



## Seminario de Solución de Problemas de Inteligencia Artificial I: Estrategias Evolutivas

M.C. Jesús Hernández Barragán

UDG - CUCEI

Ciclo: 2018-B

- 1 Introducción
- 2  $(1 + 1)$ -ES
  - $(1 + 1)$ -ES Adaptativo
- 3  $(\mu + 1)$ -ES
- 4 Recombinación
  - Recombinación sexual discreta
  - Recombinación sexual intermedia
  - Recombinación global discreta
- 5  $(\mu + \lambda)$ -ES y  $(\mu, \lambda)$ -ES

# Introducción

Las Estrategias Evolutivas (ES) están basadas en el principio de evolución de las teorías de Darwin. Las principales operaciones de las ES son las siguientes:

- Mutación
- Recombinación
- Selección

La Mutación y la Selección se implementan diferente a los Algoritmos Genéticos. Además, en algunos casos la selección de individuos es elitista.

Generalmente, las ES están conformados de una población de padres e hijos donde las mejores soluciones se consideran para la siguiente generación.

# Introducción (continuación)

Existen diferentes versiones de los ES, como por ejemplo:

- $(1 + 1)$ -ES: Un padre genera un hijo, solo uno es elegido para la siguiente generación
- $(\mu + 1)$ -ES: Una población de  $\mu$  individuos genera un hijo, las mejores soluciones pasan a la siguiente generación
- $(\mu + \lambda)$ -ES:  $\mu$  individuos generan  $\lambda$  hijos, las mejores soluciones pasan a la siguiente generación
- $(\mu, \lambda)$ -ES:  $\mu$  individuos generan  $\lambda$  hijos, los padres no sobreviven para la siguiente generación
- CMA-ES y CMSA-ES: Utilizan una matriz de covarianza para mejorar las soluciones en cada iteración

## (1 + 1)-ES

Es la ES mas simple de todas. Consiste en una población de un padre  $\mathbf{x}^p$  y un hijo  $\mathbf{x}^h$ , donde solo el mejor entre estos es seleccionado para la siguiente generación. El algoritmo (1 + 1)-ES es el siguiente:

---

**Algorithm 1** (1 + 1)-ES para resolver problemas de minimización.

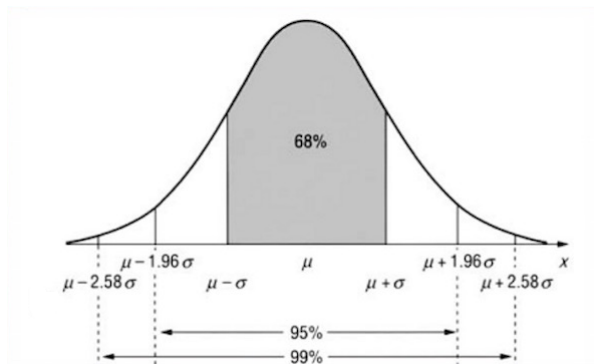
---

- 1:  $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+ \leftarrow$  inicializar varianza positiva
  - 2:  $\mathbf{x}^p \leftarrow$  inicializar padre aleatoriamente
  - 3: **Hacer**
  - 4:      $\mathbf{r} \leftarrow$  generar vector aleatorio con  $r_j \sim N(0, \sigma^2)$  para  $j \in [1, D]$
  - 5:      $\mathbf{x}^h \leftarrow \mathbf{x}^p + \mathbf{r}$  (Mutación)
  - 6:     **Si**  $f(\mathbf{x}^h) < f(\mathbf{x}^p)$  **Entonces**
  - 7:          $\mathbf{x}^p \leftarrow \mathbf{x}^h$
  - 8:     **Fin Si**
  - 9: **Mientras** que se cumpla el total de generaciones
- 

$D$  indica el tamaño de la dimensión,  $f$  es la Función Objetivo y  $N(0, \sigma^2)$  es una distribución normal. Además,  $\mathbf{x}^p, \mathbf{x}^h \in \mathbb{R}^D$ .

## (1 + 1)-ES (continuación)

$N(\mu, \sigma^2)$  es una distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ . En las ES, es común utilizar la media seleccionada como  $\mu = 0$ .



## (1 + 1)-ES (continuación)

En esta ES, el padre genera al hijo mediante una mutación aleatoria que depende de la desviación estándar  $\sigma$ .

La varianza  $\sigma^2$  es un parámetro de ajuste, donde:

- $\sigma$  debería ser grande para generar mutaciones que exploren el espacio de búsqueda.
- $\sigma$  debería ser pequeña para para explotar la solución del problema.

# (1 + 1)-ES Adaptativo

Existe una versión (1+1)-ES Adaptativa que se encarga de adaptar  $\sigma$  en cada generación. Esto se logra utilizando una regla llamada 1/5.

La regla 1/5 establece lo siguiente:

En el (1+1)-ES, si el porcentaje de éxitos es menor que 1/5, entonces la desviación estándar  $\sigma$  debería disminuir. Si el cantidad de éxitos es mayor que 1/5, entonces  $\sigma$  debería incrementar.



## (1 + 1)-ES Adaptativo (continuación)

El algoritmo de (1 + 1)-ES Adaptativo esta descrito a continuación:

---

**Algorithm 2** (1 + 1)-ES Adaptativo para resolver problemas de minimización.

---

- 1:  $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+ \leftarrow$  inicializar varianza positiva
  - 2:  $\mathbf{x}^p \leftarrow$  inicializar padre aleatoriamente
  - 3:  $n_e \leftarrow 0$ , para calcular porcentaje de éxitos
  - 4: **Hacer**
  - 5:      $\mathbf{r} \leftarrow$  generar vector aleatorio con  $r_j \sim N(0, \sigma^2)$  para  $j \in [1, D]$
  - 6:      $\mathbf{x}^h \leftarrow \mathbf{x}^p + \mathbf{r}$  (Mutación)
  - 7:     **Si**  $f(\mathbf{x}^h) < f(\mathbf{x}^p)$  **Entonces**
  - 8:          $\mathbf{x}^p \leftarrow \mathbf{x}^h$
  - 9:          $n_e \leftarrow n_e + 1$
  - 10:    **Fin Si**
  - 11:    Etapa de ajuste de  $\sigma$
  - 12: **Mientras** que se cumpla el total de generaciones
- 

$D$  indica el tamaño de la dimensión,  $f$  es la Función Objetivo y  $N(0, \sigma^2)$  es una distribución normal. Además,  $\mathbf{x}^p, \mathbf{x}^h \in \mathbb{R}^D$ .

# (1 + 1)-ES Adaptativo (continuación)

Descripción de la etapa de ajuste de  $\sigma$ :

---

**Algorithm 3** Etapa de ajuste de  $\sigma$ .

---

- 1:  $\phi \leftarrow \frac{n_e}{t_i}$ , para establecer el porcentaje de éxitos
  - 2: **Si**  $\phi < 1/5$  **Entonces**
  - 3:      $\sigma \leftarrow c^2 \sigma$
  - 4: **O si**  $\phi > 1/5$  **Entonces**
  - 5:      $\sigma \leftarrow \frac{\sigma}{c^2}$
  - 6: **Fin Si**
- 

donde  $c$  modifica la contribución de incrementos y decrementos de  $\sigma$ , y el valor  $t_i$  indica la generación actual. Se recomienda utilizar  $c = 0.817$ .

# (1 + 1)-ES Adaptativo (continuación)

Se puede concluir que:

- Si  $\phi$  es más grande que  $1/5$ , entonces se obtienen mutaciones pequeñas con pequeñas mejoras.
- Si  $\phi$  es más chico que  $1/5$ , entonces se generan grandes mutaciones pero con raras mejoras.

$(\mu + 1)$ -ES

En la estrategia  $(\mu + 1)$ -ES,  $\mu$  indica los padres utilizados para cada generación. Algunas características de esta estrategia se muestran a continuación:

- Cada padre es asociado con un vector  $\sigma$  que controla la magnitud de las mutaciones.
- Los padres se recombinan con otros padres para crear un hijo, el cual es mutado.
- Las mejores soluciones son seleccionadas entre los padres y el hijo, de tal forma que solo  $\mu$  individuos permanecen para las siguientes generaciones.

$(\mu + 1)$ -ES (continuación)

A continuación se muestra el algoritmo  $(\mu + 1)$ -ES:

---

**Algorithm 4**  $(\mu + 1)$ -ES.
 

---

- 1:  $\{(\mathbf{x}_i^p, \sigma_i^p)\} \leftarrow$  generar aleatoriamente  $i \in [1, \mu]$  individuos tal que  $\mathbf{x}_i^p \in \mathbb{R}^D$  y  $\sigma_i^p \in \mathbb{R}^D$  con elementos positivos
  - 2: **Hacer**
  - 3:   Seleccionar aleatoriamente dos padres  $\{(\mathbf{x}_{r_1}^p, \sigma_{r_1}^p)\}$  y  $\{(\mathbf{x}_{r_2}^p, \sigma_{r_2}^p)\}$
  - 4:   Recombinar los padres para crear un hijo  $\{(\mathbf{x}^h, \sigma^h)\}$
  - 5:    $\mathbf{r} \leftarrow$  generar vector aleatorio con  $r_j \sim N\left(0, (\sigma_j^h)^2\right)$  para  $j \in [1, D]$
  - 6:    $\mathbf{x}^h \leftarrow \mathbf{x}^h + \mathbf{r}$
  - 7:   Eliminar al peor individuo de  $\{(\mathbf{x}_1^p, \sigma_1^p), \dots, (\mathbf{x}_\mu^p, \sigma_\mu^p), (\mathbf{x}^h, \sigma^h)\}$
  - 8: **Mientras** que se cumpla el total de generaciones  $G$
- 

los padres  $r_1$  y  $r_2$  no necesariamente tienen que ser diferentes, aunque lo mejor es seleccionarlos tal que  $r_1 \neq r_2$ .  $D$  indica la dimensión del problema.

# Recombinación (continuación)

Existen diversos métodos de recombinación, como por ejemplo:

- Recombinación sexual discreta
- Recombinación sexual intermedia
- Recombinación global discreta

Es necesario notar que la recombinación se aplica a las soluciones de los padres, tanto como a la solución  $\mathbf{x}_i^P$  como a la desviación estándar  $\sigma_i^P$ .

# Recombinación sexual discreta

Esta recombinación consiste en generar un hijo a partir de dos padres. Ejemplo:

Padre 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$	$x_{1,5}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{1,5}$
Padre 2	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$	$x_{8,3}$	$x_{8,4}$	$x_{8,5}$	$\sigma_{8,1}$	$\sigma_{8,2}$	$\sigma_{8,3}$	$\sigma_{8,4}$	$\sigma_{8,5}$
Hijo	$x_{1,1}$	$x_{8,2}$	$x_{8,3}$	$x_{1,4}$	$x_{8,5}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{8,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{1,5}$

Se muestra un problema de dimensión  $D = 5$ , donde cada solución y desviación estándar del hijo es seleccionada aleatoriamente de los padres.

# Recombinación sexual intermedia

Esta recombinación consiste en generar un hijo a partir de dos padres. Ejemplo:

Padre 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$
Padre 2	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$	$x_{8,3}$	$\sigma_{8,1}$	$\sigma_{8,2}$	$\sigma_{8,3}$
Hijo	$\frac{x_{1,1} + x_{8,1}}{2}$	$\frac{x_{1,2} + x_{8,2}}{2}$	$\frac{x_{1,3} + x_{8,3}}{2}$	$\frac{\sigma_{1,1} + \sigma_{8,1}}{2}$	$\frac{\sigma_{1,2} + \sigma_{8,2}}{2}$	$\frac{\sigma_{1,3} + \sigma_{8,3}}{2}$

Se muestra un problema de dimensión  $D = 3$ , donde cada solución y desviación estándar del hijo es promediada respecto a los padres.



# Recombinación global discreta

Esta recombinación consiste en generar un hijo a partir de todos los padres. Ejemplo:

Padre 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$	$x_{1,5}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{1,5}$
Padre 2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{2,4}$	$x_{2,5}$	$\sigma_{2,1}$	$\sigma_{2,2}$	$\sigma_{2,3}$	$\sigma_{2,4}$	$\sigma_{2,5}$
Padre 3	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{3,4}$	$x_{3,5}$	$\sigma_{3,1}$	$\sigma_{3,2}$	$\sigma_{3,3}$	$\sigma_{3,4}$	$\sigma_{3,5}$
Padre 4	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$	$x_{4,4}$	$x_{4,5}$	$\sigma_{4,1}$	$\sigma_{4,2}$	$\sigma_{4,3}$	$\sigma_{4,4}$	$\sigma_{4,5}$
Padre 5	$x_{5,1}$	$x_{5,2}$	$x_{5,3}$	$x_{5,4}$	$x_{5,5}$	$\sigma_{5,1}$	$\sigma_{5,2}$	$\sigma_{5,3}$	$\sigma_{5,4}$	$\sigma_{5,5}$
Hijo	$x_{1,1}$	$x_{3,2}$	$x_{4,3}$	$x_{1,4}$	$x_{2,5}$	$\sigma_{4,1}$	$\sigma_{2,2}$	$\sigma_{3,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{5,5}$

Se muestra un problema de dimensión  $D = 5$  y población  $\mu = 5$ , donde cada solución y desviación estándar del hijo es seleccionada aleatoriamente entre la población.

$(\mu + \lambda)$ -ES y  $(\mu, \lambda)$ -ES

En la estrategia  $(\mu + \lambda)$ -ES, de una población de  $\mu$  padres, se generan  $\mu$  hijos. Se tiene en total de  $\mu + \lambda$  individuos de los cuales solo los mejores  $\mu$  individuos pasan a la siguiente generación.

En la estrategia  $(\mu, \lambda)$ -ES, los padres  $\mu$  para la siguiente generación son seleccionados entre los hijos  $\lambda$  actuales, es decir, ningún padre sobrevive. Por lo tanto, es necesario asegurarse que  $\lambda \geq \mu$ .

En ambas estrategias, se seleccionan los individuos con los mejores atributos, mientras que los demás mueren. Por esta razón, la selección de individuos es elitista.

$(\mu + \lambda)$ -ES y  $(\mu, \lambda)$ -ES (continuación)**Algorithm 5**  $(\mu + \lambda)$ -ES y  $(\mu, \lambda)$ -ES.

- 
- 1:  $\{(\mathbf{x}_i^p, \sigma_i^p)\} \leftarrow$  generar aleatoriamente  $i \in [1, \mu]$  individuos tal que  $\mathbf{x}_i^p \in \mathbb{R}^D$  y  $\sigma_i^p \in \mathbb{R}^D$  con elementos positivos
  - 2: **Hacer**
  - 3:     **Desde**  $i = 1$  **Hasta**  $\lambda$
  - 4:         Seleccionar aleatoriamente dos padres  $\{(\mathbf{x}_{r_1}^p, \sigma_{r_1}^p)\}$  y  $\{(\mathbf{x}_{r_2}^p, \sigma_{r_2}^p)\}$
  - 5:         Recombinar los padres para crear un hijo  $\{(\mathbf{x}_i^h, \sigma_i^h)\}$
  - 6:          $\mathbf{r}_i \leftarrow$  generar vector aleatorio con  $r_{ij} \sim N\left(0, (\sigma_{ij}^h)^2\right)$  para  $j \in [1, D]$
  - 7:          $\mathbf{x}_i^h \leftarrow \mathbf{x}_i^h + \mathbf{r}_i$
  - 8:     **Fin Desde**
  - 9:     **En caso de**  $(\mu + \lambda)$ -ES
  - 10:         Seleccionar los mejores  $\mu$  individuos de:
  - 11:              $\{(\mathbf{x}_1^p, \sigma_1^p), \dots, (\mathbf{x}_\mu^p, \sigma_\mu^p), (\mathbf{x}_1^h, \sigma_1^h), \dots, (\mathbf{x}_\lambda^h, \sigma_\lambda^h)\}$
  - 12:     **En caso de**  $(\mu, \lambda)$ -ES
  - 13:         Seleccionar los mejores  $\mu$  individuos de:
  - 14:              $\{(\mathbf{x}_1^h, \sigma_1^h), \dots, (\mathbf{x}_\lambda^h, \sigma_\lambda^h)\}$
  - 15: **Mientras** que se cumpla el total de generaciones  $G$
-

# Gracias por tu atención!

Información de contacto:

M.C. Jesús Hernández Barragán

E-mail: [jesus.hdez.barragan@gmail.com](mailto:jesus.hdez.barragan@gmail.com).