

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática

Cálculo Numérico (IF215)

Prof^a. Máira Santana

Exercício 1

1. Avalie as seguintes afirmações:

- i. Sob o ponto de vista numérico, codificar $(A-B)(A-B)$ é equivalente a codificar $A(A-B)-B(A-B)$;
- ii. Na transformação de um número inteiro na base decimal para a base binária, pode ocorrer perda de informação.

São verdadeiras as afirmações:

- a) Apenas i
- b) Apenas ii
- c) Ambas
- d) Nenhuma

Exercício 1 (gabarito)

1. Avalie as seguintes afirmações:

- i. Sob o ponto de vista numérico, codificar $(A-B)(A-B)$ é equivalente a codificar $A(A-B)-B(A-B)$; **F**
- ii. Na transformação de um número inteiro na base decimal para a base binária, pode ocorrer perda de informação. **F**

São verdadeiras as afirmações:

- a) Apenas i
- b) Apenas ii
- c) Ambas
- d) **Nenhuma**

- i. No exercício proposto na nossa primeira aula vimos que, do ponto de vista numérico, a ordem das operações pode afetar o resultado obtido;
- ii. Na conversão de um número decimal inteiro não há como perder informação visto que os dígitos binários são computados a partir do resto da divisão inteira por 2.

Exercício 2

2. A função $F(x) = \exp(-x) - \sin(3x)$ possui uma raiz no intervalo $I=[a ; b]=[0.5 ; 1.8]$. Execute os métodos das Bissecções e das Secantes por DUAS iterações. Calcule a distância entre a raiz aproximada encontrada por cada método ao final do processo, ou seja, $D=|X(\text{Bss})-X(\text{Sec})|$. Considere dez casas decimais de precisão da sua calculadora para todas as operações. Considere ainda que a inicialização para o método das Secantes é $X(0)=a$ e $X(1) = b$. Neste caso, tem-se que:
- a) $0,03 < D < 0,07$
 - b) $0,19 < D < 0,23$
 - c) $0,11 < D < 0,15$
 - d) $0,07 < D < 0,11$
 - e) $0,15 < D < 0,19$
 - f) $0,23 < D < 0,27$

Exercício 2 (gabarito)

2. A função $F(x) = \exp(-x) - \sin(3x)$ possui uma raiz no intervalo $I=[a ; b]=[0.5 ; 1.8]$. Execute os métodos das Bissecções e das Secantes por DUAS iterações. Calcule a distância entre a raiz aproximada encontrada por cada método ao final do processo, ou seja, $D=|X(\text{Bss})-X(\text{Sec})|$. Considere dez casas decimais de precisão da sua calculadora para todas as operações. Considere ainda que a inicialização para o método das Secantes é $X(0)=a$ e $X(1) = b$. Neste caso, tem-se que:
- a) $0,03 < D < 0,07$
 - b) $0,19 < D < 0,23$
 - c) $0,11 < D < 0,15$
 - d) $0,07 < D < 0,11$
 - e) $0,15 < D < 0,19$
 - f) $0,23 < D < 0,27$

Exercício 3

3. A conversão do número decimal $x=0.2$ para binário resulta na dízima periódica $x'=0.001100110011\dots$. Seja x'' a conversão de binário para decimal, considerando sete casas decimais depois da vírgula. Encontre x'' e calcule os erros absoluto, relativo e percentual de x'' em relação a x .

Exercício 3 (gabarito)

3. A conversão do número decimal $x=0.2$ para binário resulta na dízima periódica $x'=0.001100110011\dots$. Seja x'' a conversão de binário para decimal, considerando sete casas decimais depois da vírgula. Encontre x'' e calcule os erros absoluto, relativo e percentual de x'' em relação a x .

Resposta:

Erro absoluto: 0,0046875

Erro relativo: 0,0234375

Erro percentual: 2,3437500%

Exercício 4

4. Avalie as seguintes afirmações:

- i. Uma das principais diferenças entre o método das BISSEÇÕES e o das FALSAS CORDAS é que no primeiro caso o intervalo de separação é “quebrado” em comprimentos assimétricos, e o das FALSAS CORDAS o mesmo intervalo é “quebrado” de forma simétrica;
- ii. Ao simular um método para encontrar a raiz aproximada, se utilizarmos como critério de parada unicamente o número máximo de iterações, não saberemos mensurar a qualidade (em termos de precisão) do resultado obtido pelo algoritmo. Por isso, em geral, o número de iterações é combinado com outro critério de parada, um que consiga mensurar a precisão da resposta obtida.

São falsas as afirmações:

- a) Apenas i
- b) Apenas ii
- c) Ambas
- d) Nenhuma

Exercício 4 (gabarito)

4. Avalie as seguintes afirmações:

- i. Uma das principais diferenças entre o método das BISSEÇÕES e o das FALSAS CORDAS é que no primeiro caso o intervalo de separação é “quebrado” em comprimentos assimétricos, e o das FALSAS CORDAS o mesmo intervalo é “quebrado” de forma simétrica; **F**
- ii. Ao simular um método para encontrar a raiz aproximada, se utilizarmos como critério de parada unicamente o número máximo de iterações, não saberemos mensurar a qualidade (em termos de precisão) do resultado obtido pelo algoritmo. Por isso, em geral, o número de iterações é combinado com outro critério de parada, um que consiga mensurar a precisão da resposta obtida. **V**

São falsas as afirmações:

- a) **Apenas i**
- b) Apenas ii
- c) Ambas
- d) Nenhuma

- i. É o contrário. Bisseção divide em subintervalos SIMÉTRICOS (ponto médio);
- ii. O número máximo de iterações, de fato, não leva em consideração a qualidade da aproximação porque só está preocupado em quantas iterações foram executadas e não se o valor de x_i está se aproximando da raiz desejada ou se $f(x)$ está se aproximando de zero.

Exercício 5

5. Dada a função $f(x) = x^2 - x - 1$, determine, pelos métodos de Newton e MIL, o valor aproximado da menor raiz real positiva da função. Considere $x_0 = 1.5$. Como critérios de parada, assuma $|x_{i+1} - x_i| \leq \zeta$ com $\zeta = 10^{-4}$ (erro absoluto). Calcule a distância entre a raiz aproximada encontrada por cada método ao final do processo, ou seja, $D = |X(\text{New}) - X(\text{MIL})|$. Considere sete casas decimais de precisão da sua calculadora para todas as operações.

Exercício 5 (gabarito)

5. Dada a função $f(x) = x^2 - x - 1$, determine, pelos métodos de Newton e MIL, o valor aproximado da menor raiz real positiva da função. Considere $x_0 = 1.5$. Como critérios de parada, assuma $|x_{i+1} - x_i| \leq \zeta$ com $\zeta = 10^{-4}$ (erro absoluto). Calcule a distância entre a raiz aproximada encontrada por cada método ao final do processo, ou seja, $D = |X(\text{New}) - X(\text{MIL})|$. Considere sete casas decimais de precisão da sua calculadora para todas as operações.

Resposta:

$$D = 0,0003382$$

Exercício 6

6. Escrevi uma frase específica no computador. Sei que a representação dos caracteres dessa frase em decimais é:

66	79	65	32	80	82	79	86	65
----	----	----	----	----	----	----	----	----

Sabendo que o código ASCII funciona como uma codificação em decimais entre o(zero) e 127 para representar os diferentes caracteres da nossa língua (alfabeto, espaços, símbolos e etc.), utilize a tabela de conversão de binário para caractere apresentada no próximo slide para saber qual é a frase que escrevi.

Exercícios

Código binário	Caractere
01000001	A
01000010	B
01000011	C
01000100	D
01000101	E
01000110	F
01000111	G
01001000	H
01001001	I
01001010	J
01001011	K
01001100	L
01001101	M

Código binário	Caractere
01001110	N
01001111	O
01010000	P
01010001	Q
01010010	R
01010011	S
01010100	T
01010101	U
01010110	V
01010111	W
01011000	X
01011001	Y
01011010	Z

Código binário	Caractere
00100000	Espaço em branco

Exercícios (resolução)

6. Para cada decimal dos caracteres da frase calculo qual é o binário associado:

n	n // 2	n % 2
32	16	0
16	8	0
8	4	0
4	2	0
2	1	0
1	0	1

n	n // 2	n % 2
65	32	1
32	16	0
16	8	0
8	4	0
4	2	0
2	1	0
1	0	1

n	n // 2	n % 2
66	33	0
33	16	1
16	8	0
8	4	0
4	2	0
2	1	0
1	0	1

n	n // 2	n % 2
79	39	1
39	19	1
19	9	1
9	4	1
4	2	0
2	1	0
1	0	1

Decimal	Binário
32	100000
65	1000001
66	1000010
79	1001111
80	
82	
86	

Exercícios (resolução)

6. Para cada decimal dos caracteres da frase calculo qual é o binário associado:

Decimal	Binário
32	100000
65	1000001
66	1000010
79	1001111
80	1010000
82	1010010
86	1010110

n	n // 2	n % 2
80	40	0
40	20	0
20	10	0
10	5	0
5	2	1
2	1	0
1	0	1



n	n // 2	n % 2
82	41	0
41	20	1
20	10	0
10	5	0
5	2	1
2	1	0
1	0	1



n	n // 2	n % 2
86	43	0
43	21	1
21	10	1
10	5	0
5	2	1
2	1	0
1	0	1



Exercícios (resolução)

6. Para cada decimal dos caracteres da frase calculo qual é o binário associado:

Decimal	Binário	Caractere
32	00 100000	Espaço em branco
65	0 1000001	A
66	0 1000010	B
79	0 1001111	O
80	0 1010000	P
82	0 1010010	R
86	0 1010110	V

Feita a conversão, a partir da identificação desses binários na tabela apresentada anteriormente, verifica-se que a frase é:

66	79	65	32	80	82	79	86	65

Exercícios (gabarito)

6. Para cada decimal dos caracteres da frase calculo qual é o binário associado:

Decimal	Binário	Caractere
32	00 100000	Espaço em branco
65	0 1000001	A
66	0 1000010	B
79	0 1001111	O
80	0 1010000	P
82	0 1010010	R
86	0 1010110	V

Feita a conversão, a partir da identificação desses binários na tabela apresentada anteriormente, verifica-se que a frase é:

B	O	A	[espaço]	P	R	O	V	A
66	79	65	32	80	82	79	86	65

Referências

- Métodos Numéricos. José Dias dos Santos e Zanoni Carvalho da Silva. **(capítulos 1 e 2);**
- Cálculo Numérico – aspectos teóricos e computacionais. Márcia A. Gomes Ruggiero e Vera Lúcia da Rocha Lopes. **(capítulos 1 e 2).**