به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین کامپیوتری ۲

پردازش سیگنال های دیجیتال (DSP)

دکتر بدیعی

عرفان پناهی ۸۱۰۱۹۸۳۶۹

نیمسال اول ۰۱-۱۴۰۰

فهرست:

*** فایل مربوط به این تمرین کامپیوتری با نام CA2_ Matlab_810198369.mlx پیوست شده است.

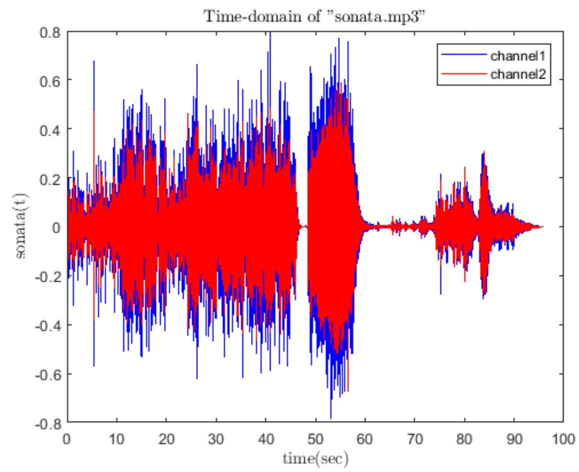
چکیده : هدف از تمرین کامپیوتری ۲

هدف از انجام این تمرین بررسی برخی کاربردهای تبدیل فوریه در زندگی روزمره است. در بخش اول این تمرین کامپیوتری با تبدیل موجک (که یک تبدیل فوریه زمان کوتاه است) آشنا می‌شویم. در بخش دوم با استفاده از تبدیل فوریه تابعی پیاده سازی میکنیم تا با کمک آن بتوانیم صورت های DTMF را تشخیص دهیم. در بخش سوم از تبدیل فوریه دوبعدی استفاده میکنیم تا بتوانیم تصاویر را فشرده سازی کنیم. در بخش چهارم به یکی از کاربرد تبدیل فوریه در مهندسی پزشکی و EEG اشاره میکنیم. در بخش آخر نیز با تبدیل cepstrum آشنا میشویم. برای محاسبه تمامی تبدیل فوریه های مورد استفاده در این پروژه از تابع fft استفاده میشود.

بخش ۱ : تبدیل فوریه موج کوتاه Short-Time Fourier Transform

تبدیل موجک Wavelet Transform:

قسمت ۱. فایل صوتی مدنظر را با دستور ()audioread در آرایه ای به نام sonata ذخیره کرده و مشاهده می‌کنیم که آرایه دارای دو ستون است. ستون اول را به شکل سطری در آرایه ای به نام ch1 و ستون دوم را نیز به همین ترتیب در ch2 ذخیره میکنیم. تصویر۱ این دو کانال در حوزه زمان را در یک نمودار نشان میدهد.

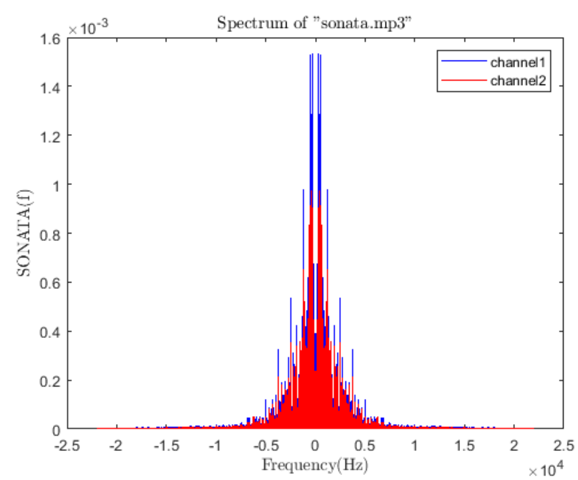


تصویر۱ – **سیگنال های هردو کانال در حوزه زمان**

شباهت ها و تفاوت ها: همانطور که مشاهده میشود هر دو سیگنال دارای نقاط اوج مشابهی هستند اما در مقدار اوج متفاوت اند.

قسمت ۲. تصویر۲ اندازه تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته دو کانال را نشان میدهد.

دقت شود که با توجه به استفاده از fft برای محاسبه تبدیل فوریه پیوسته، در نهایت باید آنرا نرمالیزه کنیم. برای نرمالیزه کردن باید خروجی fft را بر تعداد سمپل های سیگنال تقسیم کنیم.



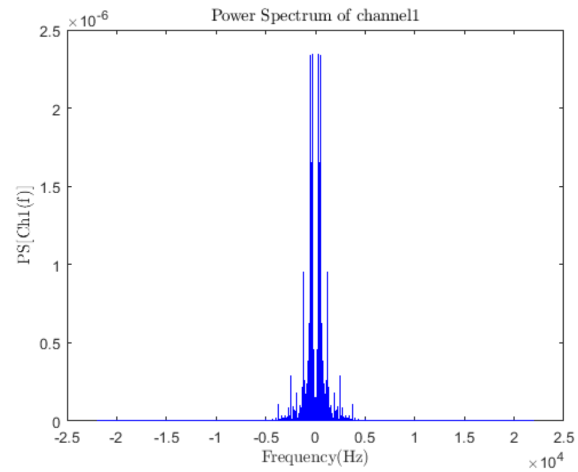
تصویر۲ – **سیگنال های هردو کانال در حوزه طیف (اندازه تبدیل فوریه)**

باند فرکانسی: همانطور که مشاهده میشود از فرکانس ۵ کیلو هرتز به بعد شاهد مقادیر ناچیز از اندازه تبدیل فوریه هستیم. پس میتوانیم باند فرکانسی را در حدود ۵ کیلوهرتز در نظر بگیریم.

برای محاسبه طیف توان یک سیگنال از رابطه زیر استفاده میکنیم.

$$PS_x(f) = |X(f)|^2$$

تصویر۳ طیف توان سیگنال کانل ۱ را نشان میدهد.



تصویر۳ – **طیف توان سیگنال کانال ۱**

فرکانس های اصلی: مطابق تصویر ۲ طیف های کمتر از ۲۵۰۰ هرتز پیک بزرگتری داشته و تقریباً میتوان فرکانس های اصلی را در این بازه در نظر گرفت.

دلیل استفاده از ذخیره سازی فایل صوتی در دو کانال: با توجه به اینکه بعضی دستگاه های پخش صدا دارای دو خروجی هستند (مثلاً بلندگوی کامپیوتر ، هندزفری و ...) از دو کانال خروجی استفاده میوشد که تا حد زیادی شبیه به هم هستند. تفاوت این دو میتواند بخاطر وجود نویز و یا مثلاً در هندزفری ها بخاطر عملکرد نیمکره راست مغز هنگام فعالیت های شنوایی گوش سمت چپ و ... باشد.

قسمت ۳. حال با استفاده از تابع spectrogram() نشان میدهیم که در بازه های زمانی مختلف سیگنال چه فرکانس هایی دارد. ابتدا در خصوص ورودی و نحوه عملکرد این تابع توضیحاتی را بیان کرده و سپس با آزمون و خطا و بررسی چند حالت مختلف ورودی این تابع را بررسی میکنیم.

$$\mathrm{spectrogram(x, window - size, noverlap, nfft, fs)}$$

نحوه عملکرد و ورودی ها: این تابع بصورت چرخه ای و در هر چرخه fft یک پنجره از زمان را محاسبه کرده و سپس به سراغ پنجره بعدی میرود. هرکدام از این پنجره ها دارای یک سایز (تعداد عناصر) هستند که به window − size مشخص میشود. هر دو پنجره مجاور میتوانند با هم اشتراکی داشته باشند که با ورودی سوم یعنی noverlap تعیین میشود. برای تعیین تعداد نقاط تبدیل فوریه fft هر پنجره از nfft استفاده میکنیم. x و fs نیز سیگنال و فرکانس نمونه برداری آنرا به ما میدهد.

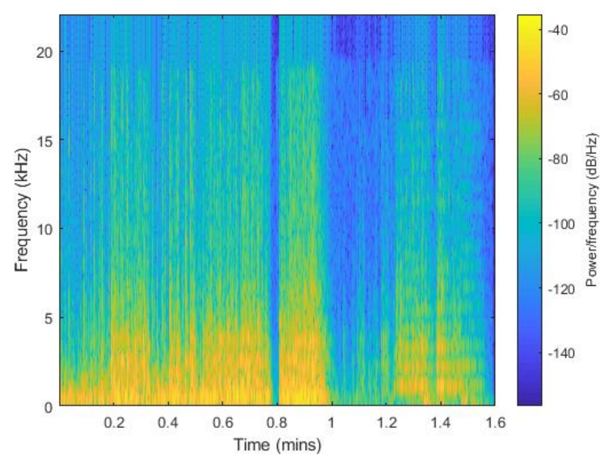
حال ۵ حالت مختلف را بررسی میکنیم و تأثیر تغییر آرگومان های تابع را بصورت تجربی تعیین میکنیم.

تصویر۴ خروجی های این بخش را نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، در نواحی زرد رنگ سیگنال طیف توان بزرگتری دارد و این نواحی به ازای فرکانس های پایین و بیشترین مقدار توان در زمان 0.8 تا 1 دقیقه یعنی همان حدود 50 تا 60 ثانیه اتفاق می‌افتد که در آن شاهد ساز ویولون هستیم. کمی قبل از این بازه و در حدود ثانیه 47 شاهد سکوت هستیم که همانطور که در اسپکتروگرام نیز مشاهده میشود این بازه شامل کمترین توان است.

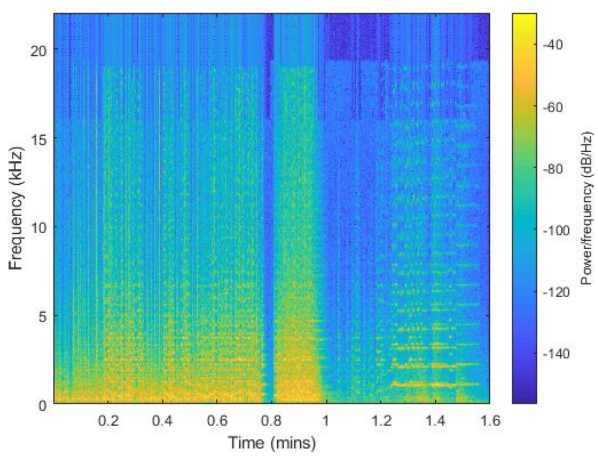
همانطور که در تصویر ۴ و حالت های مختلف دیده میشود با بزرگتر شدن پنجره، رزولوشن زمانی ضعیف شده و اطلاعات کمتری راجع به زمان وقوع فرکانس بدست خواهیم آورد. در عین حال با بزرگ شدن سایز پنجره اطلاعات بیشتری راجع به مقدار فرکانس و رزولوشن فرکانسی بدست خواهیم آورد. با جمع بندی به دو حالت زیر میرسیم:

رزولوشن فرکانسی و رزولوشن زمانی ≡ سایز پنجره ↑

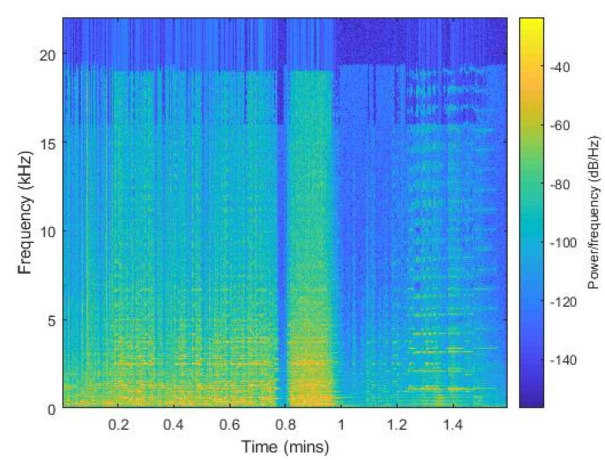
رزولوشن فرکانسی و رزولوشن زمانی ≡ سایز پنجره ↓



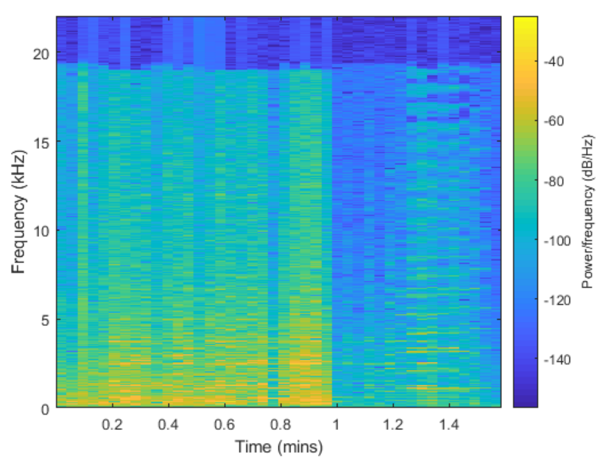
الف – Window-size = 100 , noverlap = 10 , nfft = 1000



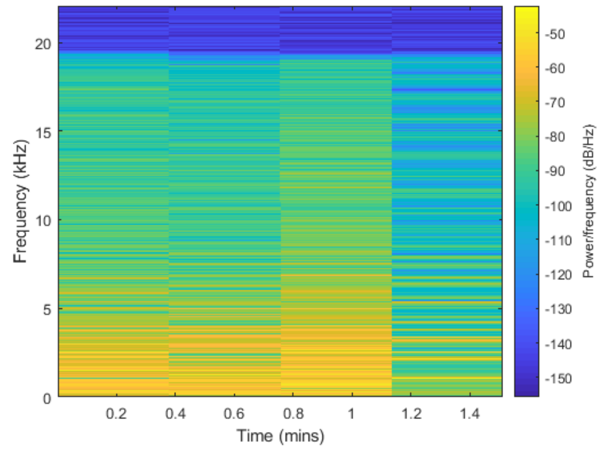
ب – Window-size = 1000 , noverlap = 10 , nfft = 10000



ج – Window-size = 10000 , noverlap = 10 , nfft = 10000



د – Window-size = 100000 , noverlap = 10 , nfft = 10000



ه – Window-size = 1000000 , noverlap = 100 , nfft = 1000

تصویر۴ – **حالت های مختلف ورودی های spectrugram**

قسمت ۴. تبدیل موجک: برای تحلیل بهتر این بخش یک پارامتر جدید به نام فاکتور مقیاس تعریف می‌کنیم. در حقیقت با توجه به اینکه واژه فرکانس بیشتر برای حوزه تبدیل فوریه به کار برده میشود از واژه مقیاس برای تبدیل موجک استفاده میکنیم. در بعضی حالت ها زمانی که بیان فرکانس از مقیاس بهتر باشد، با رابطه زیر مقیاس را با استفاده از فاکتور مقیاس به شبه فرکانس تبدیل میکنیم:

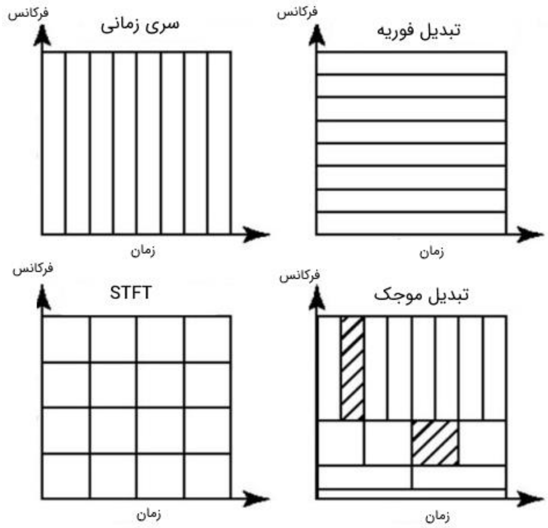
$$f_a = \frac{f_c}{a}$$

که در این رابطه a بیانگر فاکتور مقیاس و f_c فرکانس مرکزی سیگنال مادر و f_a شبه فرکانس است. همچنین a بیانگر طول موج موجک نیز میباشد. پس هرچقدر که طول موجک طولانی تر باشد ، a بزرگتر بوده و f_a متناظر با فرکانس های پایین تر است و در نتیجه با مقیاس دهی به سیگنال موجک تحلیل فرکانس های کوچک تر بهتر شده و رزولوشن فرکانسی مناسب تر است. به طور عکس هرچه فاکتور مقیاس موچک تر تعیین شود، شبه فرکانس متناظر با فرکانس های بزرگتر بوده و در نتیجه با مقیاس دهی کوچکتر به موجک ، تحلیل حوزه زمان دقیق تر بوده و رزولوشن زمانی بهتر است.

در تصویر ۵ ، رزولوشن حوزه زمان و فرکانس در حوزه های مختلف نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده میشود در تبدیل موجک به صورت مصالحه ای عمل میکند و در مشخصه هایی که بیشتر وابسته به زمان (فرکانس های بالا) هستند، رزولوشن فرکانسی ضعیف و رزولوشن زمانی خوب است و در مشخصه هایی که بیشتر وابسته به فرکانس (فرکانس های پایین) هستند، رولوشن فرکانسی خوب و رزولوشن زمانی ضعیف است.

رزولوشن فرکانسی و رزولوشن زمانی ≡ فرکانس های پایین ↓

رزولوشن فرکانسی و رزولوشن زمانی ≡ فرکانس های بالا ↑



تصویر۵ – **رزولوشن زمانی و فرکانسی تبدیل های مختلف**

منابع استفاده شده برای پاسخ دهی به سوالات بخش ۱:

- http://matlab.izmiran.ru/help/toolbox/signal/spectrogram.html
- http://mshokoh.ir/matlab/formshow.aspx?m=467506994327467
- https://blog.faradars.org/%D8%AA%D8%A8%D8%AF%DB%8C%D9%84-%D9%85%D9%88%D8%AC%DA%A9/#%D9%86%D8%AD%D9%88%D9%87_%D8%B9%D9%85%D9%84%DA%A9%D8%B1%D8%AF_%D8%AA%D8%A8%D8%AF%DB%8C%D9%84_%D9%85%D9%88%D8%AC%DA%A9
- https://en.wikipedia.org/wiki/Wavelet

بخش ۲ : تشخیص صوت های DTMF (Dual Tone Multi-Frquency)

تابع مدنظر با قالب $\text{keyboard} = \text{dtmf}(y, fs, n)$ نوشته شده است که y بیانگر آرایه دارای محتوای صوت، fs فرکانس نمونه برداری صوت و n (علی رغم اینکه در صورت پروژه استفاده نشده) بیانگر تعداد ارقام صوت است.

عملکرد تابع: این تابع پس از تقسیم طول کل به تعداد n آرایه، در هرمرحله از یک آرایه تبدیل فوریه گرفته و سپس فرکانس های $1000 - 0$ هرتز را در یک آرایه فرکانسی و فرکانس های $2000 - 1000$ را در یک آرایه فرکانسی دیگر ذخیره میکند. ماکزیمم مقدار آرایه فرکانسی محدوده $1000 - 0$ هرتز فرکانس سطر رقم و ماکزیمم مقدار آرایه فرکانسی $2000 - 1000$ هرتز فرکانس ستون رقم را نشان میدهد. (برای اینکه از فرکانس ماکزیمم مقدار به سطر یا ستون رقم برسیم، نزدیک ترین فرکانس سطر و ستون ها به فرکانس بدست آورده شده را در نظر میگیریم.)

برای بررسی صحت عملکرد این تابع ۱۶ فایل صوتی هر رقم را به آن میدهیم. تصویر ۶ درستی این تابع را نشان میدهد.

```
dtmf(one,fs1,1)
ans = '1'
dtmf(two,fs2,1)
ans = '2'
dtmf(three,fs3,1)
ans = '3'
dtmf(four,fs4,1)
ans = '4'
dtmf(five,fs5,1)
ans = '5'
dtmf(six,fs6,1)
ans = '6'
dtmf(seven,fs7,1)
ans = '7'
dtmf(eight,fs8,1)
ans = '8'
```

```
dtmf(nine,fs9,1)
ans = '9'
dtmf(zero,fs0,1)
ans = '0'
dtmf(A,fsA,1)
ans = 'A'
dtmf(B,fsB,1)
ans = 'B'
dtmf(C,fsC,1)
ans = 'C'
dtmf(D,fsD,1)
ans = 'D'
dtmf(star,fs_star,1)
ans = '*'
dtmf(hash,fs_hash,1)
ans = '#'
```

تصویر۶ – **صحت عملکرد تابع برای هر رقم**

حال فایل صوتی phone_number.wav مدنظر را با دستور $\text{audioread}()$ در آرایه ای به نام y ذخیره کرده و با فرکانس نمونه برداری و تعداد رقم ها (که در صورت پروژه ۸ رقم بیان شده) به تابع نوشته شده میدهیم. تصویر۷ خروجی این بخش را نشان میدهد.

```
[y,fs] = audioread('Data\dtmf\phone_number.wav');
phone_number = dtmf(y,fs,8)
```

```
phone_number = '82084180'
```

تصویر۷ – **خروجی تابع برای فایل صوتی phone_number.wav**

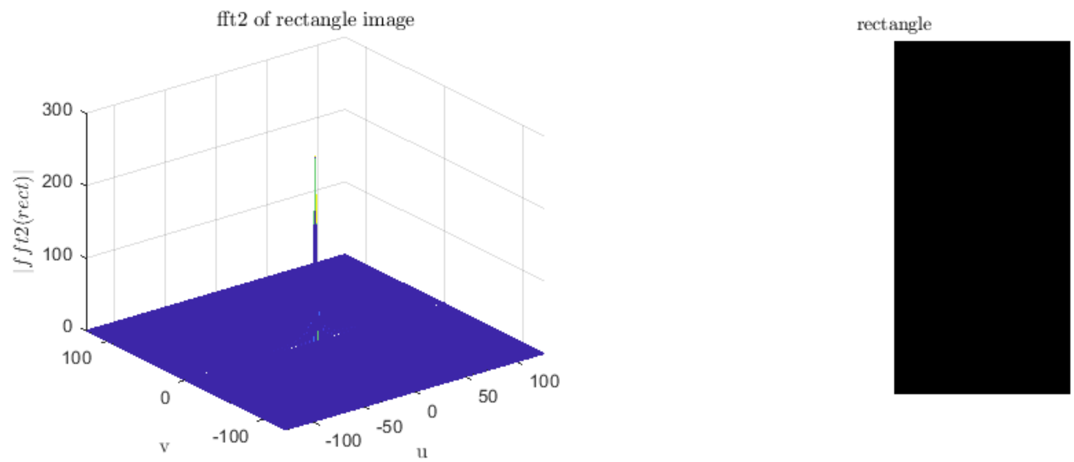
شماره تلفن یافت شده: ۸۲۰۸۴۱۸۰

بخش ۳ : فشرده سازی تصویر با استفاده از تبدیل فوریه دو بعدی

قسمت ۱. ایجاد تصاویر خواسته شده و رسم تبدیل فوریه دو بعدی آنها

ابتدا باید به این نکته اشاره کنیم که هرچه مقدار عنصر ماتریس تصویر به 0 نزدیکتر باشید آن نقطه سیاه تر و هرچه به 1 نزدیک تر باشد آن نقطه سفید تر است.

مستطیل: برای رسم این شکل نصف عناصر سمت چپ ماتریس (یعنی تا ستون ۱۲۸) را با 1 مقدار دهی میکنیم و نصفه دیگر سمت راست را 0 مقدار میدهیم. برای اینکه مقدار تبدیل فوریه در نقاط مختلف واضح تر باشد پس از پیدا کردن تبدیل فوریه دو بعدی تصویر با دستور fft2() (و نرمالیزه کردن)، رویه تبدیل را رسم می‌کنیم. تصویر ۸ شکل مستطیل بدست آمده و تبدیل فوریه دو بعدی آنرا نشان میدهد.



ب الف

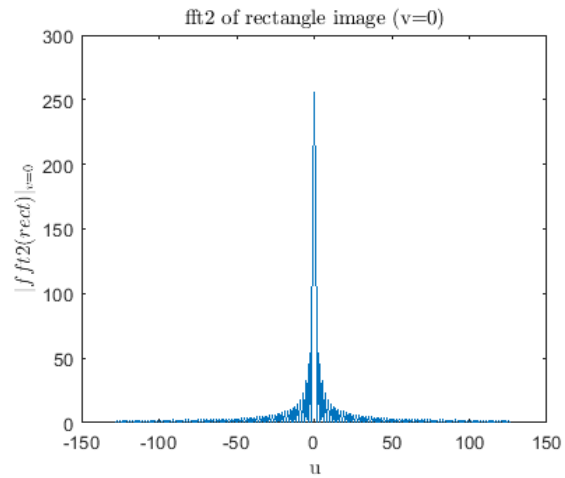
تصویر۸ – تصویر مستطیل و تبدیل فوریه دو بعدی آن

بررسی لبه های عکس: همانطور که مشاهده میشود در وسط و مرز بین سفیدی و سیاهی شاهد لبه های عکس هستیم. با استفاده از روابط تبدیل فوریه دو بعدی نیز میتوانیم این شکل را تأیید کنیم:

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{255}\sum_{y=0}^{255} f(x,y).e^{-j2\pi\left(\frac{xu}{256}+\frac{yv}{256}\right)} = \sum_{x=0}^{127} e^{-j2\pi\left(\frac{xu}{256}\right)} \sum_{y=0}^{255} e^{-j2\pi\left(\frac{yv}{256}\right)}$$

$$= \frac{1-e^{-j\pi u}}{1-e^{-\frac{j2\pi u}{256}}}.\frac{1-e^{-j2\pi v}}{1-e^{-\frac{j2\pi v}{256}}} = \begin{cases} \dfrac{1-e^{-j\pi u}}{1-e^{-\frac{j2\pi u}{256}}} & , \quad v=0 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases}$$

همانطور که مشاهده میشود تبدیل فوریه تنها به ازای $v = 0$ مقدار دارد که سعی میکنیم آنرا در یک نمودار مجزا رسم کنیم. تصویر ۹ این نمودار را نشان میدهد.

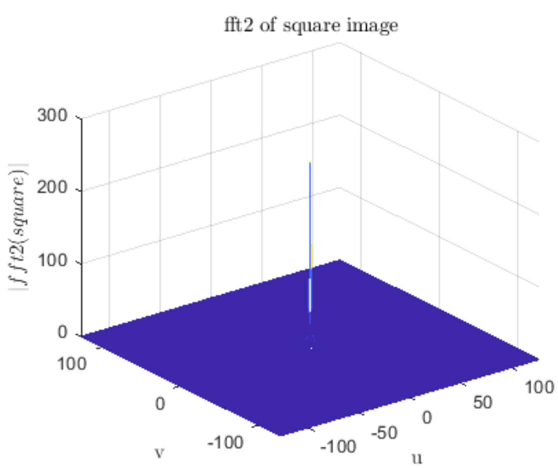


تصویر۹ – **تبدیل فوریه دو بعدی شکل مستطیل به ازای v=0**

همانطور که مشاهده میشود تبدیل فوریه در فرکانس های بالا نیز مقدار دارد که بیانگر لبه های تصویر هستند. برای بررسی دقیق تر میتوانیم از اسپکتروگرام استقاده کنیم و تغییرات فرکانس نسبت به زمان را بررسی کنیم که این موضوع در پروژه خواسته نشده.

مربع: برای رسم این شکل ربع عناصر وسط ماتریس (یعنی تا ستون های و سطرهای ۶۵ تا ۱۹۲) را با 0 مقدار دهی میکنیم و نصفه دیگر سمت راست را 1 مقدار میدهیم. برای اینکه مقدار تبدیل فوریه در نقاط مختلف واضح تر باشد پس از پیدا کردن تبدیل فوریه دو بعدی تصویر با دستور fft2() (و نرمالیزه کردن)، رویه تبدیل را رسم می‌کنیم. تصویر ۱۰ شکل مربع بدست آمده و تبدیل فوریه دو بعدی آنرا نشان میدهد.

الف

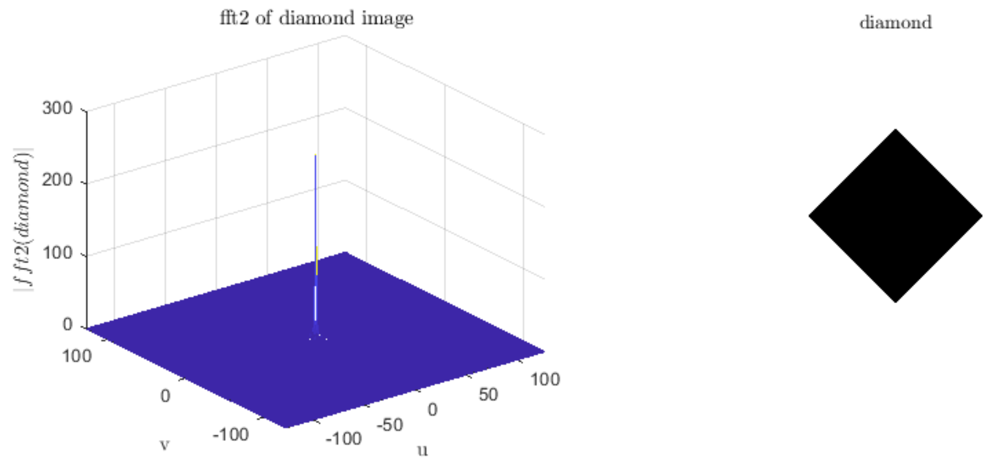


ب

تصویر۱۰ – **تصویر مربع و تبدیل فوریه دو بعدی آن**

بررسی لبه های عکس: همانطور که مشاهده میشود در مرز های بین سفیدی و سیاهی شاهد لبه های عکس هستیم. تبدیل فوریه در فرکانس های بالا نیز مقدار دارد که بیانگر لبه های تصویر هستند و چون اینجا مولفه های v نیز وجود دارند نمیتوان تبدیل را مانند مستطیل قسمت قبل نشان داد. با استفاده از روابط تبدیل فوریه دو بعدی نیز میتوانیم این شکل را تأیید کنیم.

لوزی: برای رسم این شکل میتوانیم از یک حلقه استفاده کنیم اما استفاده از تابع toeplitz(x) و یک جمله منطقی کار را راحت تر میکند. تصویر ۱۰ شکل مربع بدست آمده و تبدیل فوریه دو بعدی آنرا نشان میدهد.



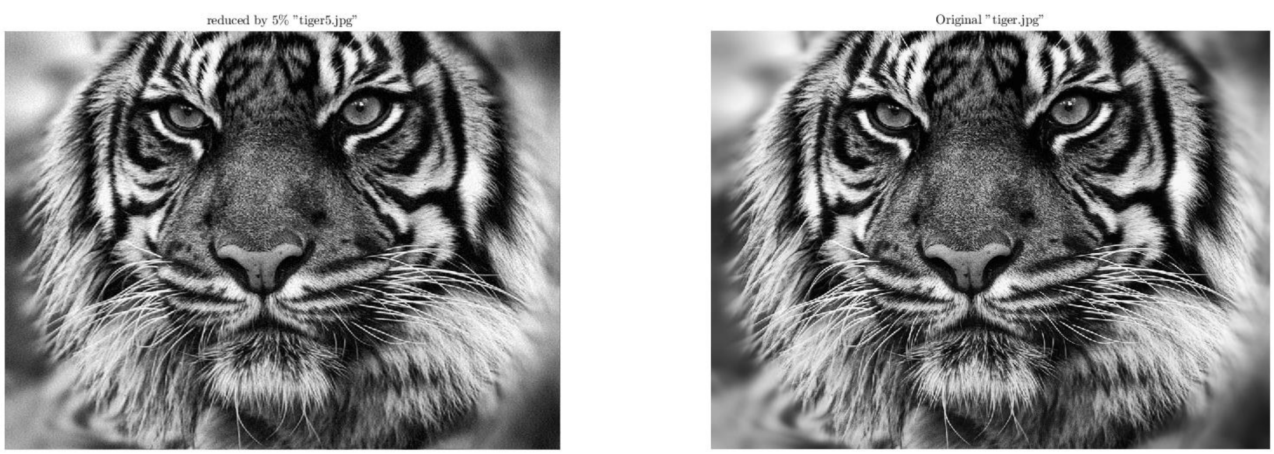
الف ب

تصویر ۱۰ – **تصویر لوزی و تبدیل فوریه دو بعدی آن**

قسمت ۲. کاهش حجم تصاویر و تأثیر آن بر کیفیت تصاویر

الگوریتم کاهش حجم تصاویر: برای کاهش حجم تصاویر باید بعد از گرفتن تبدیل فوریه از ماتریس تصاویر مقادیری که مقدار تبدیل آنها از یک حد تعیین شده کمتر است حذف کنیم. هرچقدر این حد نعیین شده بزرگتر باشد مقدار کاهش حجم تصاویر کمتر است. سپس از تبدیل بدست آمده یکبار تبدیل فوریه دو بعدی وارون گرفته و در نهایت حجم فایل خروجی را مشاهده میکنیم. برای اینکه مثلا شاهد کاهش ۵٪ حجم تصاویر باشیم، باید با آزمون و خطا هر بار حجم فایل خروجی را مشاهده کنیم.

کاهش ۵٪ حجم تصویر: در این مرحله باید فرکانس هایی که مقدار تبدیل فوریه کمتر از 0.00033 برابر ماکزیمم دارند را حذف کنیم. در نهایت کیفیت تصویر مطابق با تصویر ۱۱ کمی کاهش یافته است.

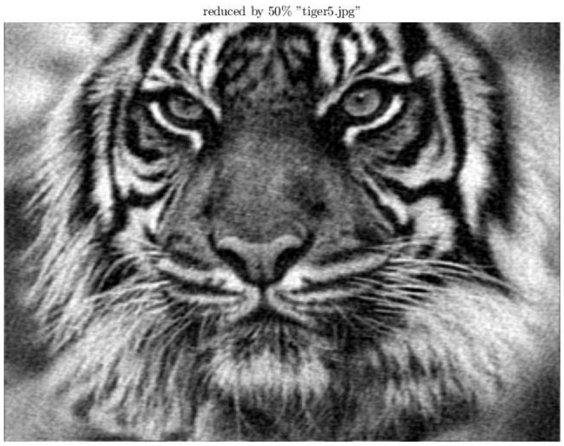


الف ب

تصویر ۱۱ – **الف) تصویر اصلی ، ب) تصویری که ۵٪ حجم کمتری دارد**

کاهش ۵۰٪ حجم تصویر: در این مرحله باید فرکانس هایی که مقدار تبدیل فوریه کمتر از 0.00126 برابر ماکزیمم دارند را حذف کنیم. در نهایت کیفیت تصویر مطابق با تصویر ۱۲ مقدار قابل توجهی کاهش یافته است.

الف



ب

تصویر۱۲ – **الف) تصویر اصلی ، ب) تصویری که ۵۰٪ حجم کمتری دارد**

دلیل کاهش حجم: با حذف برخی فرکانس ها در حقیقت نماینده برخی لبه های تصویر را از بین میبریم. به همین خاطر شاهد کاهش کیفیت تصویر کم حجم نسبت به تصویر اصلی خواهیم بود. پس هرچقدر که لبه های تصویر کمتر باشند شاهد کیفیت کمتری خواهیم بود.

ناتوانی fft2 در کاهش حجم تصاویر رنگی: در حقیقت تصاویر رنگی شامل باید شامل سه کانال باشند که هرکانال یک رنگ اصلی از قرمز، سبز و آبی را پوشش میدهد. پس برای تصاویر رنگی باید یک آرایه ۳ بعدی تعریف کنیم و به همین خاطر نمیتوان از آن تبدیل فوریه دو بعدی گرفت.

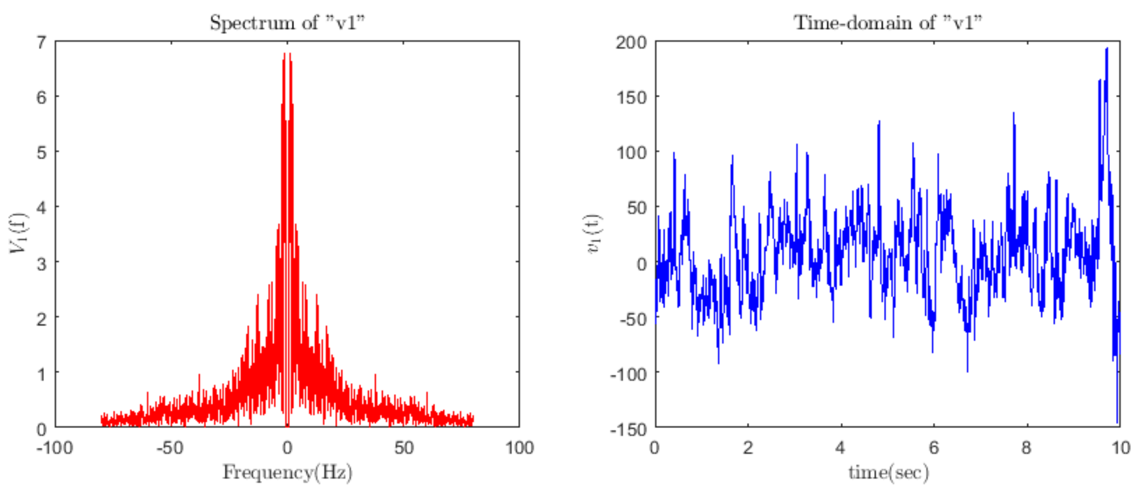
بخش ۴ : تحلیل فرکانسی سیگنال های مغزی

قسمت ۱. رسم سیگنال های مغزی در حوزه زمان و فرکانس

ابتدا داده های $v1.mat$ و $v2.mat$ و $v3.mat$ را انتخاب کرده و سطر اول آنها را در یک آرایه جدید ذخیره میکنیم. سپس از این سه داده تبدیل فوریه میگیریم.

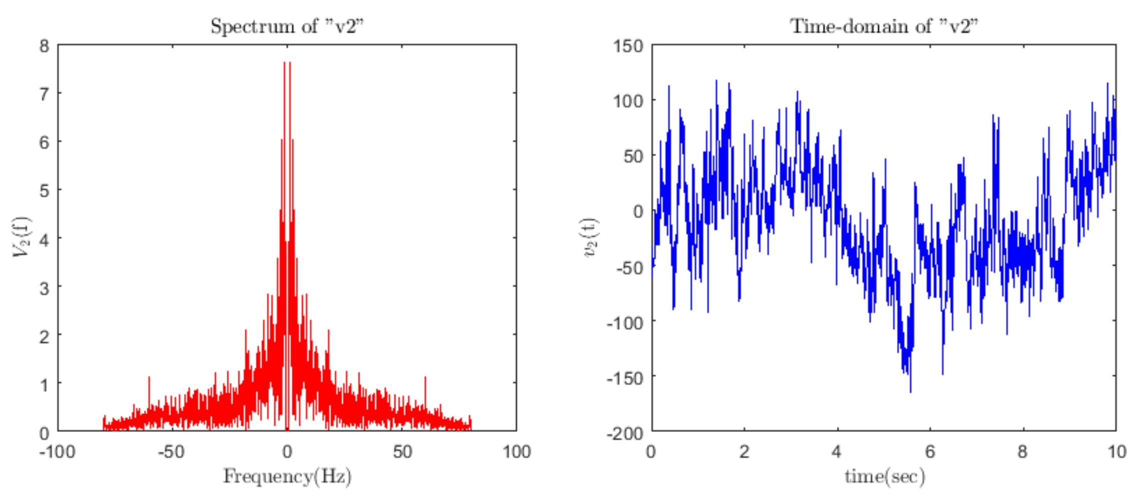
تصاویر۱۳ ، ۱۴ و ۱۵ حوزه زمان و تبدیل فوریه به ترتیب داده های v1 ، v2 و v3 را نشان میدهد. (فرکانس های 0 تا 0.5 هرتز به منظور حذف نویز از تبدیل حذف شده است.)

رابطه بین سیگنال مغزی و فرکانس آن: همانطور که در تصاویر زیر دیده میشود، هرچه که دامنه سیگنال مغزی بزگتر باشد، دامنه تبدیل کوچکتر بوده و باند فرکانسی بزرگتری خواهیم داشت و در نتیجه رابطه دامنه سیگنال مغزی و دامنه طیف آن نزولی و رابطه دامنه سیگنال مغزی و باند فرکانسی آن صعودی است خواهد بود. همچنین زمان هایی که دامنه سیگنال مغزی بزرگ تر میشود، فرکانس های پایین تر اتفاق می‌افتد. (این موضوع با اسپکتروگرام راحت تر بیان میشود.) بنابراین بنظر میرسد در کل شاهد رابطه نزولی خواهیم بود.



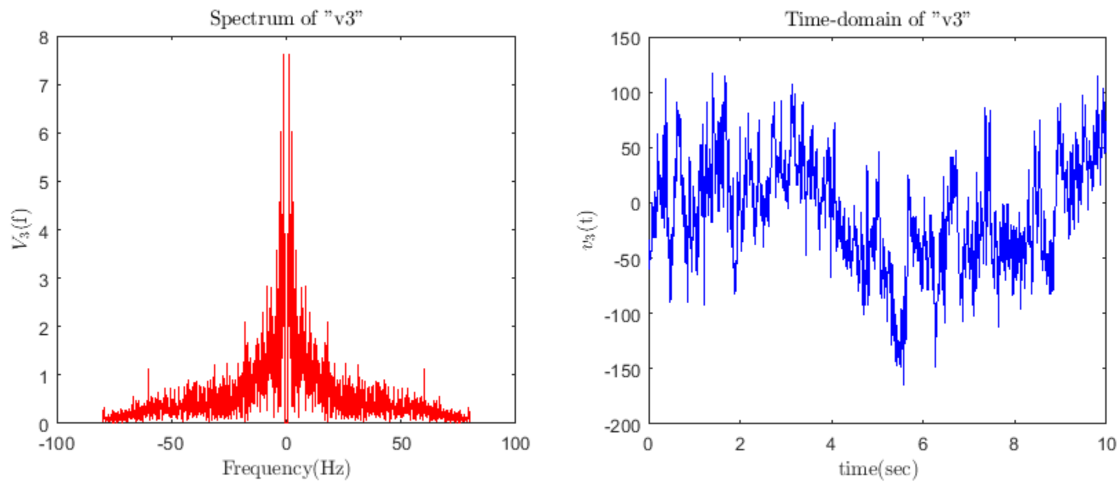
ب الف

تصویر۱۳ – داده های v1 الف) حوزه زمان ، ب) حوزه طیف



الف ب

تصویر۱۴ – داده های v2 الف) حوزه زمان ، ب) حوزه طیف

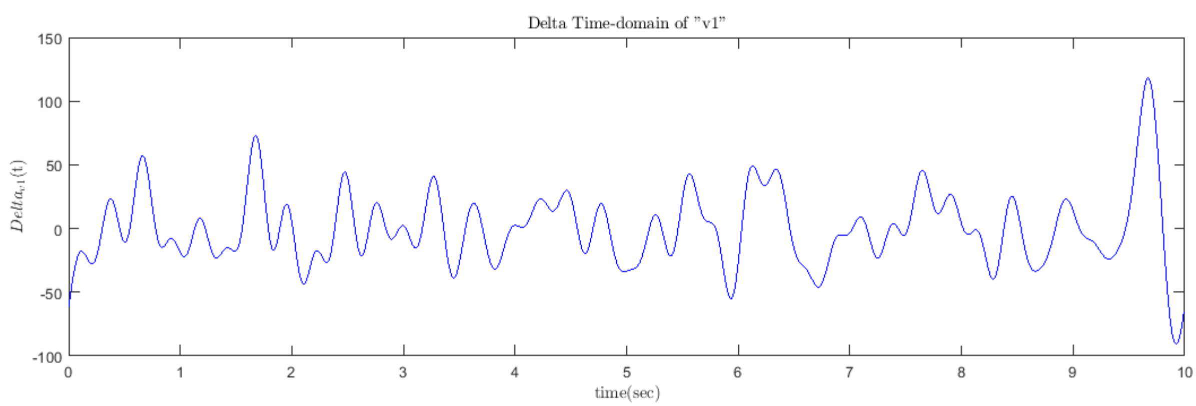


الف ب

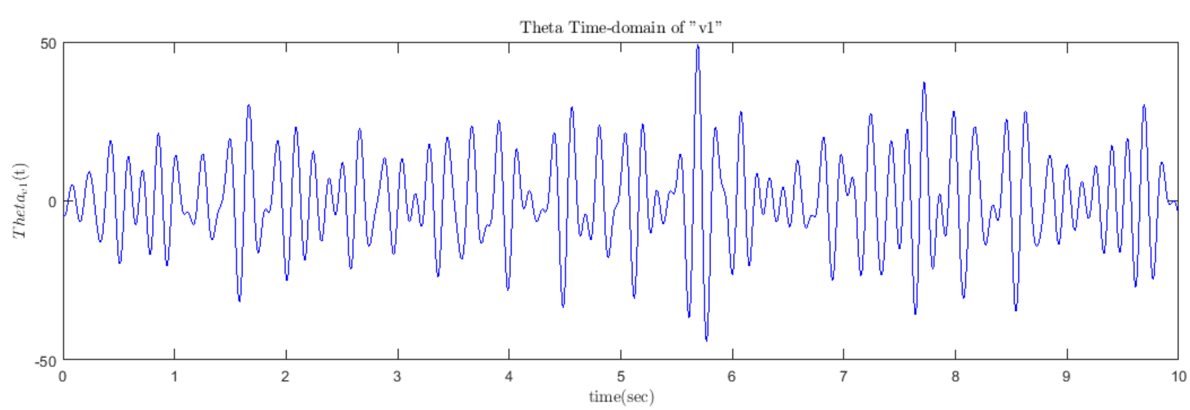
تصویر۱۴ – داده های v3 الف) حوزه زمان ، ب) حوزه طیف

قسمت ۲. استخراج امواج آلفا، بتا، دلتا، تتا و گاما

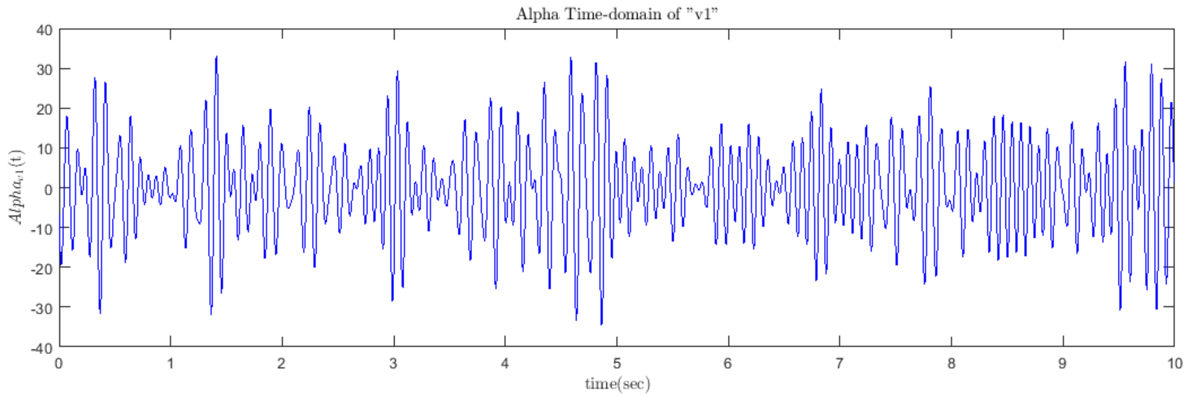
در این بخش ابتدا فرکانس های خارج از بازه هر موج را صفر کرده و سپس از سیگنال حاصله تبدیل فوریه وارون میگیریم. تصویر ۱۵ این ۵ موج را برای داده v1 نشان میدهد.



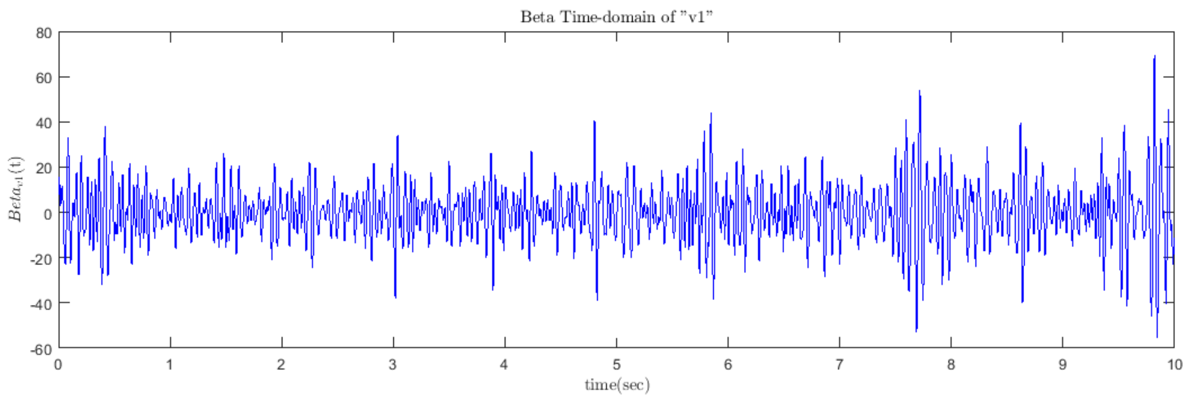
الف – **دلتا**



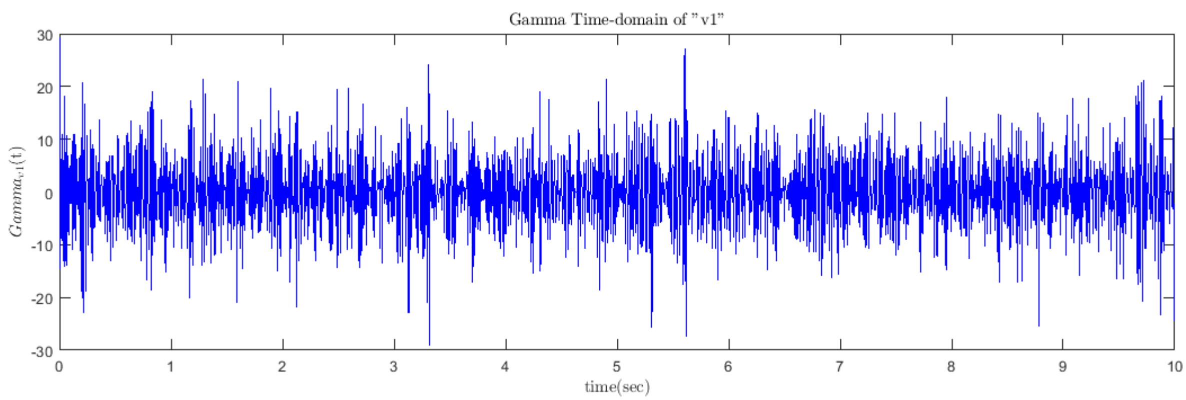
ب – **تتا**



ج – آلفا



د – بتا



ه – گاما

تصویر۱۵ – **امواج سیگنال مغزی داده v1**

ارتباط میان دامنه‌ی سیگنال مغزی و فرکانس آن: همانطور که مشاهده میشود دامنهٔ موج دلتا دارای بیشترین و دامنه موج گاما دارای کمترین مقدار است. از طرفی کمترین محدوده فرکانسی مربوط به دلتا و بزرگترین مربوط به گاما است. در نتیجه میتوان رابطه گفته شده را تأیید کرد. یعنی دامنه سیگنال مغزی با فرکانس آن رابطه نزولی دارد.

تعیین فعالیت شخص: علی رغم اینکه ما سیگنال مغزی را به موج هایی باند های مختلف تقسیم میکنیم اما در حقیقت هر ۵ موج بصورت هماهنگ و همزمان کار میکنند. به همین خاطر به طور دقیق نمیتوان گفت که شخص در این ۱۰ ثانیه حال انجام چه فعالیتی است. ممکن است که بتوانیم با مقایسه دامنه یا تناوب هر کوج بتوانیم حدس بزنیم شخص در حال انجام چه فعالیتی است اما باید در نظر گرفت که ۵ موج بخاطر ویژگی و باند فرکانسی دارای دامنه و تناوب خاصی هستند.

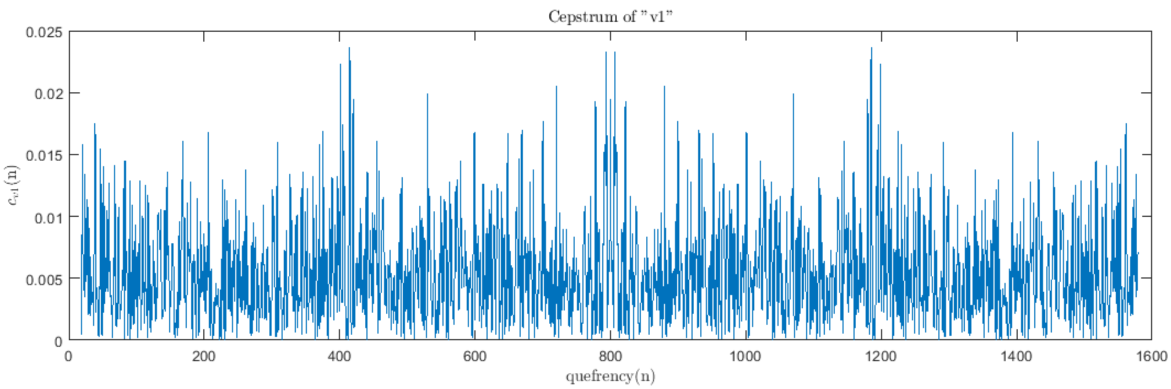
بخش ۵ : آشنایی با Cepstrum

قسمت ۱. نوشتن تابع برای محاسبه تبدیل cepstrum

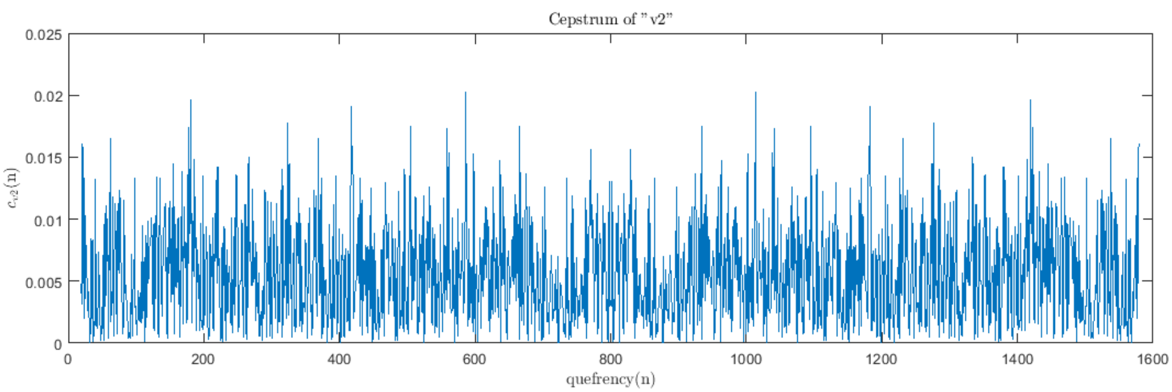
برای نوشتن این تابع یکبار با استفاده از fft() تبدیل فوریه سیگنال ورودی را گرفته و سپس از این تبدیل لگاریتم در مبنای ۱۰ میگیریم و در نهایت با استفاده از ifft() وارون آنرا محاسبه کرده و بصورت خروجی برمیگردانیم.

قسمت ۲. رسم تبدیل cepstrum سیگنال های مغزی بخش ۴

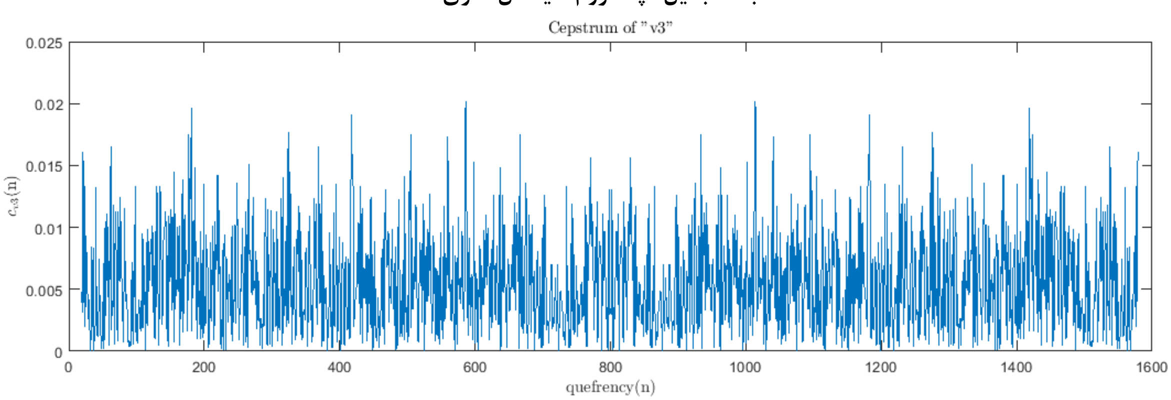
حال از سه سیگنال EEG بخش ۴، تبدیل کپستروم گرفته و خروجی را مشاهده میکنیم. تصویر۶ تبدیل کپستروم این ۳ سیگنال را نشان میدهد.



الف – **تبدیل کپستروم سیگنال مغزی v1**



ب – **تبدیل کپستروم سیگنال مغزی v2**



ج – **تبدیل کپستروم سیگنال مغزی v3**

تصویر۱۶ – **تبدیل کپستروم سیگنال های EEG بخش ۴**

بازه های quefrency دارای قله:

- تبدیل کپستروم سیگنال مغزی v1 : بازه های حدود ۴۰۰ ، ۸۰۰ و ۱۲۰۰
- تبدیل کپستروم سیگنال مغزی v2 : بازه های حدود ۶۰۰، ۱۰۰۰
- تبدیل کپستروم سیگنال مغزی v3 : بازه های حدود ۶۰۰، ۱۰۰۰

قسمت ۳. رابطه میان قله ها در تبدیل cepstrum و تبدیل فوریه

ابتدا فرکانس نمونه برداری را بدست می‌آوریم:

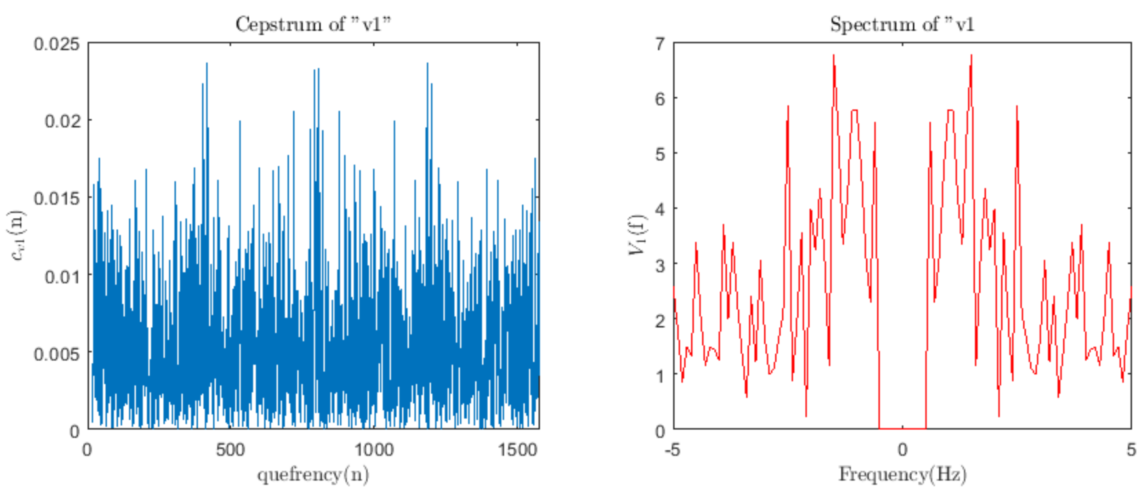
Sampling rate:

```
fs = length(v1_t)/10
```

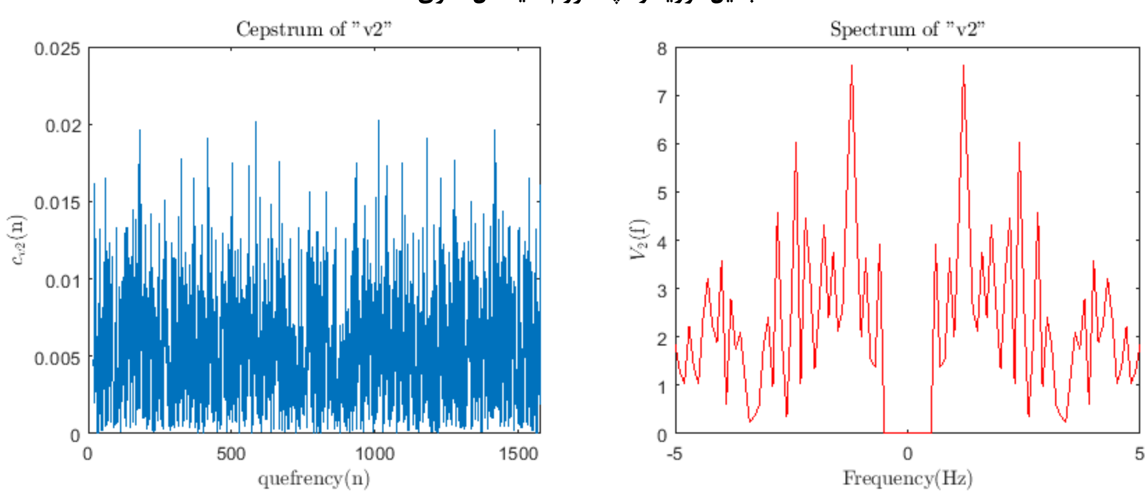
```
fs = 160
```

تصویر ۱۷ - فرکانس نمونه برداری سیگنال های مغزی

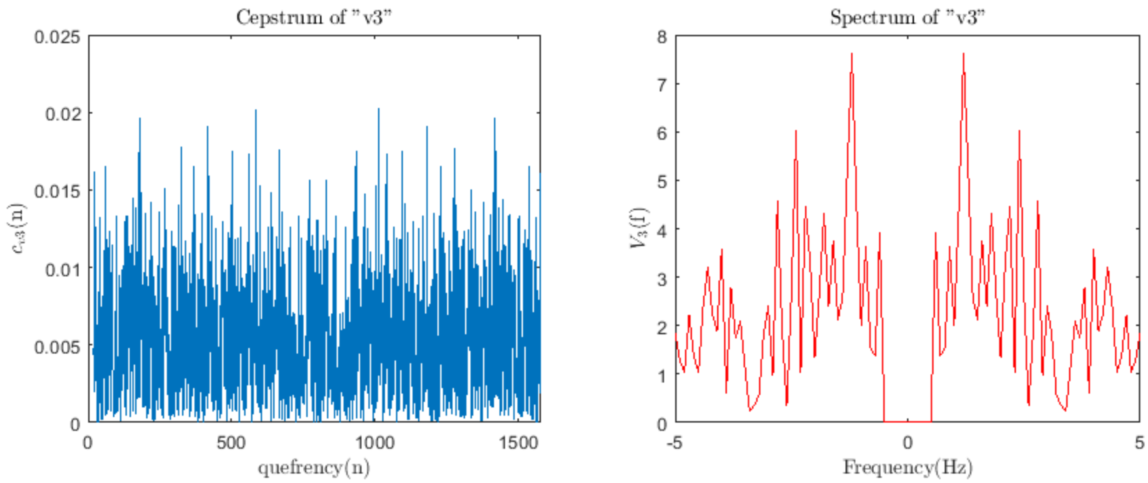
برای تحلیل این بخش ابتدا بازه پیک تبدیل های فوریه و تبدیل کپستروم هر سیگنال را در کنار هم نشان میدهیم. تصویر ۱۸ این دو را برای هر سیگنال را در کنار هم نشان میدهد.



الف – **تبدیل فوریه و کپستروم سیگنال مغزی v1**



ب – **تبدیل فوریه کپستروم سیگنال مغزی v2**



ج – تبدیل فوریه و کپستروم سیگنال مغزی v3

تصویر۱۸ – **تبدیل های فوریه و کپستروم سیگنال های EEG بخش ۴ در کنار هم**

همانطور که مشاهده میشود هر چه quefrency قله در تبدیل کپستروم بیشتر باشد، فرکانس قله تبدیل فوریه آن کمتر است. یعنی این دو پارامتر با هم رابطه عکس دارند. با تحقیق بیشتر میتوانیم رابطه بین این دو پارامتر را با استفاده از فرکانس نمونه برداری بدست آوریم. بطوریکه:

$$frequency\ of\ peak\ (spectrum) = \frac{f_s\ (sampling\ rate)}{quefrency\ of\ peak\ (cepstrum)}$$

قسمت ۴. تعبیر quefrency

از quefrency برای ایجاد تمایز بین دامنه زمانی و کپستروم استفاده میشود.

با توجه به اینکه هامرونیک ها ضرایب صحیحی از فرکانس ها هستند، در حقیقت چیزی که باعث به وجود آمدن پیک در تبدیل کپستروم و حوزه quefrency میشود هارمونیک های متناوب حوزه طیف و frequency است.
