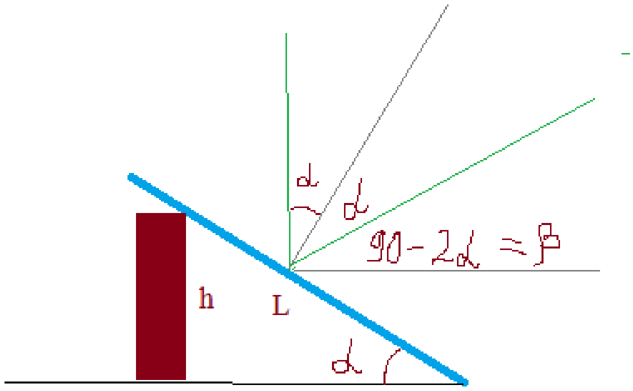
На різних кінцях парти розташувати дзеркало так, щоб побачити один і той же верхній кут кімнати (чи щось фіксоване на стелі).
В даному розв’язку розглядається варіант, коли спостерігач дивиться вертикально на дзеркальце і змінюючи кут нахилу знаходить положення, коли потрібний елемент на стелі не буде видно в певній точці дзеркальця (наприклад, на одному з країв дзеркала). За допомогою доміно можна точніше встановити кут нахилу, а отже кут падіння «променів» в двох випадках.

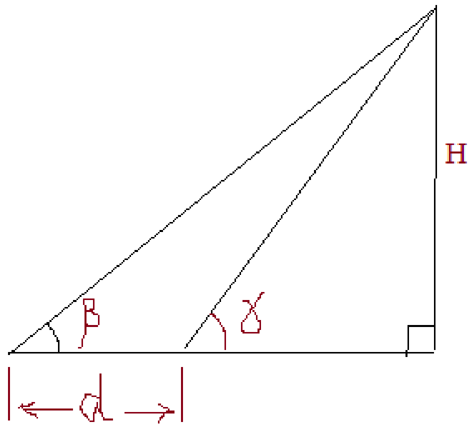


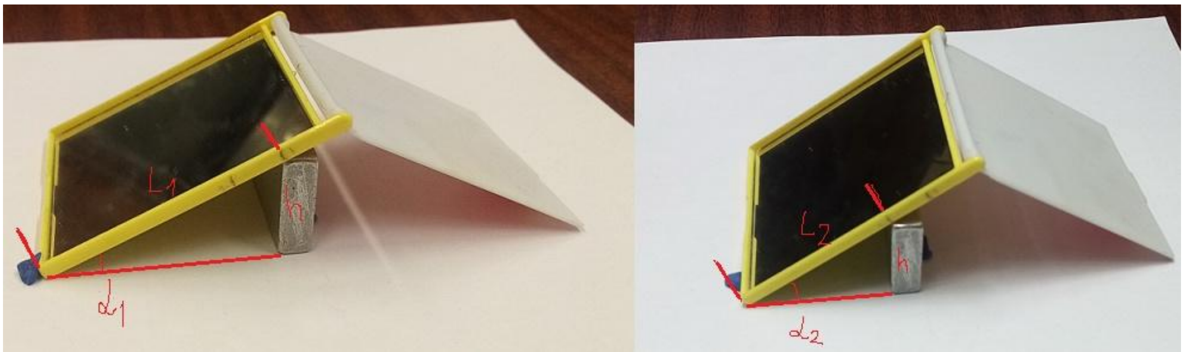
Отриманий кут нахилу дзеркала α, який визначемо за допомогою розв’язку геометричної задачі (рис. ліворуч):

$$\alpha_1 = arcsin\left(\frac{h}{L}\right).$$

Встановимо кут нахилу променя $\beta = 90° - 2\alpha$, який йде від кута кімнати (об’єкта на стелі) на дзеркало. Позначимо всі величини згідно до рисунків.







Знаходження висоти.

Два кути між променями та горизонтом (β і γ) і відстань між ними d.

Маємо

$$|H \cdot ctg\beta - H \cdot ctg\gamma| = d \Rightarrow H = \frac{d}{|ctg\beta - ctg\gamma|}.$$

Оскільки H визначається відносно столу, то потрібно додати до отриманого значення висоту стола, отже:

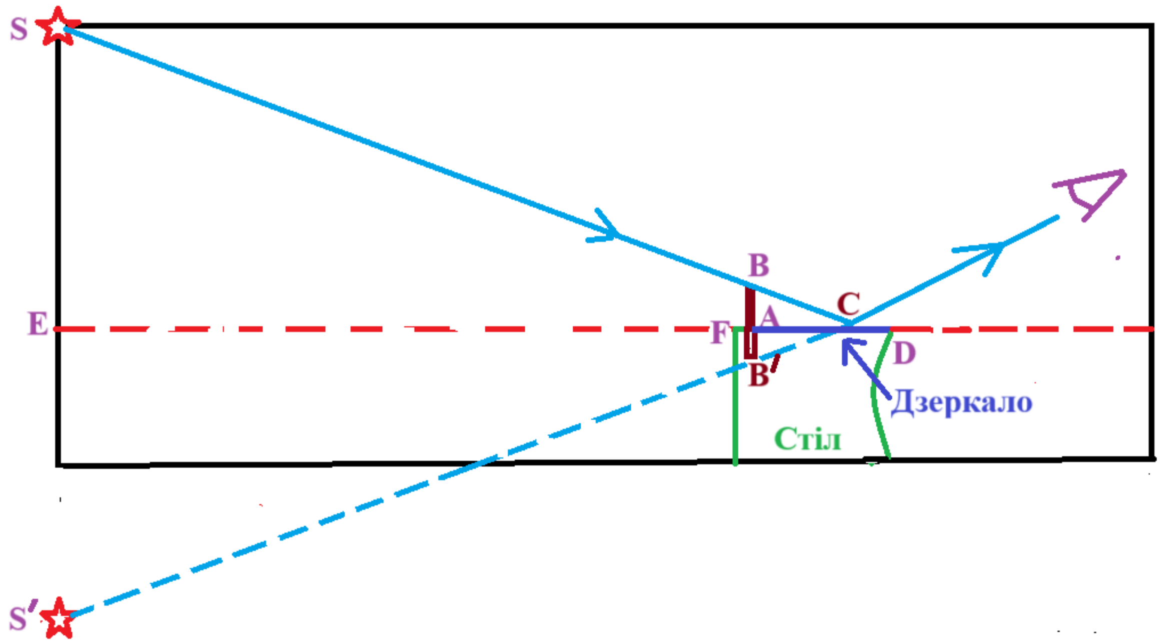
$$H_{\text{кімнати}} = H_{\text{столу}} + \frac{d}{|ctg\beta - ctg\gamma|}.$$

Другий варіант рішення.

На горизонтальному дзеркалі закріпимо доміно у вертикальному положенні на одному з країв дзеркала.

Суть методу полягає в тому, щоб знайти кут, при якому зображення верхньої грані доміно та зображення певного предмету на стелі збігалося (див.рис.).

При кожному фіксованому положенні дзеркала будемо робити на ньому позначку, де положення доміно і предмету на стелі збігаються. Позначимо відстань від краю парти до стіни $FE = L_0$, $SE = H_1$, відстань від краю парти до дзеркала $FA = y$, відстань до зображення верхньої грані доміно $AC = x$, висота доміно $AB = h$.



З подібності трикутників ABC та ESC маємо: $\frac{ES}{AB} = \frac{CE}{AC}$, або використовуючи позначення введені раніше, можемо записати: $\frac{H_1}{h} = \frac{L_0+y+x}{x}$.

Враховуючи що $\frac{L_0+y+x}{x} = \frac{L_0}{x} + \frac{y}{x} + 1$, можемо записати $\frac{H_1}{h} = \frac{L_0}{x} + \frac{y}{x} + 1$.

Помноживши останню рівність на x і згрупувавши доданки отримаємо робочу формулу: $y = \left(\frac{H_1}{h} - 1\right)x - L_0$, яка відповідає лінійній залежності виду $y = kx + b$.

Будуючи графічно $y = y(x)$, можемо знайти параметри цієї залежності, зокрема кутовий коефіцієнт k. Після цього можемо знайти висоту стелі над партою:

$$H_1 = (k+1)h. \ (1)$$

Вимірявши висоту парти H_0 лінійкою, можемо знайти загальну висоту кімнати як

$$H = H_1 + H_0. \ (2)$$

Приклади обчислень

Виміряна висота парти $H_0 = 75$ см.

Для двох тіл на стелі проведено серія дослідів, результати вимірювань представлені у таблиці 1.

Таблиця 1

№ досліду	y, см	x, см
1	3	4.1
2	21	4.5

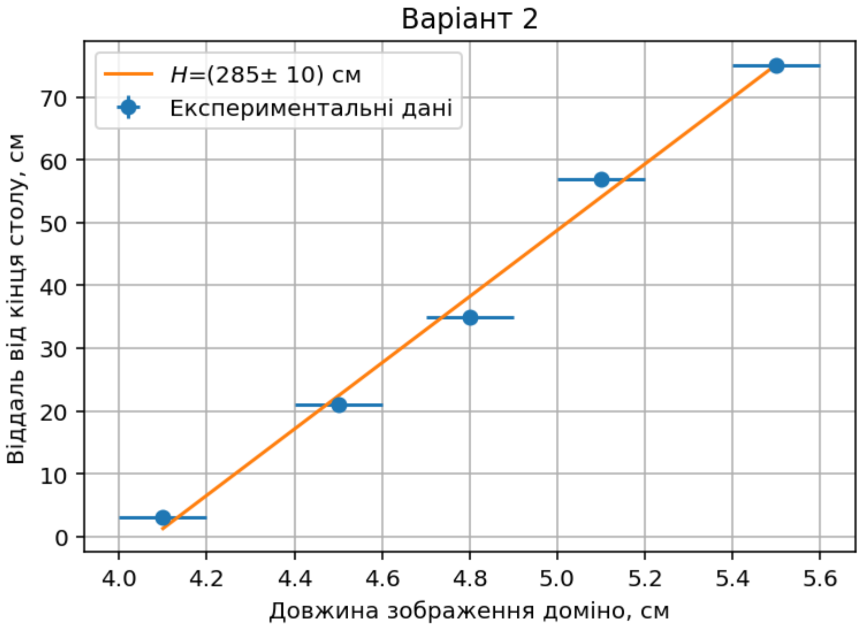
№ досліду	y, см	x, см
1	1.5	2.3
2	21.7	2.6

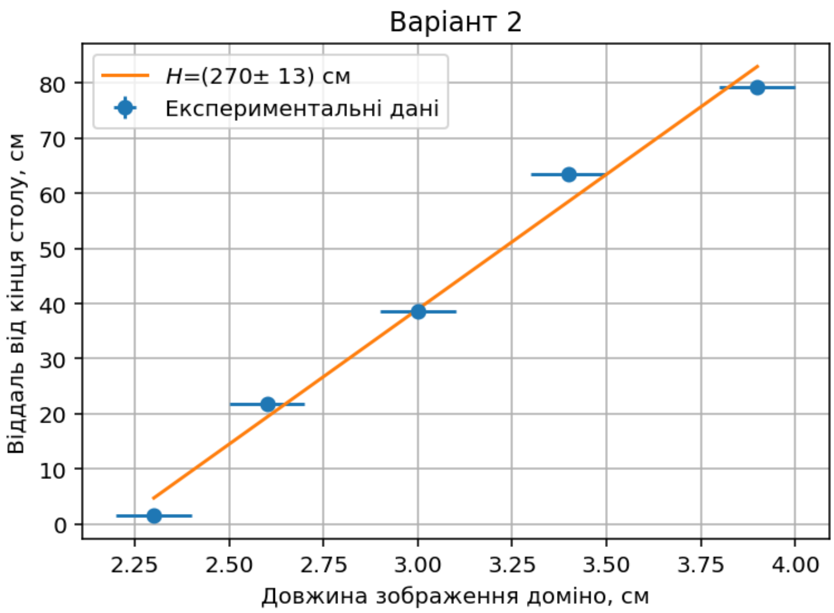
3	35	4.8
4	57	5.1
5	75	5.5

3	38.6	3.0
4	63.5	3.4
5	79.3	3.9

Користуючись даними (табл 1), побудуємо графік залежності $y(x)$ (див. рис.) і за допомогою МНК визначимо кутовий коефіцієнт k.

Використавши (1) та (2) визначемо висоту стелі H.

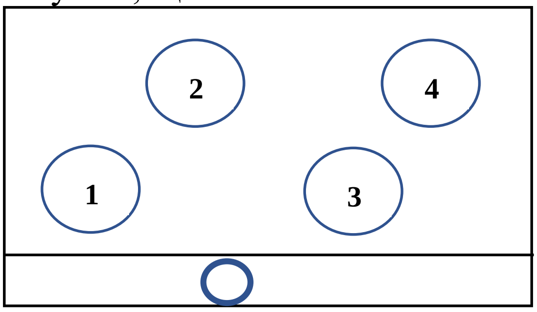




2. «Чорна скринька з ілюмінацією».

Обладнання: джерело живлення, чорна скринька, всередині якої знаходяться 2 однакових резистори, лампочка, за яскравістю якої можна спостерігати, та сполучні дроти нехтовно малого опору; назовні зі скриньки виходять 4 контакти.

Для опису експерименту поверніть чорну скриньку так, щоб Ви бачили світіння лампочки та пронумеруйте виводи схеми зліва направо 1,2,3,4 (дивись рисунок).



Завдання: відтворити схему, яка знаходиться в скриньці.
У звіті навести:

- методику проведення експерименту,

- результати спостережень та висновки з них;

- відтворену Вами схему, яка знаходиться в скриньці.

Увага! Батарейка під час тривалої експлуатації (особливо при короткому замиканні) доволі швидко розряджається, тому всі контакти замикати на короткий час.

Розв'язання.

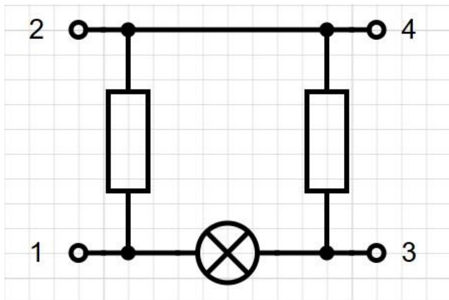
Підключаємо батарейку до всіх можливих пар контактів

1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4. Для кожної пари засвідчуємо один з трьох варіантів: лампочка на чорній скринці а) не світиться,
б) світиться тьмяно, в) світиться яскраво. Відтворюємо схему, яка реалізує отриманий розподіл варіантів.

контакти	1	2	3	4
1		±	+	±
2	±		±	–
3	+	±		±
4	±	–	±	

« +» світиться яскраво; « ± » світиться тьмяно;

« – » не світиться,



3. «Слінкі»

Увага. У кожного з вас персональний набір різного за характеристиками обладнання, тому на початку Вашої роботи вкажіть номер комплекту, написаний на внутрішній частині коробки.

Обладнання: вантаж відомої маси, штатив з лапкою та кільцем, металева пружина-слінкі.

Завдання: Визначте якомога точніше масу наданої пружини-слінкі.

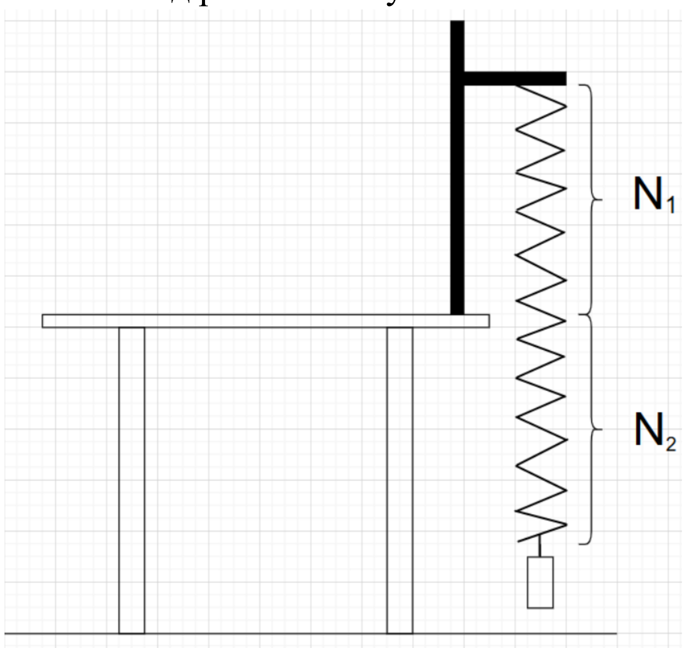
Зауваження: В цій роботі не передбачено вимірювання довжини.

У звіті навести методику проведення експерименту та її обґрунтування, необхідні креслення, розрахунки та результати. Опишіть, що Ви зробили для покращення точності результату. Які фактори впливали на точність результату?

УВАГА! Обладнання з однієї задачі не може бути використане для розв'язання інших задач!

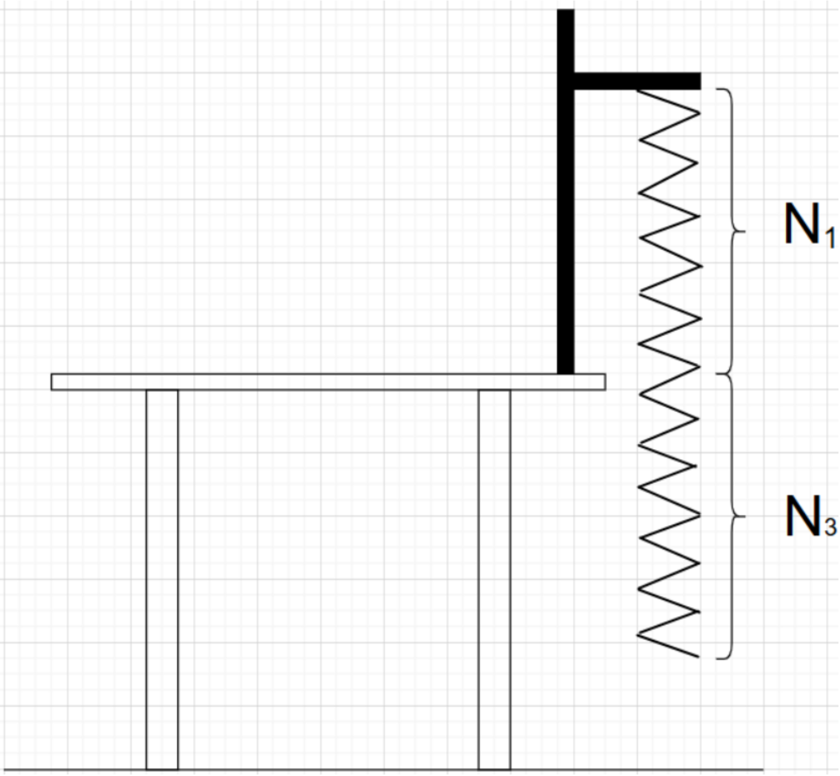
Розв'язання

Спосіб 1. Перший етап. Кріпимо до кінця пружини-слінкі вантажок відомої маси та підвішуємо слінкі на штативі таким чином, щоб вантажок був біля самої підлоги, але не торкався її. Для того щоб це зробити доведеться кріпити на лапку штативу слінкі не за останній виток, а певну кількість витків залишити нерозтягненими. Після цього треба порахувати скільки витків N_1 висить між точкою підвісу та рівнем столу, а також кількість витків N_2, що висить під рівнем столу.



Другий етап. Прибираємо вантажок і підвішуємо слінкі таким чином, щоб вище рівня столу до точки підвісу все так само висів N_1 виток. Рахуємо скільки для цього знадобилось витків N_3 під рівнем столу.

В обох випадках кількість витків N_1 над рівнем столу розтягнені однаково, а отже, маса N_2 витків та вантажка рівна масі N_3 витків. Порахувавши повну кількість витків в пружинці-слінкі легко отримати тепер повну масу пружини.



При закріпленні пружини на штативі важливо стежити щоб верхні витки біля точки підвісу були в однакових початкових умовах в обох етапах експерименту.

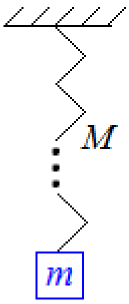


Рис. 1

Спосіб 2. Спочатку виведемо формулу для розтягнення пружини під власною вагою та під вантажем, див. рис. 1. Побудуємо теоретичну модель небезмасової пружини, розбивши її на дуже багато дуже маленьких частин $N \gg 1$, див. рис. 2 (***увага, рис.1 та рис.2 схематичні, насправді верхні частини пружини розтягнуті значно сильніше за нижні!***). Кожна частина пружини має масу $\Delta M = M/N$ і жорсткість $\kappa = kN$, де k – жорсткість всієї пружини. Перша зверху частина пружини розтягнута вагою $\left(N\Delta M + m\right)g$, друга зверху частина пружини розтягнута вагою $\left(\left(N-1\right)\Delta M + m\right)g$, і так далі, тож:

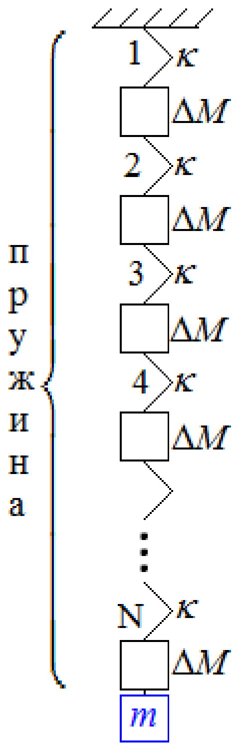


Рис. 2

$$\begin{cases} \left(N\Delta M + m\right)g = \kappa\Delta l_1 \\ \left(\left(N-1\right)\Delta M + m\right)g = \kappa\Delta l_2 \\ \vdots \\ \left(\Delta M + m\right)g = \kappa\Delta l_N \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \kappa\Delta l = \left(\left(1+2+\ldots+N\right)\Delta M + mN\right)g$, де $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \ldots + \Delta l_N$ – видовження всієї пружини. Обчислимо суму $S = 1+2+\ldots+N$:

$$\begin{cases} S = 1+2+\ldots+N \\ S = N+\left(N-1\right)+\ldots+1 \end{cases} \Rightarrow 2S = \left(N+1\right)+\left(N-1+2\right)+\left(N-2+3\right)+\ldots+\left(1+N\right) =$$

$$= \underbrace{\left(N+1\right)+\left(N+1\right)+\ldots+\left(N+1\right)}_{N\text{разів}} = N\left(N+1\right) \Rightarrow S = \frac{N\left(N+1\right)}{2}.$$

Тож, $\kappa\Delta l = \left(\frac{N(N+1)}{2}\Delta M + mN\right)g$, з урахуванням того, що $\Delta M = \frac{M}{N}$ та $\kappa = kN$ маємо $kN\Delta l = \left(\frac{N(N+1)}{2}\Delta M + mN\right)g \Rightarrow k\Delta l = \frac{M}{2}\left(1+\frac{1}{N}\right)g + mg$, і через те, що $N \gg 1$ виразом $1/N$ можна знехтувати, та $\boxed{\Delta l = \frac{Mg}{2k} + \frac{mg}{k}}$. У випадку, коли вантаж відсутній, та пружина розтягується просто під власною вагою, $\Delta l = \frac{Mg}{2k}$.

Перекинемо через «лапку» штатива пружину слінкі таким чином, як зображено на рис. 3: до лівої частини пружини прикріплено вантаж, нижній рівень обох частин пружини співпадає (його не можна вимірювати, але можна помітити, що він однаковий!). ***Увага: рис. 3 схематичний, насправді верхні витки частин пружини розтягнуті значно сильніше за нижні!***

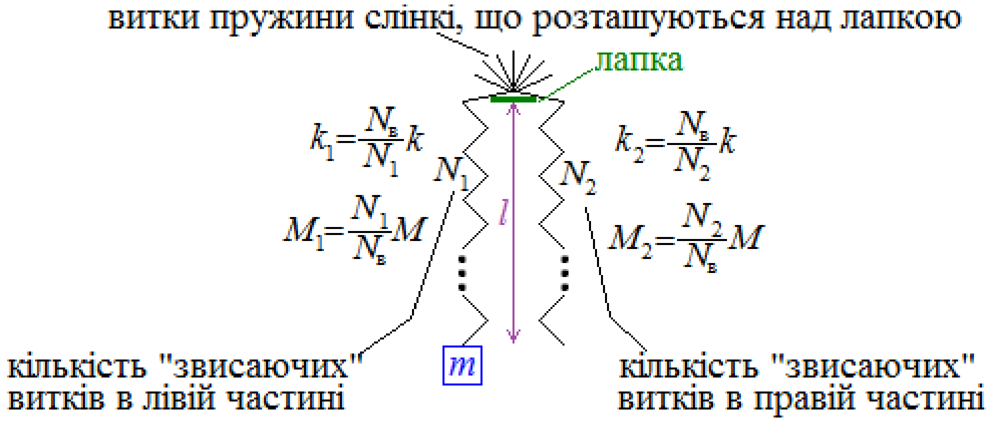


Рис. 3

Фактично, ліва частина пружини є пружиною N_1 витків, права частина пружини є пружиною з N_2 витків (мова йде саме про «звисаючі» частини пружин, частину пружини над лапкою штатива не рахуємо).

Згідно вище виведеної формули для розтягування пружини випишемо:

$\begin{cases} l - l_1 = \frac{M_1 g}{2k_1} + \frac{mg}{k_1} \\ l - l_2 = \frac{M_2 g}{2k_2} \end{cases}$, де довжина l зображена на рисунку, та l_1, l_2 – довжини нерозтягнутих (навіть під власною вагою) лівої та правої частин, відповідно. Через те, що $l_1 \ll l$ та $l_2 \ll l$, знехтуємо величинами l_1, l_2, та матимемо: $\begin{cases} l = \frac{M_1 g}{2k_1} + \frac{mg}{k_1} \\ l = \frac{M_2 g}{2k_2} \end{cases}$, звідки $\frac{M_1}{2k_1} + \frac{m}{k_1} = \frac{M_2}{2k_2}$.

Нехай $N_в$ – загальна кількість витків в пружині (в лівій частині, правій частині та тих, що над лапкою).

Тоді з урахуванням виразів $M_1 = \frac{N_1}{N_в} M$, $M_2 = \frac{N_2}{N_в} M$, $k_1 = \frac{N_в}{N_1} k$, $k_2 = \frac{N_в}{N_2} k$ остаточно отримаємо: $\left(\frac{N_1}{N_в}\right)^2 \frac{M}{2k} + \frac{N_1}{N_в} \frac{m}{k} = \left(\frac{N_2}{N_в}\right)^2 \frac{M}{2k} \Rightarrow \boxed{M = \frac{2N_1 N_в}{N_2^2 - N_1^2} m}$.

Наприклад, для одного з наборів, в якому $m = 51{,}2$г; $N_в = 78$; у журі вийшло $N_1 = 26$, $N_2 = 42$, та знайдена маса пружини $M \approx 190{,}87$г, що дуже добре співпадає з реальною масою пружини, яка дорівнює $M = 189{,}32$г.

Примітка: окрім нехтування довжинами l_1, l_2 нерозтягнутих частин, тут також нехтувалось тим фактом, що вантаж, «зачіплений» за низ лівої частини пружини, дещо «перекошує» її нижні витки. Також нехтувалось можливою «початковою деформацією» виготовленої пружини в положенні, коли її витки розташовані впритул (при наявності «початкової деформації» у пружини нижні витки можуть бути стиснутими впритул один до одного у «висячому» стані). Однак вище описані факти не завадили отримати адекватний результат. Ймовірно, вище описані два способи є не єдиними можливими.