

به نام خداوند

تمرین شماره ۸ رباتیک

۹۶۱۰۶۲۱۴

عرفان اعتصامی

مقدمه) در حل این تمرین، از مطالب موجود در جزوه‌ی جلسات ۲۴ تا ۲۷ و مدل‌های طراحی شده در تمرین ۳ و ۵، یعنی مدل *Simulink* ربات *Puma* استفاده شده است. مدل *Puma.slx* مسئول حل بخش دوم تمرین بوده و مدل *Puma_ctrl.slx* وظیفه‌ی حل بخش سوم تمرین را بر عهده دارد. همچنین، برنامه‌ی *Run.m*، متغیرهای ربات را مقداردهی می‌کند.

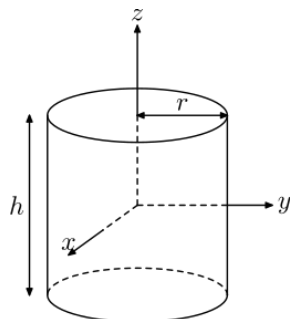
نکته‌ی ۱: توجه شود که با توجه به تعریف θ_1 در جزوه‌ی جلسه‌ی ۷، ورودی مفصل ۱ در مدل *Simulink* را به صورت $\theta_1 - 90^\circ$ قرار می‌دهیم. به عبارت دیگر در نمودارهای مربوط به نمایش زاویه‌ی مفصل ۱، آغاز نمودار از $90^\circ -$ خواهد بود و در حل بخش سوم، این نمودار به $90^\circ - 20^\circ = -70^\circ$ ختم خواهد شد.

نکته‌ی ۲: لینک ۱ ربات، مجموع دو قسمت h و d با چگالی و شعاع میله‌ی یکسان در نظر گرفته شد. به این گونه، توزیع جرم بین این دو قسمت به صورت خطی تقسیم شده و به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$m_{1d} = \frac{d}{d+h} m_1 = \frac{15\text{cm}}{15\text{cm} + 65\text{cm}} \times 2\text{Kg} = 0.375\text{Kg}$$

$$m_{1h} = \frac{h}{d+h} m_1 = \frac{65\text{cm}}{15\text{cm} + 65\text{cm}} \times 2\text{Kg} = 1.625\text{Kg}$$

نکته‌ی ۳: شعاع تمام میله‌ها برابر با 5cm در نظر گرفته شده و طبق راهنمایی‌های انجام شده توسط دستیار



آموزشی درس، از تاثیر بخش شعاعی در محاسبه‌ی ممان اینرسی جرمی صرف نظر شد. به عبارت دیگر، ممان اینرسی جرمی یک استوانه مانند شکل ۱ به صورت زیر ساده شد.

$$J_x = J_y = \frac{1}{12} m \times (3r^2 + h^2) \rightarrow J_x = J_y \cong \frac{1}{12} m h^2$$

شکل ۱: ممان اینرسی جرمی یک استوانه $J_z = \frac{1}{2} m r^2 \cong 0$

نکته‌ی ۴: علی‌رغم این که به دلیل نسبت تبدیل گیربکس (r) نسبتاً بزرگ، به راحتی می‌توان از کوپلینگ بین لینک‌ها صرف نظر کرد (توضیحات بیشتر در بخش ۲)، با این حال، طبق راهنمایی دستیار آموزشی درس، برای محاسبه‌ی ممان اینرسی جرمی مربوط به مفصل ۱، هر سه لینک ۱ تا ۳ و برای محاسبه‌ی ممان اینرسی جرمی مربوط به مفصل ۲، لینک ۲ و ۳ با احتساب زاویه‌ی چرخش آن‌ها در محاسبات لحاظ شدند.

نکته‌ی ۵: بلوک استوانه‌ای سیاه رنگ در مدل *Simulink*، تاثیری در انجام محاسبات نداشته و تنها برای تطابق شکل مدل با شکل ترسیم شده در تمرین ۳ در نظر گرفته شده است.

نکته‌ی ۶: زمان اجرای شبیه‌سازی برای بخش ۲ مطابق خواست تمرین، برابر با $2s$ لحاظ شده است. همچنین برای بخش ۳ نیز، چون زمان نشست مفاصل باید حدود $1s$ باشد، همان زمان اجرای $2s$ برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است.

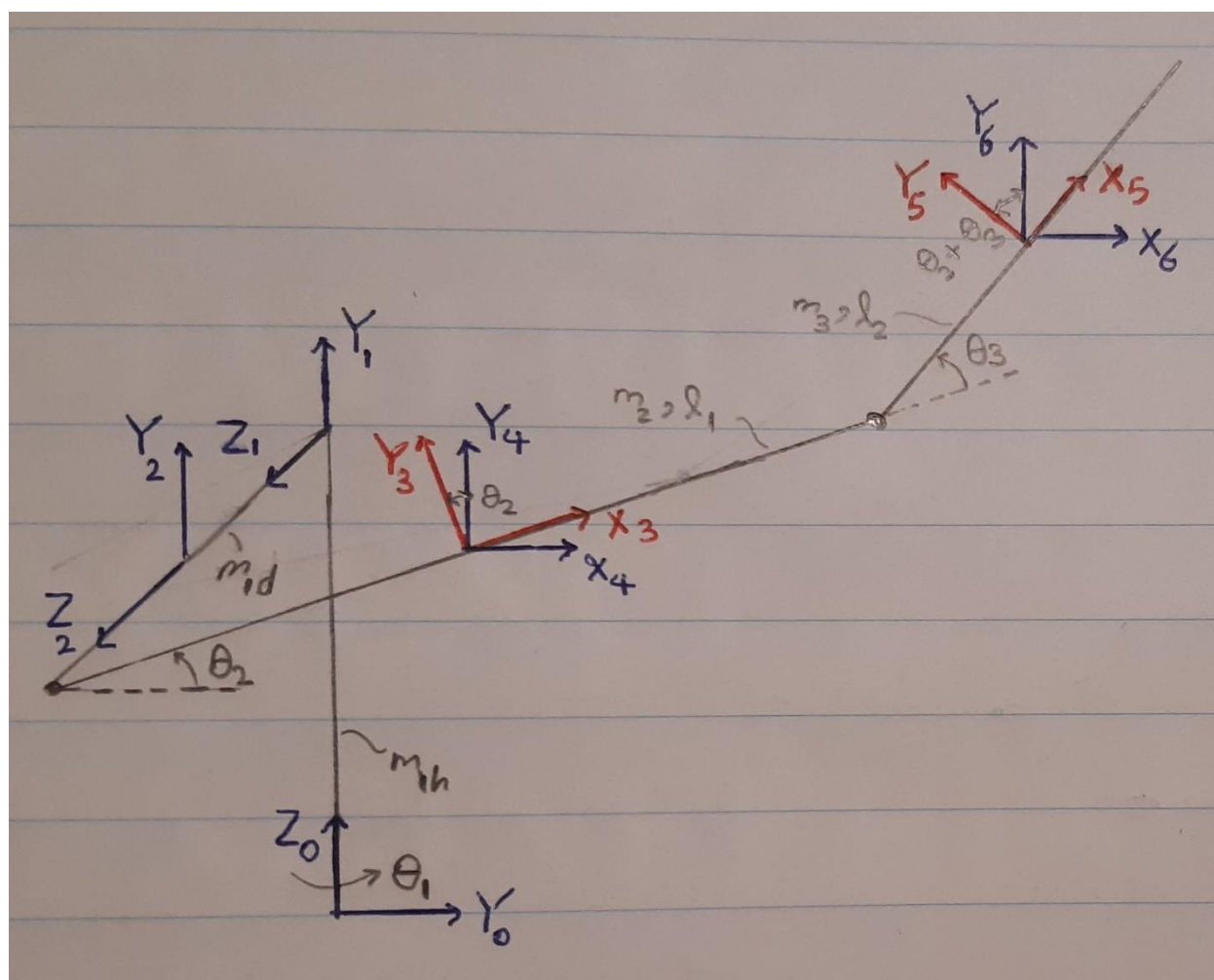
نکته‌ی ۷: با توجه به فیزیک مسئله، از θ_l به عنوان ورودی مفاصل استفاده می‌شود.

نکته‌ی ۸: اگر منحنی‌های مربوطه در بلوک *Scope* به درستی برای شما نمایش داده نشدند، از سربرگ *Tools* گزینه‌ی *Axis Scaling* را انتخاب نموده و مجدداً شبیه‌سازی را اجرا نمایید؛ یا در نوار ابزار موجود در بالای پنجره، بر روی گزینه‌ی *Scale Y – Axis Limits* کلیک کنید.

نکته‌ی ۹: برای مشاهده‌ی مشخصات پاسخ پله، در ابتدا، در بلوک *Scope*، از سربرگ *Tools*، گزینه‌ی *Measurements* و سپس، *Bilevel Measurements* را انتخاب نمودیم (برای مشاهده‌ی t_s ، در قسمت *Settings* در سمت چپ، *Settle Seek* را برابر ۱ قرار دادیم). منتها، این روش برای نمایش مشخصات پاسخ پله، چندان کارا نیست و گاهی نیز پاسخ‌های غلطی ارائه می‌دهد؛ در نتیجه، به عنوان یک روش جایگزین، از بلوک *Check Step Response Characteristics* استفاده کردیم؛ به این گونه که قیده‌ای مربوط به پاسخ پله‌ی مطلوب را به این بلوک داده و بررسی می‌کنیم که آیا پاسخ پله‌ی موجود، در محدوده مجاز ($t_s \cong 1s, M = 5\% = 0.05$) قرار خواهد گرفت یا خیر.

بخش ۲) در ابتدا، با توجه به شکل موجود در تمرین و شکل و روابط ارائه شده در جزوه‌ی جلسه‌ی ۲۴، با صرف نظر از L (اندوکتانس) و τ_l (اغتشاش)، موتور DC را مدل کرده و درون بلوک‌های $DC Motor \#$ قرار داده‌ایم. ورودی این بلوک‌ها، ولتاژ مطلوب و زوایای مفصلی مورد نیاز برای محاسبه‌ی ممان‌های اینرسی جرمی لینک‌های ربات (J_l) طبق نکته‌ی ۴ می‌باشد. در دو زیربخش مفصل ۱ و مفصل ۲، منظورمان از J همان J_l می‌باشد.

مفصل ۱) برای این مفصل باید ممان اینرسی جرمی لینک‌های ۱ تا ۳ را حول محور Z_0 (محور دوران مفصل ۱) در شکل ۲ محاسبه کنیم (نام‌گذاری محورها به صورت دلخواه و تنها برای توضیح شکل ۲ انجام شده است). در این شکل، محورهای Z_0, Y_1, Y_2, Y_4, Y_5 و Y_6 با یک‌دیگر موازی هستند.



شکل ۲: محاسبه‌ی ممان اینرسی جرمی برای مفصل ۱

طبق نکته‌ی ۳، از آن صرف‌نظر می‌کنیم $J_{1h(Z_0)} = \frac{1}{3} m_{1h} R^2 \rightarrow$

$$J_{1d(Y_2)} = \frac{1}{12} m_{1d} (d)^2 \rightarrow J_{1d(Y_1)} = J_{1d(Z_0)} = J_{1d(Y_2)} + m_{1d} \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$J_{2(Y_4)} = \frac{1}{12} m_2 (l_1 \cos(\theta_2))^2 \rightarrow$$

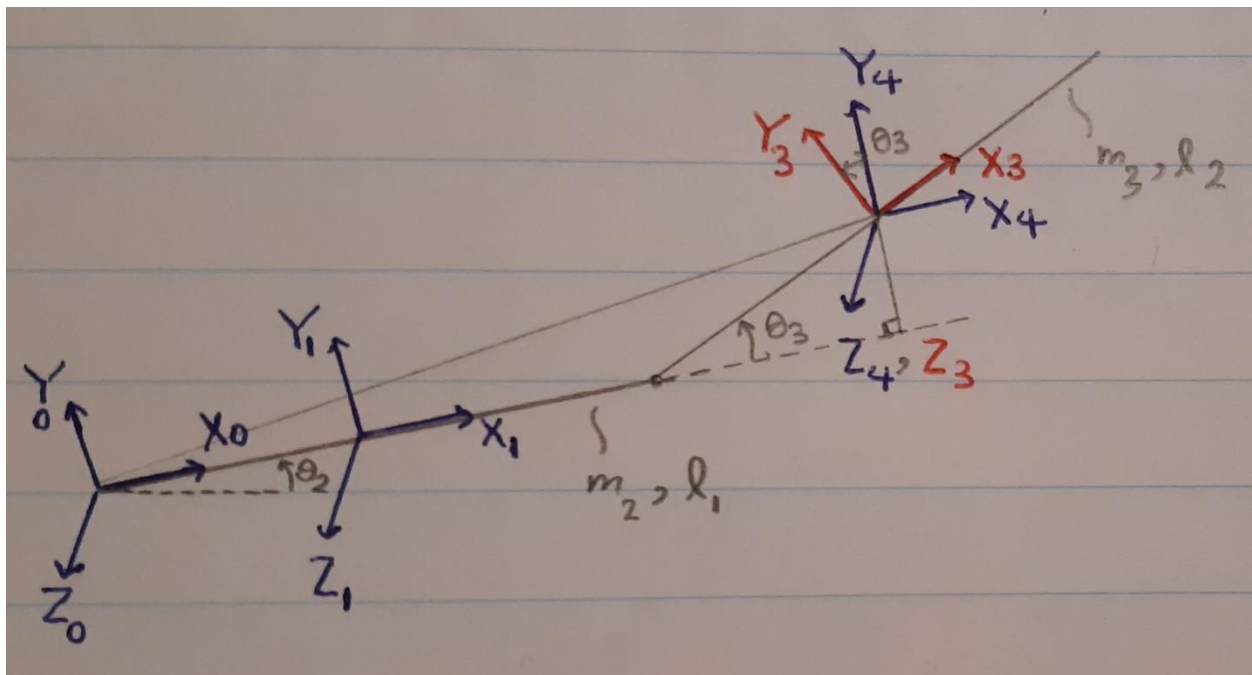
$$J_{2(Y_1)} = J_{2(Z_0)} = J_{2(Y_4)} + m_2 \left[\left(\frac{l_1 \cos(\theta_2)}{2} \right)^2 + m_2 (d)^2 \right]$$

$$J_{3(Y_6)} = \frac{1}{12} m_3 (l_2 \cos(\theta_2 + \theta_3))^2 \rightarrow$$

$$J_{3(Y_1)} = J_{3(Z_0)} = J_{3(Y_6)} + m_3 \left[\left(l_1 \cos(\theta_2) + \frac{l_2 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{2} \right)^2 + m_3 (d)^2 \right]$$

$$J_{Joint1(Z_0)} = J_{1d(Z_0)} + J_{2(Z_0)} + J_{3(Z_0)}$$

مفصل ۲) برای این مفصل باید ممان اینرسی جرمی لینک‌های ۲ و ۳ را حول محور Z_0 (محور دوران مفصل ۲) در شکل ۳ محاسبه کنیم (نام‌گذاری محورها به صورت دلخواه و تنها برای توضیح شکل ۳ انجام شده است). در این شکل، محورهای Z_0, Z_1, Z_3, Z_4 با یکدیگر موازی هستند.



شکل ۳: محاسبه‌ی ممان اینرسی جرمی برای مفصل ۲

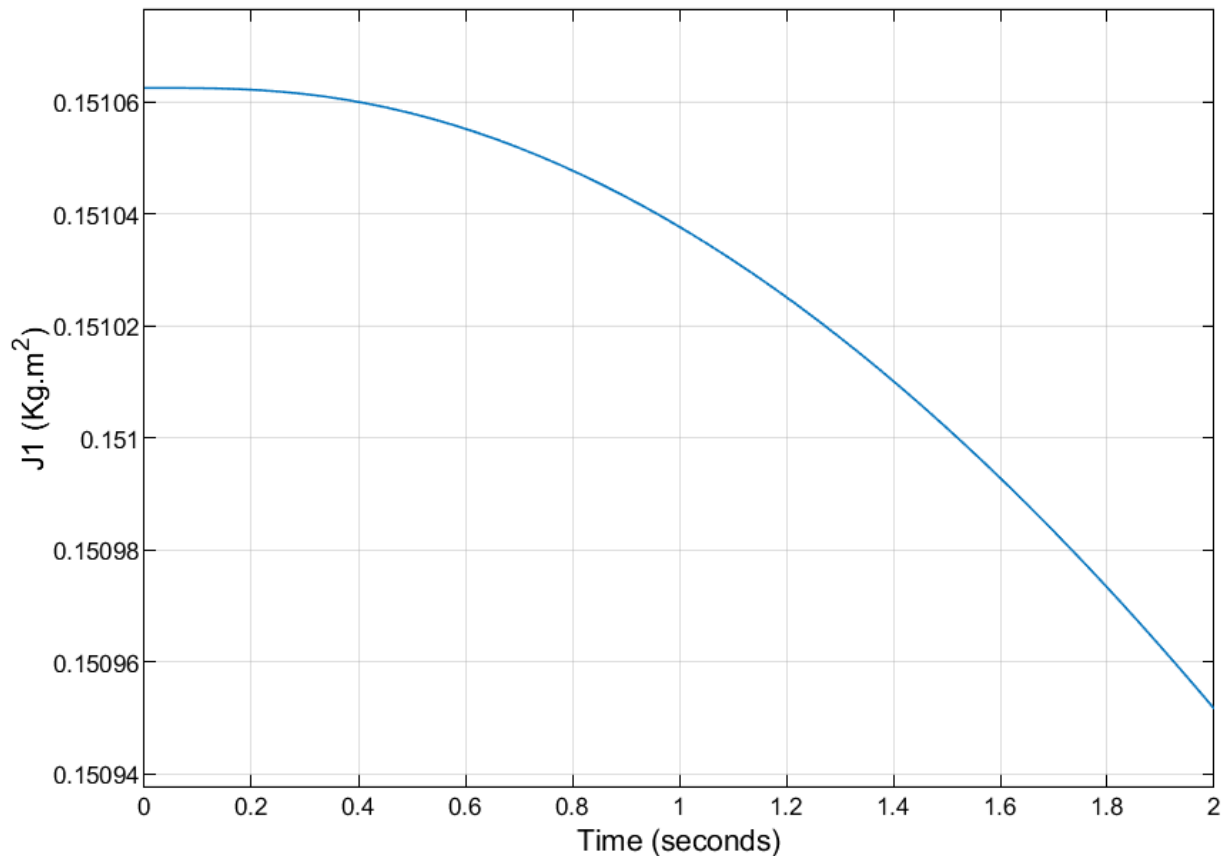
$$J_{2(z_1)} = \frac{1}{12} m_2 (l_1)^2 \rightarrow J_{2(z_0)} = J_{2(z_1)} + m_2 \left(\frac{l_1}{2} \right)^2$$

$$J_{3(z_4)} = \frac{1}{12} m_3 (l_2)^2 \rightarrow J_{3(z_0)} = J_{3(z_4)} + m_3 \left[\left(l_1 + \frac{l_2 \cos(\theta_3)}{2} \right)^2 + \left(\frac{l_2 \sin(\theta_3)}{2} \right)^2 \right]$$

$$J_{Joint2(z_0)} = J_{2(z_0)} + J_{3(z_0)}$$

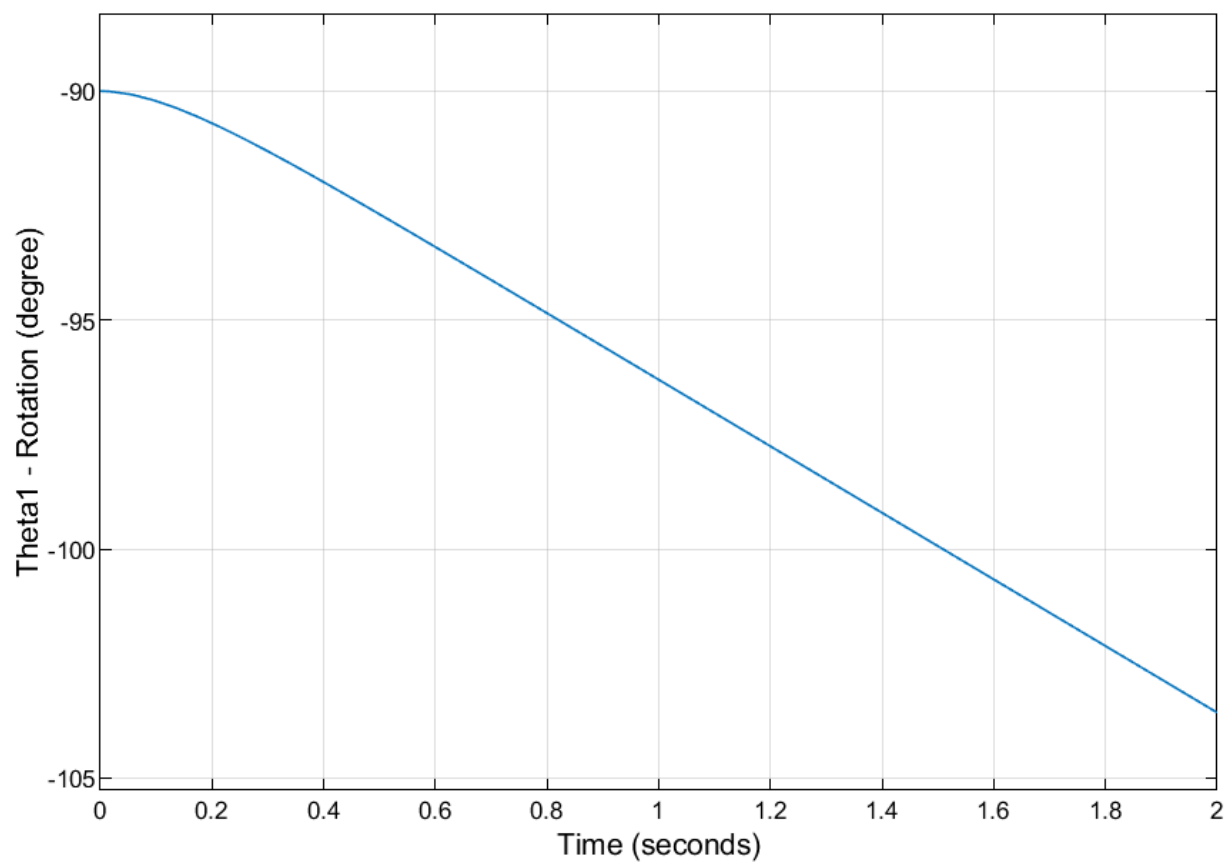
محاسبه‌ی ممان اینرسی جرمی) از آن جا که ممان اینرسی جرمی مربوط به هر لینک از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید، مشخص است که بخش غالب همان $J_m + J_g$ بوده و برای هر مفصل، J_l به دلیل تقسیم شدن بر مجذور نسبت تبدیل گیربکس (r)، مقدار کوچکی خواهد داشت. برای نشان دادن این موضوع، تغییرات ممان اینرسی جرمی مربوط به مفصل ۱ به صورت نمونه در نمودار ۱ ترسیم شده است.

$$J_i = J_m + J_g + \frac{J_{l_i}}{r^2} = 0.15 + \frac{J_{l_i}}{2500}$$



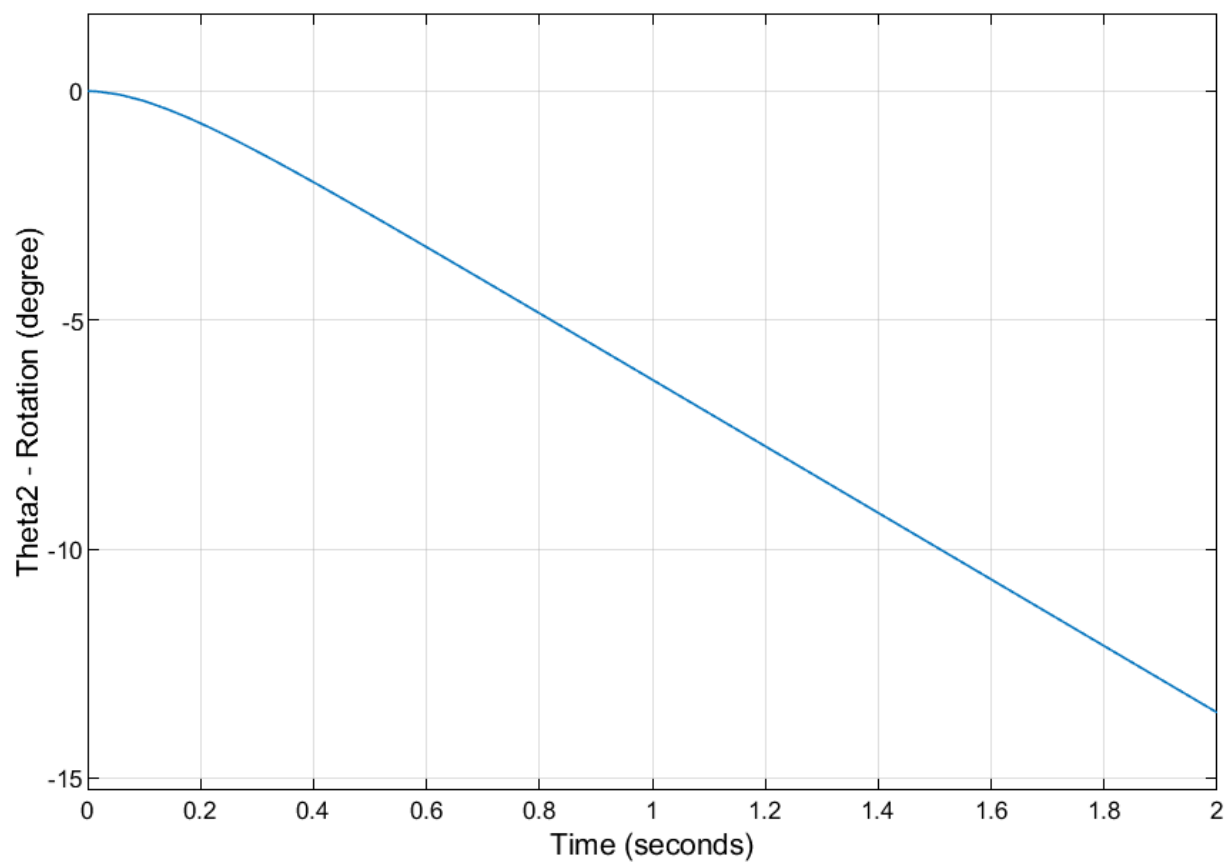
نمودار ۱: نمایش تغییرات ممان اینرسی جرمی برای مفصل ۱

تغییرات زاویه‌ی مفصل ۱ برحسب زمان) به نکته‌ی ۱ توجه شود.



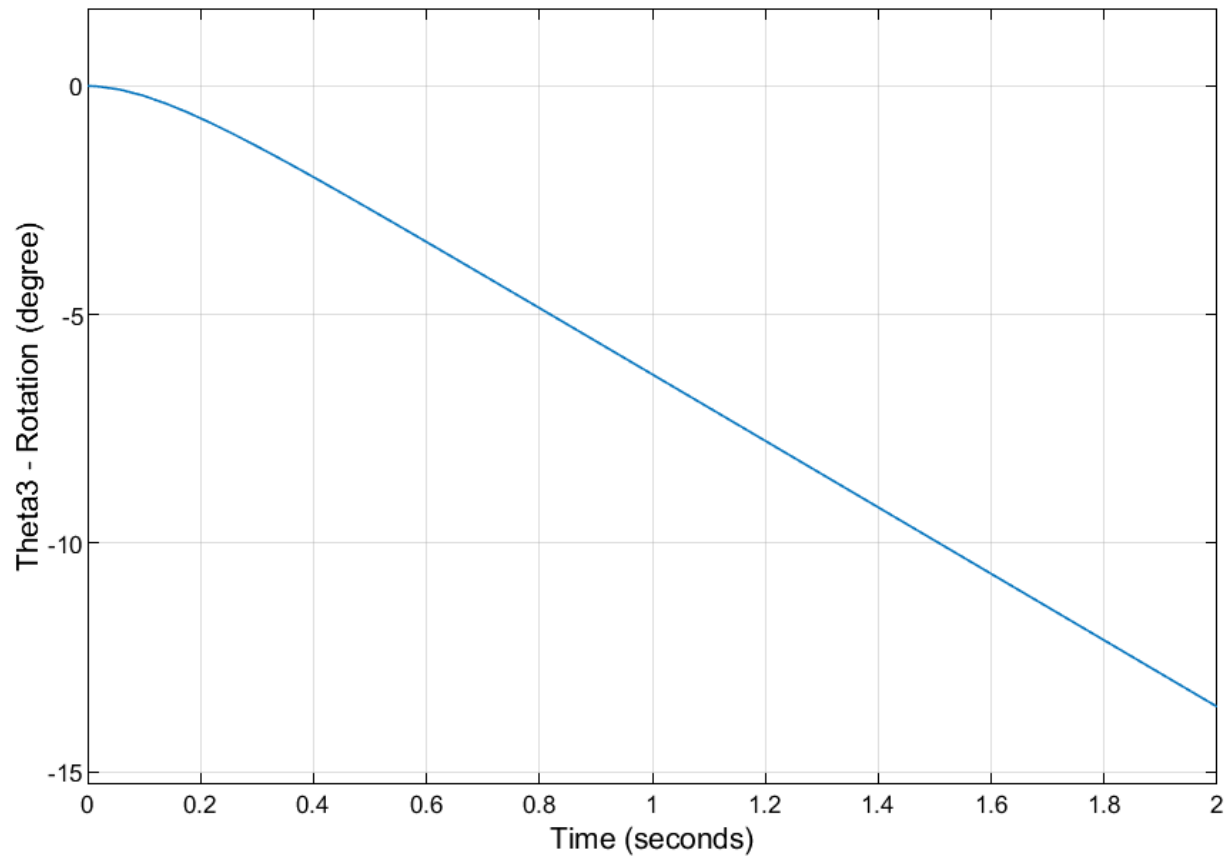
نمودار ۲: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۱ با زمان – بخش ۲

تغییرات زاویه‌ی مفصل ۲ بر حسب زمان)



نمودار ۳: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۲ با زمان – بخش ۲

تغییرات زاویه‌ی مفصل ۳ بر حسب زمان



نمودار ۴: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۳ با زمان – بخش ۲

بخش ۳) در این بخش، ورودی موتورهای DC را از ولتاژ به زاویه‌ی مطلوب تغییر می‌دهیم. برای طراحی کنترلر و سیستم مداربسته‌ی خود از جزوه‌ی جلسه‌ی ۲۷ استفاده می‌کنیم. در سیستم مداربسته، از θ_m به عنوان پس‌خوراند ($feedback$) استفاده می‌کنیم، اما زاویه‌ی مطلوب ورودی را نیز در منفی نسبت تبدیل گیربکس، یعنی در $-r$ ضرب می‌کنیم. برای محاسبه‌ی پارامترهای کنترلر، مطابق توضیحات موجود در جزوه‌ی جلسه‌ی ۲۷، در ابتدا، کنترلر خود را به صورت PD فرض کرده و K_p و K_d را یافته و سپس، K_i را تا حد امکان کوچک قرار می‌دهیم تا پاسخ گذرا، تنها به مقدار کمی تغییر کند.

$$\text{مطلوبات: } t_s \cong 1s, M = 5\% = 0.05$$

$$B = B_m + \frac{K_m K_b}{R_a}, a = \ln(M)$$

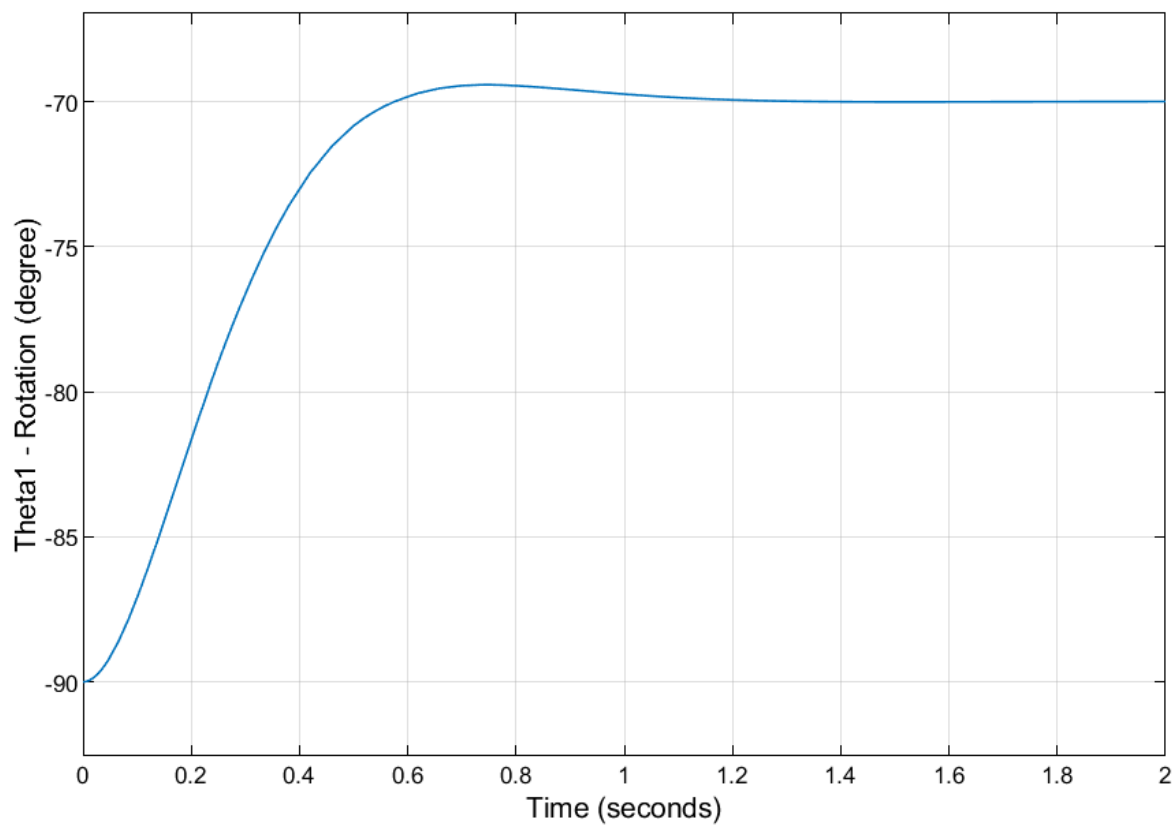
$$K'_d = \frac{9.2J}{t_s} - B \rightarrow K_d = \frac{R_a}{K_m} K'_d \rightarrow K_d = 1.6333 \rightarrow K_{d_m} = [1.8; 1.7]$$

$$K'_p = \frac{J}{\left(\frac{t_s}{4.6} \sqrt{\frac{a^2}{\pi^2 + a^2}}\right)^2} \rightarrow K_p = \frac{R_a}{K_m} K'_p \rightarrow K_p = 44.4307 \rightarrow K_{p_m} = [40; 32]$$

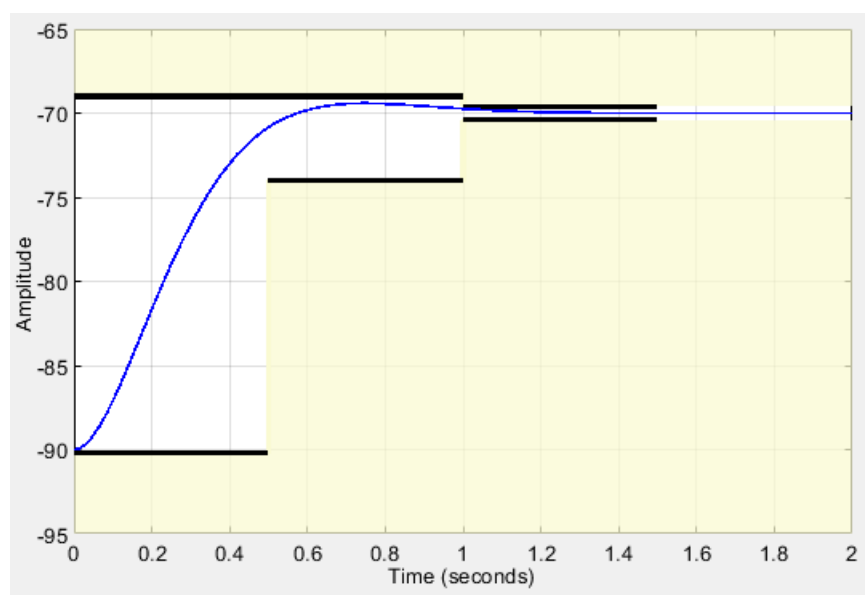
$$0 < K_i = 0.1 < \frac{K'_p(K'_d + B)}{J} = 61.3141$$

لازم به ذکر است که طبق توضیحات داده شده در بخش ۲ و نمودار ۱، برای محاسبه‌ی پارامترهای K_d و K_p تنها از $J = J_m + J_g$ استفاده شد. همچنین پارامترهای K_p ، K_d و K_i برای کنترلر PID هر ۳ مفصل به صورت یکسان در نظر گرفته شدند؛ به عبارت دیگر، یک کنترلر برای هر ۳ مفصل طراحی شد. علت استفاده از چند مقدار برای پارامترهای کنترلر، کاهش اندازه‌ی ولتاژ (فرمان کنترلر) می‌باشد. بدیهی است که بی‌شمار ترکیب از این پارامترها وجود دارد و در نتیجه، برای بررسی تغییرات ولتاژ، ترکیب‌های مختلفی از این پارامترها آزموده شد که دو تا از آن‌ها به عنوان نمونه برای نوشتن این گزارش انتخاب شده و نمودار زاویه‌ی مفصل همراه با تغییرات ولتاژ آن‌ها برحسب زمان در ادامه رسم شده است. همچنین لازم به ذکر است که تغییرات ولتاژ مربوط به مفصل ۱ و مفصل ۳ در هر دو آرایش با یک‌دیگر برابر و بیشتر از تغییرات ولتاژ مربوط به مفصل ۲ است؛ زیرا تغییرات زاویه‌ی مطلوب برای مفصل ۱ و مفصل ۳، برابر با 20° و برای مفصل ۲، برابر با 15° است.

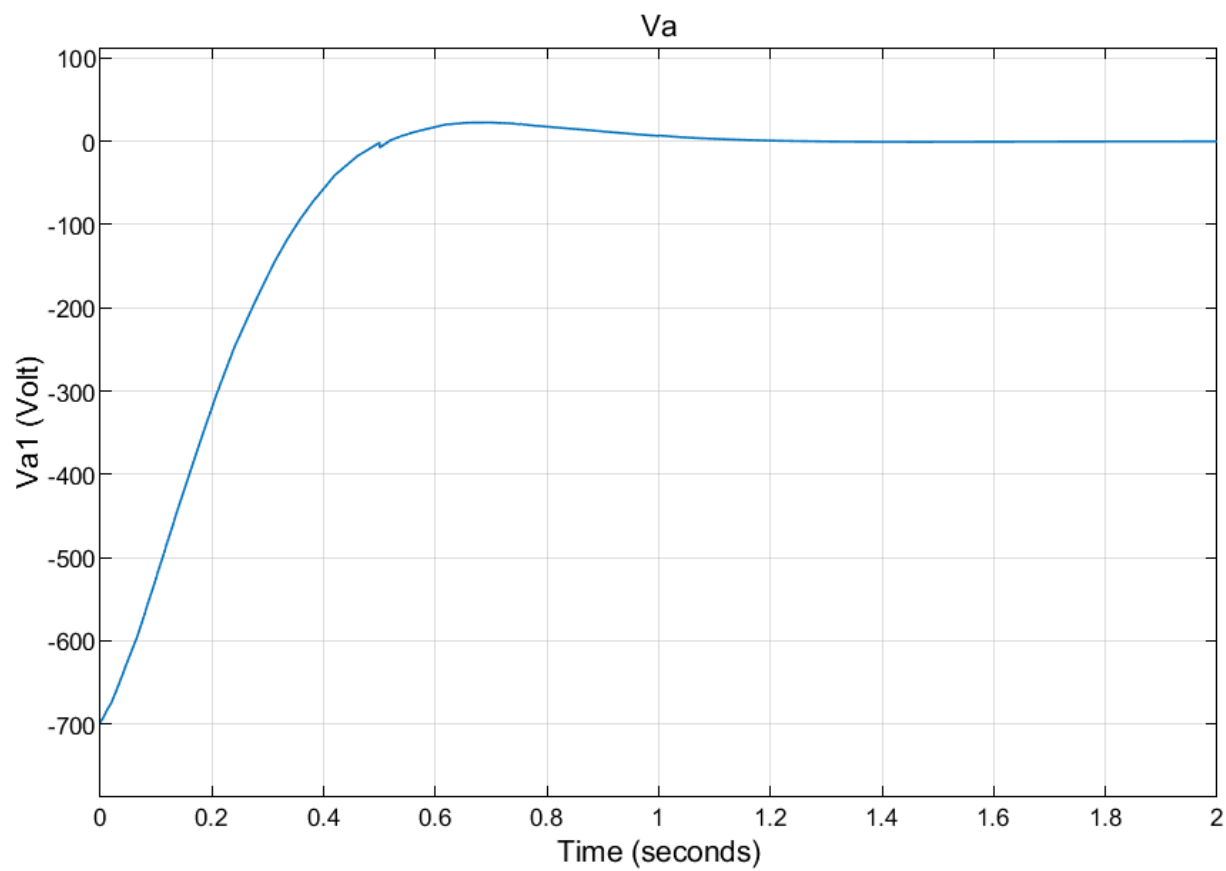
تغییرات زاویه‌ی مفصل ۱ بر حسب زمان - آرایش ۱ ($K_p = 40, K_d = 1.8, K_i = 0.1$)



نمودار ۵: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۱ با زمان - آرایش ۱ - بخش ۳

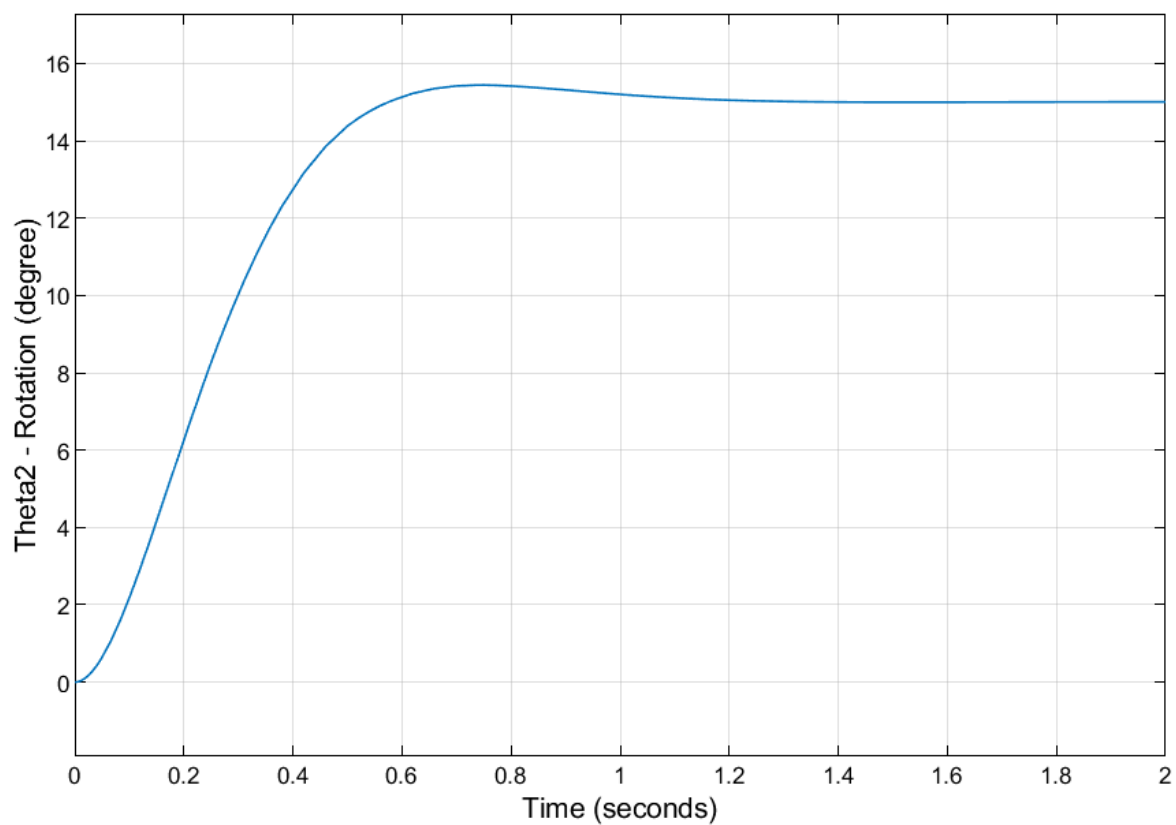


نمودار ۶: بررسی درستی پاسخ پله‌ی مفصل ۱ - آرایش ۱ - بخش ۳

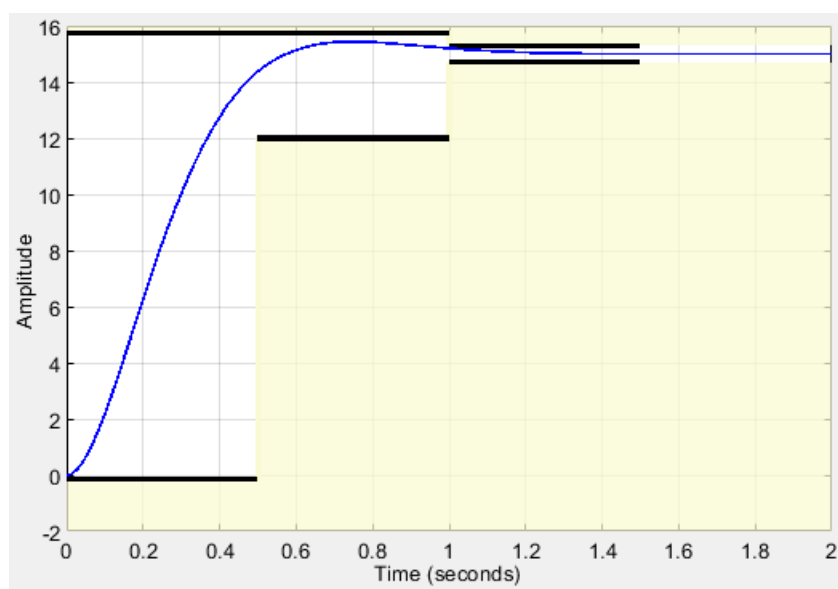


نمودار ۷: نمودار تغییرات ولتاژ مفصل ۱ با زمان - آرایش ۱ - بخش ۳

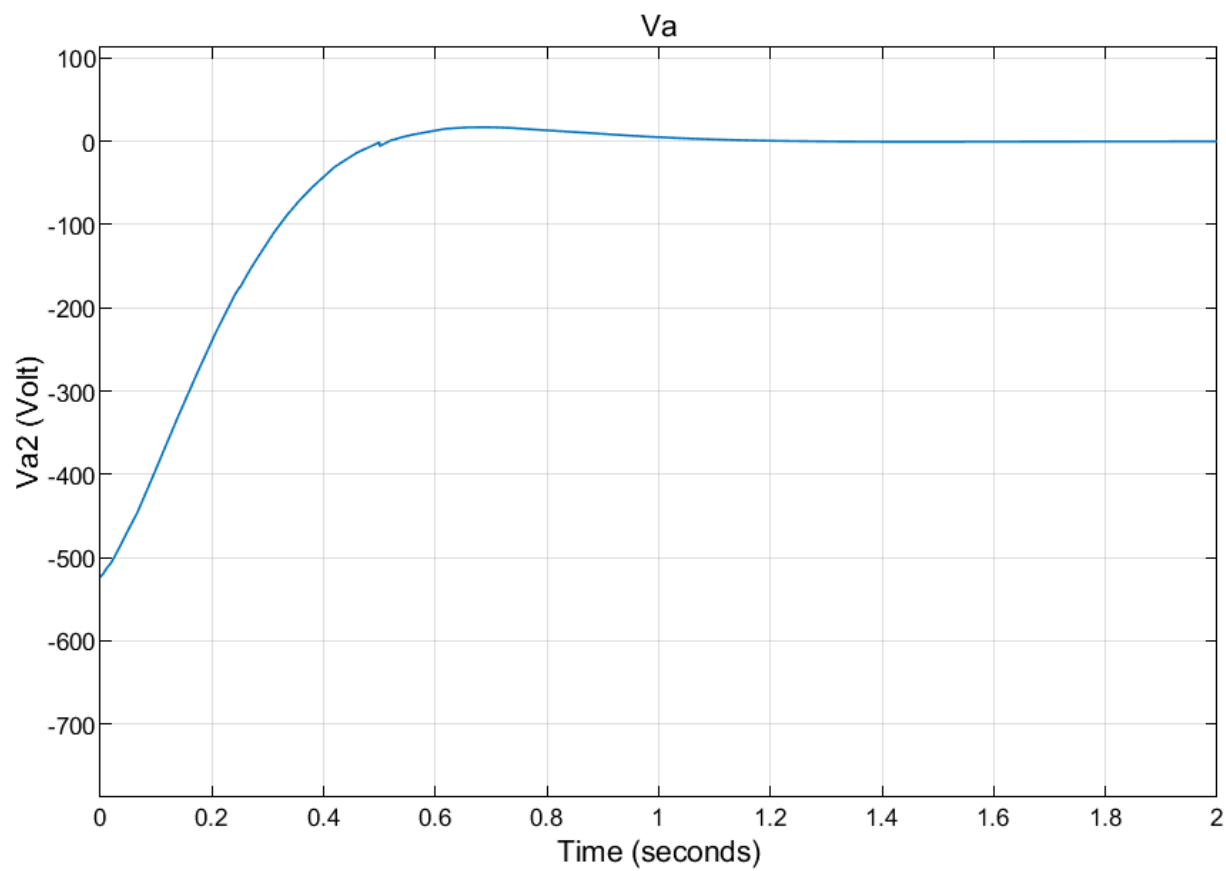
تغییرات زاویه‌ی مفصل ۲ بر حسب زمان - آرایش ۱ ($K_p = 40, K_d = 1.8, K_i = 0.1$)



نمودار ۸: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۲ با زمان - آرایش ۱ - بخش ۳

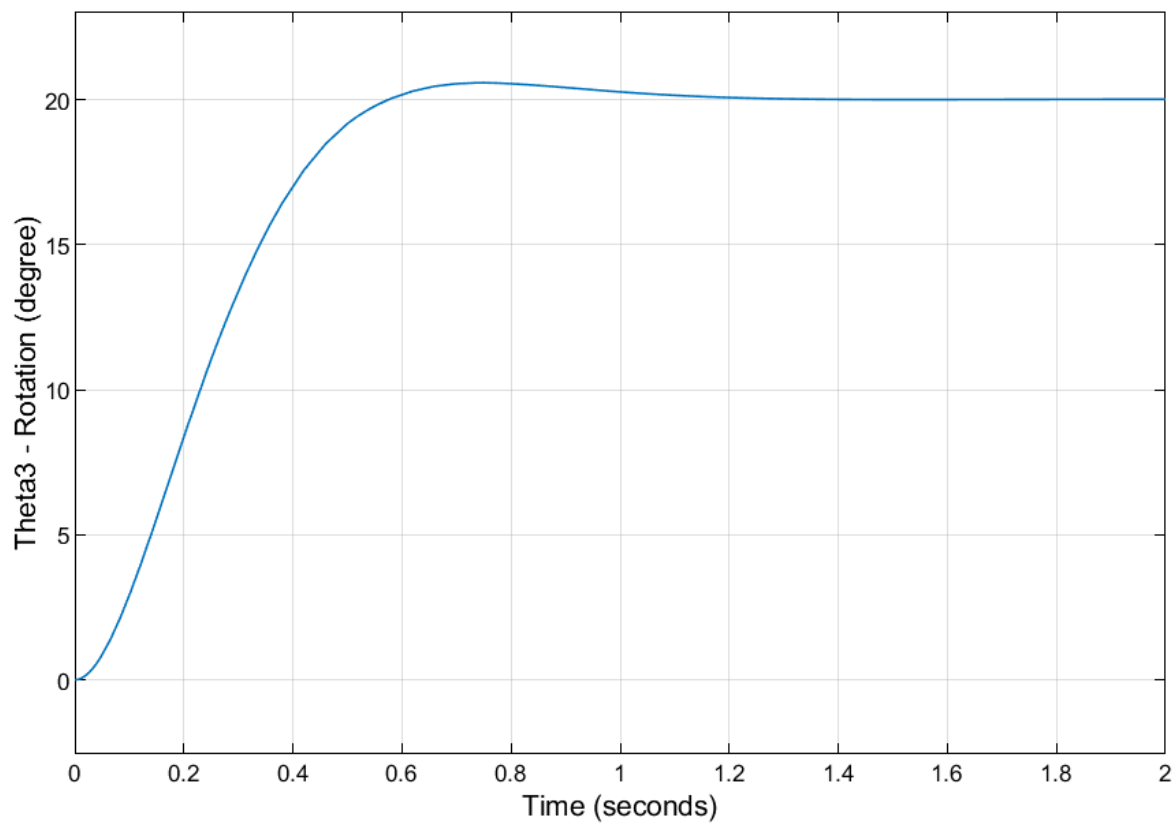


نمودار ۹: بررسی درستی پاسخ پله‌ی مفصل ۲ - آرایش ۱ - بخش ۳

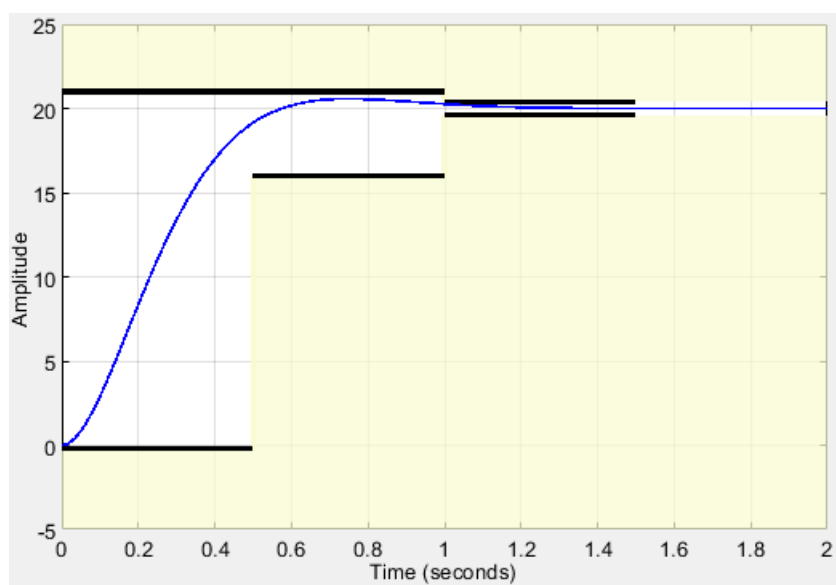


نمودار ۱۰: نمودار تغییرات ولتاژ مفصل ۲ با زمان - آرایش ۱ - بخش ۳

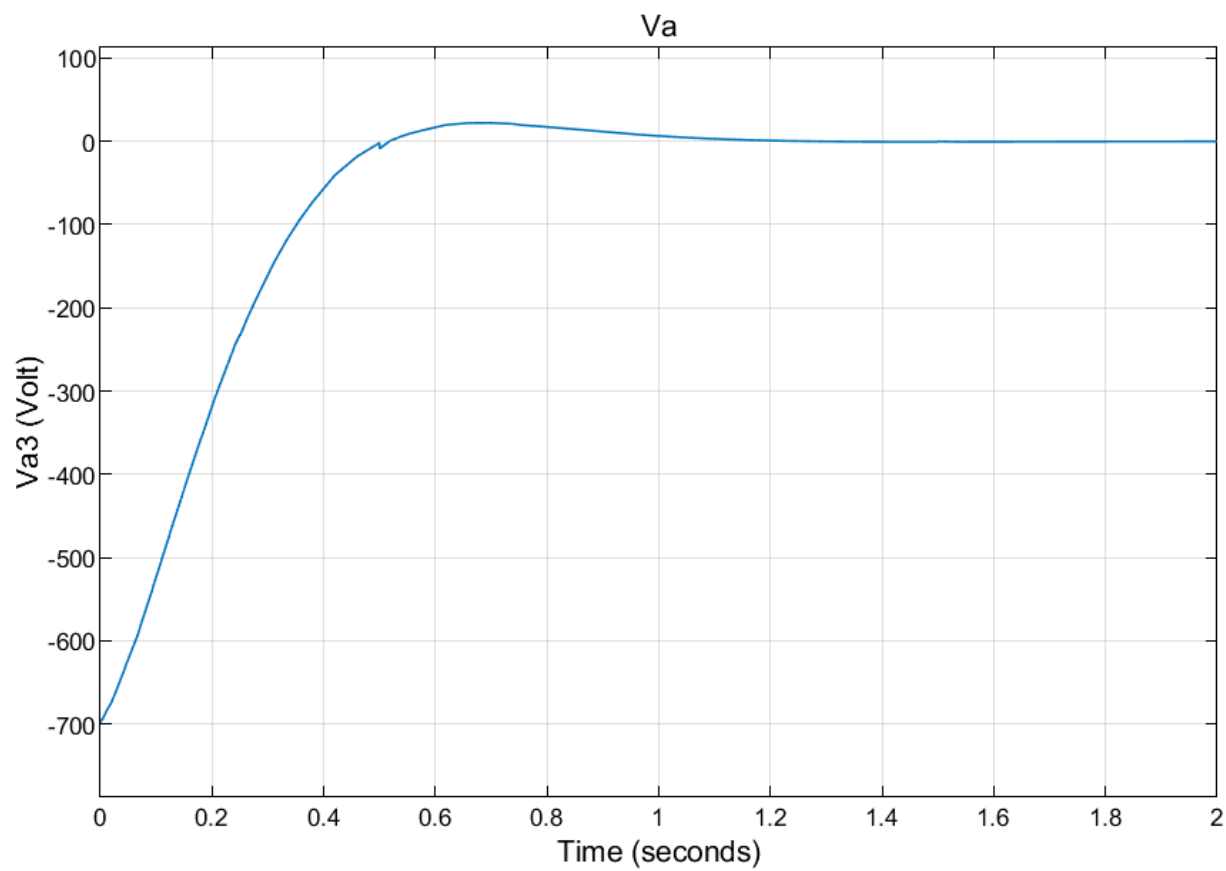
تغییرات زاویه‌ی مفصل ۳ برحسب زمان - آرایش ۱ ($K_p = 40, K_d = 1.8, K_i = 0.1$)



نمودار ۱۱: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۳ با زمان - آرایش ۱ - بخش ۳

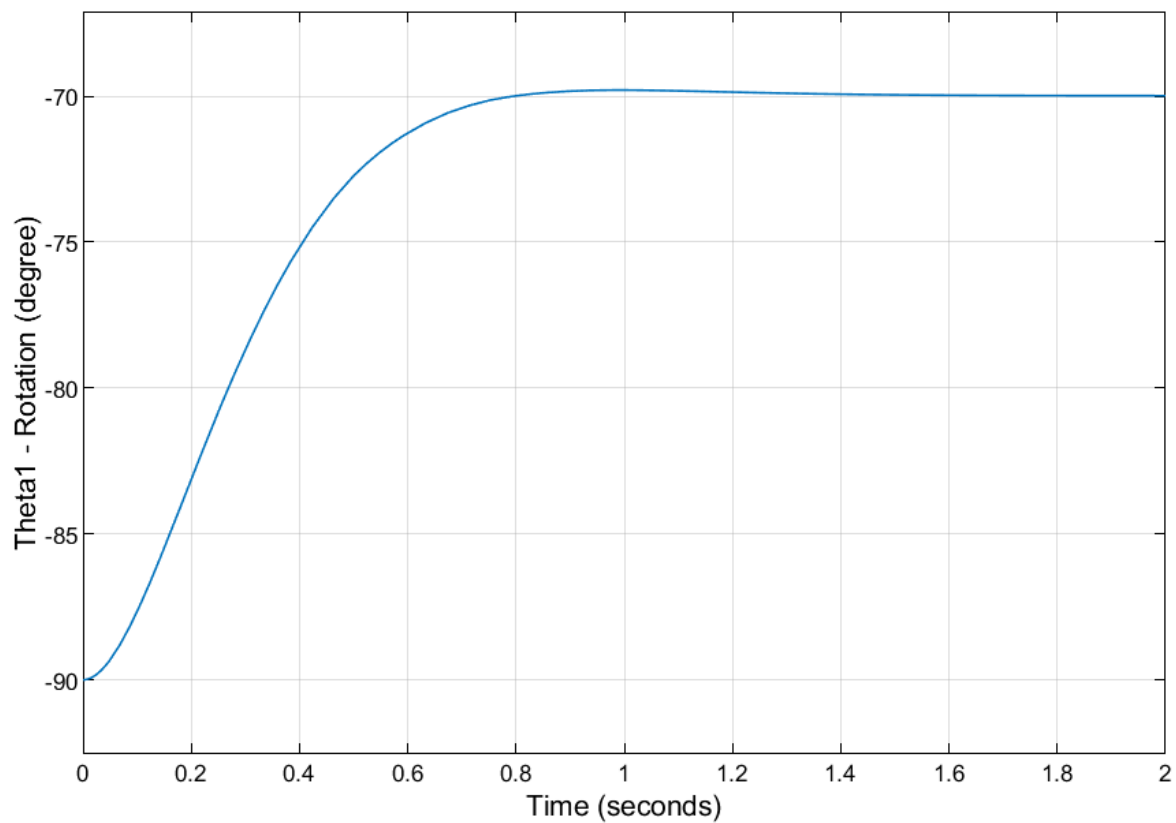


نمودار ۱۲: بررسی درستی پاسخ پله‌ی مفصل ۳ - آرایش ۱ - بخش ۳

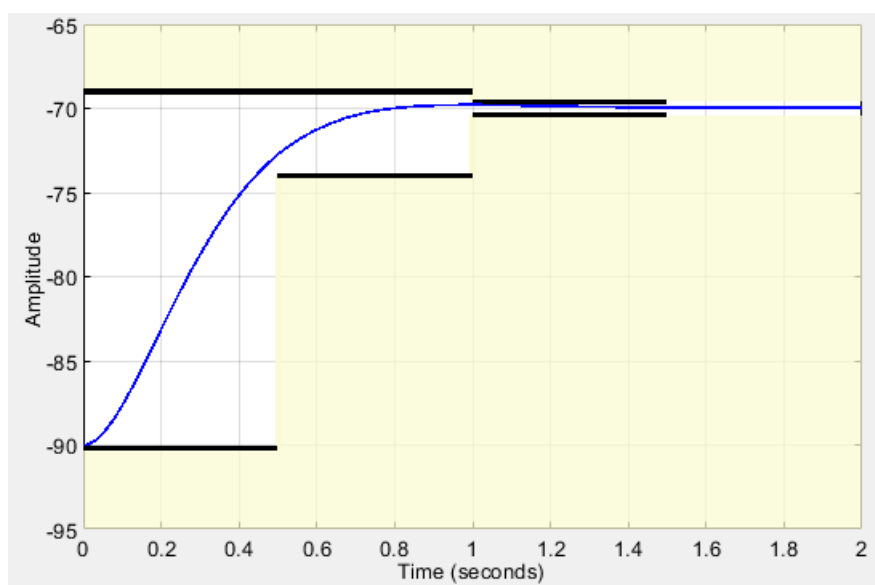


نمودار ۱۳: نمودار تغییرات ولتاژ مفصل ۳ با زمان - آرایش ۱ - بخش ۳

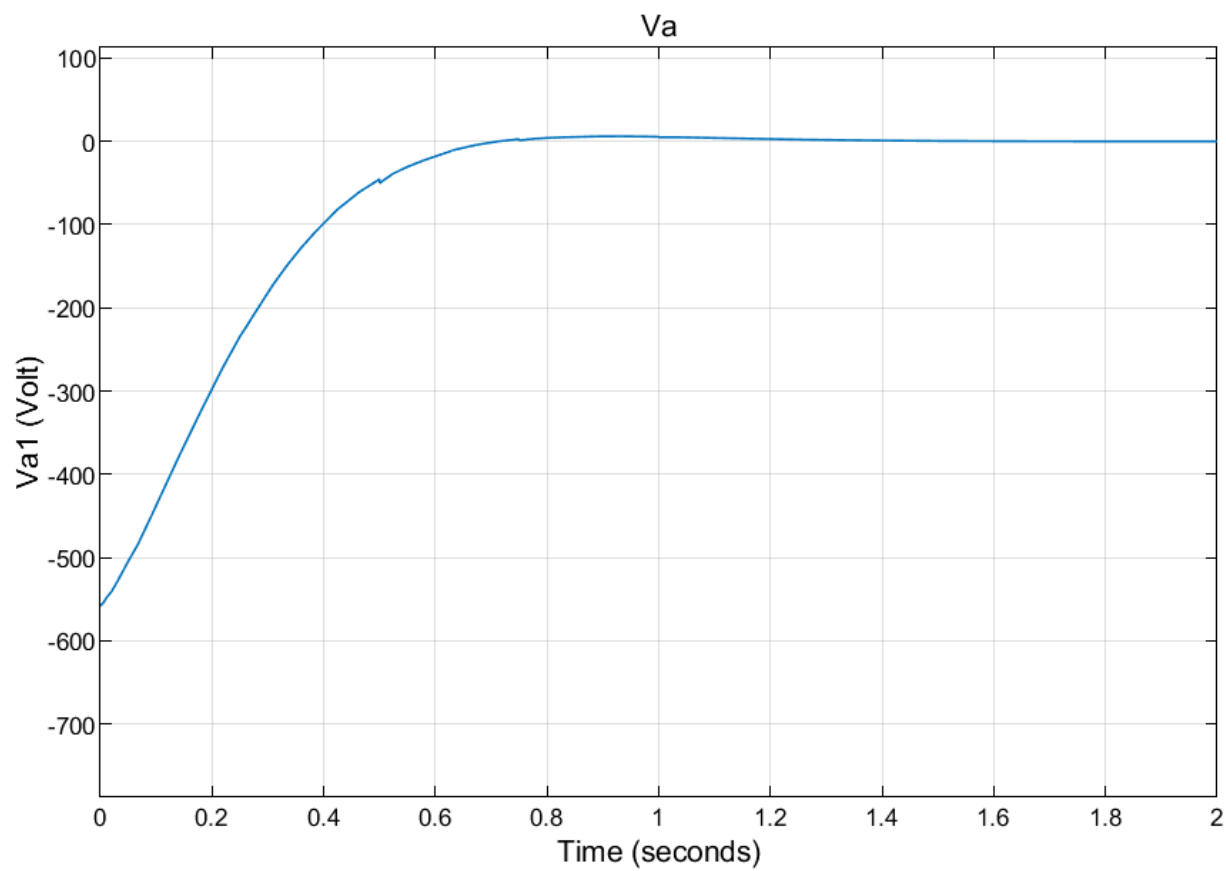
تغییرات زاویه‌ی مفصل ۱ برحسب زمان - آرایش ۲ ($K_p = 32, K_d = 1.7, K_i = 0.1$)



نمودار ۱۴: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۱ با زمان - آرایش ۲ - بخش ۳



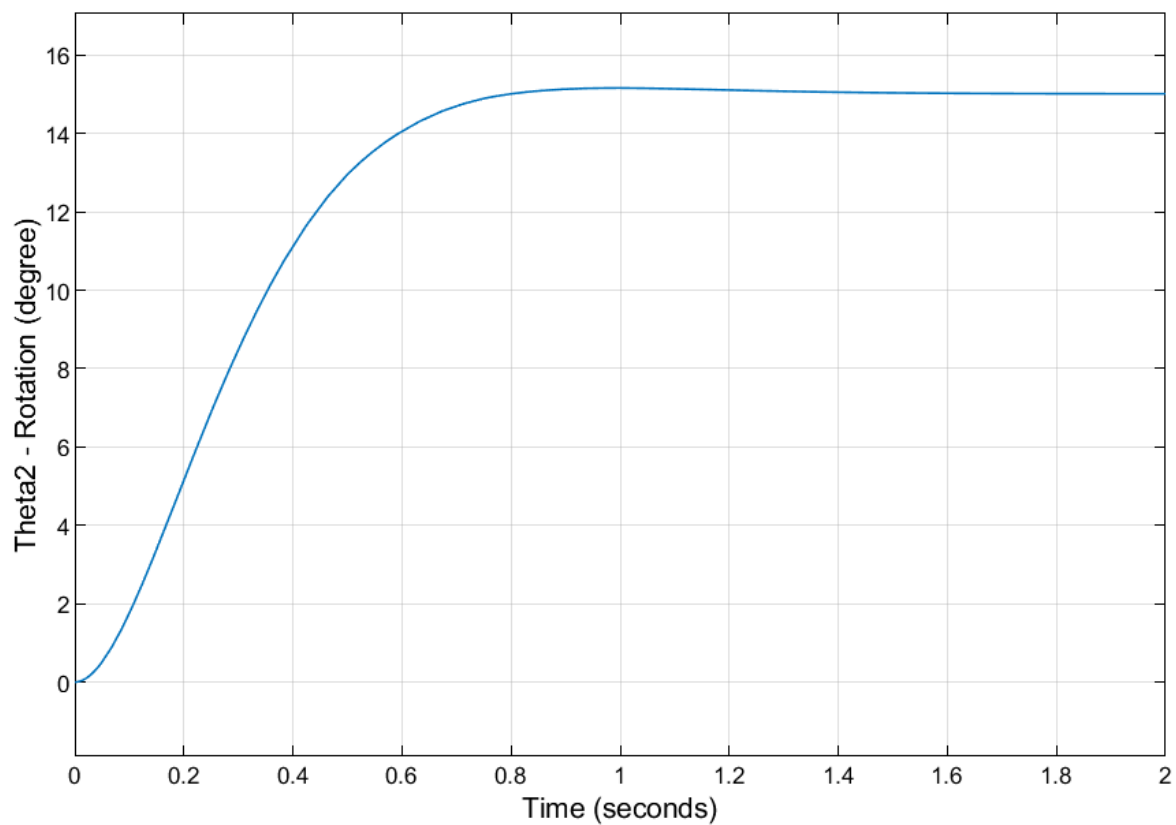
نمودار ۱۵: بررسی درستی پاسخ پله‌ی مفصل ۱ - آرایش ۲ - بخش ۳



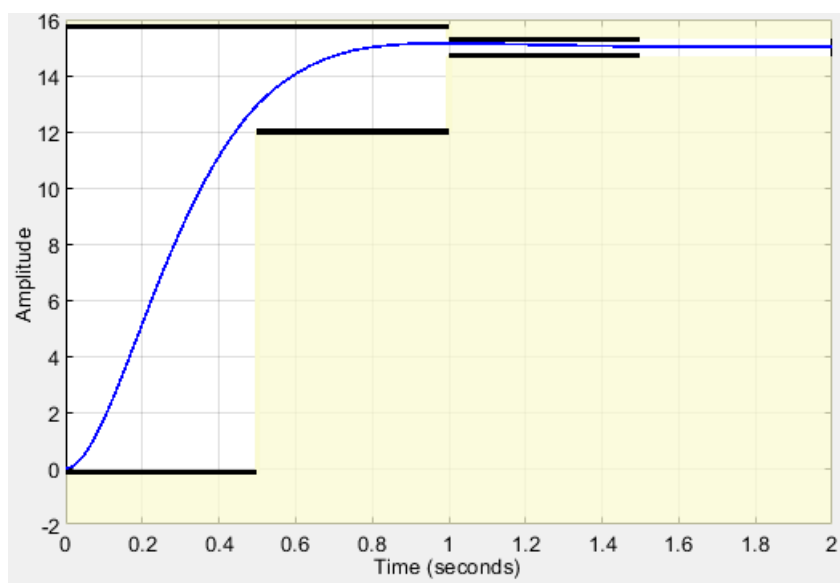
نمودار ۱۶: نمودار تغییرات ولتاژ مفصل ۱ با زمان - آرایش ۲ - بخش ۳

با مقایسه‌ی نمودار ۱۶ با نمودار ۷، مشاهده می‌شود که در این آرایش، تغییرات ولتاژ محدودتر شده است.

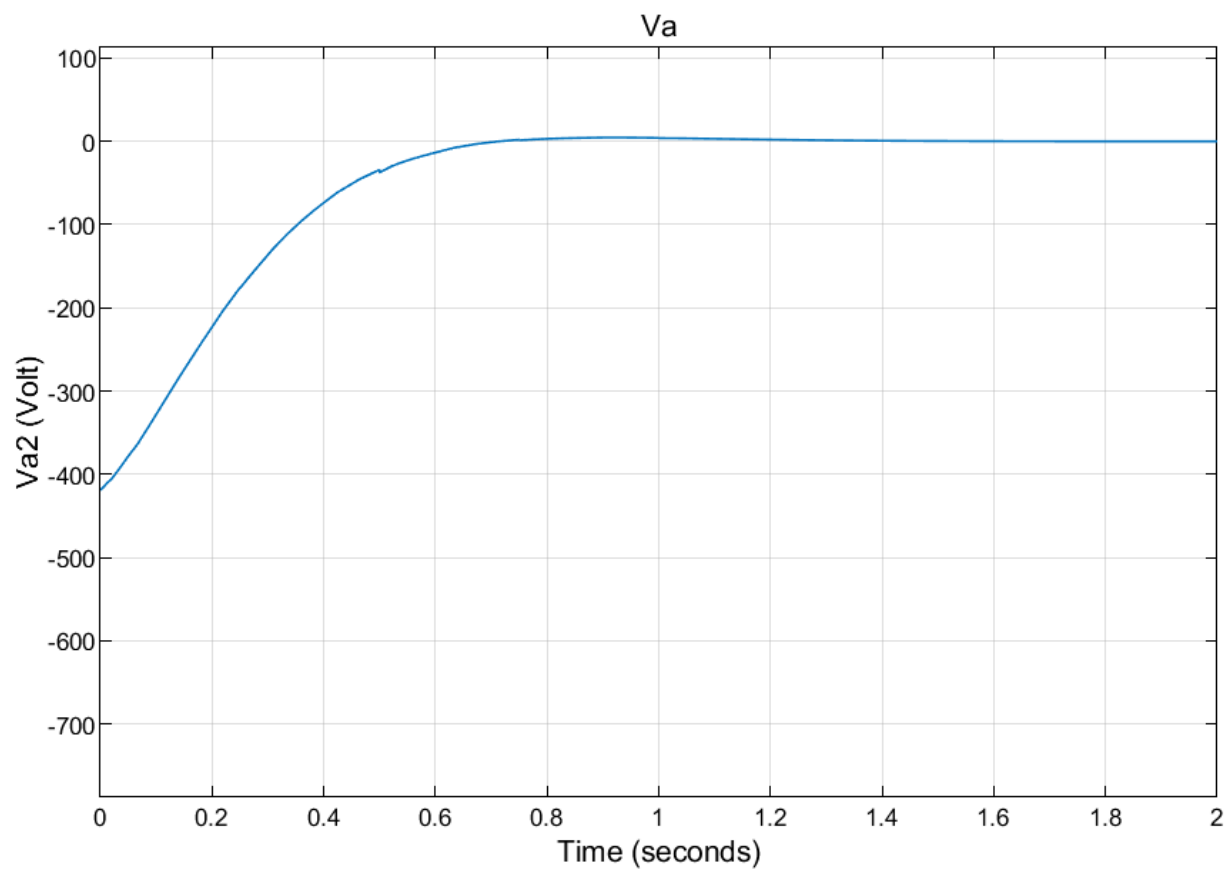
تغییرات زاویه‌ی مفصل ۲ بر حسب زمان - آرایش ۲ ($K_p = 32, K_d = 1.7, K_i = 0.1$)



نمودار ۱۷: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۲ با زمان - آرایش ۲ - بخش ۳



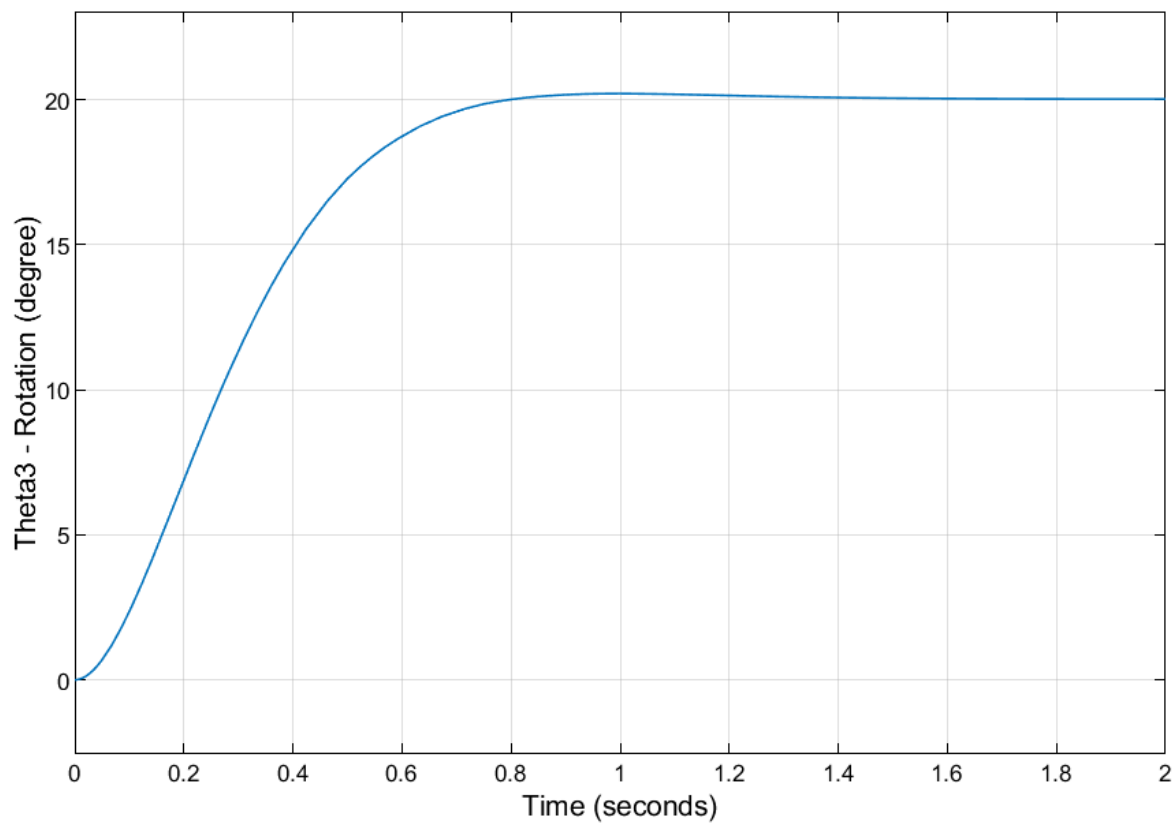
نمودار ۱۸: بررسی درستی پاسخ پله‌ی مفصل ۲ - آرایش ۲ - بخش ۳



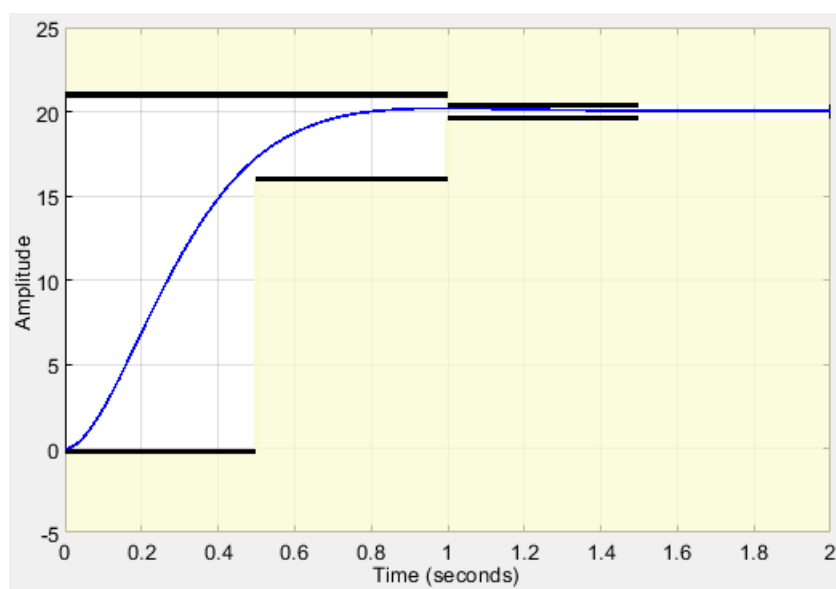
نمودار ۱۹: نمودار تغییرات ولتاژ مفصل ۲ با زمان - آرایش ۲ - بخش ۳

با مقایسه‌ی نمودار ۱۹ با نمودار ۱۰، مشاهده می‌شود که در این آرایش، تغییرات ولتاژ محدودتر شده است.

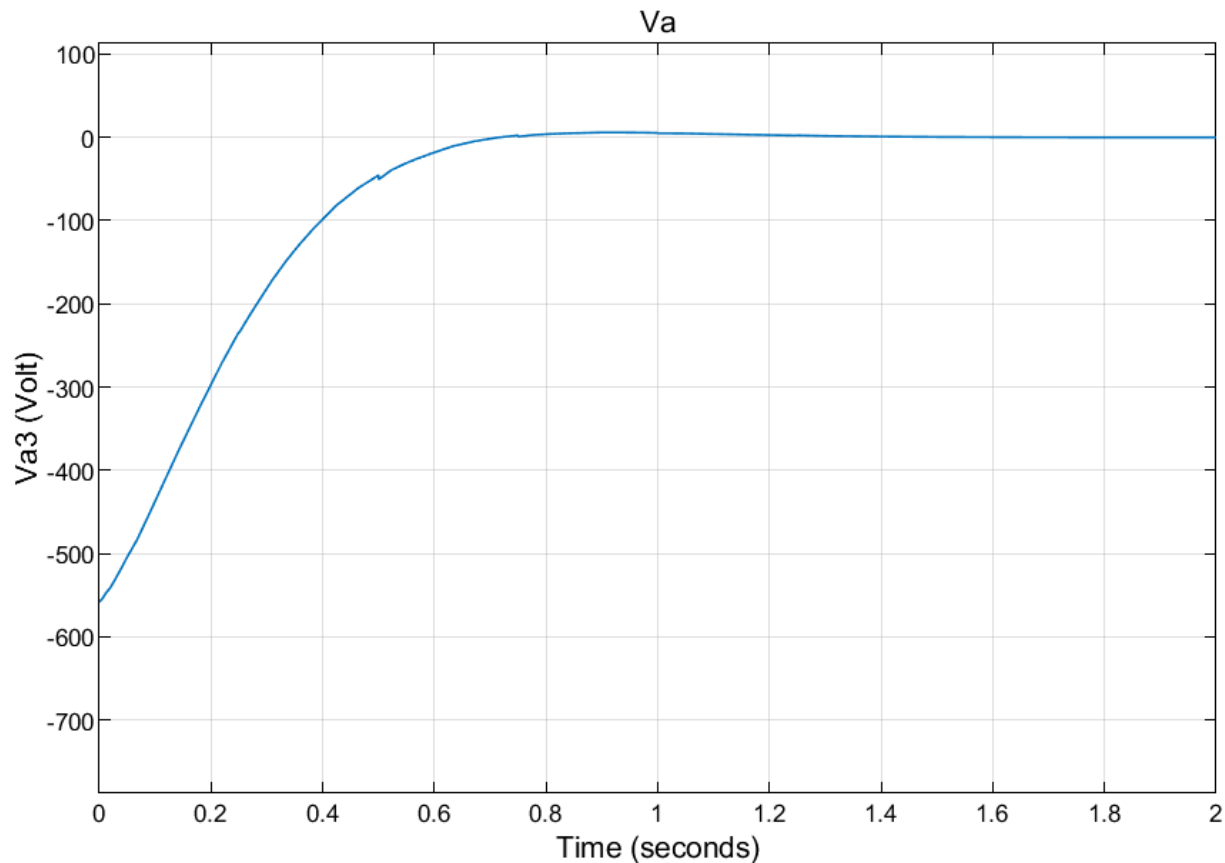
تغییرات زاویه‌ی مفصل ۳ برحسب زمان – آرایش ۲ ($K_p = 32, K_d = 1.7, K_i = 0.1$)



نمودار ۲۰: نمودار تغییرات زاویه‌ی مفصل ۳ با زمان – آرایش ۲ – بخش ۳



نمودار ۲۱: بررسی درستی پاسخ پله‌ی مفصل ۳ – آرایش ۲ – بخش ۳



نمودار ۲۲: نمودار تغییرات ولتاژ مفصل ۳ با زمان - آرایش ۲ - بخش ۳

با مقایسه‌ی نمودار ۲۲ با نمودار ۱۳، مشاهده می‌شود که در این آرایش، تغییرات ولتاژ محدودتر شده است.

بررسی نمودارهای تغییرات ولتاژ برحسب زمان

همان‌گونه که از مقایسه‌ی این نمودارها بر می‌آید، با کاهش K_p مقدار و اندازه‌ی ولتاژ (فرمان کنترلی) نیز کاهش می‌یابد، اما از طرفی سیستم نیز کندتر می‌شود (افزایش زمان برخاست (t_r) و زمان نشست (t_s))؛ در نتیجه، با ترکیب‌های مختلف از پارامترهای PID ، امکان این وجود ندارد که تغییرات ولتاژ را از اندازه‌ای محدودتر نمود. برای رفع این مشکل می‌توان به این نکته توجه کرد که در واقعیت، به جای استفاده از عملگر مشتق، عموماً از مشتق فیلتردار استفاده می‌شود تا از ضربه‌ی ($impulse$) ناشی از مشتق‌گیری از ورودی پله‌ای که ناگهانی وارد شده است، جلوگیری شود و به این ترتیب، فرمان کنترلی دارای لگد ($set - point\ kick$) خواهد شد (تبدیل PID به $PIDF$). همچنین برای حذف این لگد، می‌توان مشتق را از مسیر پیش‌رو حذف کرده و به مسیر پس‌خوراند منتقل کرد (تبدیل $PIDF$ به $PI - DF$). به همین صورت، برای عدم تقویت تغییرات ناگهانی ناشی از ورودی پله، می‌توان بخش تناسبی را نیز به مسیر پس‌خوراند منتقل نمود (تبدیل $PI - DF$ به $I - PDF$).

همچنین عموماً بهتر است، در ابتدا محاسبات خود را تا حد ممکن به صورت کم توان (حد بهره‌ی کوچک مثلاً $DC - Gain = 1$) انجام دهیم و سپس سیگنال خروجی محاسباتی را تقویت کنیم؛ به عبارت دیگر، مطابق رابطه‌ی زیر عمل کرده و کنترلر PID را به دو بخش جداگانه تقسیم کرده و K_p را به قبل از $Plant$ منتقل کنیم (به طور مشابه برای $PIDF$ ، $PI - DF$ و $I - PDF$).

$$K_p + K_d s + \frac{K_i}{s} \rightarrow K_p \times \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s}\right)$$

به هر صورت، برای تطابق با روابط جزوه و مطالب این درس و همچنین مطلوبات بخش ۳ تمرین، دو پاسخ فوق را به عنوان پاسخ‌های درست می‌پذیریم.