

باسمه تعالی



دانشکده مهندسی برق

سیگنال‌ها و سیستم‌ها

گزارش پروژه درس

امیرحسین عابدی / 400101561

علیرضا رادفرد / 400101237

سید محمدعرفان باطنی / 400100792

دکتر حمید بهروزی

فهرست مطالب

1	پاسخ به سوالات تئوری	صفحه 3
•	1-1 بردار هادی (steering vector)	صفحه 3
•	2-1 Least Squares & Total Least Squares	صفحه 5
•	3-1 توضیح کلی روش ESPRIT و روابط موجود در آن	صفحه 8
•	4-1 روش‌های جهت‌یابی Passive و Active	صفحه 11
•	5-1 پهنای باند سیگنال ورودی	صفحه 12
•	6-1 جهت‌یابی سیگنال‌های coherent	صفحه 13
•	7-1 حداکثر تعداد منابع قابل ردیابی	صفحه 14
•	8-1 آرایش غیریکنواخت آنتن‌ها در الگوریتم ESPRIT	صفحه 15
•	9-1 مزایا و معایب الگوریتم ESPRIT	صفحه 16
2	توضیحات و نتایج شبیه‌سازی	صفحه 17
3	منابع	صفحه 18

1 پاسخ به سوالات بخش تئوری

در این بخش، با پرسش به سوالات تئوری مطرح شده در متن معرفی پروژه، سعی داریم دید خوبی از الگوریتم ESPRIT دریافت کنیم.

1-1 بردار هادی (steering vector)

● "تعریف بردار هادی (steering vector) را شرح دهید و ارتباط آن با زیرفضای سیگنال و نویز را توضیح دهید."

بردار هادی یا steering vector در حوزه پردازش سیگنال و آنتن، یک بردار است که مشخص می‌کند که سیگنال به چه سمتی وارد می‌شود یا با چه جهتی سیگنالی را دریافت می‌کنیم. این بردار معمولاً با استفاده از خواص زوایای فاز و فضایی سیگنال و آنتن تعیین می‌شود.

برای درک بهتر، یک آنتن آرایه‌ای با مجموعه‌ای از المان‌های آنتن را در نظر بگیرید. این المان‌ها به طور فزاینده‌ای قرار گرفته‌اند و هر کدام دارای یک جهت و زاویه‌ی خاص هستند. برای هر فرستنده رادیویی، می‌توان یک بردار هادی ستونی تعریف کرد که عملاً نشان‌دهنده جهت دریافت سیگنال آن فرستنده توسط گیرنده‌ها می‌باشد.

در بیان ساده‌تر، بردار هادی برای مشخص کردن جهت و فاز سیگنال استفاده می‌شود. با استفاده از بردار هادی، می‌توان به صورت مستقیم سیگنال مورد نظر را تشخیص داد و از سیگنال‌های دیگر (مانند نویز) جدا کرد.

در حوزه پردازش سیگنال، با استفاده از بردار هادی می‌توان ارتباط زیرفضای سیگنال و نویز را بررسی کرد. برای مثال، در پردازش سیگنال‌های صوتی یا تصویری فرض کنید که سیگنال مورد نظر شامل سیگنال اصلی و نویز است. با استفاده از بردار هادی می‌توان فاز و جهت سیگنال اصلی را تشخیص داد و نویز را از آن تفکیک کرد.

به طور کلی، بردار هادی در پردازش سیگنال به عنوان یک ابزار مهم برای تحلیل و تفکیک سیگنال اصلی و نویز استفاده می‌شود. این بردار با توجه به خواص فضایی و فازی سیگنال، اطلاعات مفیدی را درباره جهت و فاز سیگنال به ما می‌دهد و می‌تواند در استخراج و حذف نویزهای مزاحم در سیگنال‌ها مؤثر باشد.

در تخمین جهت ورود (Direction of Arrival (DOA)، بردار هادی نقشی حیاتی ایفا می‌کند. این بردار، حساسیت فضایی یا پاسخ یک آرایه آنتن به سیگنال‌های ورودی از جهات مختلف را نمایان می‌سازد. بردار هادی برای تخمین DOA یک سیگنال ساطع شده از منبع رادیویی استفاده می‌شود، که به جهت یا زاویه‌ای که سیگنال از آن در آرایه آنتن وارد می‌شود، اشاره دارد.

بردار هادی در واقع برداری است که اطلاعات فازی و فضایی مرتبط با جهت ورود سیگنال را ضبط می‌کند. این بردار پاسخ آرایه را نسبت به سیگنال‌هایی که از زوایای مختلف وارد می‌شوند، مشخص می‌کند. عناصر بردار هادی بر اساس هندسه و ویژگی‌های آرایه آنتن محاسبه می‌شوند.

برای تشکیل بردار هادی، یک رویکرد رایج استفاده از مفهوم جبهه موج وارد شونده به آرایه آنتن است. بردار هادی در یک جهت خاص، با تعیین وزن‌های مختلف و پیچیده مرتبط با هر آنتن ساخته می‌شود که نشان دهنده تاخیر فازی و حساسیت‌های مورد نیاز برای هدایت پاسخ آرایه به آن جهت است. بردار هادی به صورت یک بردار ستونی (برای فقط یک منبع رادیویی) نشان داده می‌شود که هر عنصر آن متناظر با یک آنتن در آرایه است. این بردار رابطه فضایی و تفاوت فاز بین آنتن‌ها را نشان می‌دهد. بردار هادی در الگوریتم‌های تخمین DOA مانند MUSIC (Multiple Signal Classification)، ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) و تکنیک‌های بیم‌فرمینگ (Beam Framing) به طور گسترده‌ای استفاده می‌شود. با بهره‌برداری از ویژگی‌های بردار هادی، این الگوریتم‌ها با تجزیه و تحلیل سیگنال خروجی آرایه در جهت‌های مختلف، DOA سیگنال‌ها را تخمین می‌زنند.

برای مثال در روش MUSIC، بردار هادی و تبدیل فوریه‌ی آن با فرض narrow band بودن سیگنال ورودی به شکل زیر می‌باشد (به ازای یک سورس): (N همان تعداد گیرنده‌ها می‌باشد).

$$S(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ s(t - t_0) \\ s(t - 2t_0) \\ \vdots \\ s(t - (N-1)t_0) \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathfrak{F} (NB)} S(j\omega) = s(j\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega_c t_0} \\ e^{j2\omega_c t_0} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega_c t_0} \end{bmatrix} = s(j\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega_c t_0} \\ e^{j2\omega_c t_0} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega_c t_0} \end{bmatrix}$$

$$s(j\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega_c t_0} \\ e^{j2\omega_c t_0} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega_c t_0} \end{bmatrix} = s(j\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega_c \frac{d \sin(\theta_1)}{c}} \\ e^{j2\omega_c \frac{d \sin(\theta_1)}{c}} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega_c \frac{d \sin(\theta_1)}{c}} \end{bmatrix} = s(j\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi \frac{d \sin(\theta_1)}{\lambda}} \\ e^{j4\pi \frac{d \sin(\theta_1)}{\lambda}} \\ \vdots \\ e^{j2(N-1)\pi \frac{d \sin(\theta_1)}{\lambda}} \end{bmatrix} = s(j\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\pi \sin(\theta_1)} \\ e^{j2\pi \sin(\theta_1)} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_1)} \end{bmatrix}$$

ماتریس ستونی ، همان بردار هادی برای یک فرستنده رادیویی می‌باشد. حال به ازای دو فرستنده رادیویی خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{j\pi \sin(\theta_1)} & e^{j\pi \sin(\theta_2)} \\ e^{j2\pi \sin(\theta_1)} & e^{j2\pi \sin(\theta_2)} \\ \vdots & \vdots \\ e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_1)} & e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_2)} \end{bmatrix}$$

Least Squares & Total Least Squares (2-1)

● "در مورد تخمین حداقل مربعات یا Least Squares (LS) و همچنین تخمین Total Least Squares (TLS) مطالعه کنید. نحوه به دست آوردن فرمول‌های متناظر با هر یک از این تخمین‌ها را توضیح دهید و تفاوت و کاربرد هر دو تخمین را بررسی کنید. کدام یک از این تخمین‌ها برای استفاده در الگوریتم ESPRIT مناسب تر است؟ چرا؟"

برای بدست آوردن تخمین LS داریم:

ما n نقطه دیتا به صورت (x_i, y_i) داریم که i از 1 تا n می‌باشد. مدل تخمین LS می‌تواند خطی یا غیرخطی باشد. در نظر می‌گیریم یک مدل خطی به فرم $y = ax + b$ داریم که a و b پارامترهای تخمین می‌باشند. تابع هدف LS به عنوان مجموع مربعات اختلاف بین مقادیر y مشاهده شده و مقادیر y پیش‌بینی شده توسط مدل است. برای هر نقطه دیتا خطا به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_i = y - y_i$$

تابع هدف تخمین LS به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$LS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y - (ax_i + b))^2$$

برای تخمین پارامترهای a و b ، ما به کمینه کردن تابع هدف LS می‌پردازیم. این کار می‌تواند از طریق روش‌های بهینه‌سازی مختلف صورت گیرد، مانند gradient descent، QR decomposition، و سایر متدهای موجود.

برای بدست آوردن تخمین TLS داریم:

ما n نقطه دیتا به صورت (x_i, y_i) داریم که i از 1 تا n می‌باشد. مدل تخمین TLS می‌تواند خطی یا غیرخطی باشد. در نظر می‌گیریم یک مدل خطی به فرم $y = ax + b$ داریم که a و b پارامترهای تخمین می‌باشند. تابع هدف TLS به عنوان مجموع مربعات فاصله عمودی بین نقاط دیتا و خط تخمینی تعریف می‌شود. برای هر نقطه دیتا، فاصله عمودی d به شرح زیر، قابل محاسبه است:

$$d_i = \left| \frac{ax_i + b - y_i}{\sqrt{a^2 + 1}} \right|$$

تابع هدف می‌تواند به صورت مجموع مربعات فواصل بر خط برای تمام نقاط دیتا تعریف شود:

$$TLS = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n \left| \frac{ax_i + b - y_i}{\sqrt{a^2 + 1}} \right|^2$$

برای تخمین پارامترهای a و b ، ما به کمینه کردن تابع هدف TLS می‌پردازیم. این کار می‌تواند از طریق روش‌های بهینه‌سازی مختلف صورت گیرد، مانند gradient descent ، SVD و سایر متدهای موجود.

کاربردهای تخمین (LS): Least Squares

- رگرسیون خطی: تخمین LS به صورت گسترده در مسائل رگرسیون خطی استفاده می‌شود. با استفاده از تخمین LS، می‌توان رابطه‌ای خطی بین متغیرهای مستقل و وابسته ایجاد کرده و پارامترهای مدل را تخمین زد.
- پیش‌بینی مدل: با استفاده از تخمین LS، می‌توان از مدلی که بر اساس دیتاهای موجود ساخته شده، استفاده کرده و تخمین‌هایی برای متغیرهای وابسته ارائه کرد.
- تصحیح دیتا: گاهی اوقات، دیتا شامل خطا و نویز می‌باشد. تخمین LS می‌تواند برای تصحیح دیتای خطا دار استفاده شود و دیتای قابل اعتماد تری را بازسازی کند.
- بهینه‌سازی: تخمین LS ممکن است در مسائل بهینه‌سازی به عنوان عاملی برای تعیین مقادیر بهینه‌شده متغیرها استفاده شود.
- طراحی فیلتر: در طراحی فیلترها و سیستم‌های پردازش سیگنال، تخمین LS مورد استفاده قرار می‌گیرد. متغیرهای وابسته و مستقل هر سیگنال را مدلسازی کرده و با استفاده از تخمین LS، پارامترهای فیلترها و سیستم‌ها را تعیین می‌کند.
- طراحی شبکه‌های عصبی: در مسائل مربوط به یادگیری ماشین و شبکه‌های عصبی، تخمین LS به عنوان یک روش پرکاربرد مورد استفاده قرار می‌گیرد. با استفاده از تخمین LS، پارامترهای وزن و بایاس شبکه‌های عصبی به طور متناسب تعیین می‌شوند.

کاربردهای تخمین (TLS): Total Least Squares

- مدلسازی داده‌ها با خطا: زمانی که داده‌ها دارای خطای قابل توجهی در هر دو متغیر مستقل و وابسته باشند، تخمین TLS می‌تواند بهترین تخمین را در مدلسازی و پیش‌بینی داده‌ها ارائه دهد.
- تحلیل روابط آماری: در مطالعات روابط آماری بین دو متغیر، ممکن است، در هر دو متغیر خطا وجود داشته باشد. تخمین TLS در این موارد می‌تواند به دقت بیشتری در تحلیل این روابط آماری و استنباط دقیق‌تر از پارامترها کمک کند.
- تطبیق مدل با داده‌ها: در صورتی که مدل مورد نظر با رابطه‌ای که بین داده‌ها وجود دارد، همخوانی نداشته باشد و خطاهای مجاز در هر دو متغیر مستقل و وابسته وجود داشته باشند، تخمین TLS می‌تواند مدل را بهتر با داده‌ها تطبیق دهد.
- روش‌های برآورد پارامترها: تخمین TLS در روش‌هایی که نیاز به تخمین دقیق و قابل اعتماد پارامترهای مدل دارند (مثل روش تخمین پارامتر به کمک رگرسیون چندگانه)، مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- بهینه‌سازی با خطاهای متناوب: در بعضی مسائل بهینه‌سازی، خطاهای نادیده گرفته شده در متغیرهای مستقل، بین پاسخ‌ها و قیدهای مسئله تفاوت ایجاد می‌کنند. تخمین TLS در این مواقع، می‌تواند در بهینه‌سازی به ما بسیار کمک کند.

تفاوت های تخمین LS و TLS:

LS و LST هر دو جزو روش هایی هستند که در تحلیل رگرسیون برای تخمین پارامترهای یک مدل ریاضی استفاده می شوند. اصلی ترین تفاوت بین این دو روش در دستورالعملی است که برای پردازش خطاها یا باقی مانده ها در داده ها اعمال می شود.

در LS، هدف کمینه کردن مجموع مربعات اختلافات بین نقاط دیتای مشاهده شده و مقادیر پیش بینی شده مدل است. LS فرض می کند که تنها متغیر وابسته شامل خطا است.

از طرف دیگر، TLS اشتباهات یا عدم قطعیت ها را در هر دو متغیر وابسته (Y) و مستقل (X) در نظر می گیرد. TLS مسافت عمودی کمینه بین نقاط دیتای مشاهده شده و خط رگرسیون را با در نظر گرفتن خطاها در جهت های X و Y کمینه می کند. این باعث می شود TLS برای مواردی که در آن خطا در هر دو متغیر وجود دارد، مانند مواقعی که اندازه گیری های X و Y با خطا همراه هستند، مناسب تر باشد.

به دلیل در نظر گرفتن خطاها در دو متغیر مستقل و وابسته، تخمین TLS به محاسبات پیچیده تر و از الگوریتم های جبر خطی مانند تجزیه به مقادیر تکین استفاده می کند. در حالی که تخمین LS به روش ساده تری قابل محاسبه می باشد.

LS و TLS تخمینی را برای ضرایب مدل ارائه می دهند، اما TLS معمولاً تخمین های پارامتری متفاوت تری نسبت به LS به همراه دارد. انتخاب بین LS و TLS به شرایط دیتا، وجود خطاهای اندازه گیری در هر دو متغیر و هدف های خاص تحلیل بستگی دارد.

در روش ESPRIT که برای تخمین جهت DOA استفاده می شود، عموماً تخمین LS مناسب تر از تخمین TLS است. تنها نویزی که ما در الگوریتم ESPRIT با آن دست و پنجه نرم می کنیم، نویز حرارتی ناشی از گیرنده ها می باشد و عملاً فرض شده است که با هیچ گونه نویز دیگری سر و کار نداریم، به همین دلیل می توان گفت که تخمین LS (که دارای پیچیدگی کمتری نیز هست) در این مورد خاص برای ما دارای کاربرد بیشتری می باشد. (در واقع، اگر سیگنال اصلی ما آلوده به نویز بود و همچنین نویز حرارتی نیز در نظر گرفته می شد، می توانستیم از تخمین TLS استفاده کنیم.)

3-1) توضیح کلی روش ESPRIT و روابط موجود در آن

• "روش ESPRIT و نحوه استخراج روابط آن را شرح دهید."

این روش نیز مانند سایر روش‌ها (مانند MUSIC، Root MUSIC، Matrix Pencil و ...) به منظور تخمین DOA به کار می‌رود. در این روش‌ها، ما از بردار هادی بهره می‌بریم، که تمام اطلاعات مورد نیاز مربوط به زاویه فرستنده‌های رادیویی را در خود مستتر کرده‌اند.

در حالت کلی، مراحل این روش به صورت زیر می‌باشند و در ادامه محاسبات مربوط به آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

1- جمع‌آوری داده: آرایه آنتن سیگنال‌ها را از منابع چندگانه وارد شونده از زوایای مختلف جمع‌آوری می‌کند.

2- تخمین ماتریس همبستگی: ماتریس همبستگی سیگنال‌های دریافتی با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده تخمین زده می‌شود. این ماتریس روابط آماری بین سیگنال‌های دریافتی در المان‌های مختلف آنتن را نشان می‌دهد.

3- تجزیه مقدار ویژه: ماتریس همبستگی تخمین زده شده به منظور دریافت بردارهای ویژه و مقادیر ویژه خود تجزیه می‌شود. بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه مهم، زیرفضای سیگنال را نمایش می‌دهند.

4- تخمین زیرفضای سیگنال: زیرفضای سیگنال با انتخاب زیرمجموعه‌ای از بردارهای ویژه تخمین زده شده متناسب با مقادیر ویژه مهم تعیین می‌شود. این تخمین براساس اصول تصویرسازی زیرفضا و بی‌تغییری در چرخش انجام می‌شود.

5- تخمین DOA: هنگامی که زیرفضای سیگنال به دست آمده است، می‌توان با استفاده از روش‌های مختلف، زوایای ورود را تخمین زد. ESPRIT از ایده‌ی مقایسه دو به دو بین بردارهای ویژه انتخاب شده برای دریافت تخمین‌های دقیق و با رزولوشن بالا از DOA استفاده می‌کند.

بردار هادی یا steering vector به شکل زیر می‌باشد: (N تعداد گیرنده‌ها و M تعداد منابع رادیویی می‌باشد).

$$A_{N \times M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\pi \sin(\theta_1)} & e^{j\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j\pi \sin(\theta_M)} \\ e^{j2\pi \sin(\theta_1)} & e^{j2\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j2\pi \sin(\theta_M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_1)} & e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_M)} \end{bmatrix}$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\pi \sin(\theta_1)} & e^{j\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j\pi \sin(\theta_M)} \\ e^{j2\pi \sin(\theta_1)} & e^{j2\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j2\pi \sin(\theta_M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(N-2)\pi \sin(\theta_1)} & e^{j(N-2)\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j(N-2)\pi \sin(\theta_M)} \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} e^{j\pi \sin(\theta_1)} & e^{j\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j\pi \sin(\theta_M)} \\ e^{j2\pi \sin(\theta_1)} & e^{j2\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j2\pi \sin(\theta_M)} \\ e^{j3\pi \sin(\theta_1)} & e^{j3\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j3\pi \sin(\theta_M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_1)} & e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_2)} & \dots & e^{j(N-1)\pi \sin(\theta_M)} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{j\pi \sin(\theta_1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\pi \sin(\theta_2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\pi \sin(\theta_M)} \end{bmatrix}$$

دو ماتریس A_1 و A_2 در واقع $(N-1) \times M$ بُعدی هستند و داریم: $A_1 = A_0 \times \Phi$

Q_s ماتریس بردارهای ویژه سیگنال می باشد و داریم: $Q_s = A \times C$ و این ماتریس N در M است.

همچنین داریم: $Q_1 = A_1 \times C$ و $Q_0 = A_0 \times C$

$$Q_1 C^{-1} \Phi^{-1} C = A_0 \Phi C C^{-1} \Phi^{-1} C = A_0 C = Q_0$$

$$\Psi^{-1} = C^{-1} \Phi^{-1} C \Rightarrow Q_1 \Psi^{-1} = Q_0 \Rightarrow Q_1 = Q_0 \Psi \Rightarrow \Psi = C^{-1} \Phi C$$

پس به طور کلی در این روش گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

1- ماتریس همبستگی یا همان R را تخمین می‌زنیم: (K همان رنک ماتریس است).

$$R = Q \Lambda Q^H = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x_k x_k^H$$

2- با استفاده از Q ، Q_s را بدست می‌آوریم.

3- از تخمین LS برای حل معادله $\Psi = C^{-1} \Phi C$ استفاده می‌کنیم تا ماتریس Ψ که ماتریسی $M \times M$ است، را تخمین بزنیم.

4- مقادیر ویژه ماتریس Ψ را پیدا می‌کنیم و از عناصر روی قطر اصلی آن به عنوان تخمینی برای z ها استفاده می‌کنیم.

5- در آخر، با استفاده از فرمول زیر جهت یا زاویه سیگنال‌های دریافتی را تخمین می‌زنیم.

$$\theta_m = \cos^{-1} \left(\frac{\Im \ln(z_m)}{\frac{2\pi}{\lambda} d} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{\Im \ln(z_m)}{\pi} \right) \quad m: \{1, 2, 3, \dots, M\}$$

4-1) روش‌های جهت‌یابی Passive و Active

● "ابتدا روش‌های جهت‌یابی Passive و Active و تفاوت بین آنها را شرح داده و سپس تعیین کنید الگوریتم ESPRIT جزو کدام یک از این روش‌هاست."

روش‌های جهت‌یابی **Active** به روش‌هایی اطلاق می‌شود که در کنار آرایه گیرنده‌ها، یک **رادار** تعبیه شده است که با ارسال یک سیگنال و تحلیل و بررسی بازتاب این سیگنال می‌تواند وجود یک هدف را تشخیص دهد (مانند رادارها و سونارها)، اما در روش‌های جهت‌یابی **Passive** ما **صرفاً** آرایه‌ای از **گیرنده‌ها** داریم که باید برای تشخیص هدف، منتظر دریافت سیگنالی از هدف باشیم، در غیر این صورت قادر به جهت‌یابی نخواهیم بود.

با توجه به توضیحاتی که در معرفی پروژه آورده شده است، در الگوریتم ESPRIT و سایر الگوریتم‌های مشابه، ما جهت‌یابی را به شکل **Passive** انجام می‌دهیم.

5-1) پهنای باند سیگنال ورودی

● "برای استفاده از روش ESPRIT، پهنای باند سیگنال باید چه ویژگی‌هایی داشته باشد؟"

یک شرط اساسی پهنای باند سیگنال ورودی، Narrow-Band (NB) بودن آن می‌باشد. این شرط از آنجا برای ما اهمیت پیدا می‌کند که در تعریف بردار هادی (در حوزه فرکانس)، می‌توانیم به جای ω ، به تقریب خوبی ω_c قرار دهیم و فرم بردار هادی را ساده‌تر نماییم و همچنین وضوح و دقت خوبی برای تخمین خود ارائه دهیم.

6-1) جهت‌یابی سیگنال‌های coherent

● "آیا روش جهت‌یابی ESPRIT قادر به شناسایی منابعی که از لحاظ شکل سیگنال با یکدیگر شباهت دارند، (Coherent Signals) می‌باشد؟ چرا؟ اگر جواب منفی است، یک روش برای حل این مسئله بیان کنید."

سیگنال coherent به طور کلی به سیگنال‌هایی اطلاق می‌شود که دارای فرکانس و فاز یکسان هستند. در اکثر مواقع الگوریتم جهت‌یابی ESPRIT قادر به شناسایی منابع با سیگنال‌های coherent نمی‌باشد، به این دلیل که coherency سیگنال‌های ورودی باعث می‌شود که ماتریس کوواریانس سیگنال‌های ورودی از حالت full-rank خارج شده و دیگر ماتریس کوواریانس مثبت معین نباشد. (برخی از مقدار ویژه‌های آن صفر می‌شود).

برای حل این مسئله، می‌توان ماتریس کوواریانس را به صورت مجموعی از ماتریس‌هایی با رتبه 1 نوشت و تخمین DOA را به کمک مقادیر ویژه این ماتریس‌ها انجام داد. از این روش بعضاً با نام Matrix Pencil نیز یاد می‌شود.

7-1) حداکثر تعداد منابع قابل ردیابی

● "حداکثر تعداد سورهاهایی را که می‌توان به کمک روش ESPRIT جهت‌یابی کرد، (به فرض داشتن N المان آنتنی) را تعیین کنید. چرا؟"

اگر تعداد آنتن‌ها را برابر N در نظر بگیریم، آنگاه می‌توانیم تا حداکثر $N-1$ منبع را شناسایی کنیم. دلیل این اتفاق آن است که این الگوریتم بر اساس تجزیه ماتریس کوواریانس بر حسب توابع ویژه بنا شده است و باید توجه کرد که ماتریس ما دارای $N-1$ درجه آزادی می‌باشد. حال، اگر تعداد منابع از حد تعیین شده بیشتر باشد، تخمین DOA به کمک الگوریتم ESPRIT دیگر قابل استفاده نخواهد بود. به همین دلیل، اگر نیاز به شناسایی منابع بیشتری داریم، می‌بایست تعداد آنتن‌های گیرنده را افزایش دهیم، تا به طور متناظر درجه آزادی ماتریس افزایش یابد.

8-1) آرایش غیریکنواخت آنتن‌ها در الگوریتم ESPRIT

● "آیا می‌توان برای آرایش غیریکنواخت المان‌ها (مثلاً دایروی) از روش ESPRIT استفاده کرد؟ چرا؟"

در الگوریتم ESPRIT، هندسه و نحوه جایگیری المان‌ها نقش تعیین‌کننده‌ای در تخمین قابل‌اطمینان DOA سیگنال‌ها دارد.

الگوریتم ESPRIT از ساختار خاصی به نام آرایه مجازی بهره می‌برد که از تقسیم آرایه فیزیکی به دو زیرآرایه تشکیل می‌شود. زیرآرایه‌ها معمولاً در موازات یکدیگر قرار دارند و یک فاصله فضایی مشخص بین آنها وجود دارد. هندسه المان‌های گیرنده باید شرایط زیر را برای تخمین دقیق DOA با استفاده از ESPRIT ارضا کند:

- آرایه خطی یکنواخت (ULA): آرایه فیزیکی باید یک آرایه خطی یکنواخت باشد، به این معنی که عناصر به طور مساوی در امتداد یک خط مستقیم قرار بگیرند. این امر مدلسازی و تحلیل ریاضی آرایه را ساده می‌کند.
- فاصله نیم طول موج: فاصله میان المان‌های مجاور در ULA باید تقریباً نصف طول موج سیگنال مورد نظر باشد. این فاصله، امکان نمونه‌گیری موثر سیگنال را فراهم می‌کند و اثرات همسان‌سازی فضایی را کاهش می‌دهد.
- دو زیرآرایه موازی: ULA باید به دو زیرآرایه موازی با اندازه‌های مساوی تقسیم شود. جدایی بین زیرآرایه‌ها باید مشخص و ثابت باشد. این تقسیم‌بندی، تخمین DOA را با بهره‌برداری از ویژگی تغییرناپذیری چرخشی زیرفضای سیگنال امکان‌پذیر می‌سازد.

با برقراری این شرایط، الگوریتم ESPRIT می‌تواند DOA سیگنال‌ها را با استفاده از ساختار زیرآرایه و همچنین ویژگی تغییرناپذیری چرخشی به طور دقیق تخمین بزند. ساختار آرایه مجازی ایجاد شده توسط زیرآرایه‌ها به جداسازی زیرفضای سیگنال از زیرفضای نویز کمک می‌کند و منجر به یک تخمین DOA قوی می‌شود.

با توجه به توضیحات ارائه شده در بالا، نمی‌توان از الگوریتم ESPRIT برای آرایش دایروی المان‌ها استفاده کرد.

آرایه‌های دایروی هندسه متفاوتی نسبت به ULA دارند، زیرا عناصر به جای یک خط مستقیم در امتداد یک مسیر دایروی قرار می‌گیرند. فاصله بین عناصر در یک آرایه دایروی ثابت نیست، که آن را با مفروضات ساخته شده توسط الگوریتم ESPRIT ناسازگار می‌کند.

با این حال، الگوریتم‌های دیگری در دسترس هستند که به طور خاص برای آرایه‌های دایروی طراحی شده‌اند، مانند الگوریتم MUSIC. الگوریتم MUSIC می‌تواند آرایه‌های غیریکنواخت از جمله آرایه‌های دایروی را مدیریت کند و DOA را با دقت بالایی تخمین بزند.

9-1) مزایا و معایب الگوریتم ESPRIT

● "مزایا و معایب روش جهت‌یابی ESPRIT را به طور کلی شرح دهید و روش‌هایی که برای برطرف‌سازی این معایب ابداع شده را نیز به طور مختصر شرح دهید."

مزایای استفاده از الگوریتم جهت‌یابی ESPRIT به شرح زیر می‌باشد:

- الگوریتم ESPRIT دارای محاسبات ساده‌ای می‌باشد و از لحاظ دقت می‌تواند نتایج قابل‌اطمینانی به ما ارائه دهد.
- از لحاظ تاثیرپذیری از نویز حرارتی، نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارای مقاومت بیشتری می‌باشد.
- می‌توان برای جهت‌یابی و ردیابی تعداد قابل‌توجهی از منابع رادیویی به صورت همزمان، مورد استفاده قرار گیرد.
- گستردگی کاربرد: این الگوریتم در طیف گسترده‌ای از کاربردها (کاربردهای نظامی، ناوبری و ...) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

معایب استفاده از الگوریتم جهت‌یابی ESPRIT به شرح زیر می‌باشد:

- حساسیت نسبت به نویز سیگنال: ما در ابتدا فرض کردیم که سیگنال دریافتی شامل نویز نمی‌باشد، اما در دنیای واقعی سیگنال‌ها دارای نویز هستند. برای برطرف کردن این ایراد می‌توانیم از تکنیک‌های حذف نویز برای سیگنال استفاده نمائیم.
- عدم اطلاع قبلی از تعداد منابع رادیویی: در مفروضات الگوریتم ESPRIT، تعداد سورس‌ها به ما داده می‌شود، اما در شرایطی که ما به این اطلاعات دسترسی نداشته باشیم، ESPRIT بی‌فایده می‌باشد. برای برطرف کردن این ایراد می‌توانیم از الگوریتم‌های گوناگون source enumeration موجود بهره ببریم.
- هندسه المان‌ها: کارایی الگوریتم ESPRIT به شدت متأثر از هندسه المان‌ها می‌باشد، به طوری که با به هم خوردن جزئی فاصله بین المان‌ها، تخمین DOA دچار خطای بسیار زیادی خواهد شد. برای برطرف کردن این ایراد می‌توانیم از الگوریتم Non-Uniform ESPRIT استفاده کنیم که در صورت نبودن گیرنده‌ها، می‌تواند همچنان DOA را محاسبه نماید.
- مفروضات اولیه الگوریتم: اگر مفروضات مربوط به طول موج سیگنال دریافتی رعایت نشود، ممکن است پدیده overlapping رخ داده و امکان پردازش مناسب سیگنال برای ما صلب شود.
- تشخیص منابع بسیار نزدیک به هم: این الگوریتم در تشخیص منابع رادیویی بسیار نزدیک به هم دچار ضعف می‌باشد و ممکن است DOA را با خطای زیادی گزارش دهد. برای حل این ایراد می‌توانیم از گیرنده‌های بیشتری برای افزایش دقت تخمین بهره ببریم.

برای اجتناب از برخی از مشکلات ناشی از الگوریتم ESPRIT نیز می‌توانیم از الگوریتم‌های MUSIC و Matrix Pencil بهره ببریم.

(2) توضیحات و نتایج شبیه‌سازی

ابتدا داده‌ها را از فایل داده شده در متغیر Data ذخیره می‌کنیم که به صورت یک استراکت می‌باشد و با دستور Data.recieve() آن را به ماتریسی 40 در 1000 تبدیل می‌کنیم که 40 تعداد گیرنده‌ها و 1000 تعداد snapshotها می‌باشد و همچنین تعداد منابع رادیویی نیز 2 می‌باشد.

سپس ماتریس R که همان ماتریس همبستگی می‌باشد را با ضرب داده‌ها در hermiti داده‌ها محاسبه می‌کنیم و سپس، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه این ماتریس را به کمک دستور eig می‌یابیم. سپس، مقادیر ویژه را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم و با دستور diag عناصر قطری ماتریس مقادیر ویژه را استخراج می‌کنیم.

در قسمت بعدی، K بردار ویژه متناظر با K تا از کوچکترین مقادیر ویژه را در ماتریس U ذخیره می‌کنیم و پس از انجام hermiti روی این ماتریس و ضرب آن در ماتریس Data، به ماتریس جدیدی به نام Y می‌رسیم و سپس Y را بدون ستون آخر در hermiti همین ماتریس بدون ستون اول ضرب می‌کنیم که آن را با ماتریس Z نشان می‌دهیم و سپس مقادیر ویژه و بردارهای ویژه این ماتریس را با دستور eig بدست می‌آوریم و در نهایت هم با استفاده از این مقادیر ویژه، زاویه تخمین دو منبع فرستنده را محاسبه می‌کنیم و آنها را نمایش می‌دهیم.

در شکل زیر زوایای تخمین بدست آمده توسط نرم‌افزار را نشان می‌دهیم:

```

Command Window

Estimated DOA angles:
-16.0511
20.9262

```

(3) منابع

برخی پرسش‌های تئوری با همفکری گروه مقابل پاسخ داده شده اند.

- https://en.wikipedia.org/wiki/Estimation_of_signal_parameters_via_rotational_invariance_techniques
- <https://ieeexplore.ieee.org/document/8399479>
- [Total least squares - Wikipedia](#)
- <https://www.semanticscholar.org/paper/A-modified-ESPRIT-algorithm-based-on-a-new-SVD-for-Zhou-Huang/d5584458c037856d1940b3d6702928e421762c4d>
- <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3673083/>
- <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6387344/>
- <https://inass.org/2020/2020083131.pdf>
- [\(PDF\) Computationally efficient ESPRIT algorithm for direction-of-arrival estimation based on Nyström method \(researchgate.net\)](#)
- [Least Squares Method: What It Means, How to Use It, With Examples \(investopedia.com\)](#)
- https://www.researchgate.net/publication/332987212_An_Improved_Esprit_Algorithm_for_DOA_Estimation_of_Coherent_Signals
- <https://www.mdpi.com/2079-9292/10/6/695>
- <https://ww2.mathworks.cn/help/phased/ug/high-resolution-direction-of-arrival-estimation.html>
- <https://www.math.ucdavis.edu/~fannjiang/home/papers/ESPRIT-reprint>
- <https://dsp.stackexchange.com/questions/30264/what-are-the-pros-and-cons-of-esprit-and-music-algorithms>
- <https://commons.und.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2558&context=theses>
- https://article.nadiapub.com/IJCA/vol8_no10/25.pdf
- https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKewjivfQivL_AhVOEewKHfHzCaMQFnoECA0QAw&url=https%3A%2F%2Fwww.interscience.in%2Fcgi%2Fviewcontent.cgi%3Farticle%3D1032%26context%3Dijcns&usg=AOvVaw1iYLC-gfETs8FRc-wMw_o_&opi=89978449