

به نام خداوند

پروژه‌ی درس مبانی طراحی کنترل اتوماتیک

عرفان اعتصامی

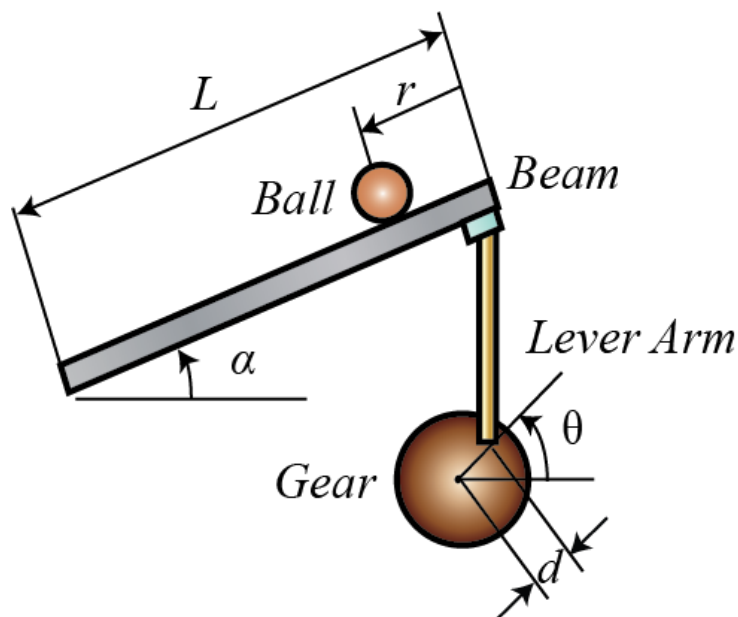
شماره‌ی دانشجویی: ۹۶۱۰۶۲۱۴

فهرست:

۲	مقدمه
۴	پرسش شماره ۱
۱۴	پرسش شماره ۲
۱۸	پرسش شماره ۳
۱۸	روش ZN فرکانسی
۱۹	روش $ZN - Modified$
۲۰	روش AH فرکانسی
۲۱	مقایسه‌ی سه روش
۲۴	پرسش شماره ۴
۲۴	معیار $ITAE$
۲۷	معیار ISE
۲۹	معیار $ITSE$
۳۱	معیار $IT2SE$
۳۳	مقایسه‌ی چهار معیار
۳۴	پرسش شماره ۵
۳۷	مقایسه با کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده در پرسش‌های قبل
۳۸	پرسش شماره ۶
۴۴	انتخاب کنترل‌کننده
۴۴	حذف اغتشاش

مقدمه

هدف از این پروژه، استفاده از خانواده‌ی کنترل‌کننده‌های PID برای کنترل نمودن سیستم $Ball \& Beam$ و نگه داشتن یک توپ در وسط یک تیر می‌باشد. فیزیک این سیستم در شکل ۱ مشاهده می‌شود.



شکل ۱: فیزیک سیستم $Ball \& Beam$

مقدار پارامترهای این سیستم به شرح زیر است.

$L = 1m$: طول تیر	$d = 0.05m$: شعاع چرخ‌دنده
$a = 0.02m$: شعاع توپ	$m = 1Kg$: جرم توپ
$c = 0.5 \frac{Kg \cdot m}{s}$: ضریب میرایی	$g = 9.8 \frac{m}{s}$: شتاب گرانش (در مدل اصلی)
$nG = 5$ (کاهنده‌ی دور): ضریب گیربکس	$nSat = 10$: حد اشباع

جدول ۱: مقدار پارامترهای سیستم

حال، به استخراج معادلات مکانیکی حاکم بر سیستم می‌پردازیم. در ابتدا با استفاده از روش لاگرانژ داریم γ سرعت زاویه‌ای توپ می‌باشد):

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\gamma}^2 \xrightarrow{a\dot{\gamma}=\dot{r}} T = \frac{1}{2} \left(m + \frac{J}{a^2} \right) \dot{r}^2$$

$$V = mg(L - r) \sin(\alpha) \xrightarrow{d \times \sin(\theta) = L \times \sin(\alpha)} V = mgd \left(1 - \frac{r}{L}\right) \sin(\theta)$$

$$R_c = \frac{1}{2} c \dot{r}^2$$

$$\text{رابطه‌ی لاگرانژ: } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial R_c}{\partial \dot{r}} + \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \rightarrow \left(m + \frac{J}{a^2} \right) \ddot{r} + c \dot{r} = mg \frac{d}{L} \sin(\theta)$$

$$\xrightarrow{\sin(\theta) \cong \theta, L} \left(m + \frac{J}{a^2} \right) s^2 R + csR = mg \frac{d}{L} \Theta \xrightarrow{J = \frac{2}{5} m r^2} P(s) = \frac{R}{\Theta} = \frac{gd}{\frac{7}{5} L s^2 + \frac{c}{m} L s}$$

نکته: در حل تمام پرسش‌های پروژه، از مدل خطی‌شده‌ی سیستم اصلی یعنی $P(s)$ استفاده شده است.

تابع تبدیل موتور به صورت زیر ارائه شده است که ورودی آن، ولتاژ (V) و خروجی آن، مکان موتور (θ_m) می‌باشد.

$$G(s) = \frac{0.0274}{0.003228s^2 + 0.003508s}$$

رابطه‌ی بین ولتاژ و مکان خروجی نیز به صورت زیر عنوان شده است.

$$R = 2V \rightarrow \frac{vV}{R} = nVR = 0.5, VR(s) = 0.5$$

همچنین توجه شود که بین مکان موتور (θ_m) و مکان چرخ‌دنده (θ)، رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$\theta_m = -nG \times \theta$$

در مجموع با توجه با توضیحات فوق، سیستمی که باید برای آن کنترل‌کننده طراحی کنیم به صورت زیر تعریف می‌شود.

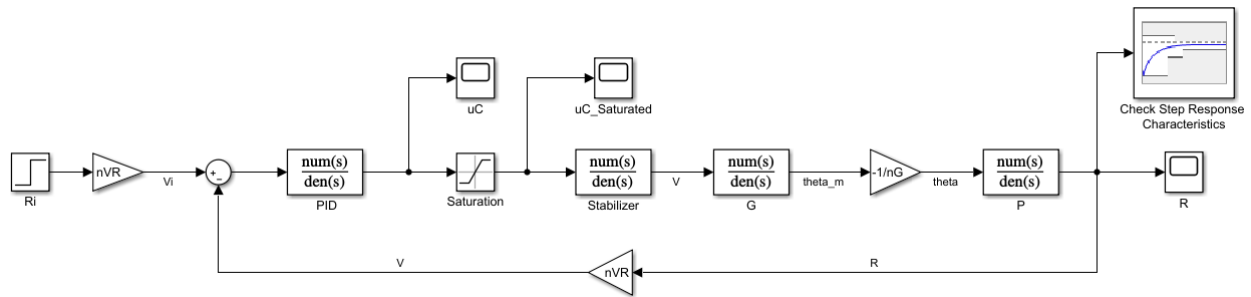
$$G_p = G \times \frac{-1}{nG} \times P \rightarrow G_p = \frac{-0.59418}{s^2(s + 1.087)(s + 0.3571)}$$

همچنین توجه شود که مکان مطلوب ما به صورت $R_i = \frac{L}{2} = 0.5m$ می‌باشد.

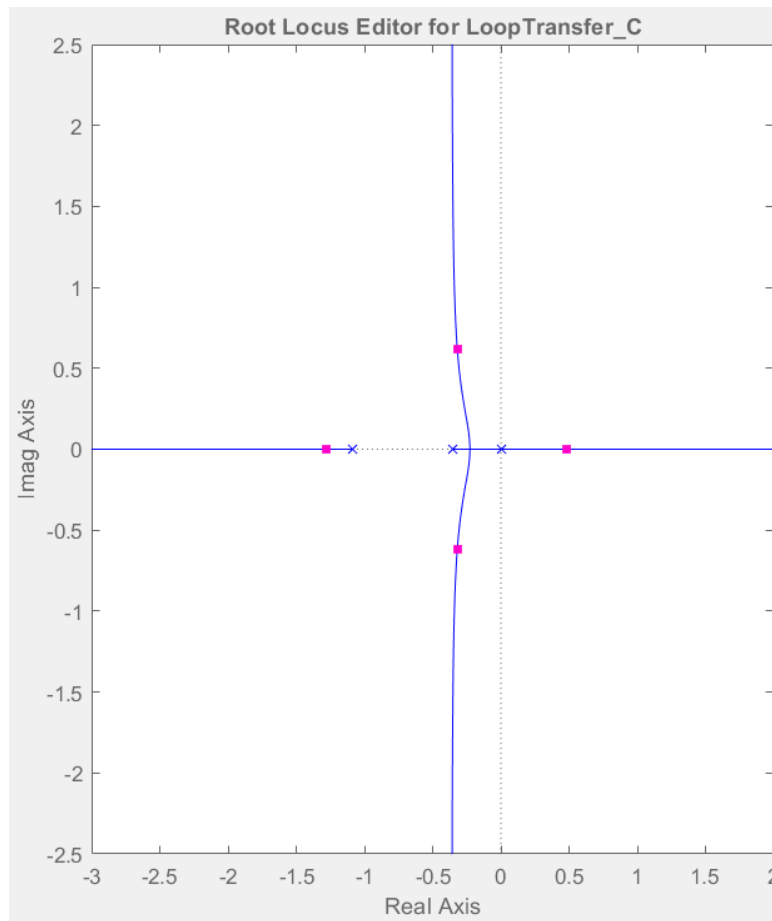
پرسش شماره ۱

(پوشه‌ی Q1)

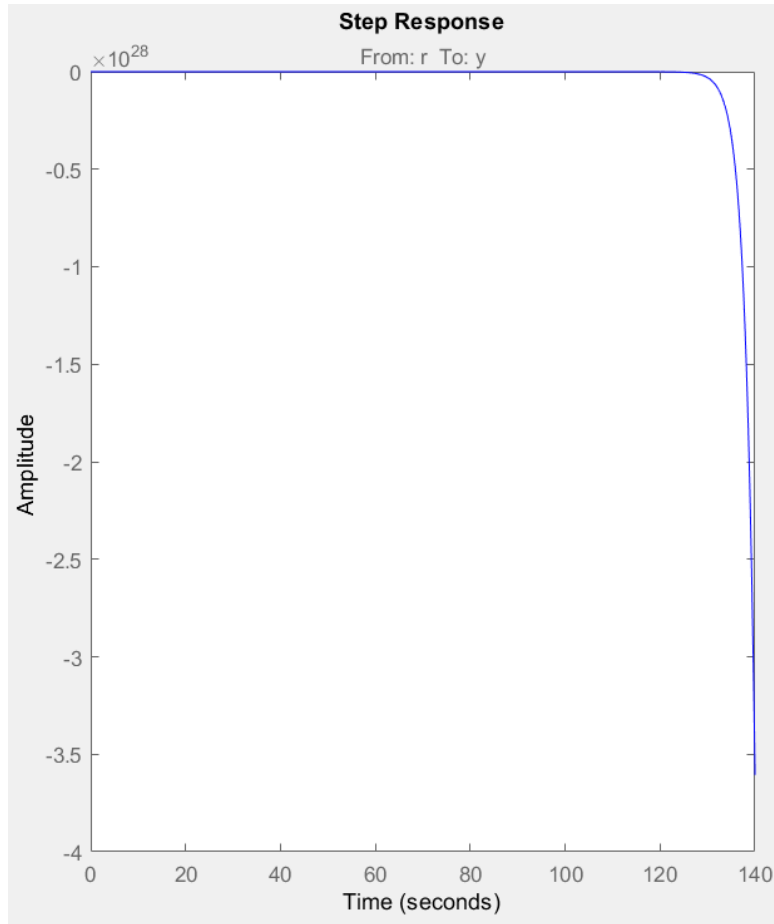
در ابتدا، با استفاده از جعبه ابزار *SISO*، مکان هندسی ریشه‌های مدارباز و پاسخ پله‌ی مدار بسته را برای G_p رسم می‌کنیم (نمودارهای ۱ و ۲). توجه شود که مدار کنترلی را به صورت شکل ۲ در نظر گرفته‌ایم.



شکل ۲: مدار کنترلی



نمودار ۱: مکان هندسی ریشه‌های مدارباز – بدون پایدارساز و بدون کنترل‌کننده



نمودار ۲: پاسخ پله‌ی مدار بسته – بدون پایدارساز و بدون کنترل کننده

همان گونه در نمودارهای ۱ و ۲ مشاهده می شود، G_p ناپایدار می باشد (*Design 1*).

پس در ابتدا، با توجه به راهنمایی صورت پرسش، به طراحی یک پایدارساز می پردازیم. اگر در ابتدا، روش *IMC* را انتخاب کنیم؛ با استفاده از الگوریتم اقلیدس و تابع *Euclid.m* خواهیم داشت (حذف توان های $10^{\pm 15}$):

$$N(s) = \frac{6.1916}{(s + 1)^4}$$

$$X(s) = \frac{1.4436(s + 1.087)(s^2 + 0.6259s + 0.103)}{(s + 1)^3}$$

$$M(s) = \frac{-10.421 \times s^2(s + 1.087)(s + 0.3571)}{(s + 1)^4}$$

$$Y(s) = \frac{-0.095964(s + 2.984)(s^2 + 2.572s + 4.914)}{(s + 1)^3}$$

با فرض $Q(s) = 0$ داریم:

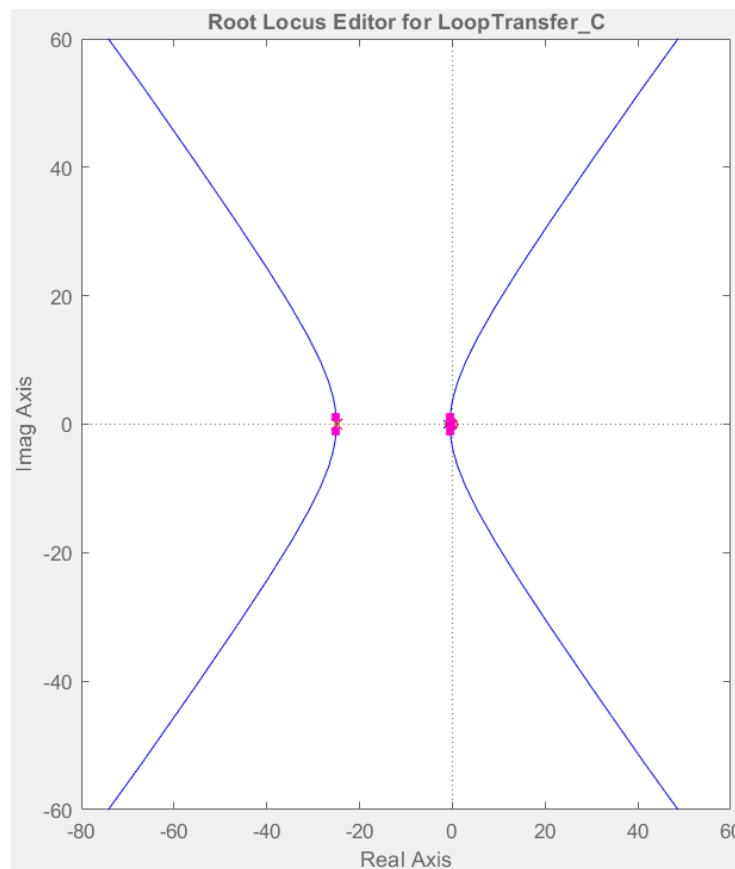
$$K(s) = \frac{X(s)+M(s)Q(s)}{Y(s)-N(s)Q(s)} \rightarrow K(s) = \frac{-15.043(s+1.087)(s^2+0.6259s+0.103)}{(s+2.984)(s^2+2.572s+4.914)}$$

متأسفانه اگر کنترل کننده‌ی فوق را به عنوان پایدارساز انتخاب کنیم؛ دیگر به کمک هیچ کنترل کننده‌ای از نوع PID قادر به ارضاء خواسته‌های زمانی پرسش نخواهیم بود. پس، این بار سعی می‌کنیم، به صورت دستی و با افزودن صفر و قطب، سیستم را پایدار کنیم.

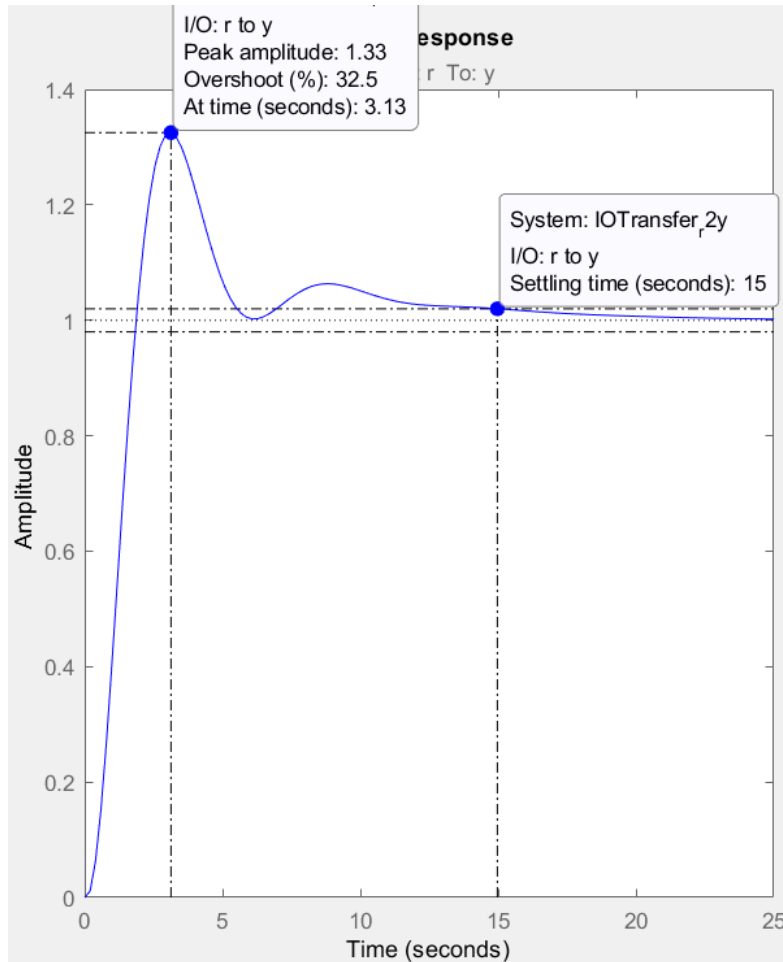
نکته: پایدارساز را به صورت گویای سره طراحی می‌کنیم.

در گام اول، با توجه به دو مجانب مایل که در نمودار ۱ مشاهده می‌شود، یک زوج صفر مزدوج مختلط در $-0.2 \pm 0.05i$ و سپس برای سره بودن پایدارساز، دو قطب در -25 لحاظ کرده و در نهایت تابع تبدیل زیر را به عنوان پایدارساز برمی‌گزینیم ($Desgin 2$).

$$K(s) = -0.2 \frac{(24.01s^2 + 9.4s + 1)}{(1 + 0.04s)^2} = \frac{-2941.2(s^2 + 0.4s + 0.0425)}{(s + 25)^2}$$



نمودار ۳: مکان هندسی ریشه‌های مدار باز - با پایدارساز و بدون کنترل کننده



نمودار ۴: پاسخ پله‌ی مدار بسته — با پایدارساز و بدون کنترل کننده

همان گونه که در نمودارهای ۳ و ۴ مشاهده می‌شود؛ سیستم G_p با پایدارساز K پایدار شده است. حال برای ارضاء شروط پرسش، به طراحی کنترل کننده‌ای از خانواده‌ی PID می‌پردازیم.

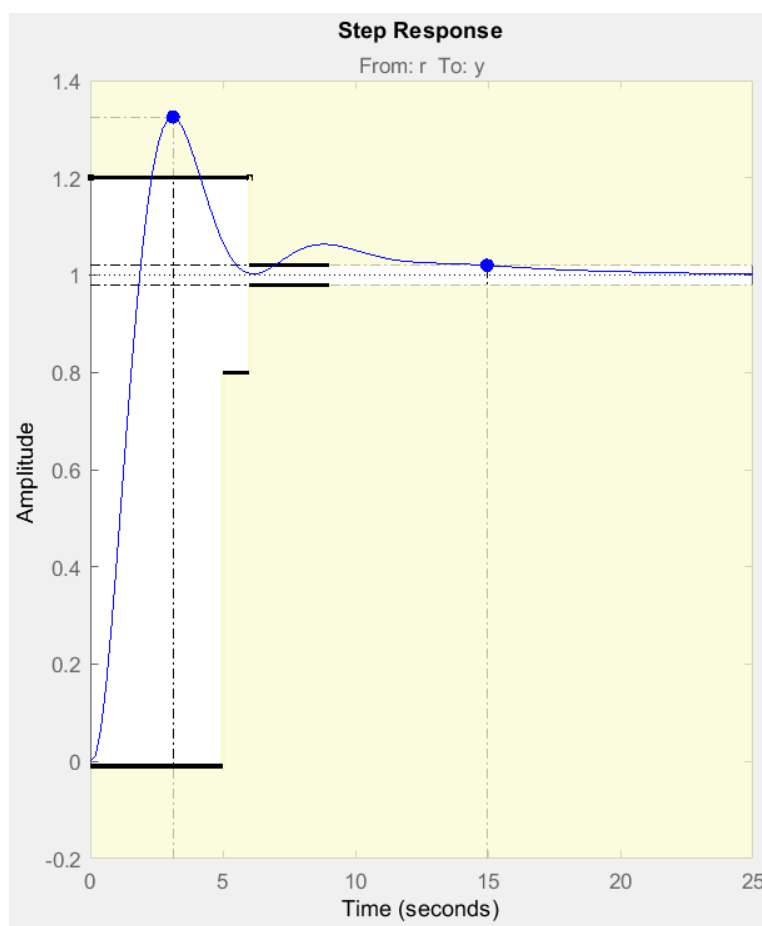
نکته: با توجه به وجود دو انتگرال گیر خالص در مخرج G_p (ایجاد یک lag برابر با 180°)، انتخاب $PD - F$ به عنوان کنترل کننده به جای $PID - F$ که خود دارای یک انتگرال گیر خالص دیگر است، کاملاً منطقی به نظر می‌رسد.

نکته: در ادامه‌ی این پروژه، کنترل کننده‌ای از خانواده‌ی PID را برای G_p پایدارشده یعنی $K \times G_p$ طراحی می‌کنیم.

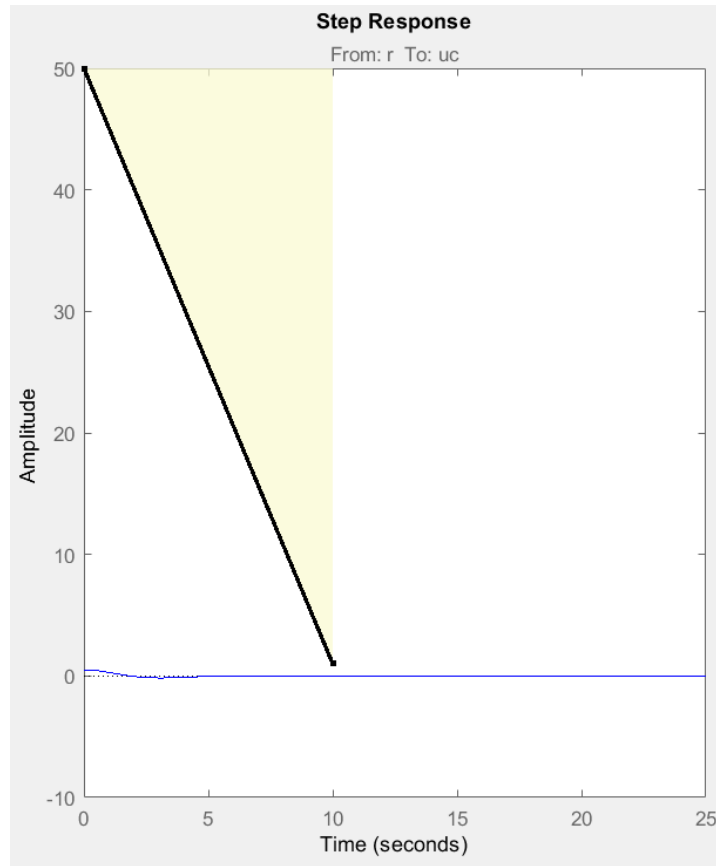
$$G_{ps}(s) = K(s)G_p(s) \rightarrow G_{ps}(s) = \frac{1747.6(s^2 + 0.4s + 0.0425)}{s^2(s + 25)^2(s + 1.087)(s + 0.3571)}$$

برای انجام فرآیند طراحی، در ابتدا، معیار فراجاهش زیر 20% و زمان نشست (با معیار 2%) کمتر از 6s را در نمودار مکان هندسی ریشه‌های مدار باز و پاسخ پله‌ی مدار بسته مشخص می‌کنیم. همچنین برای اهمیت موضوع اشباع‌شدن عملگر ($nSat = 10$)، پاسخ پله‌ی سیگنال کنترلی (uC) را نیز در ابزار *SISO* تعریف کرده و رسم می‌کنیم.

نکته: در ابتدا طراحی را به کمک *PID Tuning* در *SISO* انجام دادیم. اما سپس، برای کاهش سعی و خطا در رسیدن به مطلوبات طراحی، از گزینه‌ی *Optimization Based Tuning* در *SISO* استفاده کرده و به طراحی کنترل‌کننده پرداختیم. توجه شود که در معیارهای بهینه‌سازی، حد اشباع مجاز سیگنال کنترلی را مقداری بیش از ۱۰، یعنی ۵۰ در نظر گرفتیم؛ زیرا تنها در زمان محدودی در ابتدای پاسخ پله، سیگنال کنترلی بیشتر از مقدار مجاز ۱۰ بوده و سیگنال خروجی *uC_Saturated* تنها در ابتدا، مقداری با سیگنال *uC* متفاوت خواهد بود و در نتیجه، تغییر قابل توجهی در مقدار فراجاهش و زمان نشست پاسخ پله‌ی مدار بسته به وجود نخواهد آمد.



نمودار ۵: نمایش مطلوبات طراحی در پاسخ پله‌ی مدار بسته – با پایدارساز و بدون کنترل‌کننده



نمودار ۶: نمایش مطلوبات طراحی در پاسخ پله‌ی سیگنال کنترلی – با پایدارساز و بدون کنترل‌کننده

در نهایت کنترل‌کننده‌ی $PD - F$ زیر را انتخاب می‌کنیم (*Design 3*).

$$C(s) = \frac{85 \times (s + 2.4)}{(s + 60)}$$

$$K_p * (1 + T_d * \frac{s}{(T_d/N) * s + 1})$$

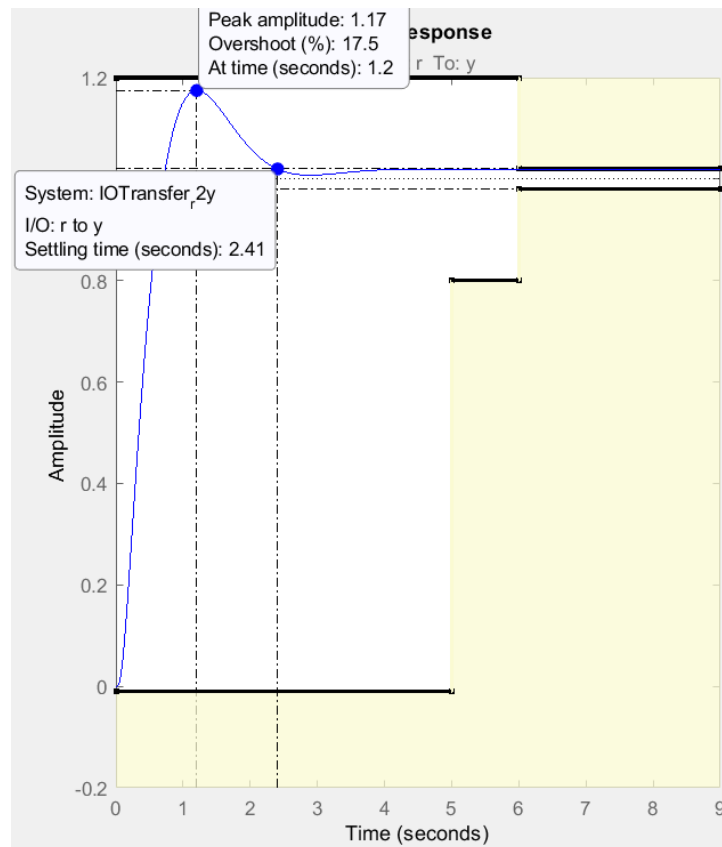
$$\text{with } K_p = 3.4, T_d = 0.4, N = 24$$

Continuous-time PDF controller in standard form

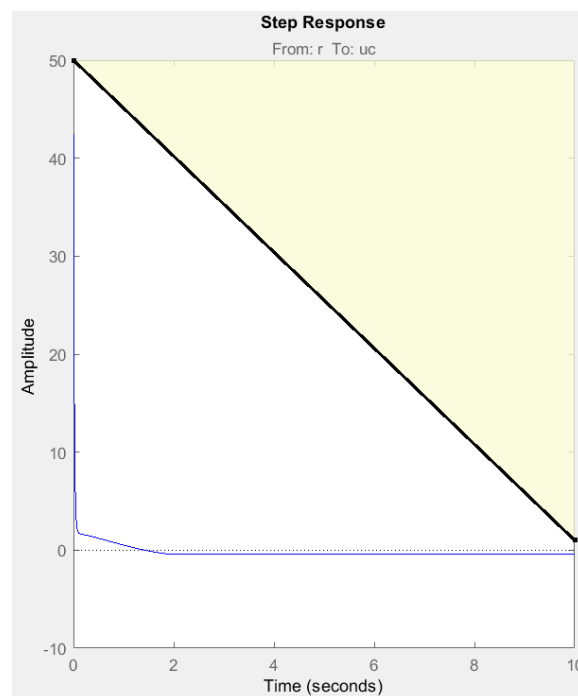
شکل ۳: نمایش (با دستور *pidstd*) تابع تبدیل کنترل‌کننده‌ی طراحی‌شده

در نمودارهای ۷، ۸ و ۱۱، پاسخ پله‌ی مدار بسته، سیگنال کنترلی و فراهم‌شدن مطلوبات کنترلی در آن‌ها، مشاهده می‌شود.

$$t_s = 2.41s < 6s, \text{Overshoot} = 17.5\% < 20\%, uC(0) = 21.25 > 10$$



نمودار ۷: پاسخ پله‌ی مدار بسته — با پایدار ساز و با کنترل کننده

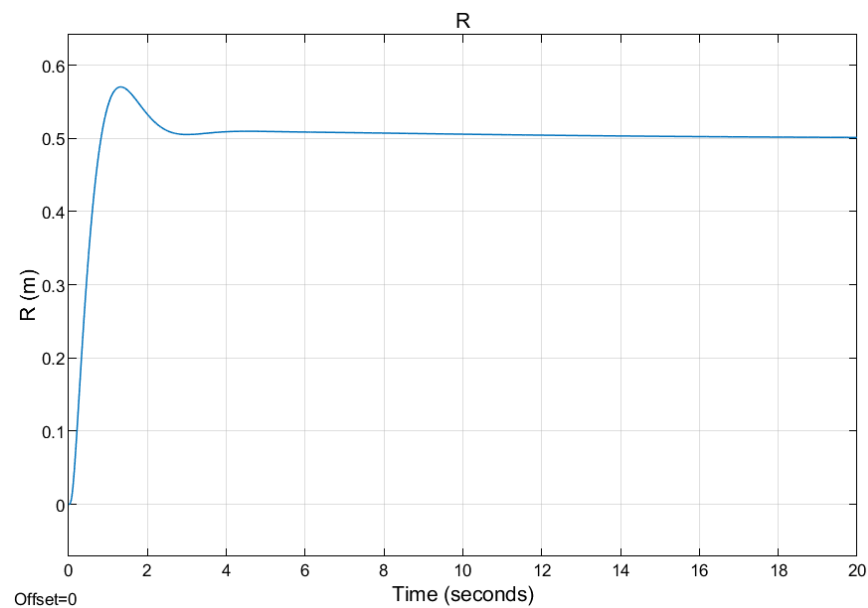


نمودار ۸: پاسخ پله‌ی سیگنال کنترلی — با پایدار ساز و با کنترل کننده

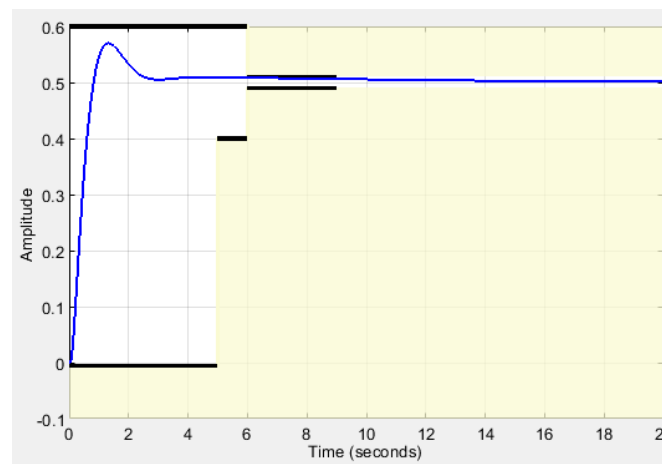
با اعمال کنترل کننده و پایدارساز طراحی شده در مدل *Simulink*، پاسخ پله‌ی مدار بسته، سیگنال کنترلی و سیگنال کنترلی پس از اشباع در ادامه نمایش داده شده‌اند. همان گونه که در نمودار ۹ مشاهده می‌شود، پاسخ پله‌ی مدار بسته با رعایت مطلوبات طراحی به مقداری نهایی $R_i = \frac{L}{2} = 0.5m$ رسیده است.

لازم به ذکر است که در صورت ذخیره‌ی خروجی *Scope* در *Workspace* و استفاده از تابع *stepinfo*، مشاهده می‌کنیم که تغییرات اندکی در زمان نشست (افزایش) و مقدار فراجهش (کاهش) به دلیل بیشتر بودن مقدار اولیه‌ی سیگنال کنترلی از حد اشباع، رخ داده است.

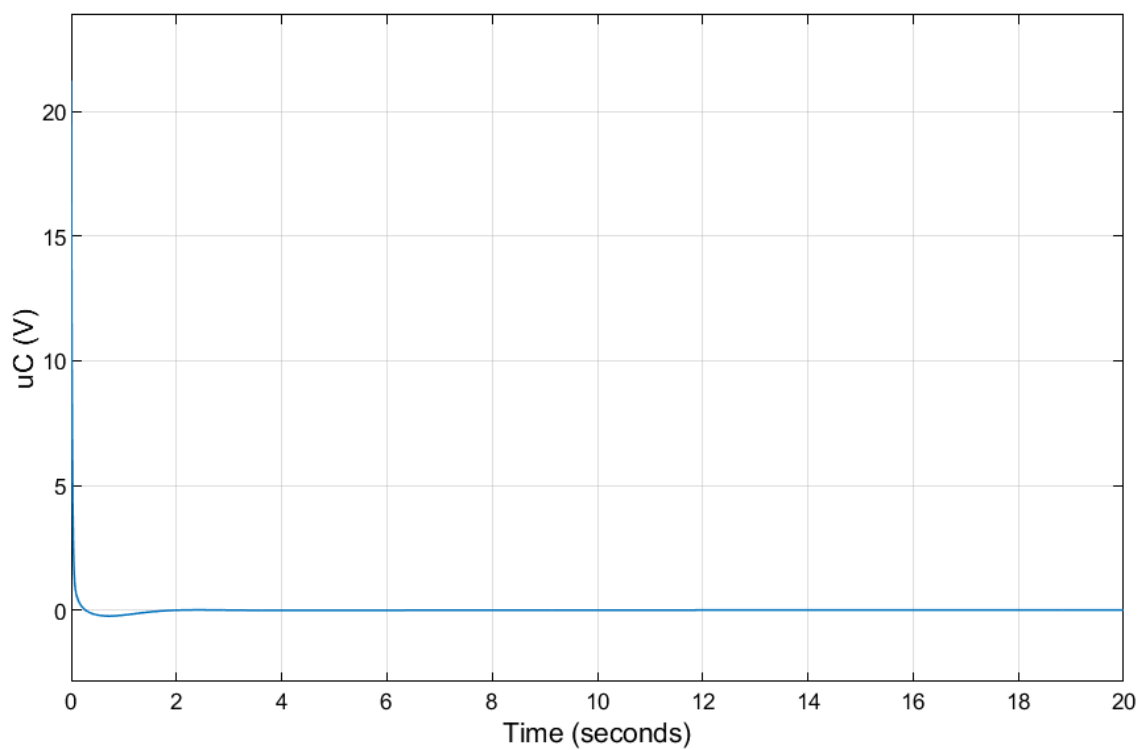
$$t_s = 2.5152s < 6s, \text{Overshoot} = 14.0330\% < 20\%, uC(0) = 21.25 > 10$$



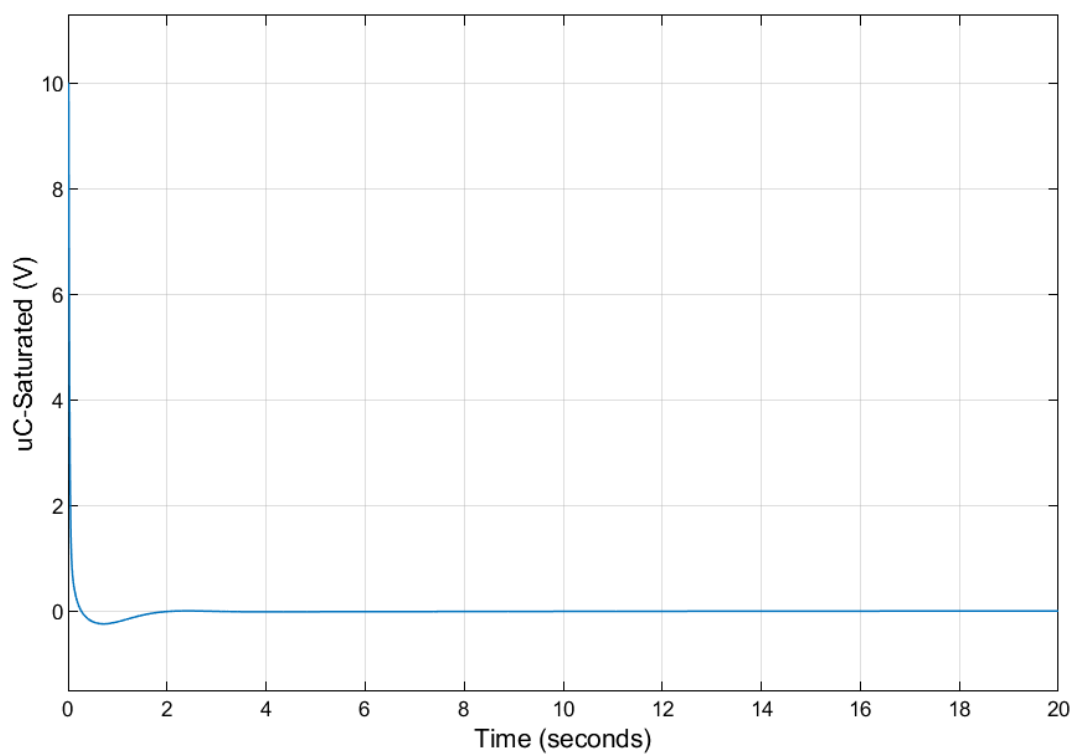
نمودار ۹: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink*



نمودار ۱۰: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در *Simulink*

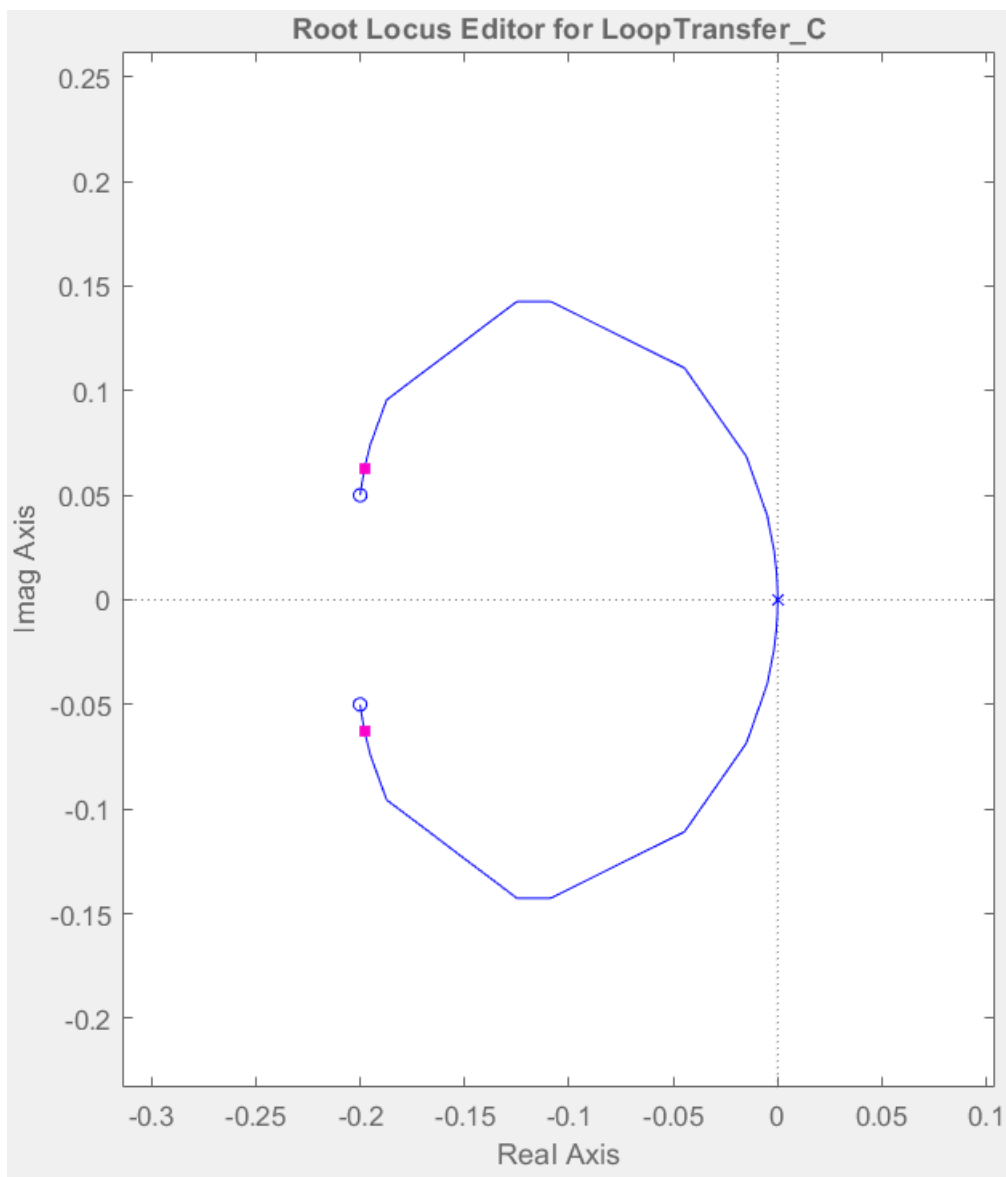


نمودار ۱۱: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink*



نمودار ۱۲: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink*

نکته: دنباله‌ی نسبتاً کشیده‌ی مشاهده شده در پاسخ پله‌ی مدار بسته در نمودار ۷ و ۹، به دلیل وجود دو انتگرال گیر خالص در مخرج سیستم G_{ps} (معادل با یک lag برابر با 180°) می‌باشد که خود منجر به تشکیل دو قطب مدار بسته‌ی غالب در نزدیکی محور موهومی مطابق با نمودار ۱۳ می‌شود.



نمودار ۱۳: نمایش دو قطب غالب در نزدیکی محور موهومی در مکان هندسی ریشه‌های مدار باز – با پایدار ساز و با کنترل کننده

پرسش شماره ۲

(پوشه‌ی Q2)

حال به کمک ابزار *pidTuner* به طراحی یک کنترل کننده‌ی $PD - F$ می‌پردازیم که مطلوبات کنترلی زمان نشست (با معیار 2%) کمتر از 6s و مقدار فراجهش کمتر از 20% را با رعایت حد اشباع ($nSat = 10$) برای سیستم پایدارشده (G_{ps}) فراهم کند.

نکته: برای طراحی به روش کلاسیک، مدار کنترلی شکل ۲ را مقداری تغییر می‌دهیم؛ یعنی VR را از مسیر پس‌خوراند و پیش‌پردازنده حذف کرده و معادلاً به بعد از پایدارساز (*Stabilizer*) منتقل می‌کنیم و به این ترتیب، سیستم پایدارشده به $G_{ps}VR = 0.5G_{ps}$ تبدیل می‌شود.

به عنوان نمونه می‌توان کنترل کننده‌ی زیر را انتخاب نمود.

$$C(s) = \frac{292.22(s + 1.049)}{(s + 73.82)}$$

$$t_s = 0.697s < 6s, \text{Overshoot} = 5.76\% < 20\%, uC(0) = 73.06 > 10$$

$$K_p * (1 + T_d * \frac{s}{(T_d/N)*s+1})$$

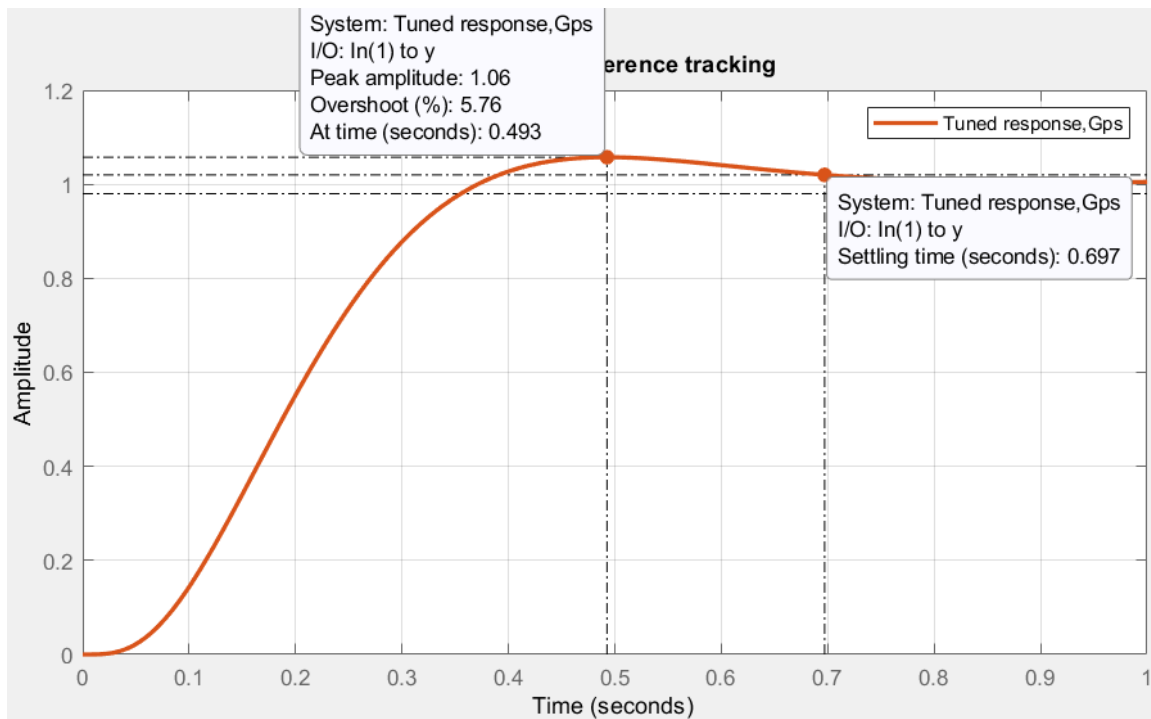
with $K_p = 4.15$, $T_d = 0.939$, $N = 69.3$

Continuous-time PDF controller in standard form

شکل ۴: نمایش (با دستور *pidstd*) تابع تبدیل کنترل کننده‌ی طراحی شده (خروجی *pidTuner*)

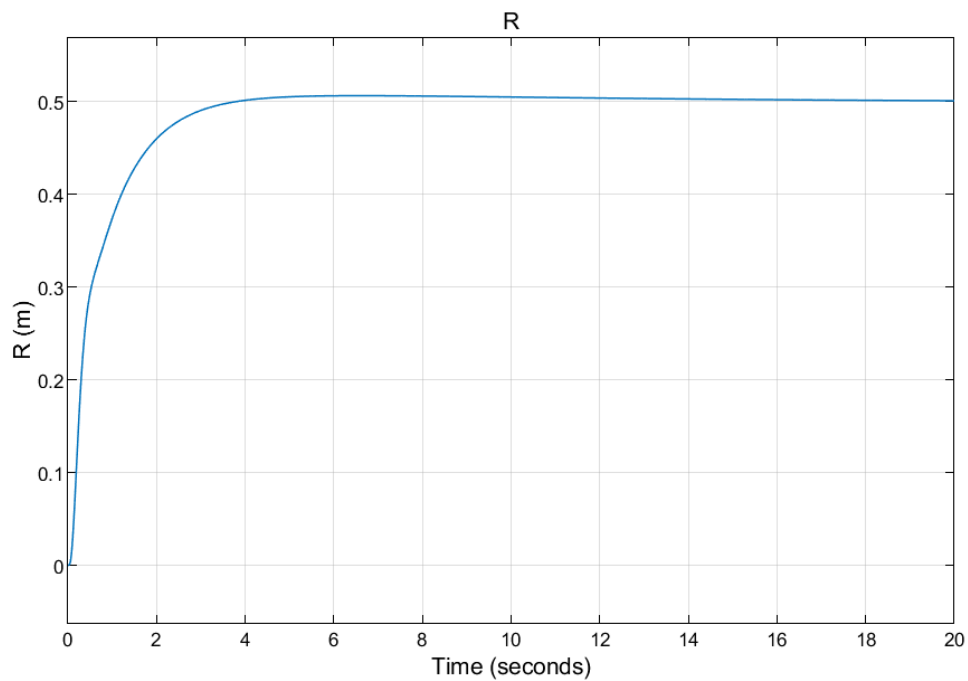
Controller Parameters	
	Tuned
Kp	4.1539
Ti	n/a
Td	0.93944
N	69.3477
Performance and Robustness	
	Tuned
Rise time	0.224 seconds
Settling time	0.697 seconds
Overshoot	5.76 %
Peak	1.06
Gain margin	15.2 dB @ 19.3 rad/s
Phase margin	62 deg @ 5.27 rad/s
Closed-loop stability	Stable

شکل ۵: مشخصات کنترل کننده‌ی طراحی شده (خروجی *pidTuner*)



نمودار ۱۴: پاسخ پله‌ی مدار بسته – با پایدار ساز و با کنترل کننده

مشابه پرسش ۱، با اعمال کنترل کننده و پایدار ساز طراحی شده در مدل *Simulink*، پاسخ پله‌ی مدار بسته، سیگنال کنترلی و سیگنال کنترلی پس از اشباع در ادامه نمایش داده شده‌اند.

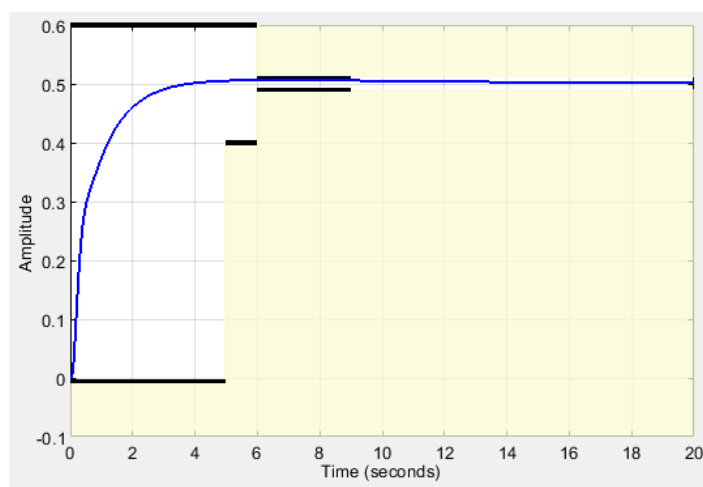


نمودار ۱۵: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink*

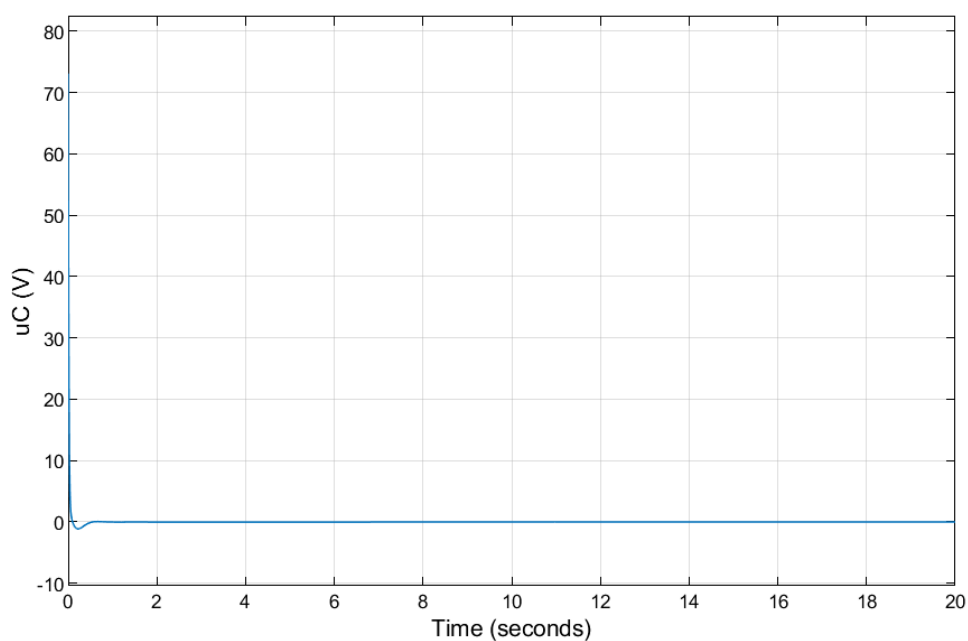
نکته: علت تفاوت دو نمودار ۱۴ و ۱۵، وجود اشباع در مدل اصلی می‌باشد (مقایسه‌ی نمودارهای ۱۷ و ۱۸) که البته در هر دو حالت، مطلوبات کنترلی فراهم شده‌اند.

لازم به ذکر است که در صورت ذخیره‌ی خروجی *Scope* در *Workspace* و استفاده از تابع *stepinfo*، مشاهده می‌کنیم که تغییرات اندکی در زمان نشست (افزایش) و مقدار فراجهش (کاهش) به دلیل بیشتر بودن مقدار اولیه‌ی سیگنال کنترلی از حد اشباع، رخ داده است.

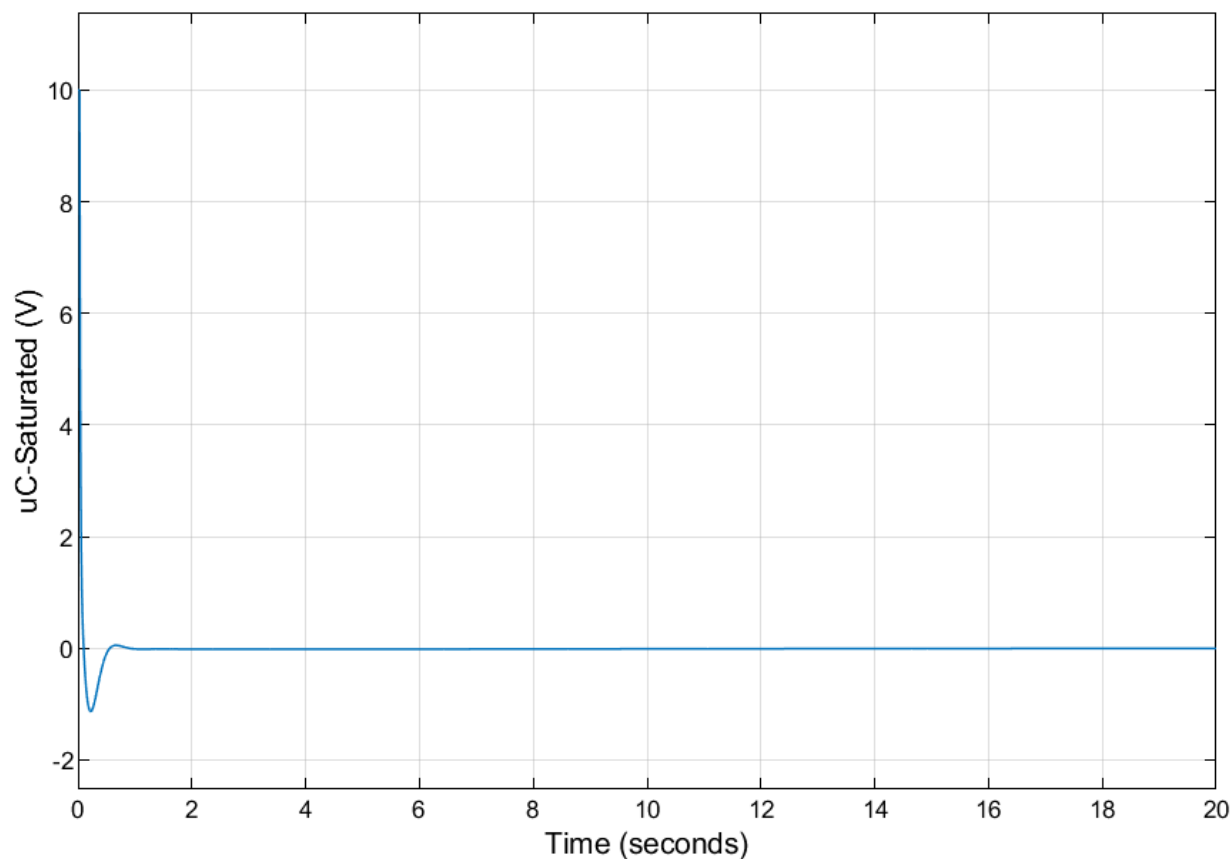
$$t_s = 2.9611s < 6s, \text{Overshoot} = 1.3157\% < 20\%, u_C(0) = 73.06 > 10$$



نمودار ۱۶: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در *Simulink*



نمودار ۱۷: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink*



نمودار ۱۸: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink*

نکته: مشابه با پرسش ۱، دنباله‌ی نسبتاً کشیده‌ی مشاهده شده در پاسخ پله‌ی مداربسته در نمودار ۱۵، به دلیل وجود دو انتگرال گیر خالص در مخرج سیستم G_{ps} (معادل با یک lag برابر با 180°) می‌باشد که خود منجر به تشکیل دو قطب مداربسته‌ی غالب در نزدیکی محور موهومی مطابق با تابع تبدیل مداربسته در شکل ۶ می‌شود (عبارت $(s^2 + 0.3904s + 0.04294)$ در مخرج، دارای دو ریشه‌ی $-0.1952 \pm 0.0695i$ می‌باشد).

$$\frac{2.5534e05 (s+1.049) (s^2 + 0.4s + 0.0425)}{(s+72.23) (s+38.71) (s+1.042) (s^2 + 0.3949s + 0.04281) (s^2 + 12.89s + 91.33)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

شکل ۶: تابع تبدیل مداربسته

پرسش شماره ۳

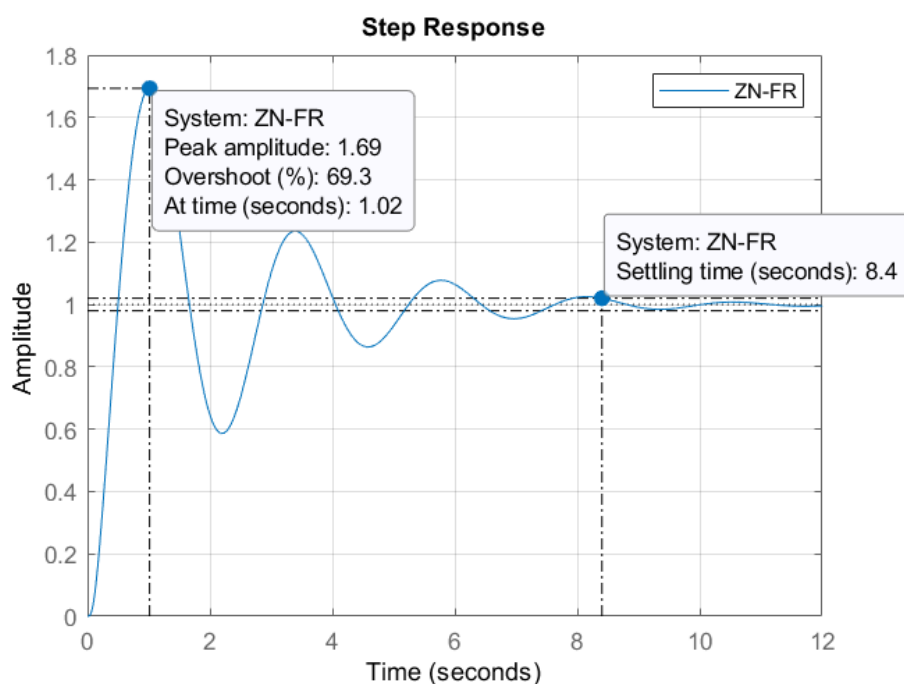
(پوشه‌ی Q3)

منظور از این پرسش، استفاده از روش‌های کلاسیک برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PID می‌باشد.

نکته: بدیهی است که با استفاده از روش‌های کلاسیک، لزوماً نمی‌توانیم مطلوبات کنترلی زمان نشست، مقدار فراجهش و حد اشباع را فراهم کنیم. همچنین برای طراحی به روش کلاسیک، مدار کنترلی شکل ۲ را مقداری تغییر می‌دهیم؛ یعنی VR را از مسیر پس‌خوراند و پیش‌پردازنده حذف کرده و معادلاً به بعد از پایدارساز (*Stabilizer*) منتقل می‌کنیم و به این ترتیب، سیستم پایدارشده به $G_{ps}VR = 0.5G_{ps}$ تبدیل می‌شود.

نکته: با توجه به وجود دو انتگرال‌گیر خالص در تابع تبدیل سیستم پایدارشده (G_{ps})، قادر به تقریب زدن سیستم به صورت مدل‌هایی نظیر $IPTD$ و $FOITD$ نیستیم؛ به عنوان مثال در صورت استفاده از تابع $getFOTD$ ، مقدار T به صورت 0 یا NaN بازگردانده می‌شود و هنگام استفاده از تابع $optApp$ نیز به مشکل برمی‌خوریم. در نتیجه؛ مطابق راهنمایی‌های انجام شده توسط دستیار آموزشی درس، تنها از روش‌هایی استفاده می‌کنیم که تنها مبتنی بر پاسخ فرکانسی باشند؛ یعنی روش‌های $ZN - Modified$ و AH .

روش ZN فرکانسی



نمودار ۱۹: پاسخ پله‌ی سیستم مداربسته با روش ZN فرکانسی

$$C(s) = \frac{64.207(s^2 + 0.404s + 4.884)}{s(s + 47.31)}$$

$$K_p * \left(1 + \frac{1}{T_i} * \frac{1}{s} + T_d * \frac{s}{(T_d/N) * s + 1} \right)$$

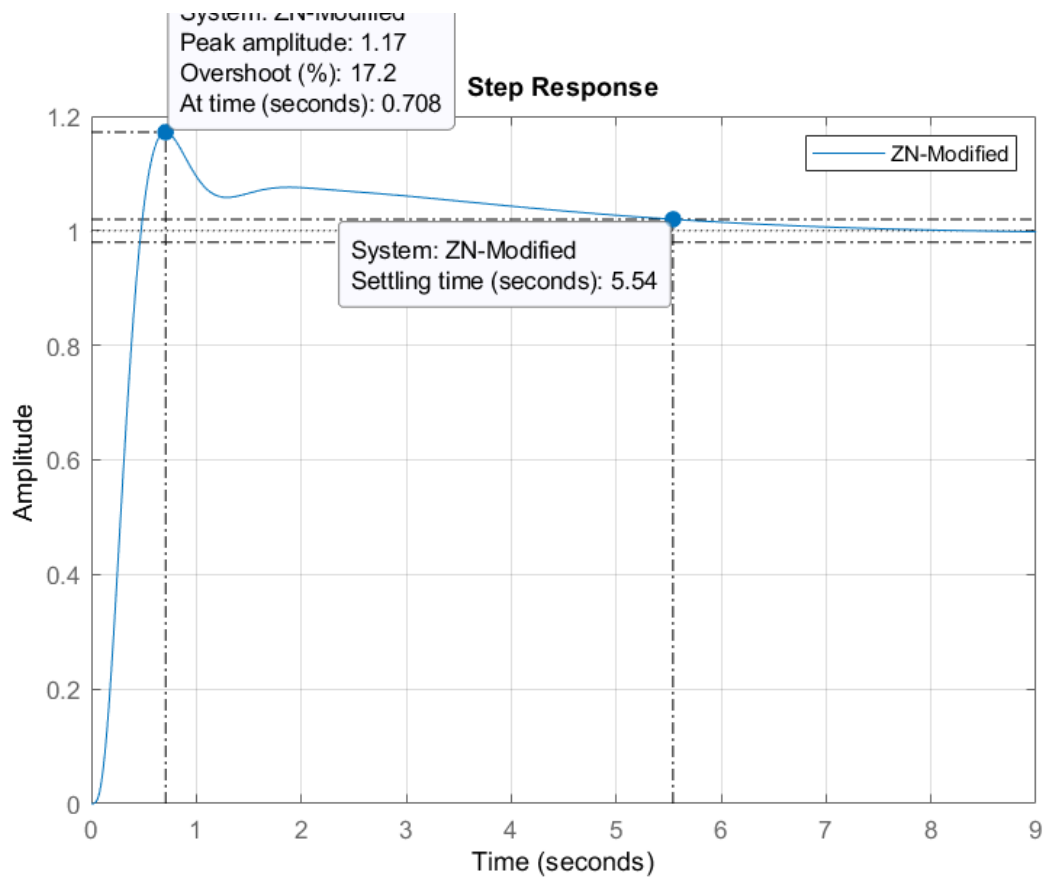
with $K_p = 5.84$, $T_i = 0.881$, $T_d = 0.211$, $N = 10$

Continuous-time PIDF controller in standard form

شکل ۷: نمایش (با دستور *pidstd*) تابع تبدیل کنترل‌کننده‌ی طراحی شده به روش ZN فرکانسی

روش ZN – Modified

$$r_b = 1, \phi_b = 70^\circ$$



نمودار ۲۰: پاسخ پله‌ی سیستم مداربسته با روش ZN – Modified

$$C(s) = \frac{36.6(s^2 + 1.172s + 0.3597)}{s(s + 12.58)}$$

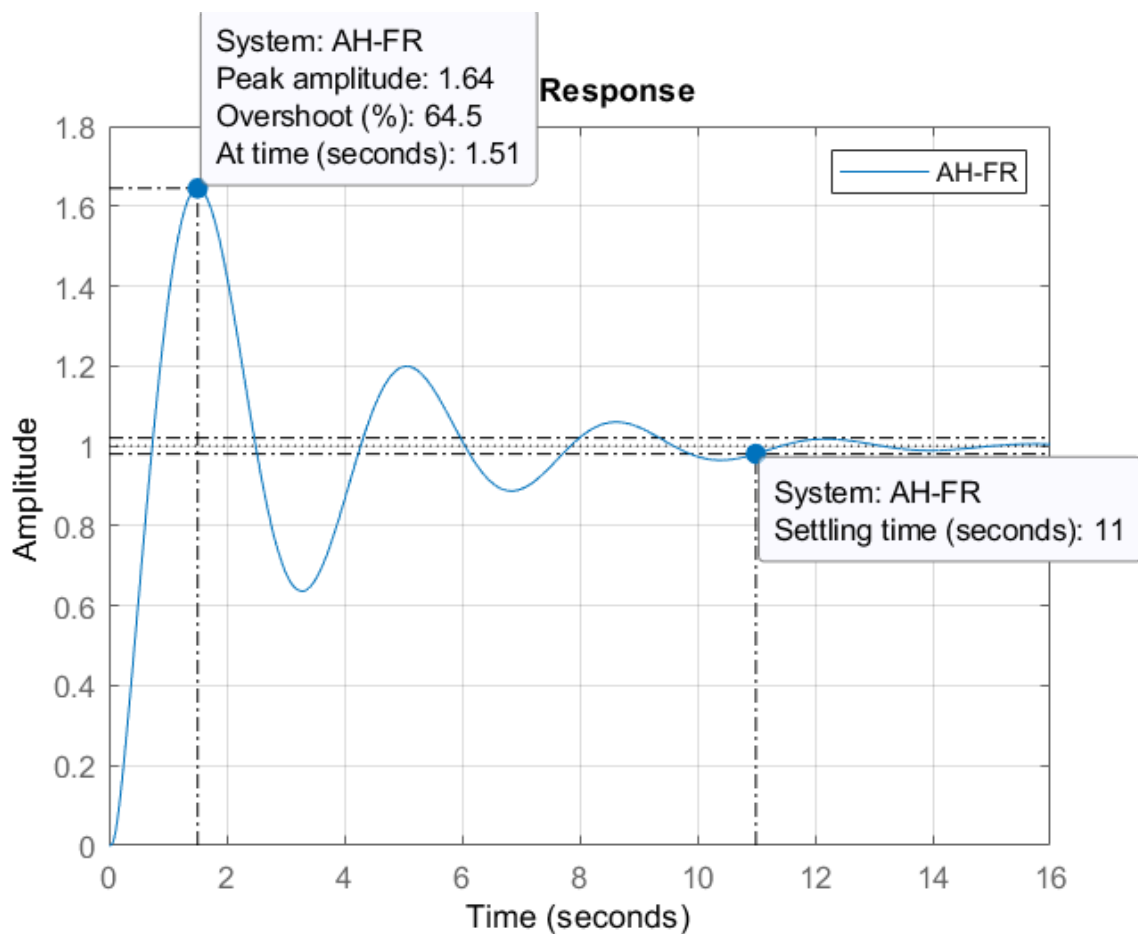
$$K_p * \left(1 + \frac{1}{T_i} * \frac{1}{s} + T_d * \frac{s}{(T_d/N)s + 1} \right)$$

with $K_p = 3.33$, $T_i = 3.18$, $T_d = 0.795$, $N = 10$

Continuous-time PIDF controller in standard form

شکل ۸: نمایش (با دستور *pidstd*) تابع تبدیل کنترل کننده‌ی طراحی شده به روش *ZN – Modified*

روش *AH* فرکانسی



نمودار ۲۱: پاسخ پله‌ی سیستم مداربسته با روش *AH* فرکانسی

$$C(s) = \frac{32.103(s^2 + 3.527s + 3.256)}{s(s + 37.85)}$$

$$K_p * \left(1 + \frac{1}{T_i} * \frac{1}{s} + T_d * \frac{s}{(T_d/N) * s + 1} \right)$$

with $K_p = 2.92$, $T_i = 1.06$, $T_d = 0.264$, $N = 10$

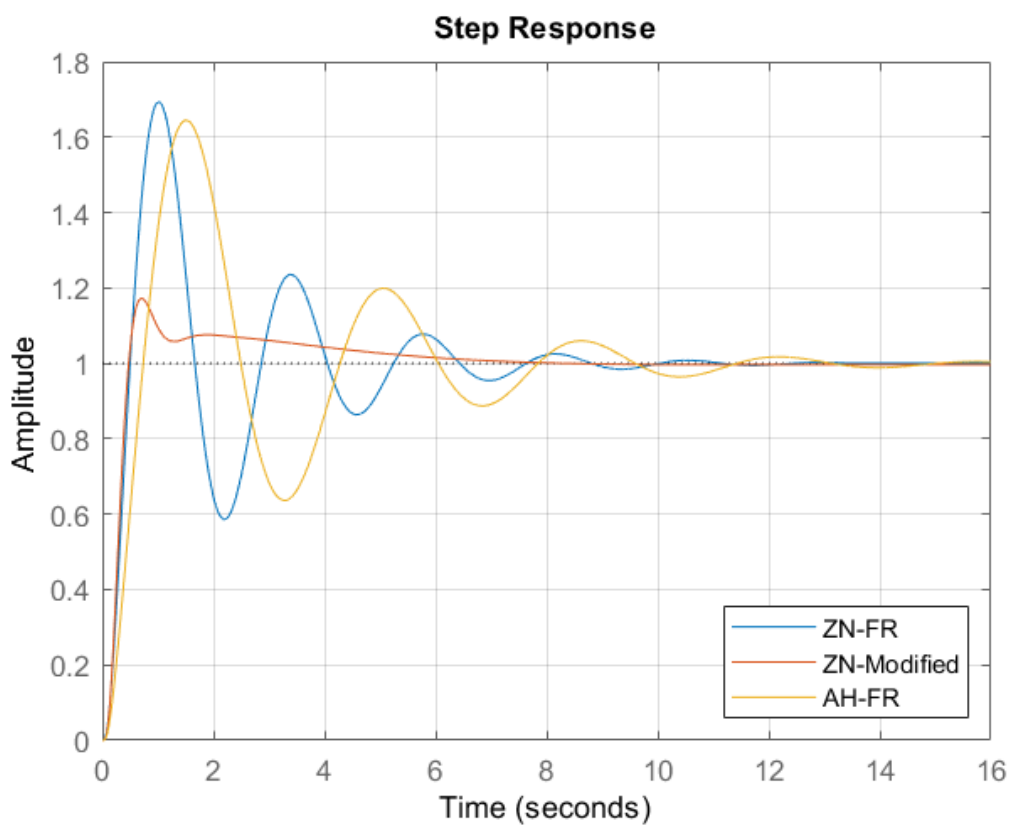
Continuous-time PIDF controller in standard form

شکل ۹: نمایش (با دستور *pidstd*) تابع تبدیل کنترل کننده طراحی شده به روش *AH* فرکانسی

مقایسه‌ی سه روش

$$t_s(s): ZN - Modified = 5.54 < 6 < ZN = 8.4 < AH - FR = 11$$

$$Overshoot(\%): ZN - Modified = 17.2 < 20 < AH - FR = 64.5 < ZN = 69.3$$

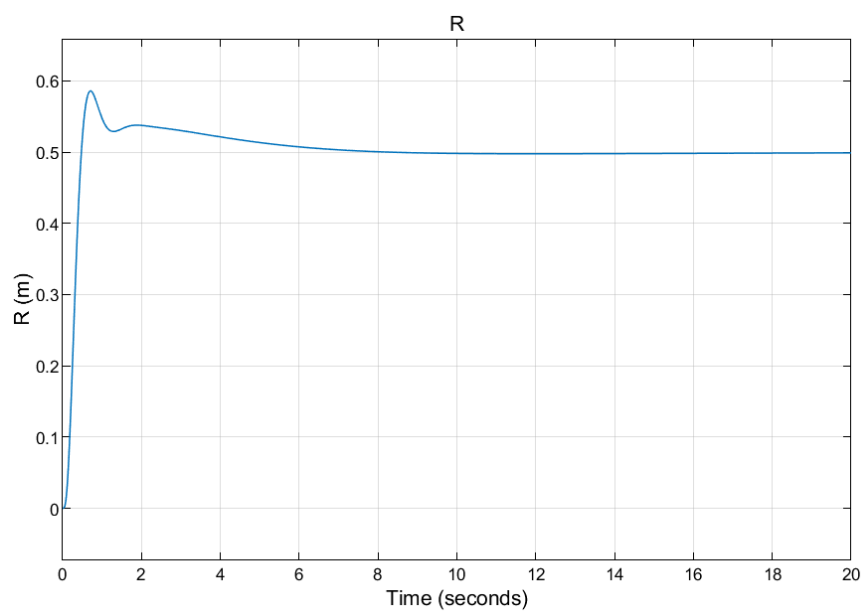


نمودار ۲۲: مقایسه‌ی پاسخ پله‌ی مدار بسته با هر سه روش

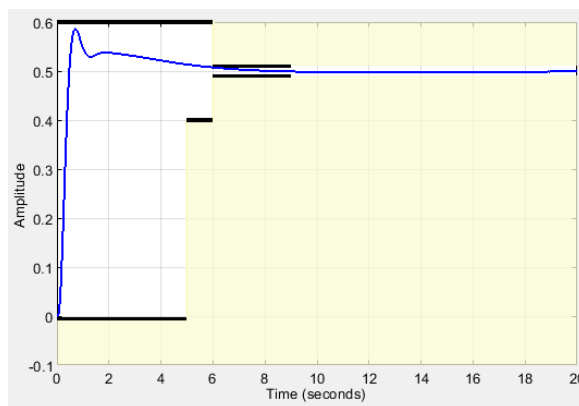
با توجه با نمودار ۲۰ مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده‌ی طراحی شده به روش *ZN – Modified*، *Mطلوبات* کنترلی زمان نشست و مقدار فراجهش را فراهم می‌کند. همچنین مشابه دو پرسش قبل، با اعمال این کنترل‌کننده و پایدارساز طراحی شده در مدل *Simulink*، پاسخ پله‌ی مدار بسته، سیگنال کنترلی و سیگنال کنترلی پس از اشباع در ادامه نمایش داده شده‌اند.

لازم به ذکر است که در صورت ذخیره‌ی خروجی *Scope* در *Workspace* و استفاده از تابع *stepinfo*، مشاهده می‌کنیم که بر خلاف دو پرسش قبل، هیچ تغییری در زمان نشست و مقدار فراجهش به دلیل کمتر بودن مقدار سیگنال کنترلی از حد اشباع، رخ نمی‌دهد.

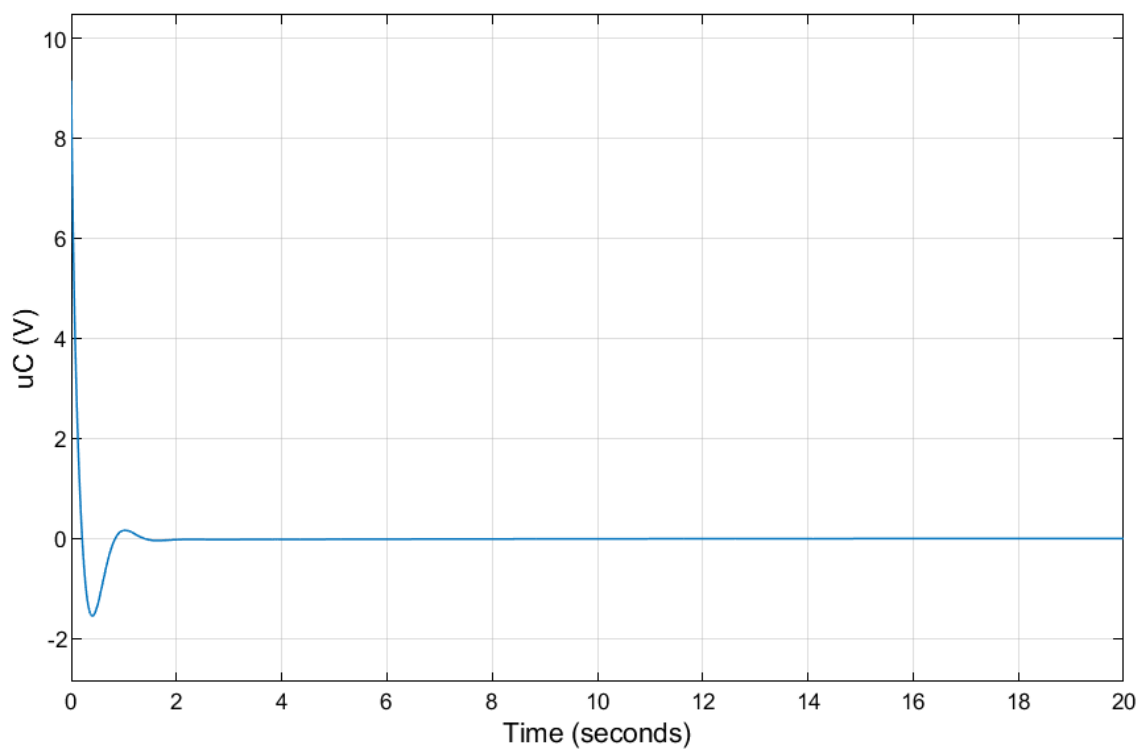
ZN – Modified: $t_s = 5.54s < 6s$, $Overhoot = 17.2\% < 20\%$, $u_C(0) = 9.150 < 10$



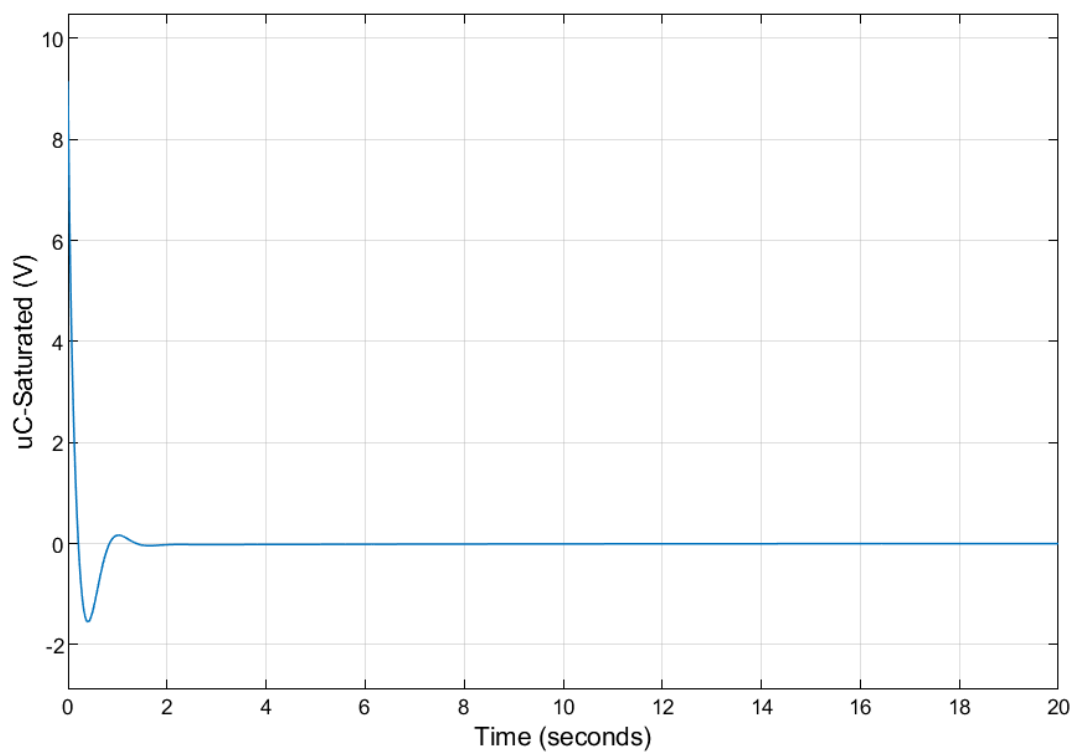
نمودار ۲۳: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink*



نمودار ۲۴: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در *Simulink*



نمودار ۲۵: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink*



نمودار ۲۶: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink*

پرسش شماره ۴

(پوشه‌ی Q4)

در حل این پرسش، از ابزار *OptimPID* استفاده شد که *bug* های نرم‌افزاری زیادی دارد؛ به عنوان مثال، به زمان اجرا، نوع کنترل‌کننده، حد اشباع و مقدار فراجاهش در تنظیمات خود، واکنش متغیری نشان می‌دهد و در اغلب اوقات، آن‌ها را نادیده می‌گیرد. همچنین گاهی اوقات نیز، پیش از شروع به کار، این ابزار متوقف شده و خطا می‌دهد. به هر صورت مطابق راهنمایی‌های دستیار آموزشی درس، از این ابزار برای طراحی کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ استفاده می‌کنیم. به علاوه، فرآیند طراحی را با ۴ معیار بهینه‌سازی معرفی‌شده در درس، یعنی $ITAE$ ، $ITSE$ ، IT^2SE انجام داده و تمام نتایج را در محیط *Simulink* بررسی می‌کنیم.

نکته: بدیهی است که با استفاده از ابزار *OptimPID*، لزوماً نمی‌توانیم مطلوبات کنترلی زمان نشست، مقدار فراجاهش و حد اشباع را فراهم کنیم و تنها هدف، استفاده از معیارهای بهینه‌سازی نظیر $ITAE$ می‌باشد.

نکته: برای طراحی با ابزار *OptimPID*، مدل *Q4_Ball_Beam mdl.mdl* را به عنوان ورودی به آن داده‌ایم و همچنین مدار کنترلی شکل ۲ را نیز مشابه پرسش ۲ و ۳، مقداری تغییر داده‌ایم؛ یعنی VR را از مسیر پس‌خوراند و پیش‌پردازنده حذف کرده و معادلاً به بعد از پایدارساز (*Stabilizer*) منتقل می‌کنیم و به این ترتیب، سیستم پایدارشده به $G_{ps}VR = 0.5G_{ps}$ تبدیل می‌شود.

نکته: توجه شود که مطابق مقاله‌ی پیوست شده در پوشه‌ی این ابزار، شکل کنترل‌کننده‌ی PID طراحی شده به صورت زیر خواهد بود.

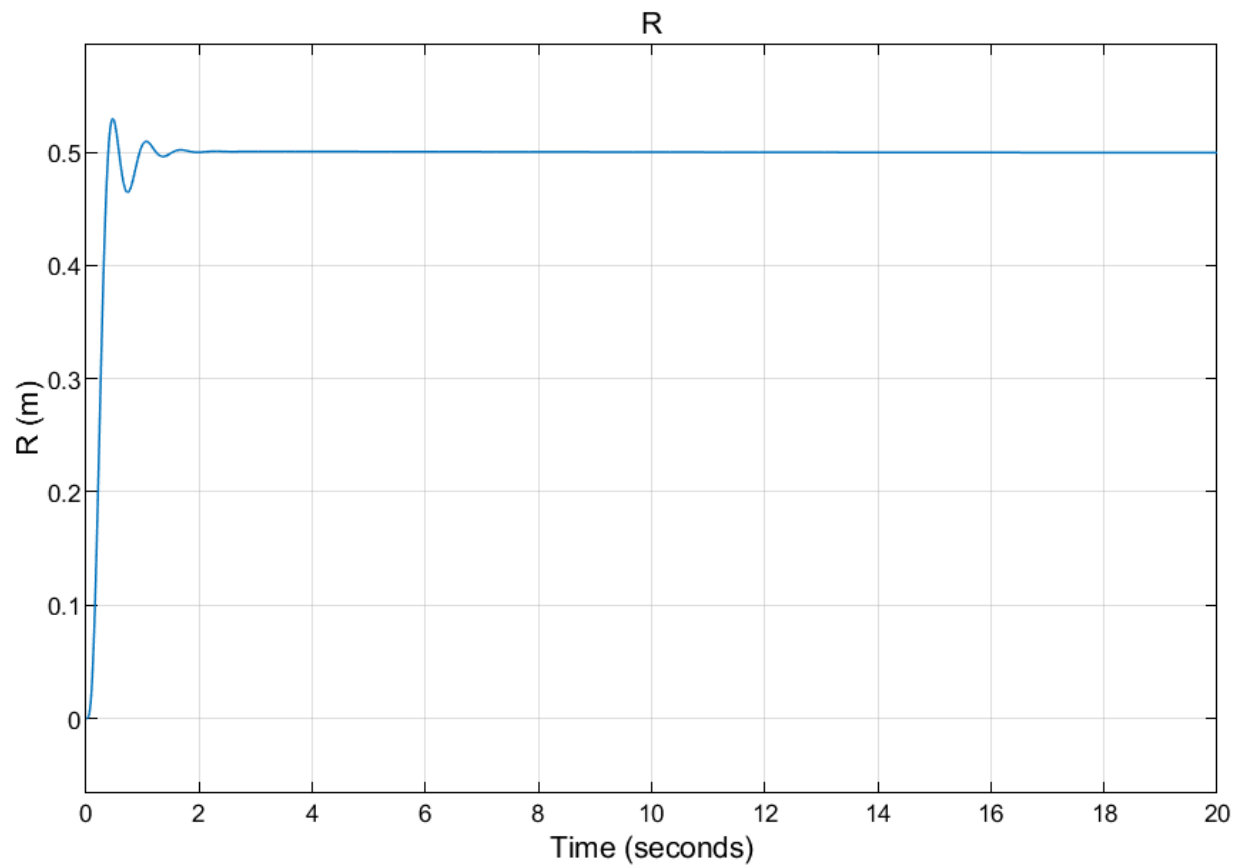
$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{Ts + 1}, T = 0.01$$

نکته: در هر ۴ معیار، ضریب K_i با استفاده از این ابزار، منفی در آمده و باعث می‌شود که کنترل‌کننده‌ی PID از حالت استاندارد خود خارج شود. به همین علت نیز، اگر پاسخ پله‌ی مدار بسته را در *MATLAB* رسم کنیم، تابع *step*، علی‌رغم رسم پاسخ، نمی‌تواند مقدار فراجاهش و زمان نشست را برگرداند و خروجی *NaN* می‌دهد.

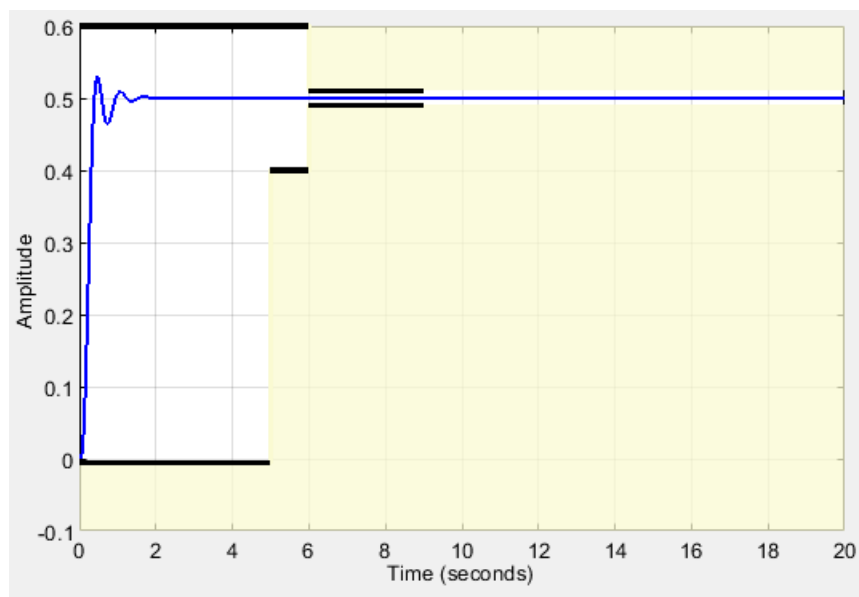
معیار $ITAE$

$$K_p = 29.0384, K_i = -0.1372, K_d = 6.7898, T = 0.01$$

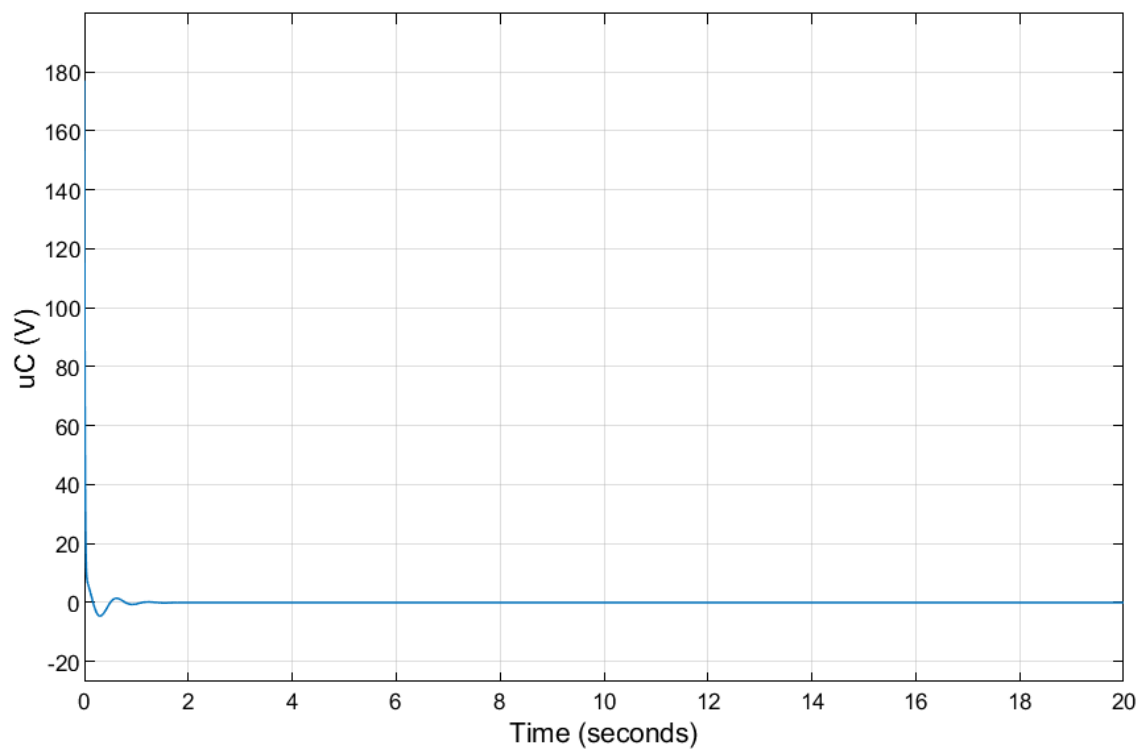
$$C(s) = \frac{708.02(s + 4.106)(s - 0.00472)}{s(s + 100)}$$



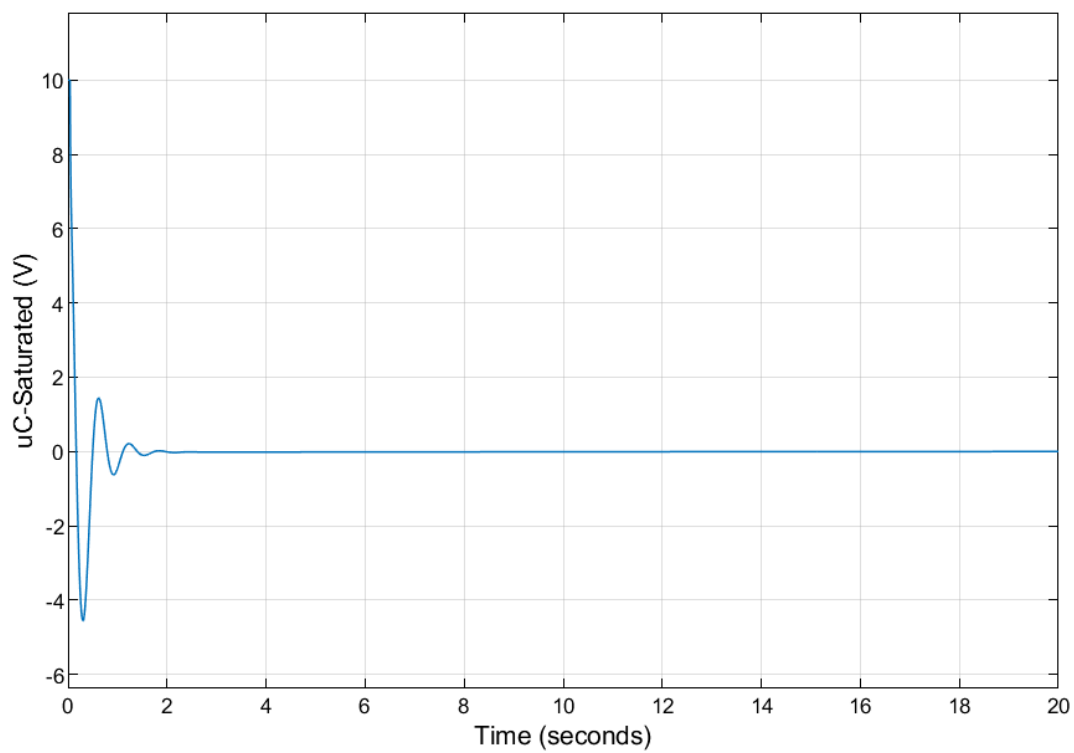
نمودار ۲۷: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* – معیار *ITAE*



نمودار ۲۸: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در *Simulink* – معیار *ITAE*



نمودار ۲۹: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink* – معیار *ITAE*

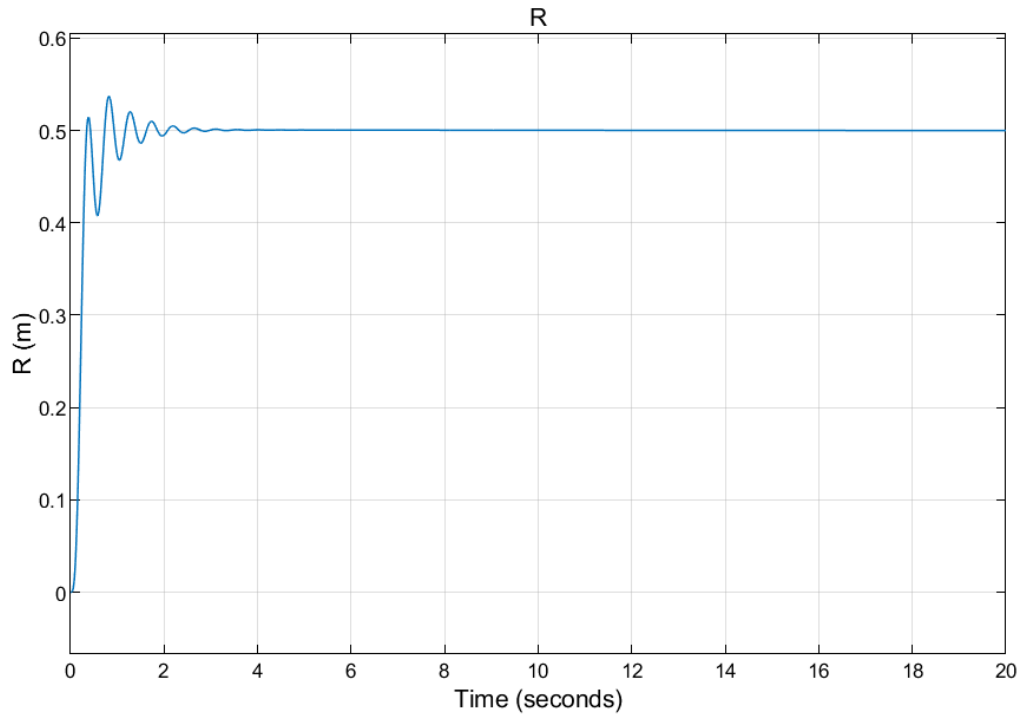


نمودار ۳۰: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink* – معیار *ITAE*

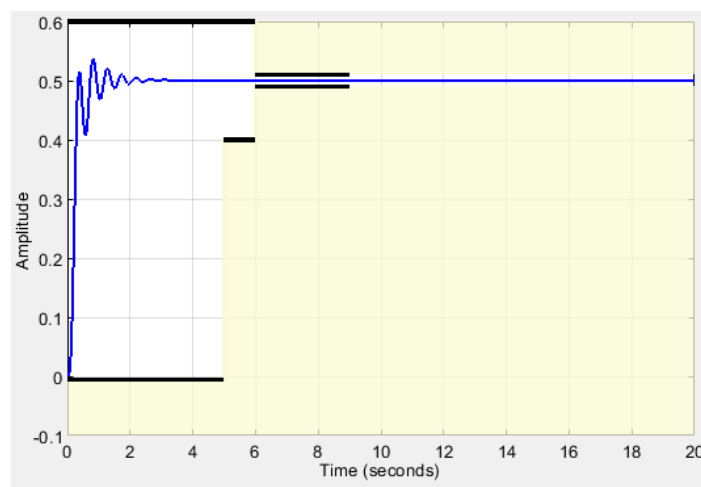
معیار ISE

$$K_p = 50.2017, K_i = -0.0024, K_d = 10.8185, T = 0.01$$

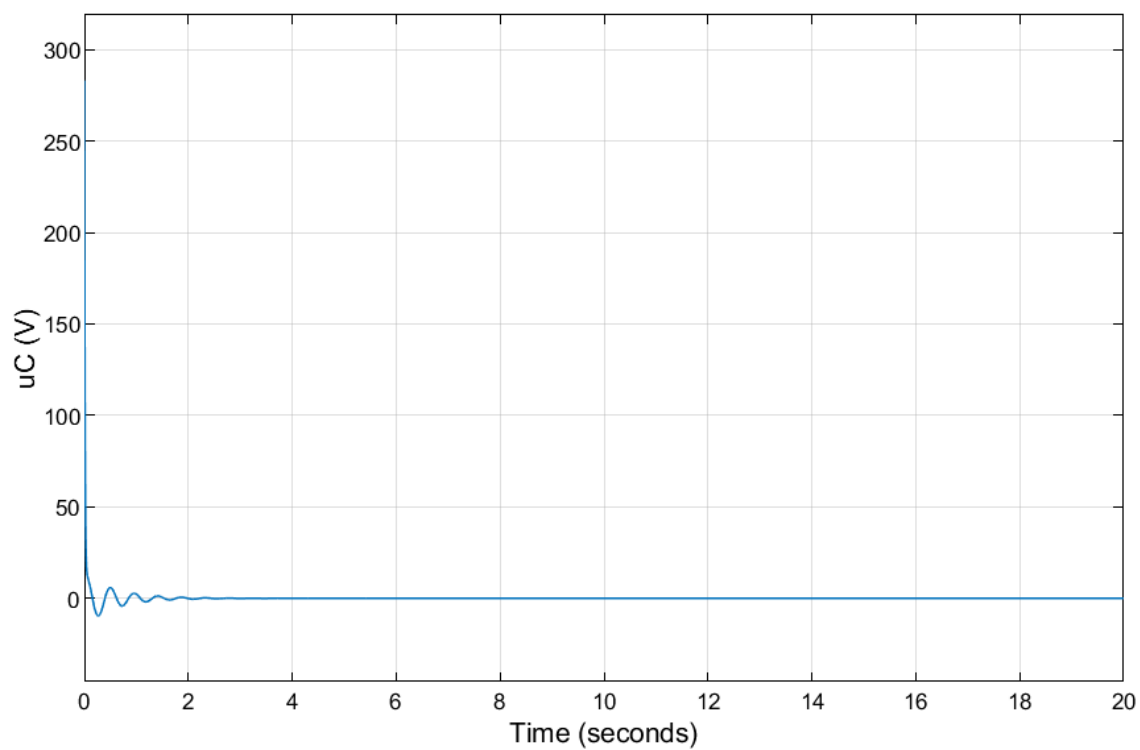
$$C(s) = \frac{1132.1(s + 4.435)(s - 4.781 \times 10^{-5})}{s(s + 100)}$$



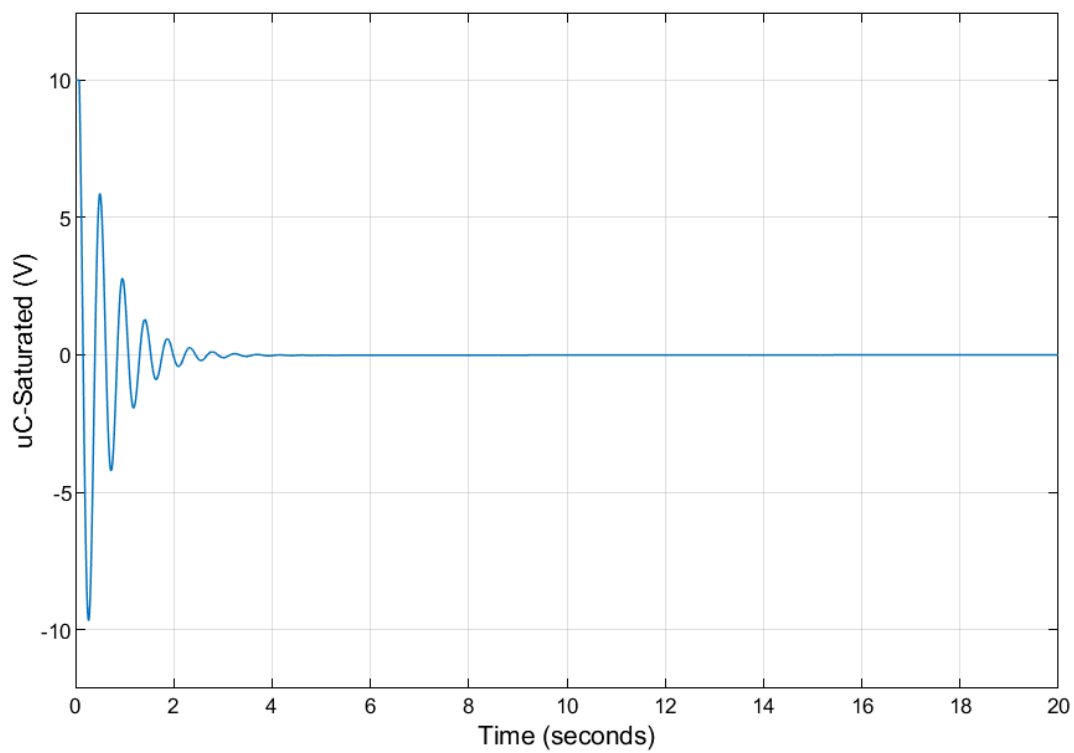
نمودار ۳۱: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* – معیار ISE



نمودار ۳۲: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در *Simulink* – معیار ISE



نمودار ۳۳: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink* – معیار *ISE*

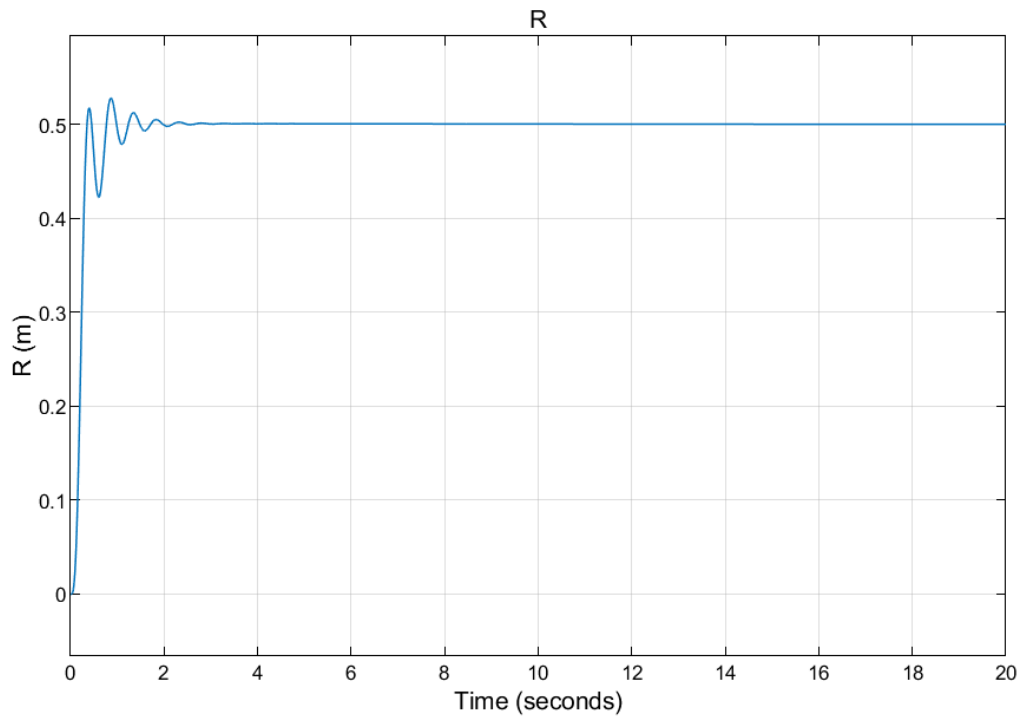


نمودار ۳۴: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink* – معیار *ISE*

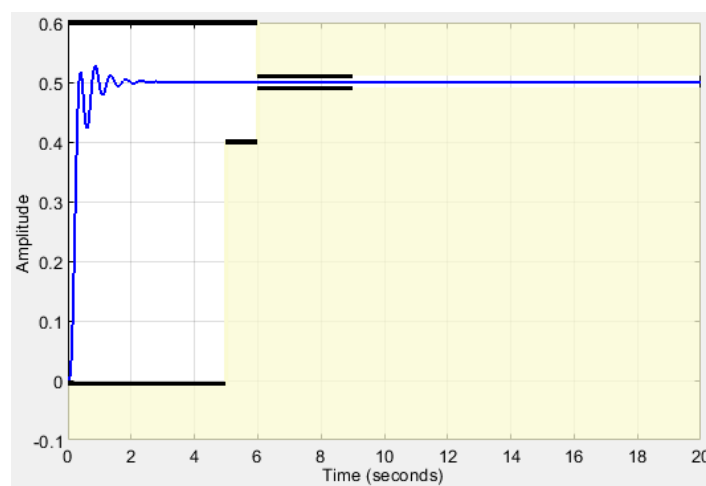
معیار $ITSE$

$$K_p = 44.1321, K_i = -0.0776, K_d = 9.7242, T = 0.01$$

$$C(s) = \frac{1016.6(s + 4.343)(s - 0.001758)}{s(s + 100)}$$

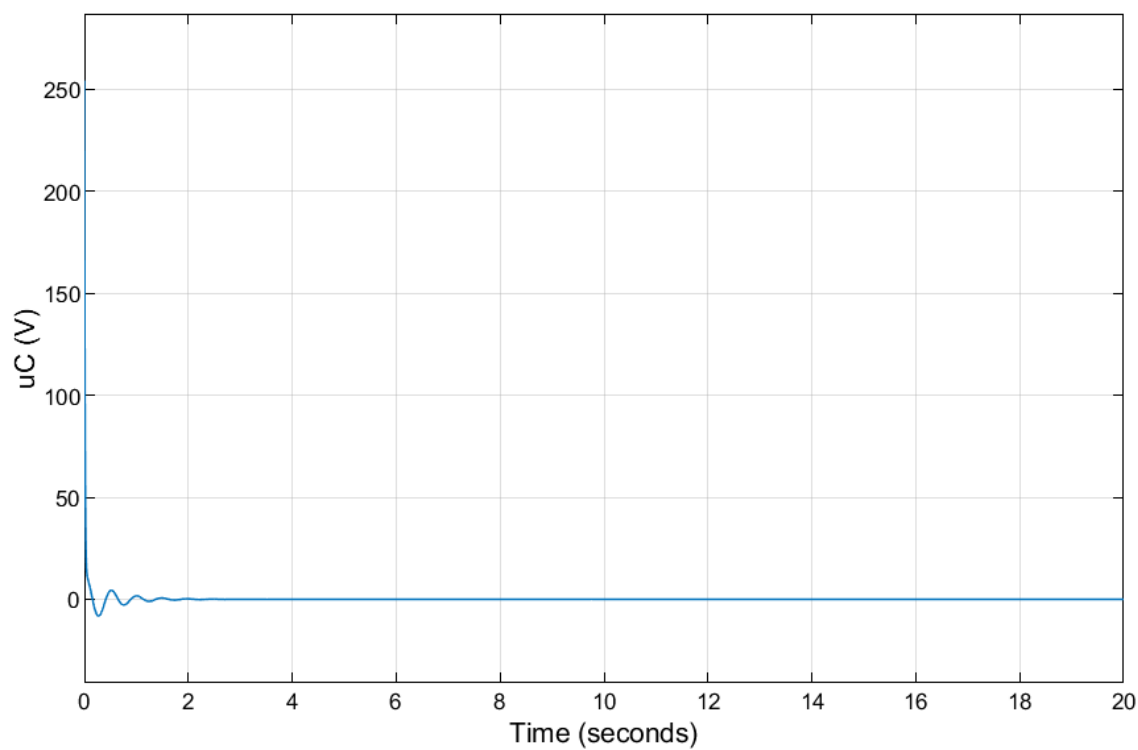


نمودار ۳۵: پاسخ پله‌ی مدار بسته در $Simulink$ – معیار $ITSE$

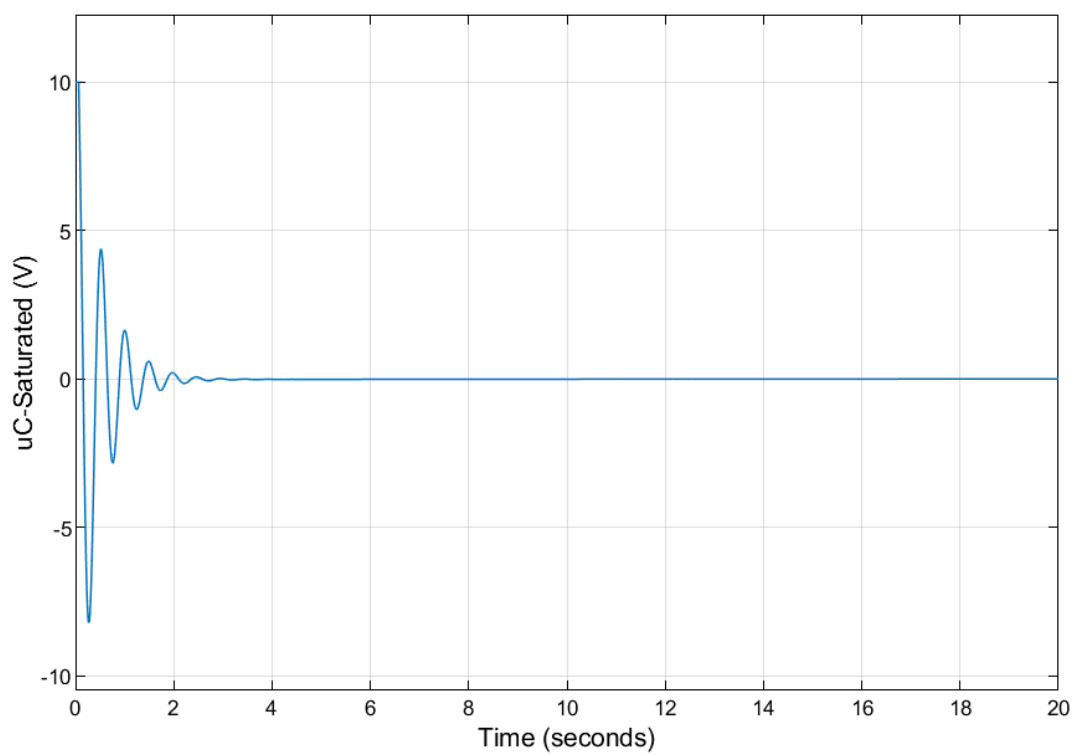


نمودار ۳۶: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در $Simulink$

– معیار $ITSE$



نمودار ۳۷: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink* – معیار *ITSE*

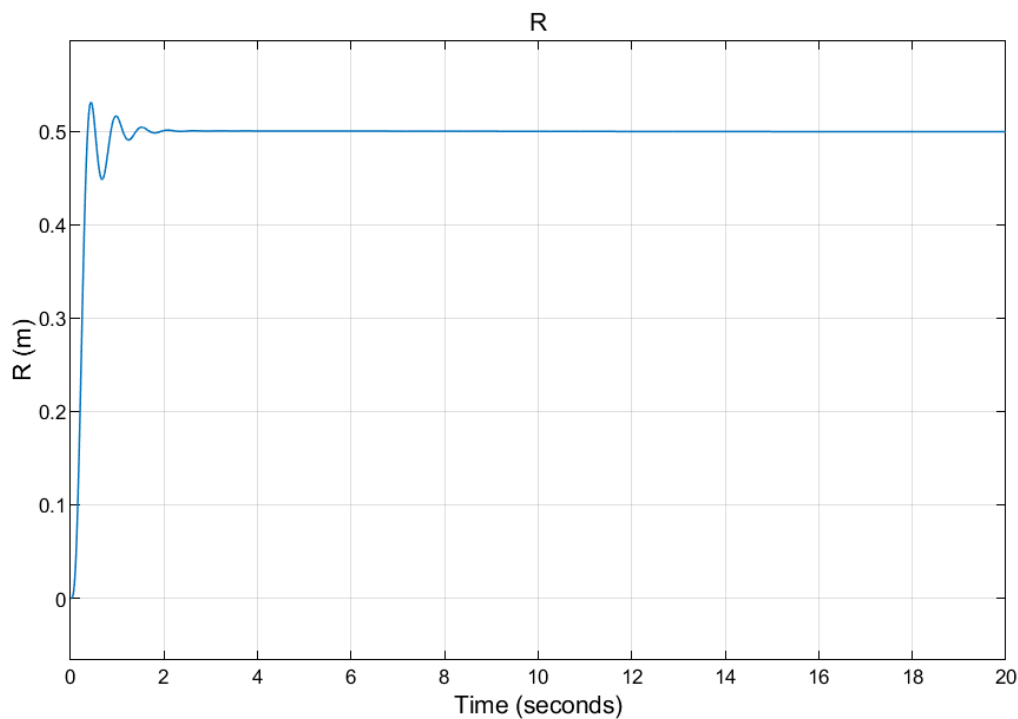


نمودار ۳۸: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink* – معیار *ITSE*

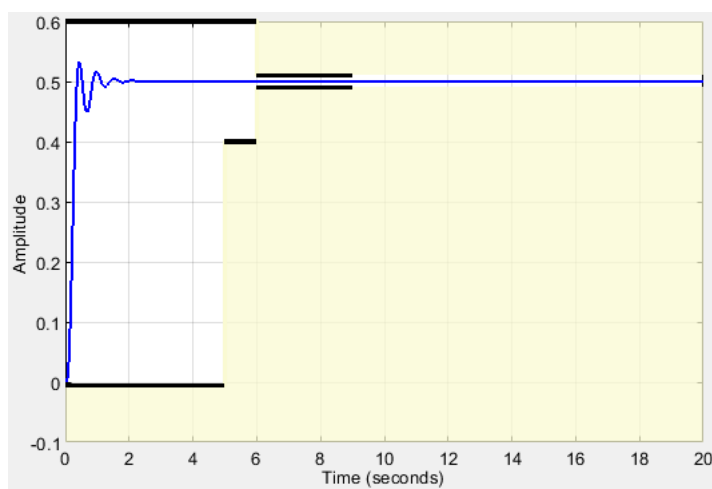
معیار IT^2SE

$$K_p = 35.0643, K_i = -0.0941, K_d = 7.8264, T = 0.01$$

$$C(s) = \frac{817.7(s + 4.291)(s - 0.002682)}{s(s + 100)}$$

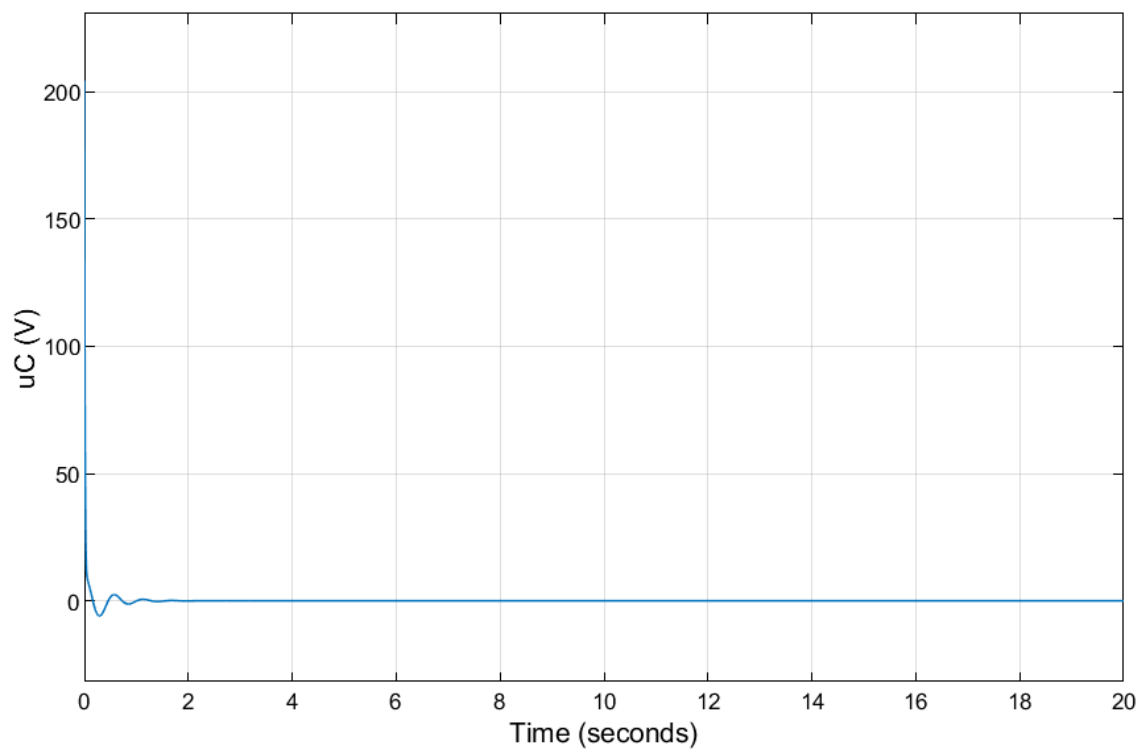


نمودار ۳۹: پاسخ پله‌ی مدار بسته در $Simulink$ – معیار IT^2SE

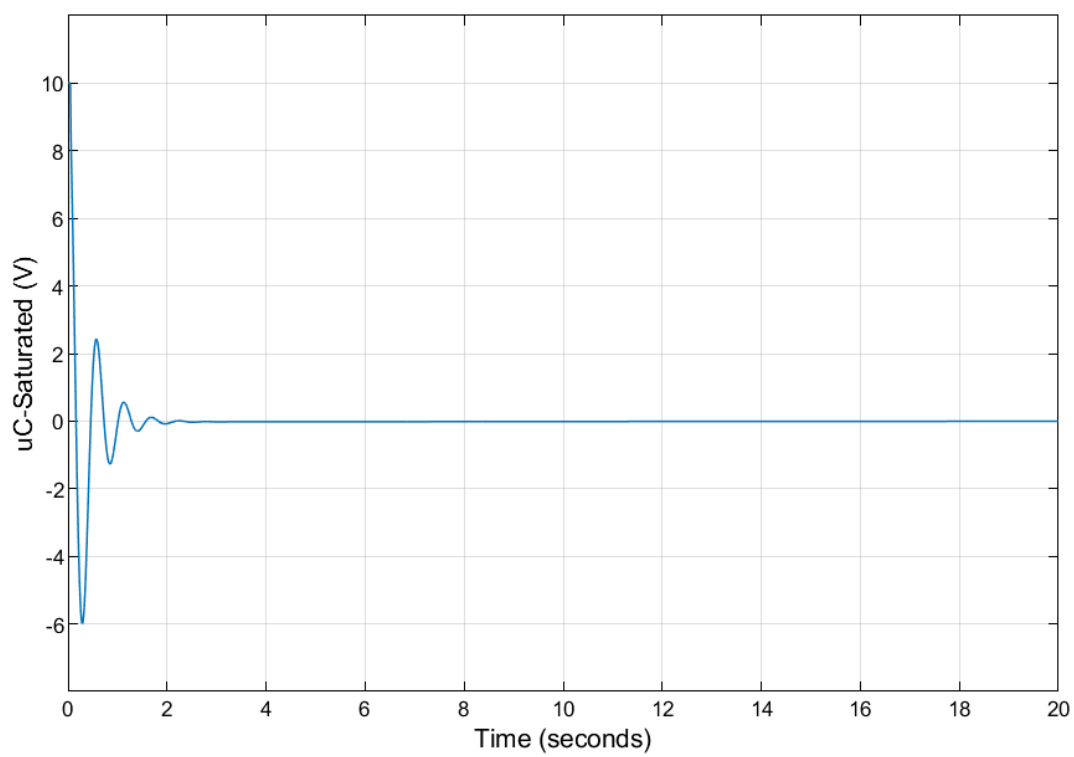


نمودار ۴۰: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در $Simulink$

– معیار IT^2SE



نمودار ۴۱: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink* – معیار IT^2SE



نمودار ۴۲: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink* – معیار IT^2SE

مقایسه‌ی چهار معیار

حال، مشابه سه پرسش قبل، خروجی هر بلوک *Scope* را به صورت یک آرایه‌ی دو بعدی در *Workspace* ذخیره کرده و به کمک تابع *stepinfo*، مشخصات زمانی آن را استخراج می‌کنیم.

نکته: توجه شود که نتایج حاصل از *stepinfo* ممکن است مقدار ناچیزی با آنچه که در *Simulink* مشاهده می‌شود، متفاوت باشد؛ زیرا *Solver* در محیط *Simulink* از نوع *ode45* و *variable steps* بوده که دقیق‌تر از حالت *fixed steps* در توابع *step* و *stepinfo* می‌باشد. به هر حال، درستی نتایج حاصل از تابع *stepinfo* با رسم نمودار پاسخ مربوطه به کمک تابع *plot*، صحت‌سنجی شده‌اند.

نکته: توجه شود که برای مشاهده‌ی مشخصات پاسخ پله، در ابتدا، در بلوک *Scope*، از سربرگ *Tools*، گزینه‌ی *Measurements* و سپس، *Bilevel Measurements* را انتخاب نمودیم (برای مشاهده‌ی t_s ، در قسمت *Settings* در سمت چپ، *Settle Seek* را برابر 1 (به صورت چشمی) قرار دادیم). منتها، این روش برای نمایش مشخصات پاسخ پله، چندان کارا نیست و گاهی نیز پاسخ‌های غلطی ارائه می‌دهد.

$$t_s(s): ITAE = 0.8941 < IT^2SE = 1.0525 < ITSE = 1.3924 < ISE = 1.7390 < 6$$

$$Overshoot(\%): ITSE = 5.5460 < ITAE = 5.9435 < IT^2SE = 6.3015 < ISE = 7.4625 < 20$$

$$u_C(0): ITAE = 177 < IT^2SE = 204.4 < ITSE = 254.1 < ISE = 283 \gg 10$$

با توجه به پاسخ‌های فوق و بررسی مقدار فراجاهش، زمان نشست و اندازه‌ی سیگنال کنترلی پیش از اشباع، علی‌رغم این که کنترل‌کننده‌های طراحی شده با هر ۴ معیار، مطلوبات کنترلی زمان نشست و مقدار فراجاهش را فراهم می‌کنند، می‌توان گفت که کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ طراحی شده با معیار *ITAE*، بهترین گزینه در میان این ۴ معیار می‌باشد؛ زیرا مقدار اولیه‌ی سیگنال کنترلی آن نسبت به سه کنترل‌کننده‌ی دیگر کمتر بوده و زمان نشست و مقدار فراجاهش آن نیز در مجموع کمتر از سه کنترل‌کننده‌ی دیگر است.

پرسش شماره ۵

(پوشه‌ی Q5)

برای حل این پرسش و رعایت مطلوبات کنترلی، یک کنترل کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی طراحی کرده‌ایم. فرآیند طراحی را نیز به کمک بلوک $PID Controller (2DOF)$ در محیط *Simulink* انجام داده‌ایم.

نکته: در تنظیمان بلوک مذکور، حد اشباع ($nSat = 10$) را لحاظ کرده‌ایم؛ با این حال، برای بررسی صحت پاسخ، همچنان بلوک *Saturation* را بعد از بلوک کنترل کننده، نگه‌داشته‌ایم.

$$C_{1o(r)} = \frac{30.373(s+2.757)(s+0.4973)}{s(s+25.56)}, C_{2o(y)} = \frac{-90.558(s+0.8592)(s+0.5353)}{s(s+25.56)}$$

$$t_s = 5.06s < 6s, Overshoot = 2.31\% < 20\%, uc(0) = 7.593 < 10$$

$$u = K_p (b \cdot r - y) + K_i \frac{1}{s} (r - y) + K_d \frac{s}{T_f s + 1} (c \cdot r - y)$$

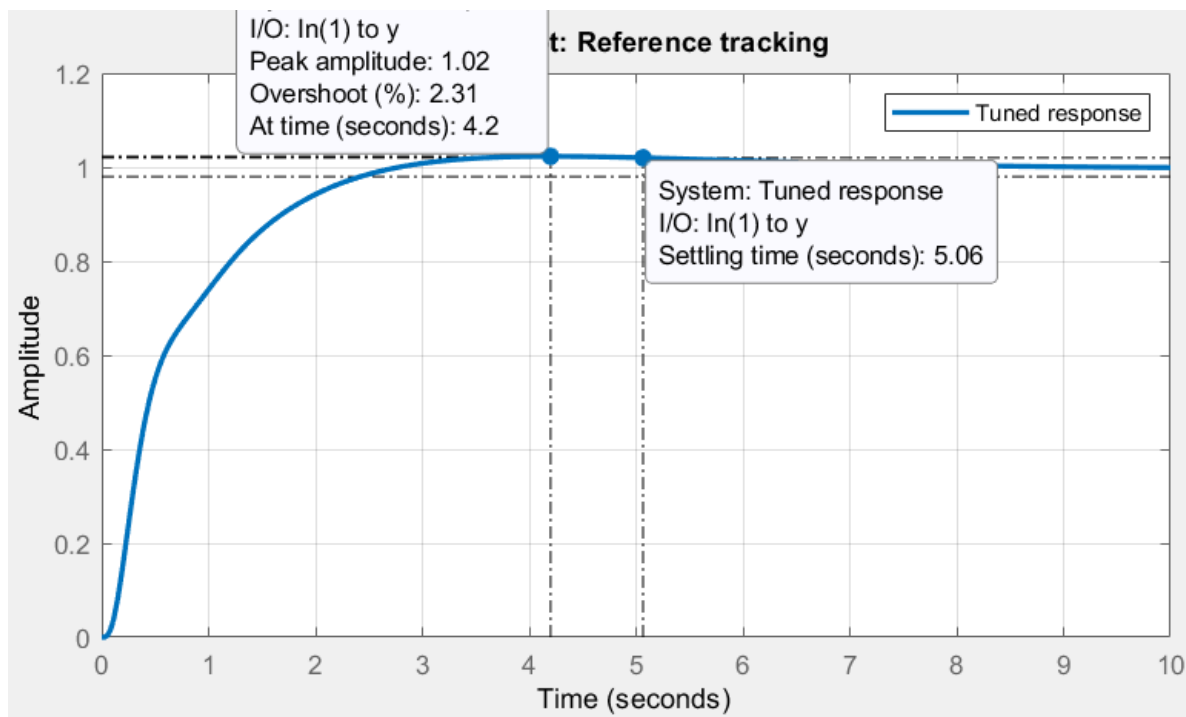
with $K_p = 4.88$, $K_i = 1.63$, $K_d = 3.35$, $T_f = 0.0391$, $b = 0.78$, $c = 0.31$

Continuous-time 2-DOF PIDF controller in parallel form.

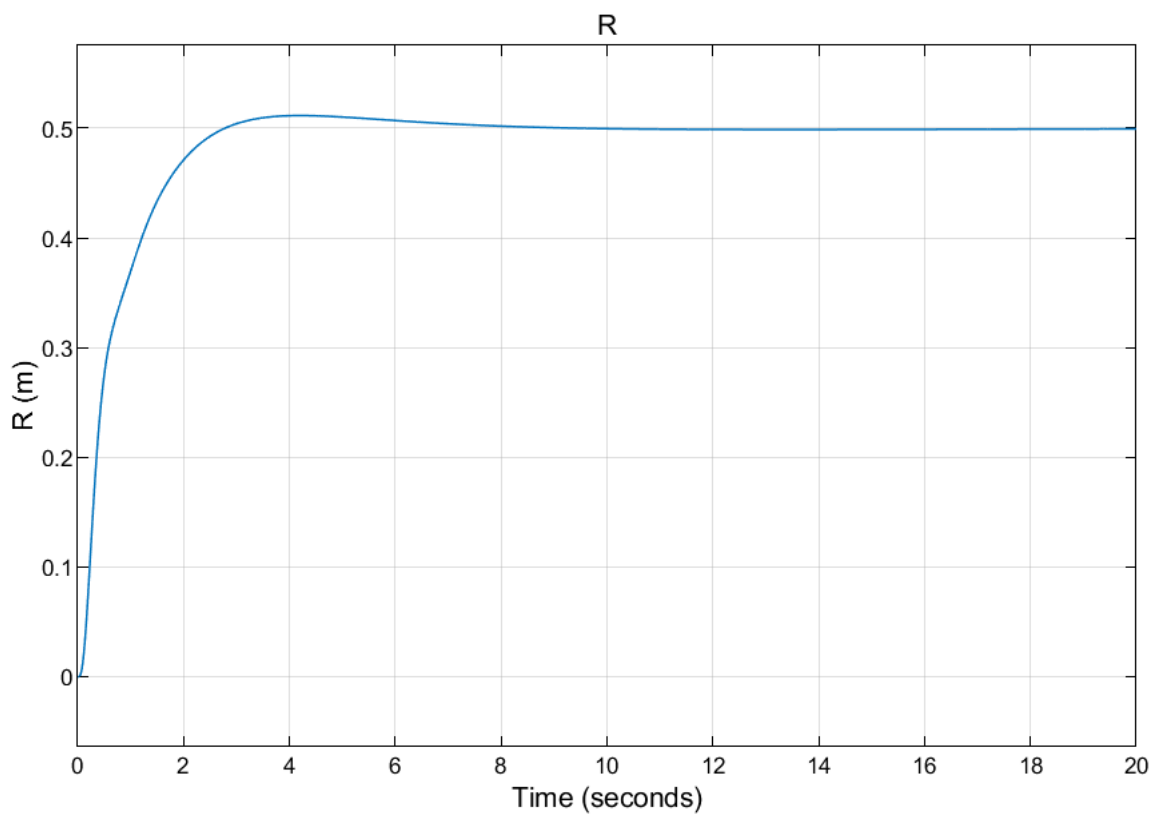
شکل ۱۰: نمایش (با دستور *pidstd*) تابع تبدیل کنترل کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی

Controller Parameters	
	Tuned
P	4.8772
I	1.6297
D	3.3522
N	25.5592
b	0.77996
c	0.31009
Performance and Robustness	
	Tuned
Rise time	1.52 seconds
Settling time	5.06 seconds
Overshoot	2.31 %
Peak	1.02
Gain margin	12.8 dB @ 14.3 rad/s
Phase margin	54 deg @ 4.69 rad/s
Closed-loop stability	Stable

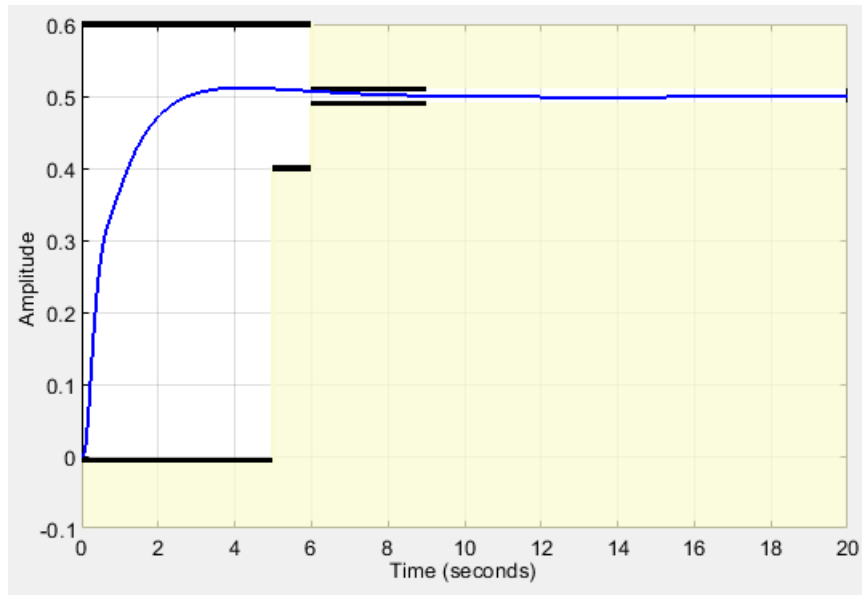
شکل ۱۱: مشخصات کنترل کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی



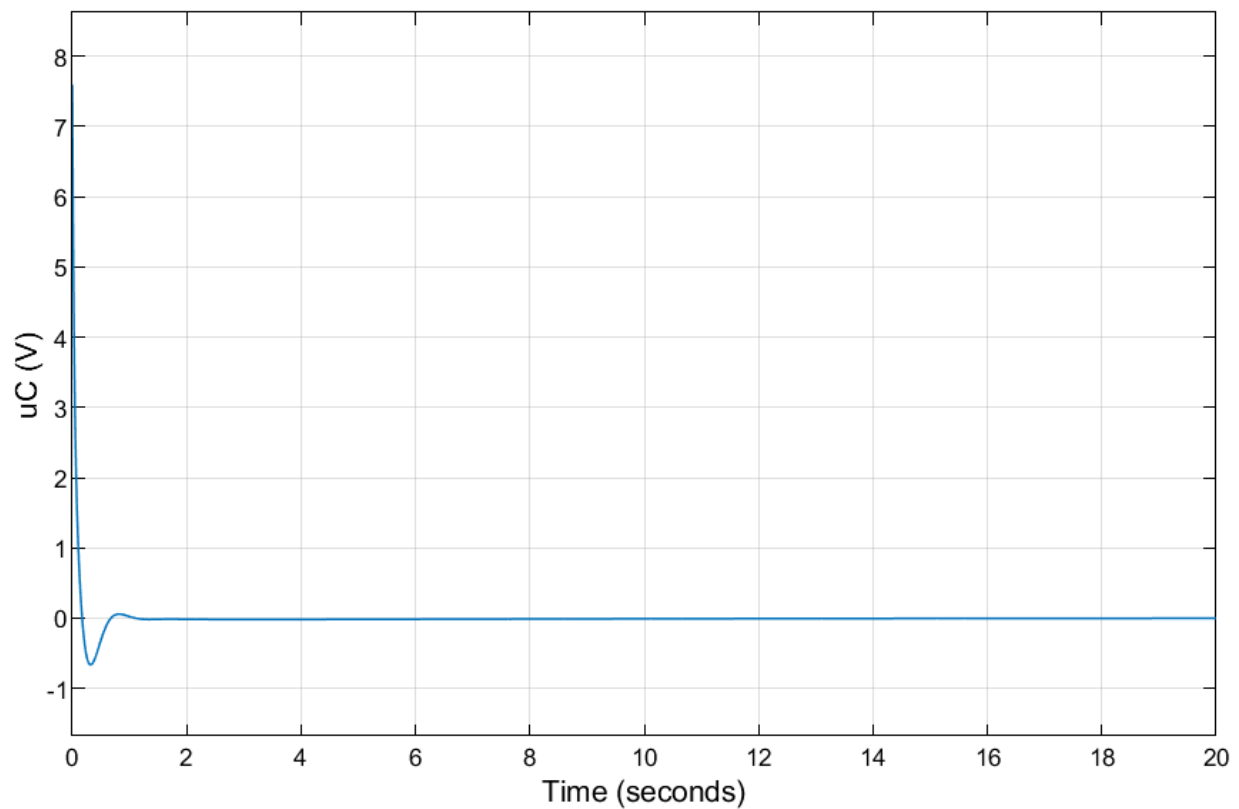
نمودار ۴۳: پاسخ پله‌ی مدار بسته - کنترل کننده‌ی $PID - F$



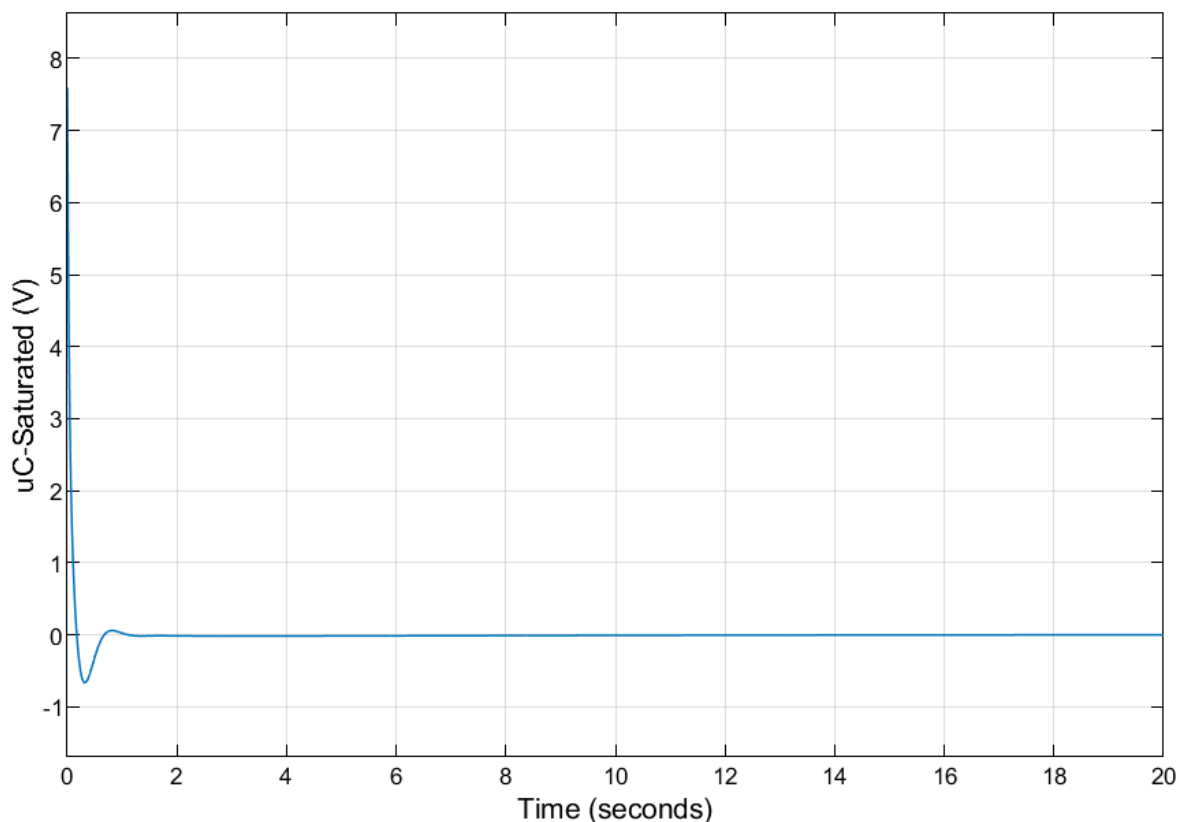
نمودار ۴۴: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* - کنترل کننده‌ی $PID - F$



نمودار ۴۵: بررسی صحت پاسخ پله‌ی مدار بسته (با بلوک *Check Step Response Characteristics*) در *Simulink* – کنترل‌کننده‌ی $PID - F$



نمودار ۴۶: پاسخ سیگنال کنترلی (پیش از اشباع) در *Simulink* – کنترل‌کننده‌ی $PID - F$



نمودار ۴۷: پاسخ سیگنال کنترلی (پس از اشباع) در *Simulink* – کنترل کننده‌ی $PID - F$

مقایسه با کنترل کننده‌های طراحی شده در پرسش‌های قبل

$$t_s(s): Q_4 = 0.89 < Q_1 = 2.52 < Q_2 = 2.96 < Q_5 = 5.06 < Q_3 = 5.54 < 6$$

$$Overshoot(\%): Q_2 = 1.32 < Q_5 = 2.31 < Q_4 = 5.94 < Q_1 = 14.03 < Q_3 = 17.2 < 20$$

$$uC(0): Q_5 = 7.593 < Q_3 = 9.150 < 10 < Q_1 = 21.25 < Q_2 = 73.06 < Q_4 = 177$$

با توجه به مقایسه‌ی فوق، مشاهده می‌شود که کنترل کننده‌های طراحی شده در هر پنج سوال، مطلوبات کنترلی زمان نشست و مقدار فراجهش را به خوبی فراهم می‌کنند. همچنین مشاهده می‌شود که کنترل کننده‌ی طراحی شده در این پرسش، یعنی $PID - F$ دو درجه آزادی، مقدار فراجهش کمی داشته و همچنین کمترین مقدار اولیه‌ی سیگنال کنترلی را دارد. لازم به ذکر است که با توجه به حد اشباع تعریف شده ($nSat = 10$) و مقدار اولیه‌ی سیگنال‌های کنترلی، به نظر می‌رسد که کنترل کننده‌های پرسش ۳ ($PID - F: ZN - Modified$) و پرسش ۵ ($PID - F$) دو درجه آزادی) در مجموع، انتخاب‌های مناسب‌تری هستند.

پرسش شماره ۶

(پوشه‌ی Q6)

در صفحه‌ی قبل، کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده را از نظر مشخصات پاسخ زمانی و فراهم کردن مطلوبات کنترلی مربوط به زمان نشست و مقدار فراجهش، مقایسه کردیم و نتیجه این شد که کنترل‌کننده‌های طراحی شده در پرسش ۳ ($PID - F: ZN - Modified$) و پرسش ۵ ($PID - F$ دو درجه آزادی) از نظر کیفیت پاسخ زمانی، فراهم کردن مطلوبات کنترلی و رعایت حد اشباع، بهتر از سایر کنترل‌کننده‌ها هستند. حال، در ابتدای پاسخ این پرسش، پاسخ فرکانسی این کنترل‌کننده‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. توجه شود که منظور از GM همان حد (یا حاشیه) بهره، PM همان حد (یا حاشیه) فاز، ω_p همان فرکانس گذر فاز و ω_g همان فرکانس گذر بهره می‌باشد.

این مشخصات به کمک بلوک $Bode Plot$ در $Simulink$ حاصل شده‌اند (نمودارهای ۴۸ تا ۵۱). همچنین در خصوص صحت‌سنجی اطلاعات فرکانسی زیر، برای پرسش ۱ تا ۵ از دستور $margin$ برای پرسش ۱ از نمودار $bode$ مدارباز در $SISO$ ، برای پرسش ۲ از شکل ۵ و برای پرسش ۵ از شکل ۱۱ استفاده شده است. توجه شود که به دلیل دو درجه بودن کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ در پرسش ۵، از بلوک $Bode Plot$ برای آن استفاده نشده است.

نکته: در نمودار ۵۱، سیستم مداربسته‌ی پرسش ۴ (کنترل‌کننده‌ی طراحی شده با معیار $ITAE$) به دلیل منفی بودن ضریب انتگرالی کنترل‌کننده که پیش‌تر به آن اشاره شد، به صورت ناپایدار گزارش می‌شود.

$$GM(dB): Q_4 = 8.41 < Q_5 = 12.8 = Q_3 < Q_2 = 15.2 < Q_1 = 22.5$$

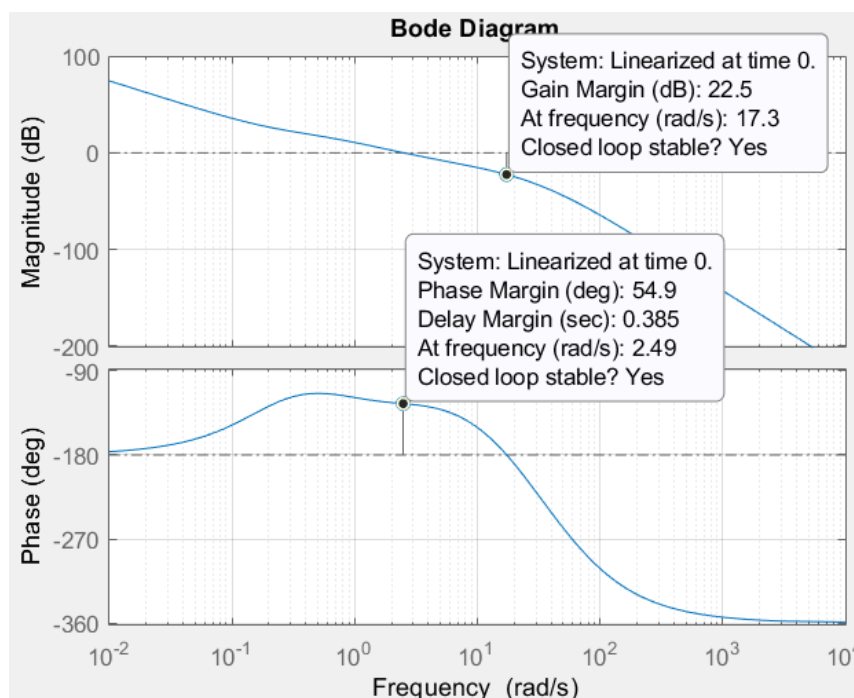
$$\omega_p \left(\frac{rad}{s} \right): Q_3 = 11.11 < Q_5 = 14.3 < Q_1 = 17.3 < Q_4 = 17.6 < Q_2 = 19.3$$

$$PM(^{\circ}): Q_4 = 26.3 < Q_5 = 54 < Q_3 = 54.1 < Q_1 = 54.9 < Q_2 = 62$$

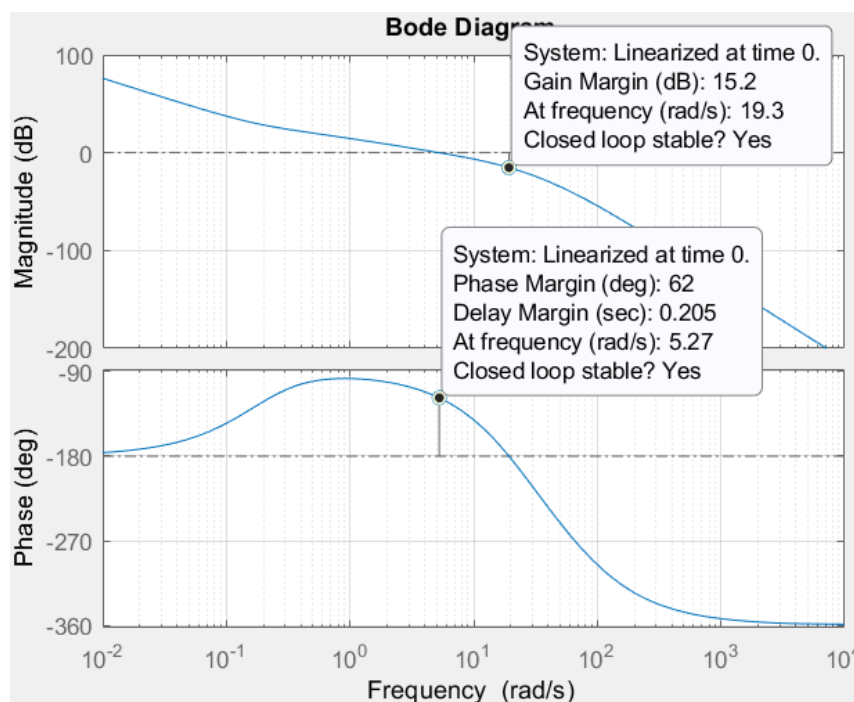
$$\omega_g \left(\frac{rad}{s} \right): Q_1 = 2.49 < Q_3 = 3.74 < Q_5 = 4.69 < Q_2 = 5.27 < Q_4 = 9.37$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، پایداری نسبی کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده در پرسش‌های ۳ و ۵، تقریباً با یکدیگر مشابه است و کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده در پرسش‌های ۱ و ۲ نیز به ترتیب بیشترین حاشیه‌ی بهره و بیشتری حاشیه‌ی فاز را دارند؛ البته توجه شود که مقدار اولیه‌ی سیگنال‌های کنترلی در کنترل‌کننده‌های ۱ و ۲ بیشتر از حد مجاز اشباع ($nSat = 10$) می‌باشد؛ در نتیجه، همچنان می‌توان گفت که کنترل‌کننده‌های

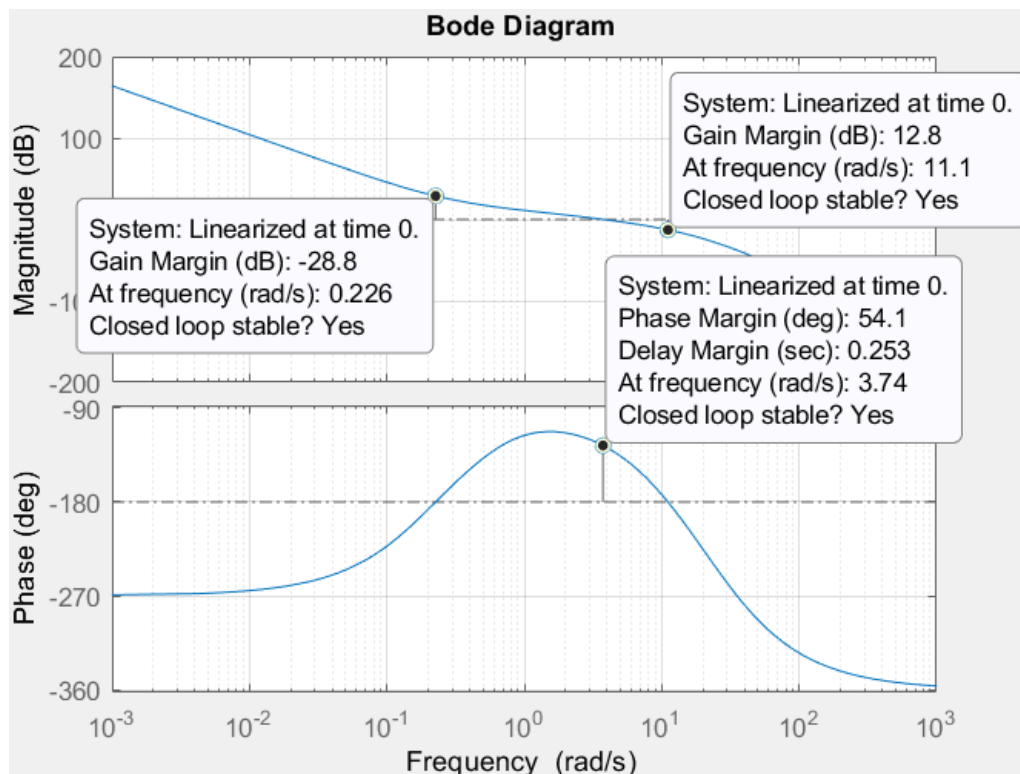
پرسش ۳ ($PID - F:ZN - Modified$) و پرسش ۵ ($PID - F$) دو درجه آزادی) بهتر از باقی کنترل‌کننده‌ها هستند.



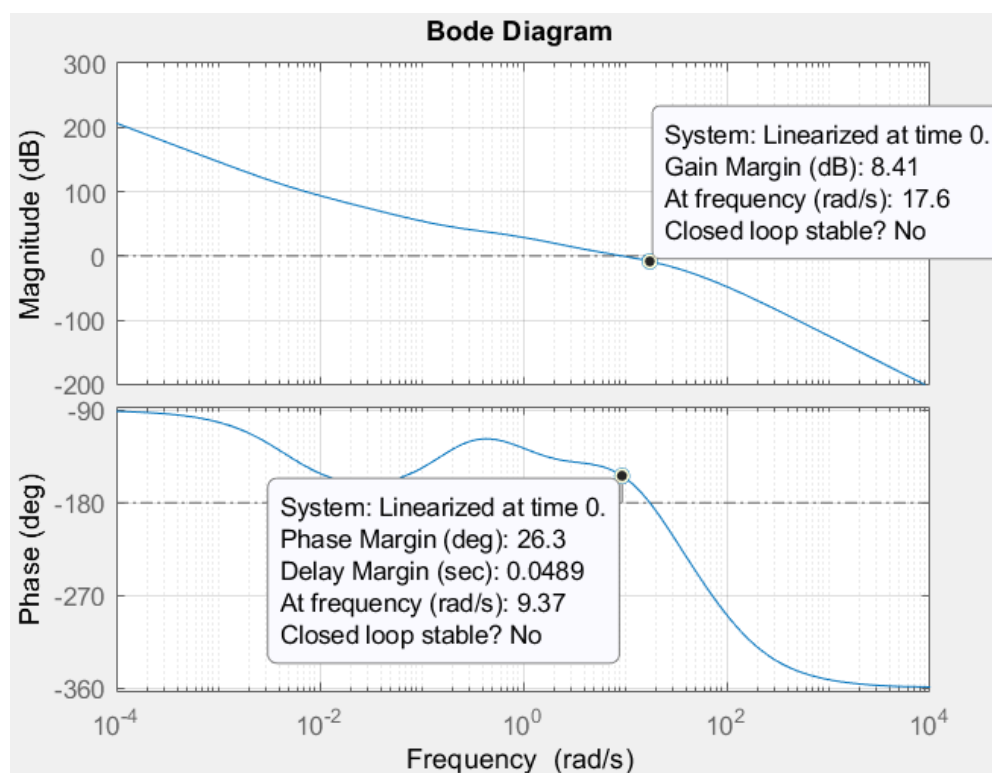
نمودار ۴۸: نمودار *bode* مدار باز و نمایش مشخصات فرکانسی سیستم پرسش ۱ در *Simulink*



نمودار ۴۹: نمودار *bode* مدار باز و نمایش مشخصات فرکانسی سیستم پرسش ۲ در *Simulink*



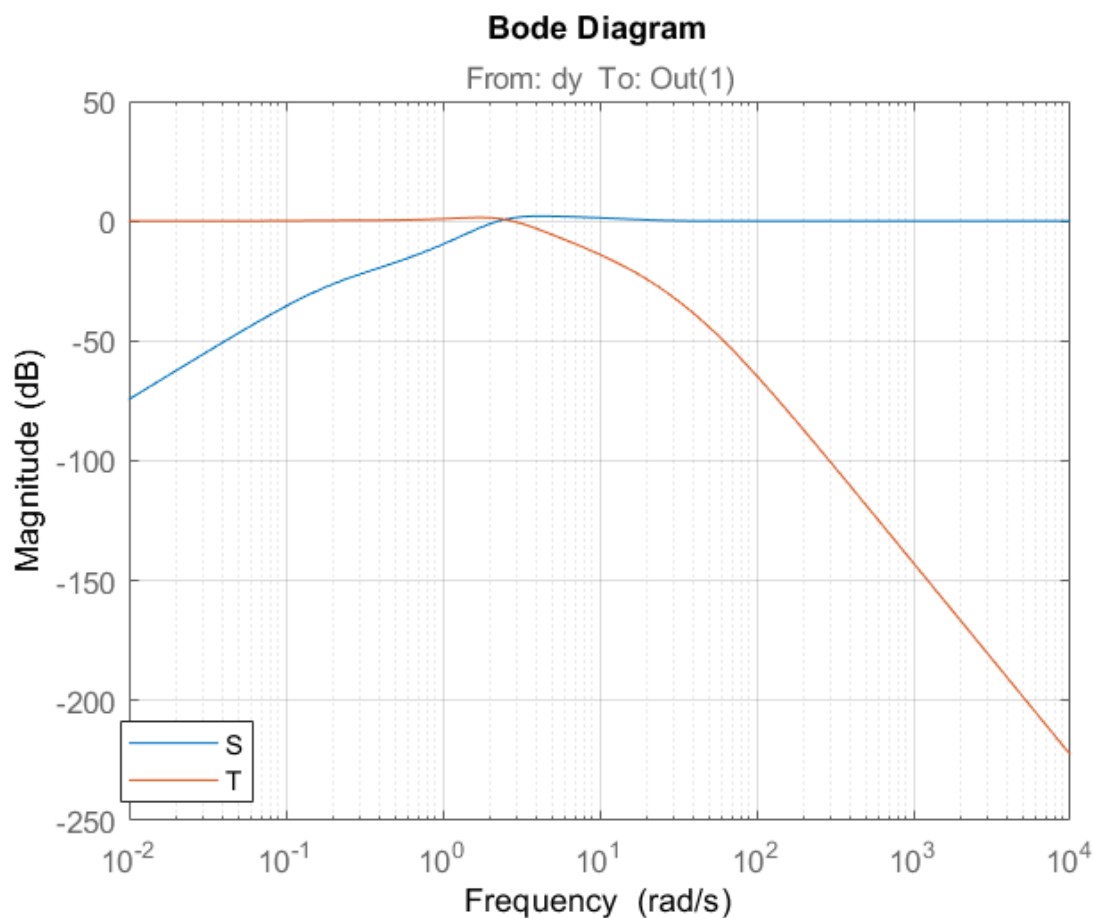
نمودار ۵۰: نمودار *bode* مدار باز و نمایش مشخصات فرکانسی سیستم پرسش ۳ در *Simulink*



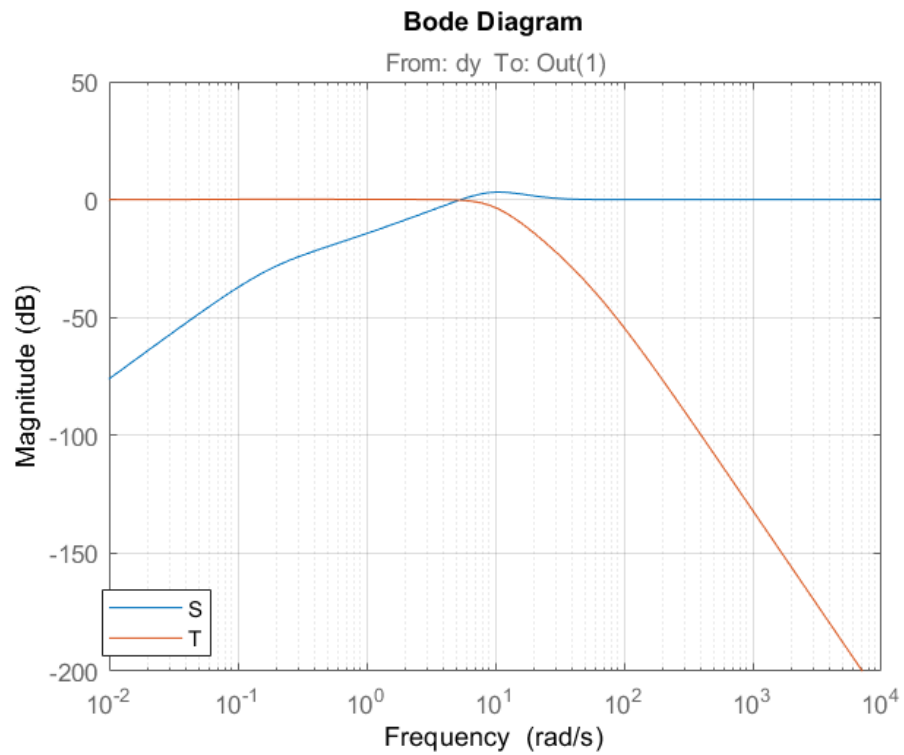
نمودار ۵۱: نمودار *bode* مدار باز و نمایش مشخصات فرکانسی سیستم پرسش ۴ در *Simulink*

همچنین توجه شود که با صرف از نظر از سیستم پرسش ۴، سیستم‌های پرسش ۱ و ۲، به ترتیب کمترین و بیشترین (پهنای باند فرکانسی) $\omega_g \cong \omega_b$ را دارند. از طرفی، $\omega_g \cong \omega_b$ برای سیستم پرسش ۵، بزرگ‌تر از سیستم پرسش ۳ می‌باشد؛ یعنی پهنای باند فرکانسی و در نتیجه سرعت کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی، بیشتر از کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ طراحی شده به روش $ZN - Modified$ بوده و در نتیجه، انتخاب آن مناسب‌تر است. به علاوه، لازم به ذکر است که کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی، دست ما را در طراحی، بسیار بازتر از سایر روش‌ها می‌گذارد؛ زیرا می‌توانیم با یک درجه‌ی آزادی آن، به صفر کردن خطا و با درجه‌ی آزادی دیگر به حذف اغتشاش بپردازیم (بخش دوم پرسش ۶).

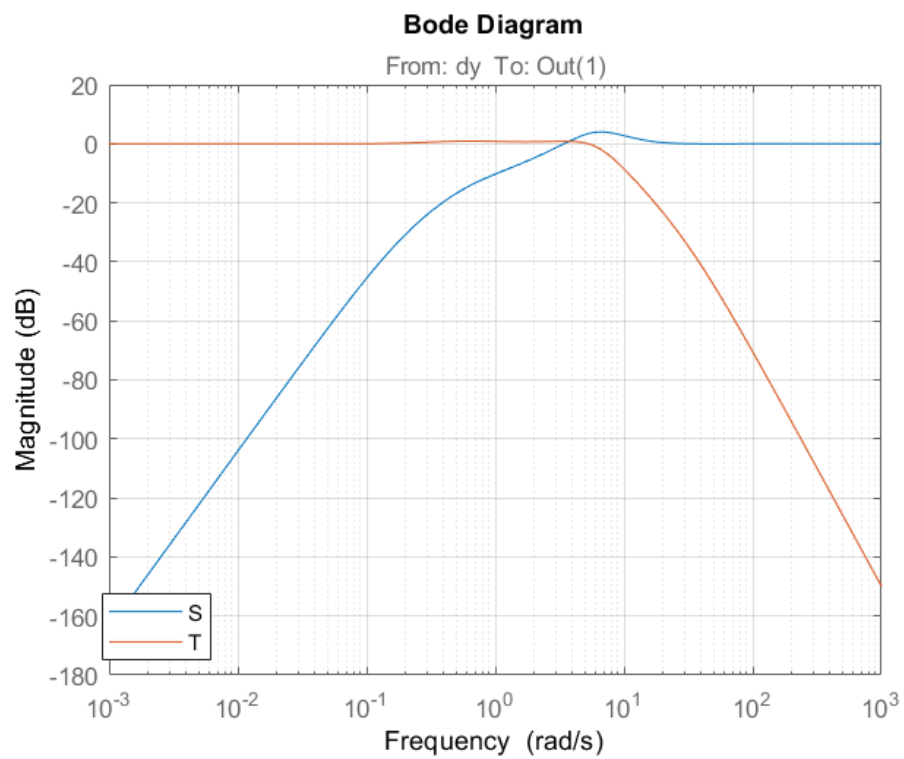
حال، برای تکمیل بحث تحلیل پاسخ فرکانسی، به بررسی توابع حساسیت و مکمل حساسیت می‌پردازیم. این توابع را به کمک دستور *loopsens* تولید کرده و همراه با یک‌دیگر در نمودار *bode* نشان داده‌ایم (نمودارهای ۵۲ تا ۵۶).



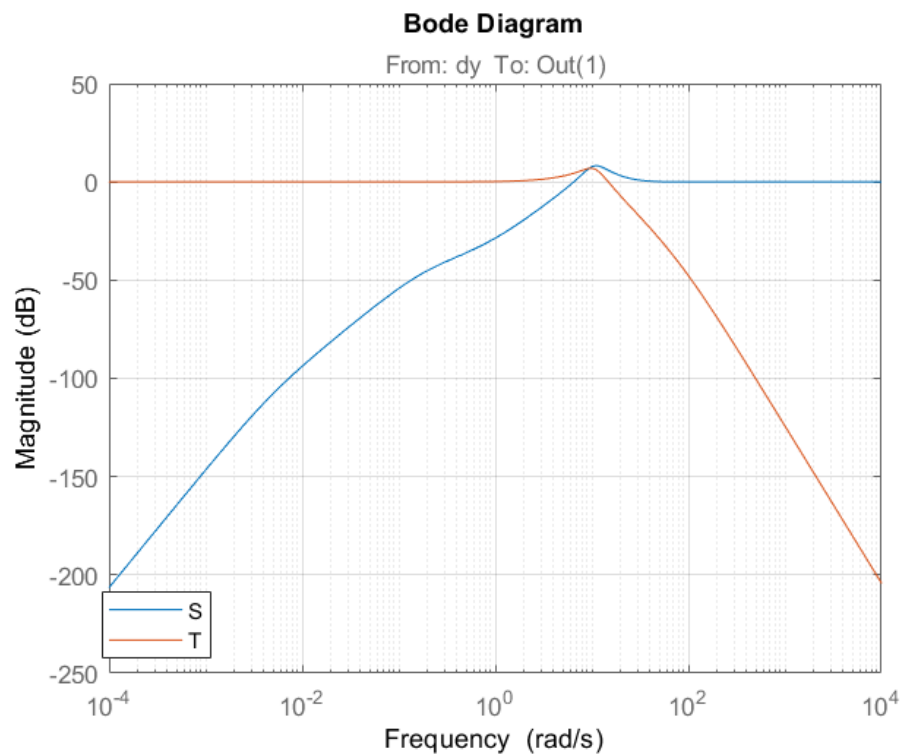
نمودار ۵۲: توابع تبدیل حساسیت و مکمل حساسیت برای پرسش ۱



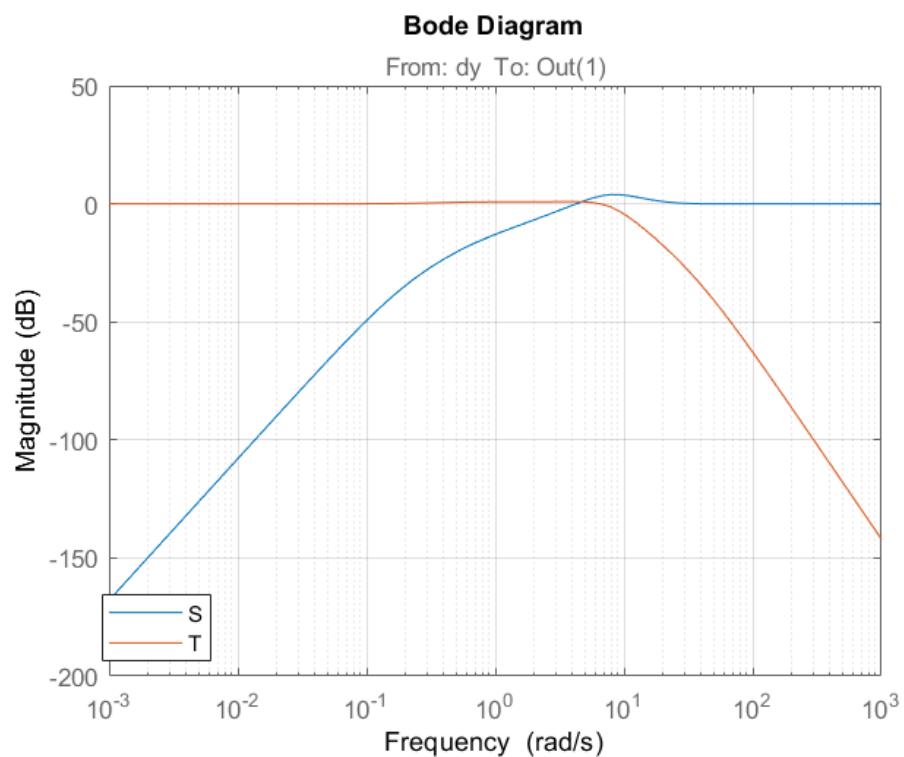
نمودار ۵۳: توابع تبدیل حساسیت و مکمل حساسیت برای پرسش ۲



نمودار ۵۴: توابع تبدیل حساسیت و مکمل حساسیت برای پرسش ۳



نمودار ۵۵: توابع تبدیل حساسیت و مکمل حساسیت برای پرسش ۴



نمودار ۵۶: توابع تبدیل حساسیت و مکمل حساسیت برای پرسش ۵

می‌دانیم برای این که یک سیستم کنترلی، نسبت به تغییرات و خطاهای موجود در مدل، حساس نباشد و همچنین توانایی حذف اغتشاش بالایی داشته باشد، تابع حساسیت باید در دامنه‌ی فرکانسی مربوط به تغییرات و اغتشاش، اندازه‌ی کوچکی داشته باشد؛ یعنی:

$$|G_{open\ loop}| \gg 1 \rightarrow |S| \ll 1 \rightarrow |T| \approx 1 \rightarrow 20\log|T| \approx 0dB$$

با توجه به توضیحات فوق و نمودارهای ترسیم شده، مشاهده می‌شود که توابع حساسیت هر پنج سیستم تا حد زیادی، مشابه یکدیگر هستند و به راحتی نمی‌توان بر مبنای آن‌ها، یک کنترل‌کننده را انتخاب کرد. از طرفی اگر حد $-3dB$ (معیار تضعیف) را برای برقراری شروط فوق در نظر بگیریم، با نگاه دقیق‌تر به محورهای متوجه خواهیم شد که:

$$20\log|S| \leq -3dB @ \left(\frac{rad}{s}\right): Q_1 = 1.7 < Q_3 = 2.5 < Q_5 = 3.1 < Q_2 = 3.8 < Q_4 = 5.5$$

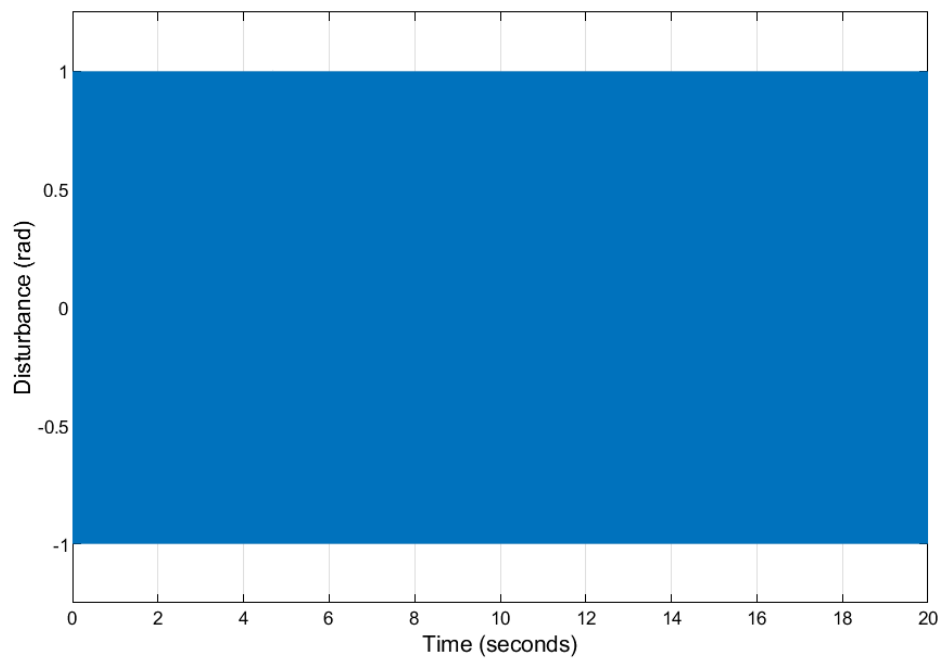
همچنین شیب کاهش $|T|$ برای سیستم‌های پرسش‌های ۳ و ۵ بیشتر از باقی کنترل‌کننده‌ها است؛ یعنی این دو سیستم، نسبت به نویز (هر ورودی با دامنه‌ی کم و فرکانس زیاد، مانند اغتشاش ورودی اشاره شده در پرسش ۶ با فرکانس $40Hz \cong 251 \frac{rad}{s}$ که بیشتر شبیه به نویز عمل می‌کند تا اغتشاش)، مقاومت بیشتری داشته و بهتر می‌توانند اثر آن را کاهش دهند.

انتخاب کنترل‌کننده

در مجموع، با توجه به مقدار اولیه‌ی سیگنال کنترلی، فراهم کردن مطلوبات کنترلی زمان نشست و مقدار فراجاهش، کیفیت پاسخ زمانی، کیفیت پاسخ فرکانسی، حدود بهره و فاز، پهنای باند، حساسیت و انعطاف پذیری در طراحی پارامترهای کنترل‌کننده، می‌توان گفت که کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی طراحی شده در پرسش ۵، بسیار گزینه‌ی مناسبی است.

حذف اغتشاش

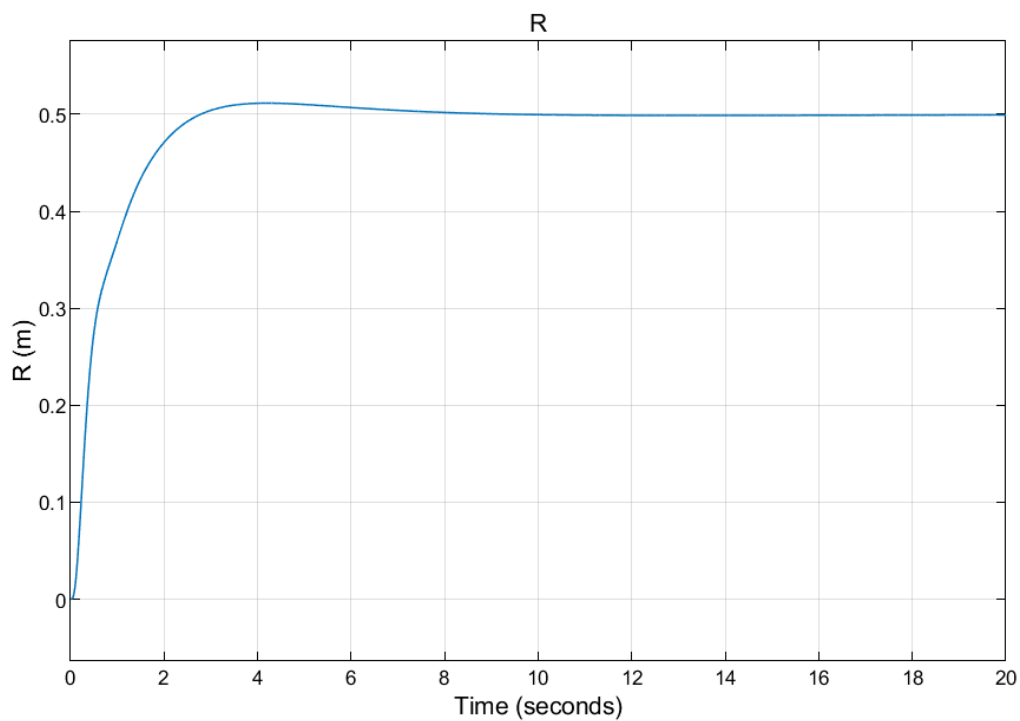
با استفاده از بلوک *Clock* و *MATLAB Function* در *Simulink*، اغتشاش مورد نظر را پیش از P (سیستم اصلی) و با سه دامنه‌ی مختلف ۱، ۱۰ و ۱۰۰ به سیستم با کنترل‌کننده‌ی $PID - F$ دو درجه آزادی، اعمال می‌کنیم. همان‌گونه که در ادامه مشاهده می‌شود، در هر سه حالت، اثر این اغتشاش به خوبی کاهش پیدا کرده و حتی به صورت چشمی نیز به سختی مشاهده می‌شود (یعنی قاعدتاً دامنه‌ی آن به زیر ۳٪ گفته شده می‌رسد) و همچنین اعمال این اغتشاش، منجر به کاهش زمان نشست و مقدار فراجاهش نسبت به حالت اصلی می‌شود و البته در هر سه حالت، مقدار اولیه‌ی سیگنال کنترلی، تغییری نکرده و زیر حد اشباع باقی خواهد ماند.



نمودار ۵۷: نمونه اغتشاش ورودی به دامنه‌ی 1rad

دامنه‌ی ۱

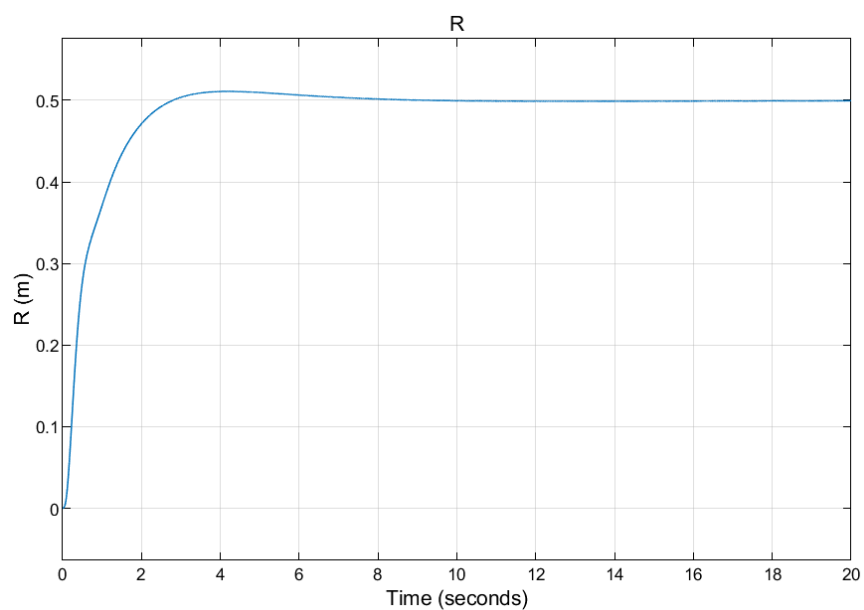
$t_s = 5.04\text{s} < 6\text{s}$, $\text{Overshoot: } 2.29\% < 20\%$, $uC(0) = 7.593 < 10$



نمودار ۵۸: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* – دامنه‌ی ۱

دامنه‌ی ۱۰

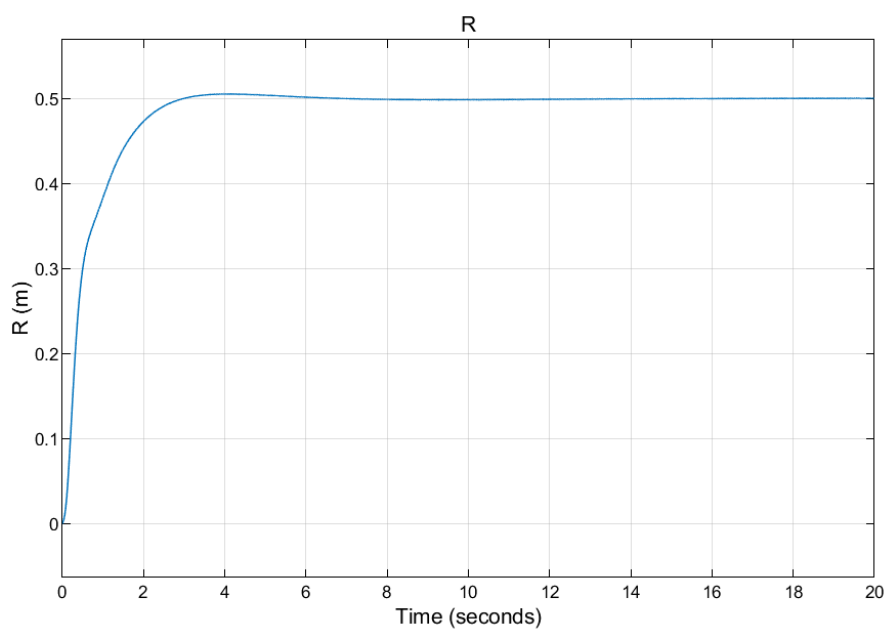
$t_s = 4.82s < 6s, \text{Overshoot: } 2.18\% < 20\%, uC(0) = 7.593 < 10$



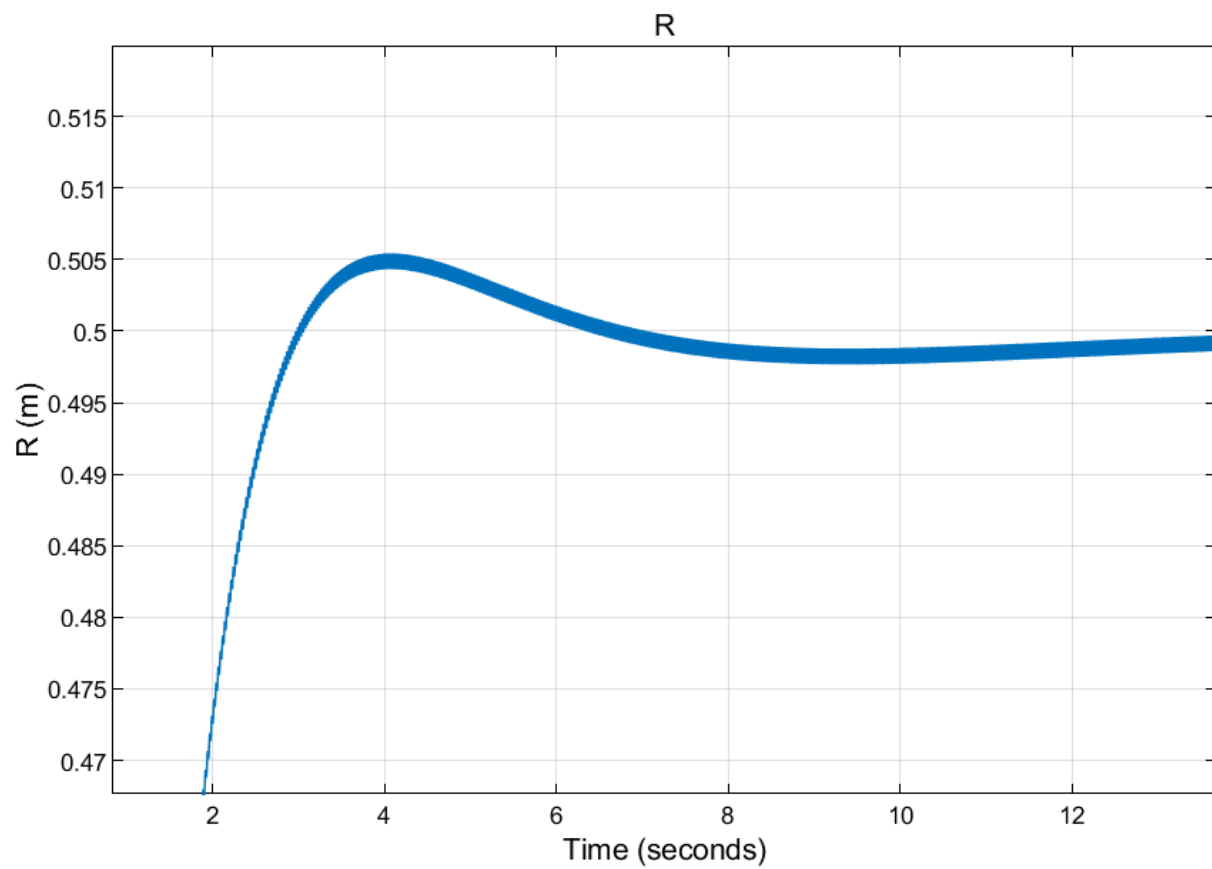
نمودار ۵۹: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* – دامنه‌ی ۱۰

دامنه‌ی ۱۰۰

$t_s = 2.48s < 6s, \text{Overshoot: } 1.09\% < 20\%, uC(0) = 7.593 < 10$



نمودار ۶۰: پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* – دامنه‌ی ۱۰۰



نمودار ۶۱: بزرگنمایی پاسخ پله‌ی مدار بسته در *Simulink* – دامنه‌ی ۱۰۰