

## فصل اول: معادلات عمومی حرکت شش درجه آزادی (DOF GEOM6)

## • اهمیت و نقش فصل:

- این فصل به عنوان سنگ بنای تحلیل دینامیک پرواز شناخته می‌شود، زیرا معادلات کامل و دقیقی را برای توصیف حرکت یک هواپیمایی که به عنوان جسم صلب که در مرکز ثقلش متمرکز است در نظر گرفتیم ارائه می‌دهد. این معادلات برای شبیه‌سازی‌های دقیق پروازی، تحلیل حوادث هوایی و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته ضروری هستند. درک عمیق این معادلات، پیش‌نیاز اصلی برای ورود به مباحث پایداری و کنترل است.

## • مفاهیم کلیدی آموخته شده و اهمیت آنها:

- دستگاه‌های مختصات (اینرسی، بدنی، باد): آموختیم که برای تحلیل حرکت هواپیما، نیاز به تعریف دستگاه‌های مختصات مختلفی داریم. دستگاه اینرسی برای قانون دوم نیوتن و تعریف موقعیت و سرعت مطلق هواپیما استفاده می‌شود. دستگاه بدنی که به هواپیما متصل است، برای بیان نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی و همچنین ممان‌های اینرسی مناسب است. دستگاه باد نیز برای تعریف نیروهای آیرودینامیکی (برآ و پسا و ساید فورس) کاربرد دارد.
- معادلات حرکت انتقالی و دورانی: با استفاده از قانون دوم نیوتن برای حرکت انتقالی و معادلات اوایلر برای حرکت دورانی، شش معادله اساسی به دست آمد که نرخ تغییرات سرعت‌های خطی ( $W, V, U$ ) و زاویه‌ای ( $R, Q, P$ ) هواپیما را در دستگاه بدنی، تحت تاثیر نیروها و گشتاورهای خارجی (وزن، آیرودینامیک، پشرانش) توصیف می‌کنند. این معادلات شامل ترم‌های کوپلینگ (مانند  $RV-QW$ ) هستند که پیچیدگی حرکت هواپیما را نشان می‌دهند.
- ماتریس‌های تبدیل و زوایای اوایلر: برای ارتباط بین دستگاه‌های مختصات مختلف (مثلاً برای تبدیل بردار وزن از دستگاه اینرسی به بدنی) از ماتریس‌های تبدیل جهت کسینوسی (DCM) استفاده می‌شود. زوایای اوایلر ( $\phi, \theta, \psi$ ) یک روش متداول برای تعریف وضعیت (Attitude) هواپیما و ساخت این ماتریس‌ها هستند.
- معادلات سینماتیکی: این معادلات، مشتقات زمانی زوایای اوایلر را به سرعت‌های زاویه‌ای بدنی ( $R, Q, P$ ) مرتبط می‌کنند و همچنین نرخ تغییر موقعیت هواپیما در دستگاه اینرسی ( $Z, Y, X$ ) را به سرعت‌های بدنی ( $W, V, U$ ) از طریق ماتریس تبدیل  $C_b^i$  پیوند می‌دهند.
- مجموعه کامل معادلات DOF6: در نهایت، با ترکیب 9 معادله، به یک سیستم کامل از معادلات دیفرانسیل غیرخطی می‌رسیم که مبنای تحلیل‌های پیشرفته دینامیک پرواز است.

$$\begin{aligned}
 m(\dot{U} + QW - RV) &= -mg \sin(\theta) + F_{Ax} + F_{Tx} \\
 m(\dot{V} + RU - PW) &= mg \cos(\theta) \sin(\varphi) + F_{Ay} + F_{Ty} \\
 m(\dot{W} + PV - UQ) &= mg \cos(\theta) \cos(\varphi) + F_{Az} + F_{Tz} \\
 I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{R} - I_{xz}PQ + RQ(I_{zz} - I_{yy}) &= L_A + L_T \\
 I_{yy}\dot{Q} + PR(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(P^2 - R^2) &= M_A + M_T \\
 -I_{xz}\dot{P} + I_{zz}\dot{R} + PQ(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}RQ &= N_A + N_T \\
 \dot{\psi} &= \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\theta)}Q + \frac{\cos(\varphi)}{\cos(\theta)}R \\
 \dot{\theta} &= \cos(\varphi)Q - \sin(\varphi)R \\
 \dot{\varphi} &= P + \sin(\varphi)\tan(\theta)Q + \cos(\varphi)\tan(\theta)R \\
 \vec{R} &= \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = C_b^i \times \vec{V}^b = C_b^i \times \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

در رابطه با حالت خاص پرواز هم آموختیم، و دو حالت کلی را بررسی کردیم.

پرواز دائم و پرواز اختلالی.

خود پرواز دائم شامل کروز و دور موزون و پول آپ بود.

در پرواز اختلالی این اختلال ممکن است داخلی و یا خارجی باشد و این اختلالات باید کوچک باشد.

معادلات پرواز اختلالی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 m(\dot{u} + Q_1w + qW_1 - R_1v - rV_1) &= -mg\theta \cos(\theta_1) + f_{Ax} + f_{Tx} \\
 m(\dot{v} + U_1r + R_1u - W_1p - P_1w) &= -mg\theta \sin(\varphi_1) \sin(\theta_1) + mg\varphi \cos(\varphi_1) \cos(\theta_1) + f_{Ay} + f_{Ty} \\
 m(\dot{w} - U_1q - Q_1u + V_1p + P_1v) &= -mg\theta \cos(\varphi_1) \sin(\theta_1) - mg\varphi \sin(\varphi_1) \cos(\theta_1) + f_{Az} + f_{Tz} \\
 I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}(P_1q + Q_1p) + (I_{zz} - I_{yy})(R_1q + Q_1r) &= l_A + l_T \\
 I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(P_1r + R_1p) + I_{xz}(2P_1p - 2R_1r) &= m_A + m_T \\
 I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(P_1q + Q_1p) + I_{xz}(Q_1r + R_1q) &= n_A + n_T \\
 p &= \dot{\varphi} - \dot{\psi}_1\theta \cos(\theta_1) - \dot{\psi} \sin(\theta_1) \\
 q &= -\dot{\theta}_1\varphi \sin(\varphi_1) + \dot{\theta} \cos(\varphi_1) + \dot{\psi}_1\varphi \cos(\theta_1) \cos(\varphi_1) - \dot{\psi}_1\theta \sin(\theta_1) \sin(\varphi_1) \\
 &\quad + \dot{\psi} \cos(\theta_1) \sin(\varphi_1) \\
 r &= -\dot{\psi}_1\varphi \cos(\theta_1) \sin(\varphi_1) - \dot{\psi}_1\theta \sin(\theta_1) \cos(\varphi_1) + \dot{\psi} \cos(\theta_1) \cos(\varphi_1) \\
 &\quad - \dot{\theta}_1\varphi \cos(\varphi_1) - \dot{\theta} \sin(\varphi_1)
 \end{aligned}$$

- نتیجه‌گیری و اهمیت فصل برای فصول آتی: فصل اول با ارائه معادلات بنیادی حرکت، زبان مشترک و ابزار اصلی را برای تحلیل عملکرد، پایداری و کنترل هواپیما در فصول بعدی فراهم می‌آورد. بدون درک این معادلات، نمی‌توان به درستی پدیده‌های پروازی را مدل‌سازی و پیش‌بینی کرد.

## فصل دوم: نیروها و گشتاورهای حالت پایدار

- اهمیت و نقش فصل:

- این فصل به بررسی شرایط پرواز در حالت پایدار (تعادل نیروها و گشتاورها) می‌پردازد و چگونگی مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی را با استفاده از ضرایب و مشتقات پایداری آموزش می‌دهد. این مفاهیم برای درک پایداری استاتیکی هواپیما و تحلیل شرایط تریم ضروری هستند.

- مفاهیم کلیدی آموخته شده و اهمیت آنها:
    - شرایط پرواز پایدار: یاد گرفتیم که در پرواز پایدار، مجموع نیروها و گشتاورهای وارد بر هواپیما صفر است، به این معنی که شتابهای خطی و زاویه‌ای صفر هستند.
    - دستگاه‌های مختصات پایداری و باد: معرفی این دستگاه‌ها برای ساده‌سازی تحلیل نیروهای آیرودینامیکی (به ویژه جداسازی نیروی برآ و پسا) و تعریف زوایای حمله ( $\alpha$ ) و لغزش جانبی ( $\beta$ ) صورت گرفت.
    - ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری و کنترل: آموختیم که نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی به صورت بی‌بعد (ضرایب  $C_L, C_D, C_Y, C_l, C_m, C_n$ ) بیان می‌شوند. مهمتر از آن، با مفهوم مشتقات پایداری و کنترل آشنا شدیم که نشان‌دهنده نرخ تغییر این ضرایب نسبت به متغیرهای حرکتی (مانند  $C_{n\beta}, C_{m\alpha}$ ) یا انحراف سطوح کنترل (مانند  $C_{m\delta E}$ ) هستند. این مشتقات برای تحلیل پایداری و طراحی سیستم‌های کنترل بسیار حیاتی‌اند.
    - پایداری استاتیکی طولی، جانبی و سمتی: مفهوم پایداری استاتیکی به عنوان تمایل اولیه هواپیما برای بازگشت به حالت تعادل پس از اغتشاش تعریف شد. معیارهای پایداری برای هر محور معرفی شدند:
      - طولی:  $C_{m\alpha} < 0$ .
      - جانبی (اثر دایهدرال):  $C_{l\beta} < 0$ .
- معنی‌اش این است که: اگر هواپیما به یک سمت بلغزد (مثلاً به راست،  $\beta > 0$ )، باید به طور خودکار تمایل داشته باشد که به همان سمت حرکت کنه (بال راست پایین بیاید،  $C_{l\beta} < 0$ ) تا لغزش را اصلاح کند. این به حفظ مسیر مستقیم کمک می‌کند. عواملی مثل زاویه دایهدرال و زاویه سوییپ بال و موقعیت نصب بال بر روی بدنه و اثر دم عمودی به منفی شدن  $C_{l\beta}$  کمک می‌کنند.
- سمتی (پایداری دماغه به باد):  $C_{n\beta} > 0$ .
  - مرکز آیرودینامیکی (AC) و حاشیه پایداری استاتیکی (SM): مرکز آیرودینامیکی نقطه‌ای است که گشتاور اوج‌گیری آیرودینامیکی مستقل از زاویه حمله است درواقع از اسمش هم معلومه، اگه همه‌ی نیروهای آیرودینامیکی را برابند بگیریم توی یک نقطه متمرکز میشه. حاشیه پایداری  $SM = X_{cg} - X_{ac}$  یا  $SM = \frac{C_{m\alpha}}{C_{L\alpha}}$  (یا) معیاری کمی برای پایداری استاتیکی طولی است و برای پایداری باید منفی باشد (CG پشت AC).
  - Component Build-up Method - CBM: یاد گرفتیم که چگونه سهم هر یک از اجزای اصلی هواپیما (بال، بدنه، دم افقی و عمودی) در ضرایب و مشتقات پایداری کل محاسبه و با هم جمع می‌شود. این روش برای درک تاثیر تغییرات طراحی بر پایداری مفید است.
  - مسائل ترم طولی: شرایطی که در آن مجموع گشتاور اوج‌گیری صفر است ( $C_m = 0$ ) و هواپیما تمایلی به دوران حول محور عرضی ندارد.
  - نتیجه‌گیری و اهمیت فصل برای فصول آتی: این فصل با معرفی مدل‌های نیرو و گشتاور و مفهوم پایداری استاتیکی، ابزارهای لازم برای ارزیابی اولیه طراحی هواپیما و درک چگونگی دستیابی به تعادل در پرواز را فراهم می‌کند. مشتقات پایداری که در این فصل معرفی شدند، ورودی‌های اصلی برای تحلیل پایداری دینامیکی در فصل‌های بعدی هستند.

## فصل سوم: نیروها و گشتاورهای حالت اغتشاشی

- اهمیت و نقش فصل:
  - این فصل به بررسی دینامیک هواپیما حول یک نقطه تعادل (حالت پایدار) پس از اعمال اغتشاشات کوچک می‌پردازد. با خطی‌سازی معادلات حرکت، می‌توان رفتار هواپیما را به صورت مودهای طبیعی پروازی تحلیل کرد که اساس پایداری دینامیکی است.
- مفاهیم کلیدی آموخته شده و اهمیت آنها:
  - اغتشاشات کوچک و خطی‌سازی: یاد گرفتیم که با فرض کوچک بودن اغتشاشات حول نقطه تعادل، می‌توان معادلات غیرخطی DOF6 را به مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل خطی تبدیل کرد. این کار تحلیل ریاضی را بسیار ساده‌تر می‌کند.
  - معادلات حرکت اغتشاشی: متغیرهای حرکتی (سرعت‌ها، نرخ‌های زاویه‌ای، زوایای وضعیت) به صورت مجموع یک مقدار در حالت پایدار و یک مقدار اغتشاشی کوچک بیان می‌شوند (مثلاً  $U = U_1 + u$ ). با جایگذاری اینها در معادلات DOF6 و حذف ترم‌های حالت پایدار و ترم‌های مرتبه دوم اغتشاشی، معادلات خطی برای متغیرهای اغتشاشی به دست می‌آیند.
  - نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی اغتشاشی: تغییرات در نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی  $(f_{Ax}, f_{Ay})$  به صورت بسط تیلور حول حالت پایدار و با استفاده از مشتقات پایداری (که در فصل ۲ معرفی شدند) و متغیرهای اغتشاشی بیان می‌شوند. به عنوان مثال،  $f_{Ax}$  تابعی خطی از  $u, \alpha, \dot{\alpha}, q, \delta E$  می‌شود.
  - مشتقات پایداری دینامیکی (میراکنده): علاوه بر مشتقات استاتیکی، با مشتقات دینامیکی مانند  $C_{mq}$  (پیچ دمپینگ)،  $C_{lp}$  (رول دمپینگ)،  $C_{nr}$  (یائو دمپینگ) و همچنین مشتقات ناشی از نرخ تغییر زوایا مانند  $C_{L\alpha}$  و  $C_{m\alpha}$  آشنا شدیم که در پاسخ هواپیما به اغتشاشات نقش مهمی دارند.
  - جداسازی معادلات طولی و جانبی-سمتی: یک نتیجه بسیار مهم از خطی‌سازی معادلات برای پرواز متقارن اولیه (مانند کروز مستقیم) این است که معادلات حرکت اغتشاشی به دو مجموعه مستقل تفکیک می‌شوند:
    - معادلات طولی: شامل اغتشاشات در  $w, u, \theta, q, (\alpha \text{ یا } \dot{\alpha})$ .
    - معادلات جانبی-سمتی: شامل اغتشاشات در  $v, p, r, \phi, \psi$ . این جداسازی تحلیل پایداری دینامیکی را بسیار ساده‌تر می‌کند.
  - معیارهای پایداری استاتیکی بر اساس مشتقات: در انتهای فصل، معیارهای پایداری استاتیکی که در فصل ۲ معرفی شدند، بر اساس علائم ترکیبی از مشتقات نیرویی و گشتاوری بازبینی شدند.
- نتیجه‌گیری و اهمیت فصل برای فصول آتی: فصل سوم با ارائه معادلات خطی حرکت اغتشاشی، ابزار تحلیلی قدرتمندی را برای بررسی پایداری دینامیکی هواپیما (فصل ۵) و طراحی سیستم‌های افزایش پایداری و اتوپیلوت‌ها (فصل ۶) فراهم می‌کند. درک این معادلات برای فهمیدن مودهای طبیعی پرواز ضروری است.