Міністерство освіти і науки України

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Український фізико-математичний ліцей Київського національного університету імені Тараса Шевченка

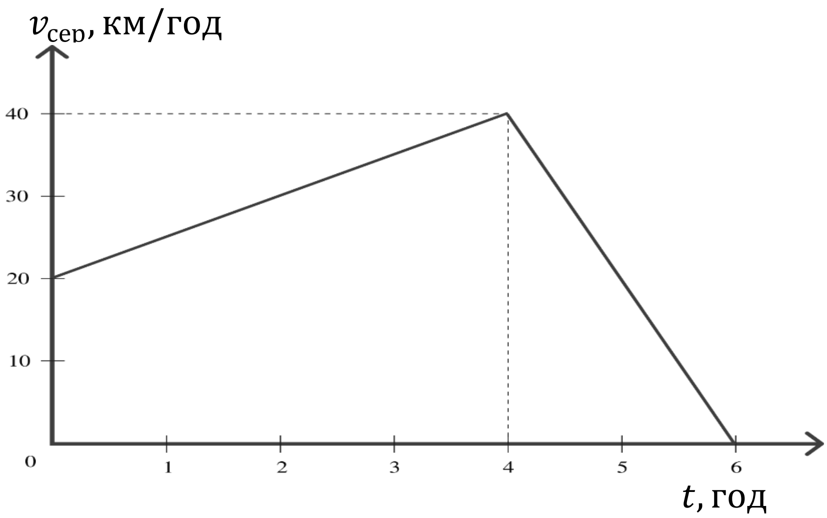
XXIV Всеукраїнська учнівська Інтернет-олімпіада з фізики 2024/2025 навчального року

I (заочний) етап I тур 10 клас

1. «І знов середня швидкість»

Частина І.

Автомобілям заборонено рухатись автотрасою швидше, ніж 50 км/год. А) За наведеним графіком залежності середньої швидкості автомобілю від часу встановіть, **чи не порушував** автомобіль цю заборону? Б) Якщо порушував, то **в який** проміжок часу?

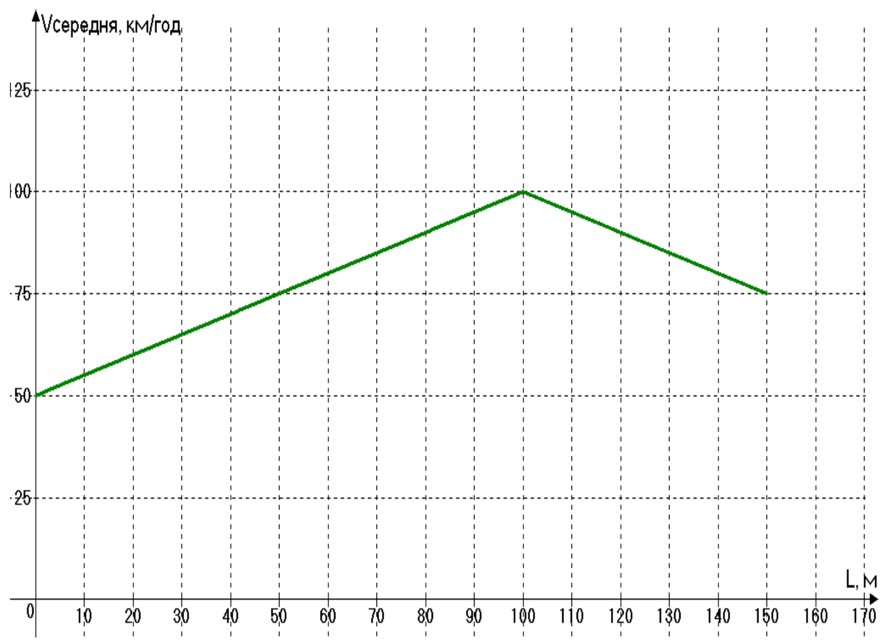


Частина ІІ. Машина їде по горизонтальній прямій ділянці дороги. У момент проїзду машини повз автобусну зупинку пасажир почав будувати графік залежності середньої швидкості машини на шляху, пройденому після зупинки, від відстані до зупинки. За наведеним графіком середньої швидкості руху машини від пройденої відстані:

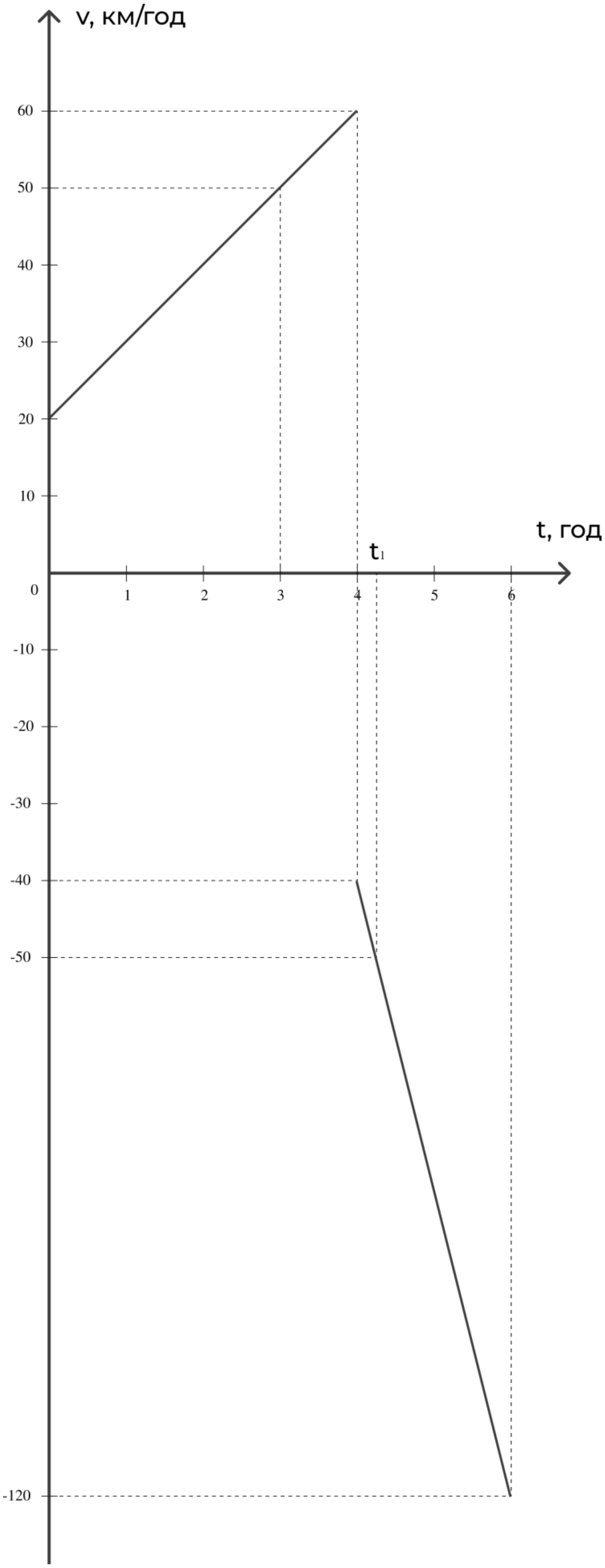
А) Знайдіть **середню швидкість** на шляху від 50 до 125 м;

Б) **Отримайте та зобразіть залежність** пройденого шляху від часу руху;

В) **Чи немає** в цьому русі чогось підозрілого та нефізичного? Якщо так, то вкажіть, **чому** ви так вважаєте?



Розв'язання.



Частина I. Для першої ділянки графіка, $t \in [0; 4)$ год:

$$v_{\text{сер}} = 20 + 5t = \frac{x}{t}$$
$$x = 20t + 5t^2$$

x − координата вздовж автотраси (яка не обов'язково являє собою пряму).

Звідси

$v_{0x} = 20\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, $a_x = 10\,\frac{\text{км}}{\text{год}^2}$

$$v_1 = 20 + 10t$$

Для другої ділянки графіка, $t \in (4; 6]$ год:

$$v_{\text{сер}} = 120 - 20t = \frac{x}{t}$$
$$x = 120t - 20t^2$$

Звідси

$v_{0x} = 120\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$, $a_x = -40\,\frac{\text{км}}{\text{год}^2}$

$$v_2 = 120 - 40t$$

Знайдемо момент, починаючи з якого швидкість автомобіля почала перевищувати 50 км/год:

$$-50 = 120 - 40t_1$$
$$t_1 = \frac{17}{4} = 4.25 \text{ год}$$

З графіка видно що $v > 50$ м/с коли $t \in (3; 4] \cup (4.25; 6]$ год

Частина II.

А) Час доїзду до 50 м: $t_1 = \frac{50\text{ м}}{V_{\text{середня}}\,(50\text{ м})} = \frac{50\text{ м}}{75\frac{\text{км}}{\text{год}}} = 2.40$ с.

$V_{\text{середня}}\,(125\text{ м})$ легко визначити через середнє між значеннями 75 $\frac{\text{км}}{\text{год}}$ та 100 $\frac{\text{км}}{\text{год}}$ використовуючи лінійність функції на спадній ділянці.
Час доїзду до 125 м: $t_2 = \frac{125\text{ м}}{V_{\text{середня}}\,(125\text{ м})} = \frac{125\text{ м}}{87.5\,\frac{\text{км}}{\text{год}}} \approx 5.14$ с.
Тоді час руху в потрібному діапазоні $\Delta t = t_2 - t_1 \approx 2.74\ c$.
Середня швидкість в даному інтервалі за визначенням середньої швидкості: $V_{\text{середня}} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{125\text{ м}-50\text{ м}}{2.74\text{ с}} \approx 27.34\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 98.44\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

Б) Очевидний зв'язок із визначення середньої швидкості: $L = V_{\text{середня}}\,(L) * t$

Для першої ділянки руху (до 100 м): $V_{\text{середня1}}\,(L) = a_1 + b_1 * L$, з графіку можна визначити, що $a_1 = 50\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $b_1 = 500\ \frac{1}{\text{год}}$.
Звідси,

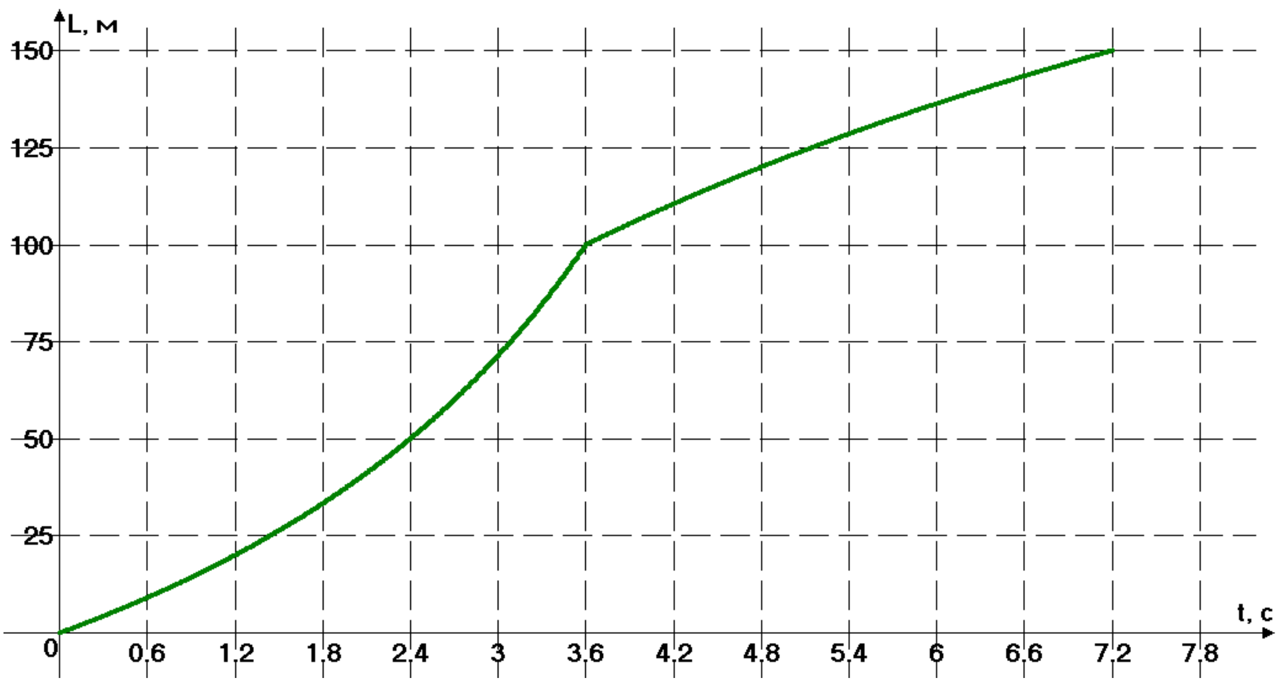
$$L(t) = \frac{a_1 t}{1 - b_1 t}.$$

Аналогічно для другої ділянки руху (після 100 м): $V_{\text{середня1}}\,(L) = a_2 + b_2 * L$, де $a_2 = 150\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $b_2 = -500\ \frac{1}{\text{год}}$.

Так само на другому етапі

$$L(t) = \frac{a_2 t}{1 - b_2 t}.$$

Побудуємо дані графіки

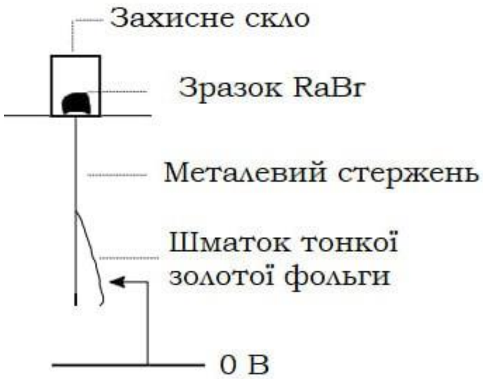


В) Одразу можна помітити як мінімум дві дивні ситуації. Зліва і справа від точки 3.6 с кут нахилу дотичних до графіку різний, а значить швидкість зазнає миттєвого ривку, що неможливо в реальності. Також, якщо уважно подивитись на порядки швидкостей, то зліва від 3.6 с по куту нахилу дотичної до графіка можна зрозуміти, що швидкість машини порядку 2000 $\text{км}/\text{год}$. Ну це вже точно штраф за перевищення швидкості!
За бажанням, використовуючи аналіз похідними, можна перевірити й пікові прискорення. Але вони виходять відносно адекватні (принаймні, не такі, як при підготовці космонавтів) порядку 30 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ або 3g.

2. **«Як вимірюють період напіврозпаду»**

Для вимірювання періоду піврозпаду ізотопу радію-226 використовують наступну схему, що показана на рисунку. Під час бета-розпаду металева пластина, на якій знаходиться препарат броміду радію, за рахунок постійного випромінення електронів, заряджається до потенціалу 220 В, унаслідок чого гнучкий лист золотої фольги поступово піднімається, поки не торкнеться заземленого електрода. Зрозуміло, що це приведе до того, що фольга розрядиться. Припустимо, що всі випромінені бета-частинки вилітають крізь скло та покидають прилад. Вимірювання на приладі показують, що потенціал металевого стержня пропорційний до заряду, а константа пропорційності становить 156,25 ГВ/Кл. Атомні маси радію і брому прийняти рівними 226 г/моль і 80 г/моль відповідно. Маса препарату броміду радію 3.62 мг. Під час експерименту виявилося, що золотий листок піднімається і опускається кожні 85 секунд. За цими даними:

А) **Визначити активність** даного препарату;
Б) Визначити **період піврозпаду** радію-226;
В) Якби цей прилад зі зразком радію-226 використовувався б як годинник, **скільки років** знадобилося б, щоб цей годинник за кожні 24 години відставав від реального часу на одну годину?



Розв'язання

А) Першим кроком знаходимо заряд, який повинен отримати прилад для розрядки:

$$q = \frac{220\ \text{В}}{156{,}25 \cdot 10^9 \text{В}/\text{Кл}} = 1.408 \cdot 10^{-9} \text{Кл}\ .$$

Оскільки в задачі сказано, що процес відбувається через β −розпад знаходимо кількість β −розпадів за час циклу (85 секунду):

$$\Delta N_{85} = \frac{q}{e} = \frac{1.408 \cdot 10^{-9} \text{Кл}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}} = 8.8 \cdot 10^9.$$

(Примітка: радіоактивний препарат радію розпадається α −розпадом, але для спрощення розрахунків задачі нами обрано β −розпад)

Активність препарату визначається, як кількість розпадів за одиницю часу, тому:

$$A_0 = \frac{\Delta N_{85}}{85\ \text{c}} = 1.3 \cdot 10^8 \text{Бк}.$$

Б) Для знаходження періоду піврозпаду знайдемо кількість молекул броміду радію:

$$N_0 = \frac{3.62 \cdot 10^{-3}}{(226 + 80)} \cdot 6.02 \cdot 10^{23}.$$

Згадаємо, що $A = \Delta N / \Delta t = \lambda N$, де N −кількість атомів радіонукліду в заданий момент часу, а $\lambda -$ стала радіоактивного розпаду, яка пов'язана з періодом піврозпаду: $\lambda = 0.693/T,$ $(0.693 = \ln 2)$. Знаючи активність та початкову кількість молекул препарату, знаходимо період піврозпаду:

$$T = \frac{0.693}{\lambda} = \frac{0.693 \cdot N}{A} \approx 1511.6 \text{ років}.$$

В) Використання радіоактивного розпаду для вимірювання базується на переведенні кількості розпадів у час. Оскільки з часом активність препарату зменшується, то такий годинник сповільнюватиметься. Зрозуміло, що цей годинник калібрували у початковий момент часу, тоді позначмо кількість розпадів, що відбудуться за реальних 24 години у початковий момент часу $- \Delta N_{24\text{г}}$.

Сповільнений годинник показуватиме 23 години замість реальних 24 (кількість розпадів менша через зменшення активності препарату), а для того, для того, щоб кількість розпадів співпадала з кількістю $\Delta N_{24\text{г}}$ йому знадобиться 25 годин. Тоді складемо рівняння:

$$A_0 \cdot 24 = A_\text{x} \cdot 25 \to A_\text{x} = \frac{24}{25} A_0.$$

Залежність активності від часу має такий вигляд:

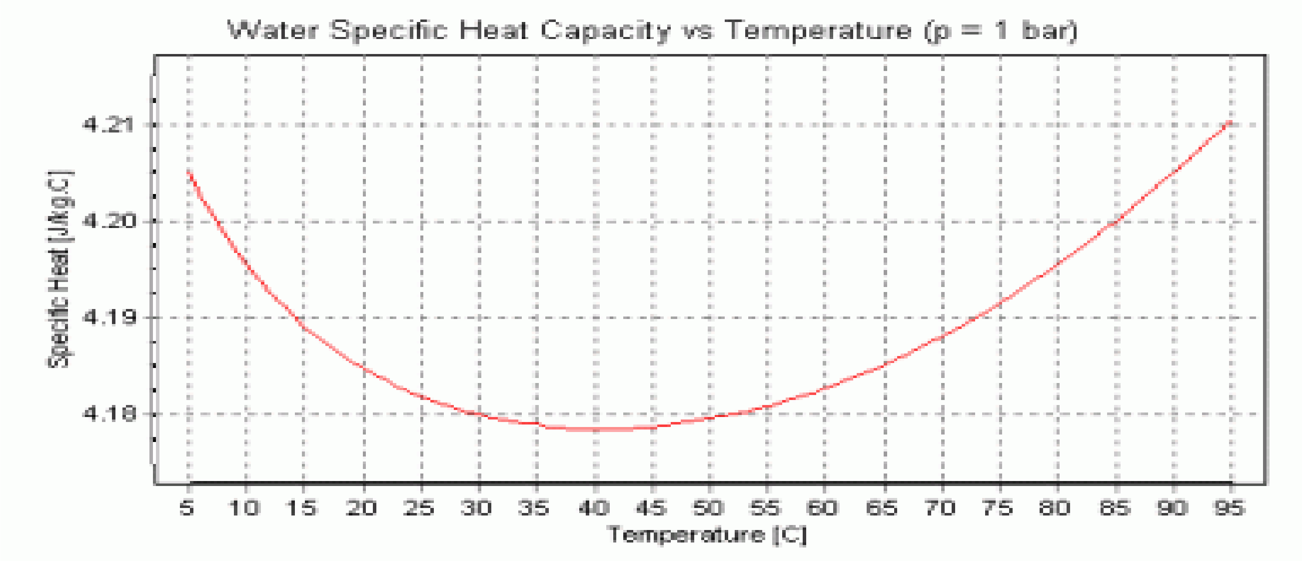
$$A_\text{x}(t) = A_0 2^{-t/T}.$$

Порівнюючи з попереднім та знаючи період піврозпаду знаходимо час:

$$\frac{24}{25} = 2^{-t/T} \to t = -T \log_2 \frac{24}{25} \approx 89 \text{ років}.$$

3. **«Вода»**

Подивіться на графік. Теплоємність води має мінімум. Існує гіпотеза, що температура теплокровних істот на Землі обумовлена мінімумом теплоємності води. А) **Знайдіть найбільшу і найменшу** середні питомі теплоємності води, які слід використовувати в розрахунках при нагріванні води в рідкому стані на 20°С за атмосферного тиску. Б) Опишіть **залежність питомої теплоємності c від температури t** дугою кубічної параболи, тобто підберіть коефіцієнти $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ у рівнянні $c = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta$. В) **Побудуйте графік** залежності швидкості зміни температури 100 г води (одиниця виміру °С/с) від температури, якщо воді щосекундно передають 4,2 Дж. Тепловими втратими, випаровуванням знехтувати. Примітка: *Зверніть увагу на одруківку в одиницях питомої теплоємності!!! Так, і таке буває.*

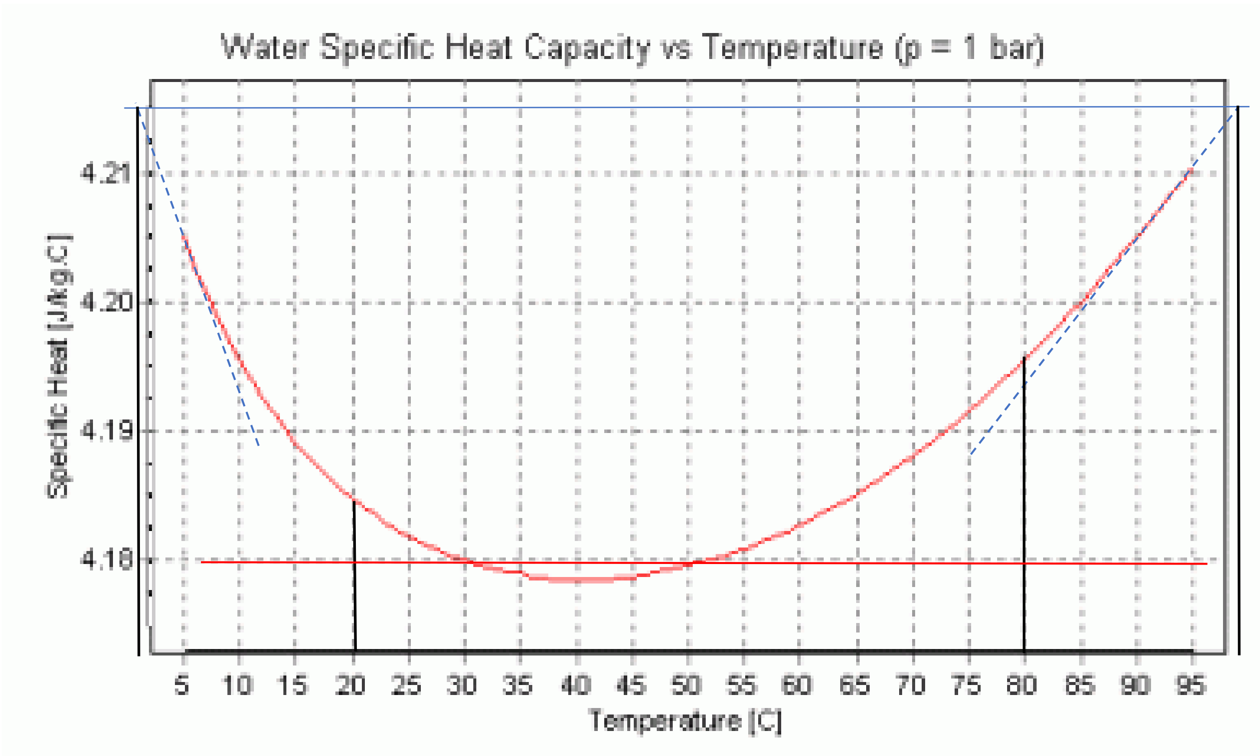


Розв'язання.

Неточність пов'язана з відсутністю приставки кіло- в одиницях питомої теплоємності на графіку.

А) Найменша теплоємність буде в околі мінімуму. Якщо рухати вздовж графіка паралельну осі температур лінію, то, коли вона поблизу мінімуму перетне дві точки графіка, віддалені на 20°С, це і дасть приблизний інтервал мінімальної теплоємності при нагрівання води на 20°С. Приблизно з 31°С до 51°С, або з 30°С до 50°С. Щоб знайти середню теплоємність, слід площу під цією ділянкою графіку поділити на 20°С. Трохи менше, ніж 4,179 Дж/(кг∗ °С). Для знаходження найбільшої середньої теплоємності слід продовжити по краям графік на 5°С. Як бачимо, найбільша площа під графіком відповідає інтервалу від 80°С до 100°С і дорівнює 4,205 Дж/(кг∗ °С).

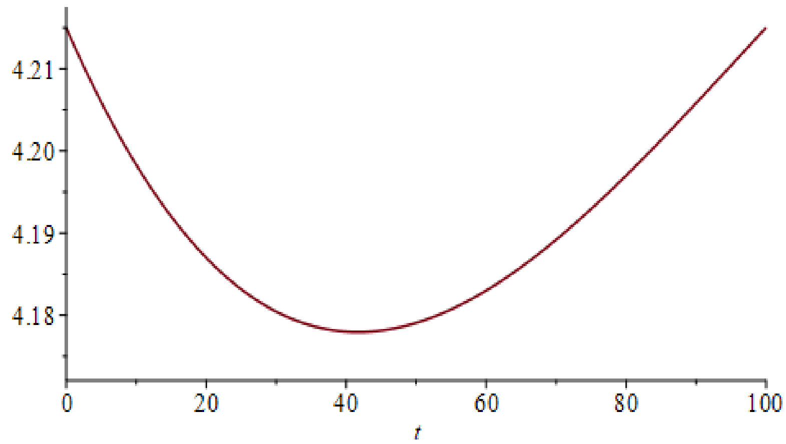
Б) Описати **залежність питомої теплоємності c від температури t** дугою кубічної параболи $c = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta$ можна, наприклад, взявши чотири презентативних



точки графіку, щоб з системи рівнянь знайти чотири коефіцієнти $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Хоча це й ненайточніший, зате найпростіший шлях.

Наприклад, навіть по нерівномірно розташованим точкам 5℃, 40℃, 60℃, 95℃ отримуємо наближену залежність

$$c(t) = -1{,}042 \cdot 10^{-7} t^3 + 3 \cdot 10^{-5} t^2 - 1{,}958 \cdot 10^{-3} t + 4{,}215,$$

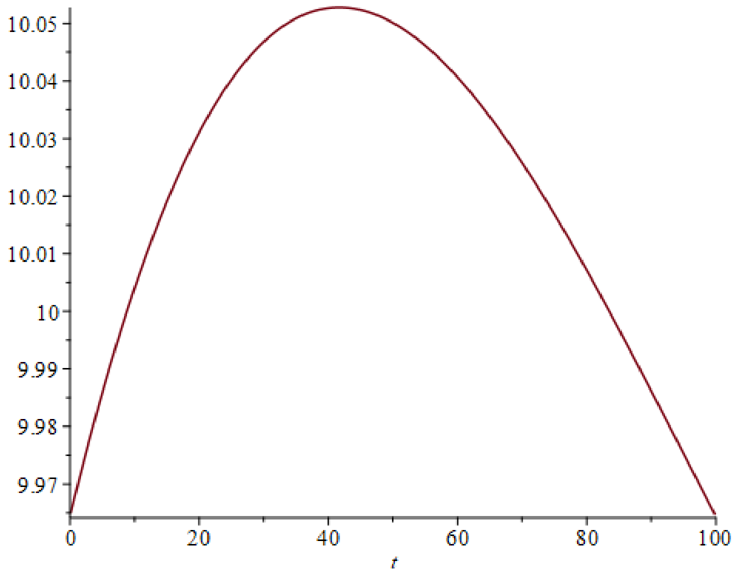


де коефіцієнти мають різні розмірності. Наведено вираз, у який температура підставляється у ℃, а відповідь отримуємо у кДж/(кг℃).

В) Графік залежності швидкості зміни температури 100 г води (одиниця виміру ℃/с) від температури можна побудувати, виходячи з наданого в умові графіку, але значно простіше це зробити за допомогою отриманої у попередньому пункті формули.

За умовою, потужність передачи теплоти $P = 4{,}2$ Вт. За рахунок цієї потужності вода за час Δt збільшує температуру на ΔT: $P\Delta t = cm\Delta T$, звідки

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P}{cm} = \frac{P}{mc(t)}$$



Максимально швидко температура змінюється, а отже і регулюється, приблизно при температурі теплокровних істот (див. графік). Може це просто збіг (значення не сильно відрізняються), а може й ні. Остаточна відповідь чекає на свого дослідника.

На графіку по осі ординат відкадено швидкість зміни температури міліградусах Цельсія за секунду.

4. «**Мерефо-Херсонський міст**»

Частина 1. Через Монастирський острів у м. Дніпро проходить найбільший в Україні і один з найбільших у світі арочних мостів. Довжина Мерефо-Херсонського моста понад 1600 м (ширина ріки Дніпро під ним 1250 м). Ці дані легко знайти в інтернеті, але висоту моста знайти практично неможливо. На Монастирському острові розташований і найбільший у світі пам'ятник Тарасу Шевченко (Фото 1). Висота фігури поета 9,5 метри, висота п'єдесталу 10,5 метра.

Рис.1

Скориставшись супутниковим фото з GoogleEarth:

А) Поясність форму тіні від пам'ятника Кобзарю (Рис. 2) і **знайдіть висоту** Мерефо-Херсонського моста над рівнем пішохідної доріжки (Рис. 3).
Б) **Під яким кутом до горизонту** падали сонячні промені під час зйомки?

Довідка: GoogleEarth дозволяє змінювати точку зору і висоту демонстрації за рахунок відповідної зміни масштабів на супутниковому фото. Вважайте, що Рис. 2 і Рис. 3 відповідають позиціюванню над пам'ятником і над частиною моста на фрагментах одного супутникового фото. Наведені Google-лінійки дозволяють звичайною вимірювальною лінійкою знаходити відстані на поверхні острову.

Рис.2

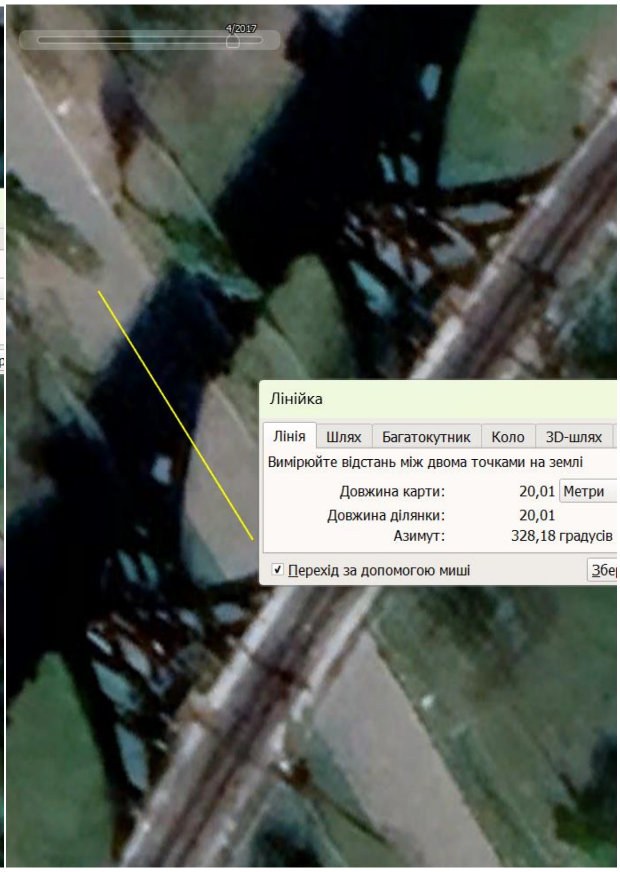


Рис.3

Частина 2. Розгляньте проблему проходу корабля під аркою арочного мосту на наступному прикладі. Арка моста має вигляд над водою дуги кола у 120° (радіус 25 м). Капітан вирішив звичайний для баржі вантаж, річковий пісок, насипати однорідним шаром нижче звичайної висоти, щоб поверх піску всю площу баржі заставити контейнерами і пройти під аркою моста без зіткнення. За рахунок цього верхня площина контейнерів довжиною у 60 м і шириною у 14 м підніматиметься над водою на 12 м (Рис.4).

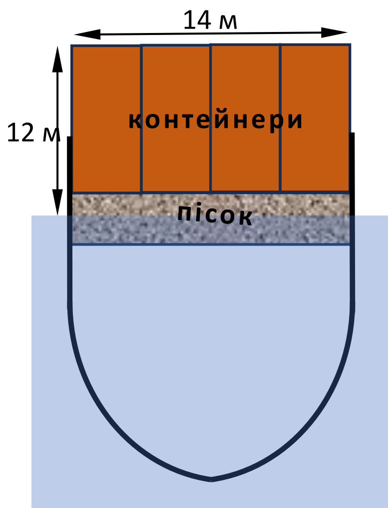


Рис.4

А) Чи пройде така баржа під аркою моста? Глибина ріки під аркою достатня, борта баржі вертикальні і вся її площа 60×14 м заповнена піском і заставлена поверх контейнерами.

Б) Надайте кількісне обґрунтування більш раціонального завантаження баржі, залишивши всі контейнери на борту. Густина насипного піску 1,5 т/м^3.

Розв'язання.

Частина 1. А) Форма тіні від пам'ятника Кобзарю (Рис. А) має такий вигляд, оскільки супутник знімає під деяким кутом до горизонту, і ми бачимо не тільки тінь на горизонтальній поверхні, але й затінену частину вертикальної постаті й п'єдесталу. Саме цим і обумовлений злам тіні відносно центру основи п'єдесталу. Саме це пояснює зсув тіней та їх нерівності за рахунок підйому монументу над поверхнею і рельєфу зображення, коли сонце освітлює частини об'єму під різними кутами до поверхонь.

Рис.А

Це ж саме ми бачимо на Рис. 3 умови – насправді арки мосту не мають посередині звуження як може здатися. Це просто дві тіні: одна на поверхні землі, інша – тіньова сторона вертикальної частини конструкцій моста, яку супутник фотографує під деяким кутом. Помилуватися формою арок самого Мерефо-Херсонського моста ви можете на фото (Рис. Б), де міст підходить до Монастирського острова. Як бачите, арки біля основи не розширюються. Враження, що арки розширюються могло скластися також з їхнього вигляду на задньому плані фото пам'ятника Кобзарю, на Рис.1 умов завдання. Там можна побачити відбиття арок у поверхні Дніпра.


Рис.Б

До речі, тільки під час заочного етапу, і якщо не забороняється в умові, ви можете подивитися в інтернеті на фото моста, пам'ятника, навіть зайти у GoogleEarth і знайти те фото, з якого взяті фрагменти. Недарма дата фото була вказана на рис.2,3 умови. Проте і без цього задачу можна розв'язати.

У загальному випадку на Рис.В. зображено сонячний промінь, що падає під кутом α до горизонту, тінь довжиною l від тіла висотою h.

Якщо б супутник перебував у площині відрізків l і h і напрямок на нього утворював кут β з горизонтом, на матриці його камери горизонтальна й вертикальна тіні спроектувалися б у відношенні $x\!:\!y$, а одна тінь була б продовженням іншої. Відхиляючись перпендикулярно до площини від цього напрямку, ми побачимо злам тіні. Але у будь-якому випадку така ситуація буде подібною і для пам'ятника, і для вертикального фрагменту моста, оскільки відстань між ними набагато менша за відстань до супутника. Тому із співвідношення відповідних тіней двох об'єктів з урахуванням масштабу, вказаного на рисунках в умові, і з метою мінімізувати похибки, знаходимо максимально

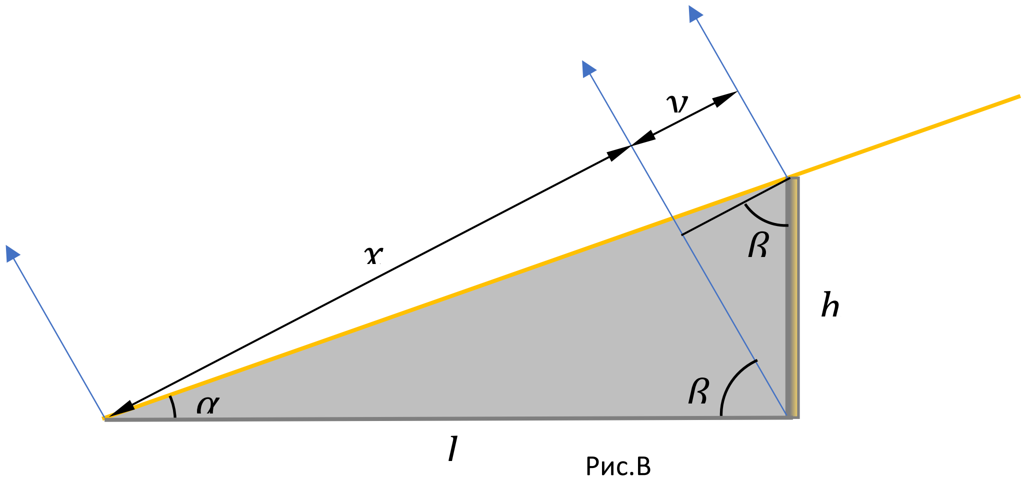


Рис.В

можливі відстані, тобто між верхньою частиною предмету та її тінню. На рис. Г, Д ці відстані позначені червоними відрізками.

Рис.Г

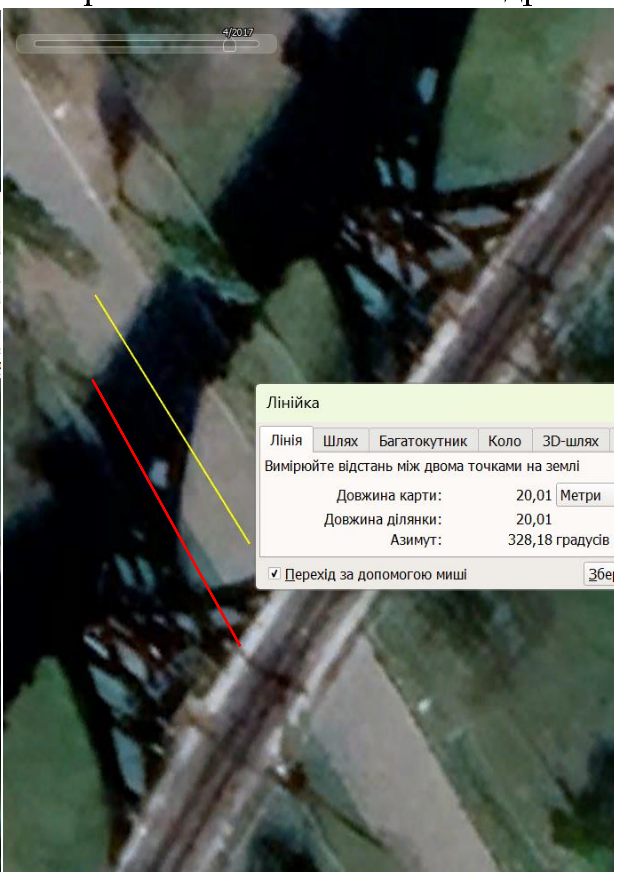


Рис.Д

На Рис. Г червоний відрізок виявився в 1,32 рази коротшим за жовтий, масштабний, у 29,94 м. Отже його реальна довжина 29,94 м/1,32 ≈22,7 м. На Рис. Д з зображенням тіні моста на пішохідній доріжці, червоний відрізок виявився в 1,04 рази довшим за жовтий, масштабний, довжиною 20,01 м. Отже його реальна довжина 20,01 м*1,04 ≈20,8 м.

Відношення реальних довжин в силу подібності явищ дорівнюватиме відношенню відповідних висот. Отже висота Мерефо-Херсонського моста над пішохідною доріжкою Монастирського острова буде в 22,7/20,8≈1,09 рази меншою за висоту пам’ятника Тарасу Шевченко (9,5 м фігура і 10,5 м п’єдестал), тобто 20/1,09≈18,3 м.

Слід сказати, що наші дані не зовсім точні, щонайменше, в силу складності ідентифікації відповідних точок предмету і його тіні на супутниковому фото.

Частина 1. Б) Кут α падіння сонячних променів до горизонту знайдемо з відношення висоти пам`ятника до довжини горизонтальної тіні він нього (відмасштабована довжина блакитного відрізку на Рис. А.) Аналогічно знаходимо, що реальна довжина блакитного відрізку (умовної горизонтальної тіні) приблизно 13,3 м. Відношення вертикального відрізку до горизонтального дорівнює тангенсу кута, звідки знаходимо $\alpha \approx 56°$. Якщо перевірити в інтернеті кут, під яким сонце піднімалося наприкінці квітня 2017 р. над горизонтом у м. Дніпро, отримаємо максимальну висоту сонця у цей день, десь о пів на першу, 56,3°. Або фото робилося приблизно у цей час наприкінці місяця, або, що вірогідніше, на результат могла вплинути неточна оцінка висоти ефективної частини п’єдесталу разом з його квадратним оформленням навколо пам’ятника, за яке тінь, як видно на фото, так і не вийшла. Це оформлення вище за оточуюче покриття. Ймовірно, що його висота враховувалась у висоту п’єдесталу. Тоді зменшення розрахункової висоти з 20 м призведе і до зменшення кута. Також згадаємо програмні засоби GoogleEarth, які для зручності сприйняття можуть змінювати масштабування фото, що ускладнює експертизу.

Завжди перевіряйте й верифікуйте свої результати!

Частина 2. А) Визначимо висоту баржи h, яка пройде під дугою арки (див. Рис.Е) радіусом $R = 25$ м і кутом $\alpha = 30°$. За теоремою Піфагора

$$R^2 = \left(\frac{R}{2} + h\right)^2 + 49\ \text{м}^2.$$

Звідси знаходимо, що

$$h = 11{,}5\ \text{м},$$

що менше 12 м, отже баржа не пройде.

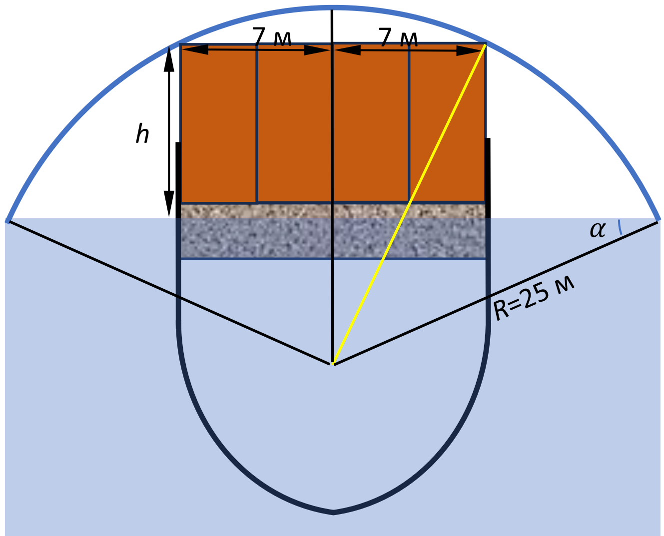


Рис.Е

Частина 2. Б)

Невідома ширина контейнера, тому покласти по одному контейнеру якось боком на інші, все симетрично зсунути, може й не вийти. Тому ми не будемо перегрупувати контейнери.

Наша мета – занурити верхню площину контейнерів як мінімум на 0,5 м. Для цього слід не розвантажувати пісок під контейнерами, як зробив капітан, а навпаки.

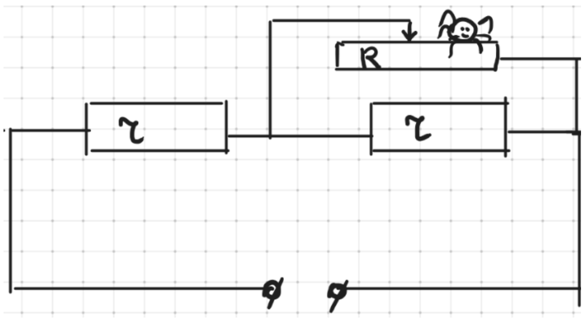
Додатковий шар піску висотою H по всій площині баржі підніме контейнери на рівнем палуби на H, але опустить саму баржу разом з палубою на $\frac{\rho_п}{\rho_в} H = 1{,}5H$, що легко знайти, прирівнявши додаткове mg додатковій силі Архімеда. Отже верхній рівень контейнерів має опуститися на $1{,}5H - H = 0{,}5H$.

Перед встановленням контейнерів додатково насипаємо шар піску висотою не менше 1 м. Підняття рівня всередині на 1 м компенсується опусканням усієї баржі у воду на 1,5 м.

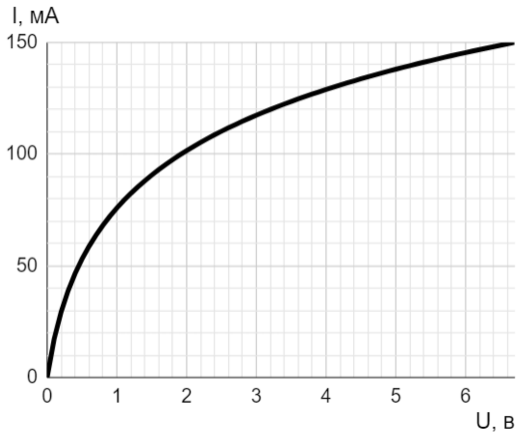
Так ми виграємо і в транспортуванні якомога більшої маси піску, і в транспортуванні усіх контейнерів.

Ідея налити у пісок на баржі воду може буде використана, якщо з технічних причин насипати шар піску висотою більше метра не вийде. У цьому випадку можуть виникнути проблеми з розвантаженням баржі.

5. «Лабораторна комашка»



Невеличка комаха-мерзлячка повадилася відпочивати в фізичній лабораторії, гріючись на розжареній електричним струмом проволоці реостата (див. малюнок). За тривалий час відпочинку, комаха, штовхаючи лапками ковзний контакт, знайшла таке його розташування, за якого та частина, на якій вона відпочивала, видавала максимальну теплову потужність серед усіх інших можливих положень ковзного контакту.



А) Розрахуйте, **на якому опорі** знаходиться це положення та яка саме теплова потужність на ній виділяється. Електрична напруга у колі U_0 = 10 В, і опір r = 10 Ом.

Б) Одного разу, повернувшись в лабораторію, комаха побачила поряд із своєю «пічкою» лампочку! Її під'єднали замість резистора який був паралельним до реостата, а контакт реостата був на тому ж місті де комаха його залишила. Тепер комасі стало дуже спекотно від тепла від двох «печей». **Розрахуйте сумарну теплову потужність** від них. Лампочка не є лінійним елементом, її вольт-амперна характеристика показана на малюнку. Важливо зауважити, що лампочка перегорає при потужності більше ніж 1 Вт.

В) Комаха захотіла повернути суму теплових потужностей до минулого значення, за якого їй було комфортно. **На яке положення** треба їй поставити реостат?

Г) Яку максимальну **сумарну теплову потужність** можна отримати від лампи і реостата? **На яке положення** при цьому треба поставити реостат?

Розв'язання.

А) Знайдемо теплову потужність, яка виділяється на реостаті, застосовуючи закон Джоуля-Ленца, Ома та формули паралельного та послідовного з'єднань.

$$Io = \frac{Uo}{r + \frac{rR}{r+R}}$$

$$Up = \frac{Uo}{r + \frac{rR}{r+R}} * \frac{rR}{r+R}$$

$$Pp = \frac{Up^2}{R} = \frac{Uo^2 R}{(r+2R)^2} = \frac{Uo^2}{\frac{r^2}{R} + 4r + 4R}.$$

Зрозуміло, що ця потужність буде максимальною, коли знаменник цього дробу буде мінімальним (легко побачити, що знаменник має мінімальне значення).

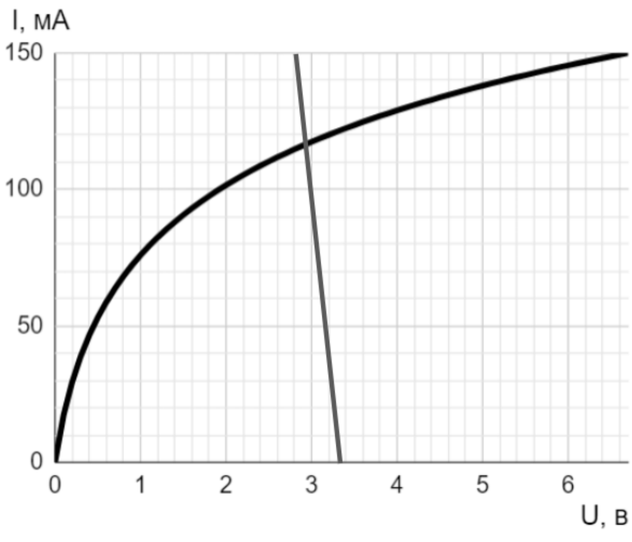
Проаналізуємо вираз у знаменнику, виділивши у ньому повний квадрат:

$$Y = \frac{r^2}{R} + 4r + 4R = (\frac{r}{\sqrt{R}} - 2\sqrt{R})^2 + 4R + 4R.$$

Мінімальне значення цієї функції досягається коли дужка дорівнює нулю, тобто при **R= r/2 = 5Ом**. Теплова потужність на реостаті при цьому буде дорівнювати: $P\text{o} = \frac{Uo^2}{8r}$ = **1,25 Вт**.

Б) Позначимо напругу і силу струму на лампочці як $U_Л$ і $I_Л$. З минулого питання знаємо що R = r/2. Застосовуючи закон Ома та формули паралельного та послідовного з'єднань маємо: $U_0 = U_Л + I_Л r + U_Л r/R$. Або: $I_Л = (U_0 - 3U_Л)/r$.

Побудуємо цю пряму на графіку вольт-амперної характеристики лампи. На перетині знайдемо значення за допомогою лінійки як $U_Л$ = 2,95в і $I_Л$ = 115мА. При цьому сумарна потужність дорівнює:



$P_1 = U_Л * I_Л + U_Л^2/R$ = 2.1Вт.

В) Знайдемо значення опору для реостата R_1 щоб отримати сумарну потужність Po = 1,25Вт. Для цього можемо використовувати загальні рівняння з минулого питання.

$Po = U_Л * I_Л + U_Л^2/R_1$.

Звідки $U_Л/R_1 = Po/U_Л - I_Л$

$U_0 = U_Л + I_Л r + rU_Л/R_1 = U_Л + I_Л r + r\,(Po/U_Л - I_Л) = U_Л + r\,Po/U_Л$

Запишемо це у вигляді квадратного рівняння для $U_Л$: $U_Л^2 - U_0 U_Л + r Po$. Що дає два рішення для $U_Л$: 1,46в і 8,5в. Останнє неможливо, бо лампочка перегорить. Знайдемо $I_Л$ на графіку для лампочки як 90мА. Звідки можемо знайти R_1 як

$R_1 = U_Л^2 / (Po-U_Л * I_Л) = 1,9$ Ом

Г) Щоб знайти нове можливе максимальне значення P_2 використаємо загальні формули з рішення питання Б:

$P_2=U_Л * I_Л + U_Л^2 /R_2$

$U_0 = U_Л + I_Л r + U_Л r/R_2$

$U_0 U_Л = U_Л^2+P_2 r$

Знову виділимо цілий квадрат з $U_Л$ щоб знайти точку максимума для P_2:

$P_2 r = U_0^2 /4 - (U_0/2 - U_Л)^2$. Що є максимальним коли квадрат дорівнює нулю. Тобто

$P_2 = U_0^2 /4r = 2,5$Вт.

$U_Л = U_0/2 = 5$в. За графіком знайдемо, що $I_Л =140$мА.

$R_2 = U_Л^2 / (P_2-U_Л * I_Л) = 13,9$ Ом.

Задачі запропонували: 1. Меланіч Г.А., Олійник А.О. 2. Катц А.М., 3,4- Орлянський О.Ю., 5. Пашко М.І.

БАЖАЄМО УСПІХІВ!