Laboratórios de Matemática 1

Cursos: LEEC

Trabalho curricular (v3)
Início: 2016-11-19
Fim: 2016-12-10

Nome: ______________________________ Nº ______________ C/T ____/____
Nome: ______________________________ Nº ______________ C/T ____/____
Nome: ______________________________ Nº ______________ C/T ____/____
Nome: ______________________________ Nº ______________ C/T ____/____

OBSERVAÇÕES

- O Trabalho Curricular é um projecto a desenvolver em grupo no qual todos os elementos devem obrigatoriamente contribuir equitativamente na sua execução.
- Consiste
    - Na realização de um relatório final em **formato electrónico** e **impresso** (seguindo o modelo *Word* disponibilizado no Moodle);
    - Na implementação de scripts (comandos e código) que suportem a resolução do problema, usando como plataforma de desenvolvimento o Python;
    - Na defesa individual, na qual todos os elementos do grupo devem, necessariamente, conhecer o trabalho como um todo, independentemente da divisão de tarefas que venham a considerar como estratégia de trabalho;
- A resolução é um anexo do relatório, contendo o código e todos os comentários que considerar necessários à resolução dos problemas propostos.
- Do Relatório Final deve constar uma versão eletrónica e a mesma impressa em papel A4, frente e verso;
- Os grupos devem ser os já criados na parte 1 do TC
- A deteção de plágio será punida com a anulação integral do trabalho, sendo atribuída à componente TC de todos os elementos dos grupos, potencialmente indiciados, uma classificação nula;
- O presente trabalho encontra-se disponível desde o dia 19 de novembro de 2016.

- **Prazo de entrega:**
    - Em suporte digital (por e-mail) e em suporte de papel (na portaria do edifício H) até às 13 horas ao dia 10 de dezembro de 2016;
    - Todos os trabalhos entregues após esta data terão uma penalização de 10% na nota final por cada dia de atraso.
- Nas semanas seguintes decorrerá a defesa do trabalho, pela ordem que o docente decidir ser mais conveniente.

1.a)	1.b)	1.c)	1.d)	1.e)	1.f)	2.a)	2.b)	2.c)	2.d)	2.e)	2.f)	2.g)	Script	Relatório	Total
3	7	1	2	14	3	1	9	1	3	3	1	2	13	37	100

Considere um corpo esférico lançado obliquamente sob as águas de um lago. O movimento do corpo de massa volúmica $\rho = \frac{1}{2}$ kg/m^3 faz-se sobre um plano vertical no qual se adota o seguinte referencial para o movimento: as abcissas medem-se ao longo do eixo horizontal, definido pela superfície do lago e as ordenadas medem-se na direcção vertical. Considere $m = 50\text{g}$ para a massa do corpo e $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ para a aceleração da gravidade no local.

Enquanto o corpo se move abaixo da superfície, está sujeito à força gravítica, à impulsão e a uma força de atrito proporcional à sua velocidade, cujo coeficiente de proporcionalidade é $\gamma = \frac{3}{10}$ Ns/m. As leis horárias do movimento são definidas pela função paramétrica (SI)

$$\begin{cases} x = \dfrac{50m\sqrt{3}}{\gamma}\left(1 - e^{-\gamma t/m}\right) \\ y = \dfrac{50\gamma m + 10m^2}{\gamma^2} e^{-\gamma t/m} + \dfrac{10\gamma t m - 10m^2}{\gamma^2} - \dfrac{50m}{\gamma} \end{cases}, \qquad t \in [\,0,\, T_{sup}\,]$$

Quando o corpo está acima da superfície, $t > T_{sup}$, está sujeito apenas à força gravítica e por isso move-se como um projéctil, sendo o seu movimento descrito pelas leis horárias dos projéteis.

1. Pretende-se estudar o movimento do corpo durante o intervalo de tempo inicial, em que está sob a água, e de seguida como projetil.
   a) Determine a posição inicial, velocidade inicial e o ângulo de lançamento do corpo.
   b) Calcule o tempo que decorre desde o lançamento até o corpo emergir.
   c) Determine a distância entre o ponto de lançamento e o ponto em que o corpo emerge.
   d) Determine a profundidade máxima atingida pelo corpo.
   e) Desenvolva um script que implemente o **Método da Secante**. (VER BIBLIOGRAFIA ACONSELHADA) Aplique-o para determinar o ponto da trajetória mais afastado da origem.
   f) Quando o corpo emerge dá um salto, comportando-se como um projéctil. Determine as leis do movimento e, baseado nelas, calcule o tempo total destes dois movimentos. Represente graficamente a trajectória total que ilustre as duas situações.

2. Em qualquer ponto de uma curva é possível definir uma circunferência tangente à curva nesse ponto; o raio da circunferência, designado por raio de curvatura, é dado por

$$R = \frac{\left(\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\right)^3}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}$$

   estando o seu centro no lado côncavo e sobre a reta normal à curva nesse ponto (ver Fig. 1).

   Determine e represente a circunferência de raio mínimo, tangente à curva definida pela trajectória do corpo durante a fase inicial. Para isso proceda ao cálculo ou determinação dos seguintes itens

   a) Definição da função R, dependente do parâmetro t;
   b) Cálculo do instante em que o raio atinge o seu valor mínimo, usando o método de Newton.
   c) Obtenção do ponto de tangência da curva, T, e do raio de curvatura mínimo;
   d) Equações das retas tangente e normal à curva no ponto de tangência;
   e) Coordenadas do centro C da circunferência;
   f) Equação da circunferência;
   g) Representação gráfica.

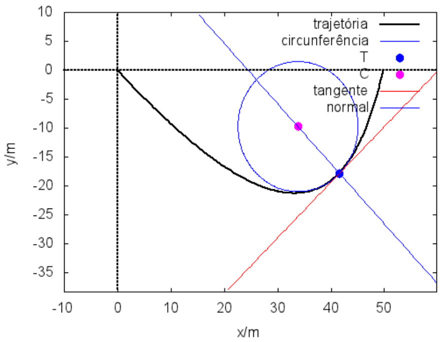

Fig. 1 - Trajetória e elementos para determinação da circunferência tangente à curva.

Atenção:

Se aplicar um método numérico para determinação da solução aproximada de uma equação, deve determinar previamente o número de soluções dessa equação, os intervalos de localização das mesmas e verificar ainda as condições de convergência do método em cada intervalo: se achar que é necessário, deve justificar e proceder às correcções necessárias para que o método seja convergente no intervalo considerado. No cálculo da solução de uma equação, considere para majorante do erro, $\varepsilon = 3 \times 10^{-4}$, indique a solução obtida e o número de iterações necessário para a obter. Sempre que se justifique, deve também determinar o erro propagado.